

Exercícios Tema 3 - N126

Ano Letivo 2017/2018

1. Considere

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Resolva o sistema

$$A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

2. Considere o seguinte sistema

$$\begin{cases} x_1 - \sqrt{2}x_2 + x_3 = 1 \\ -\sqrt{2}x_1 - 2x_2 = 1 \\ 2x_2 - \sqrt{2}x_3 = 1 \end{cases}$$

Sabendo que a solução exata do sistema é $x_1 = x_2 = x_3 = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} = 1.707107$, compare os resultados obtidos quando se resolve o sistema pelo método da eliminação de Gauss sem escolha de pivot e com escolha parcial de pivot fazendo arredondamentos à segunda casa decimal.

3. Resolva os seguintes sistemas pelos métodos de Doolittle e Cholesky:

(a)

$$\begin{cases} 4x + 2y - 4z = -2 \\ 2x + 10y + 4z = 5 \\ -4x + 4y + 9z = 0 \end{cases}$$

(b)

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = -4 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 7 \\ -x_1 + x_2 + 6x_3 = -1 \end{cases}$$

4. Considere o seguinte sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 4x - y = 0 \end{cases}$$

cuja verdadeira solução é $[0.2 \ -0.2]^T$

- (a) Reescreva o sistema de modo a garantir a convergência dos métodos de Jacobi e Gauss-Seidel, qualquer que seja a aproximação inicial considerada.
- (b) Calcule cinco iterações pelo método de Jacobi e pelo método de Gauss-Seidel, partindo do vetor nulo.
- (c) Será possível resolver pelo método de Richardson? Se sim, efetue cinco iterações por esse método.
- (d) Determine o erro das aproximações no final de cada processo iterativo realizado anteriormente.

5. Resolva pelos métodos iterativos, que pode utilizar, o sistema $AX = B$ onde

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 4 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \\ 3 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix} \text{ sabendo que a solução real é } X = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Quanto iterações são necessárias para cada método para obtermos a solução dada aproximada à segunda casa decimal?

Soluções:

- 1. $[-5/3 \ 1 \ 2/3]^T$

2. $[0.71 \ 1 \ 1.7]^T$ e $[1.67 \ 1.73 \ 1.74]^T$

3. $[-53/6 \ 14/3 \ -6]; [-5/8 \ 29/8 \ -7/8]$

4.

5. $11.^a; 7.^a$