Exercícios Tema 2 - N126

Ano Letivo 2017/2018

1. Considere o seguinte algoritmo:

   1) `Dados iniciais: intervalo` $[a, b]$ `e precisões` ε_1 `e` ε_2

   2) `Se` $(b - a) < \varepsilon_1$`, então escolha x qualquer do intervalo` $[a, b]$ `.`

   `se` $|f(a)| < \varepsilon_2$ `ou se` $|f(b)| < \varepsilon_2$ `escolha` a `ou` b`, respetivamente. FIM.`

   3) `k=1`

   4) `M=f(a)`

   5) `x=(a*f(b)-b*f(a))/(f(b)-f(a))`

   6) `Se` $|f(x)| < \varepsilon_2$`, escolha esse x. FIM.`

   7) `Se M*f(x)>0, faça a=x. Vá para o passo 9.`

   8) `b=x`

   9) `Se (b-a)<`ε_1`, então escolha x qualquer do intervalo` $[a, b]$`. FIM`

   10) `k=K+1.Volte ao passo 5.`

   (a) Que método está a ser implementado neste algoritmo?

   (b) Como seriam as primeiras iterações deste método aplicado a $f(x) = xlog(x) - 1$, sabendo que esta tem pelo menos uma raiz no intervalo $[2, 3]$?

   (c) Implemente este código em Octave e obtenha os mesmos valores da alínea anterior.

2. Considere a equação $x^5 + x^3 + 123x - 247 = 0$

   (a) Usando considerações de ordem gráfica, determine o número de raízes imaginárias da equação.

   (b) Prove que existe uma e uma só raiz em $x \in [1, 2]$.

   (c) Usando o método da bissecção, determine uma aproximação da raiz real da equação, com um erro absoluto inferior a 0.005.

3. Considere a equação $111x - e^{x-1} + 1 = 0$

   (a) Efetue a separação e contagem das raízes reais de equação.

   (b) Usando o método da bissecção, determine um valor aproximado da maior raiz, com erro absoluto não excedendo 0.05.

(c) Estabeleça a garantia de convergência do método de Newton-Raphson no intervalo $[7.7, 7.8]$, indicando o extremo favorável para iniciar o algoritmo.

(d) Faça iterações pelo método da secante até esbilizarem 9 casas decimais; determine um majorante para o erro de aproximação da maior raiz e o número de algarismos significativos.

4. Considere a equação $ln(x+1) - \frac{3}{x+2} = 0 (x > -1 \wedge x \neq 2)$

   (a) Efetue a separação e contagem das raízes reais da equação.

   (b) Usando o método da bisseção, determine, com dois algarismos significativos, um valor aproximado da maior raiz.

   (c) Determine um valor aproximado da maior raiz, pelo método de Newton-Raphson, iterando, até estabilizar sete casas decimais.

Soluções:

1. Falsa Posição; $x_0 = 2.4798$, $f(x_0) = -0.0219$, $x_1 = 2.5049$ e $f(x_1) = -0.0011$

2. 4; 1.805.

3. duas raízes; 7.75 ± 0.05; 7.8; 7.759624480, 1.1×10^{-10} e 10 algarismos.

4. 2 raízes, $x_1 < 0$ e $x_2 > 2$; 3.85; 3.8901046.