## Sumário do livro:



# Sumário

### Prefácio

1	O S	age e a Computação em Nuvem	1
	1.1	O Que É SageMath?	1
	1.2	Por Que SageMath?	1
	1.3	Onde Usar SageMath?	3
		1.3.1 <i>Off-line</i>	3
		1.3.2 On-line	4
	1.4	CoCalc: Guia de Uso	6
		1.4.1 Criando Um Projeto	6
		1.4.2 Sage Worksheet	7
			13
		1.4.4 Documentos LATEX	15
		1.4.5 <i>Upload</i> de Arquivos	16
		1.4.6 Terminal de Comandos	۱7
	1.5	Projetos Colaborativos	18
		1.5.1 Adicione Colaboradores	18
		1.5.2 Notificações e <i>Chats</i>	20
	1.6	Ajuda	22
<b>2</b>	Sag	eMath: Primeiros Passos	23
	2.1	Inserindo Comandos	23
	2.2	Comentários	25
	2.3	Objetos e Sintaxe de Comandos	25
	2.4	Obtendo Ajuda	29

	2.4.1	Descobrindo Métodos
	2.4.2	O Comando de Ajuda:?
	2.4.3	Completamento <b>Tab</b>
	2.4.4	Acesso ao Código-Fonte
	2.4.5	Busca Google
2.5	Núme	ros e Operações Aritméticas
	2.5.1	Tipos Numéricos
	2.5.2	Operações Básicas
	2.5.3	Expressões Lógicas
	2.5.4	Constantes Especiais
	2.5.5	Aproximação Numérica
2.6	Variáv	veis
	2.6.1	Atribuição e Nomes
	2.6.2	Definindo Variáveis em Conjuntos Numéricos 40
2.7	Variáv	veis Simbólicas
2.8	Biblio	teca de Funções
	2.8.1	Funções Aritméticas
	2.8.2	Funções Trigonométricas
	2.8.3	Funções Hiperbólicas
2.9	Núme	ros e Funções Complexas
	2.9.1	Números Complexos
	2.9.2	Operações
2.10	Salvar	ndo Objetos e Variáveis
2.11	Crono	ometrando o Tempo
2.12	Sage e	e LAT <sub>E</sub> X
2.13	Proble	$emas \dots \dots$
<b>.</b>	, ~	
	_	o à Programação com Sage 57
3.1		s de Código
3.2		do Funções
	3.2.1	Função def
0.0	3.2.2	Função lambda
3.3	Variáv	veis Locais e Globais

3

### SUMÁRIO

4

3.4	Documentando o Código
3.5	Strings
3.6	Sequências: Listas, Tuplas e Dicionários 6
	3.6.1 Listas
	3.6.2 Criando Listas
	3.6.3 Tuplas
	3.6.4 Mapeando Listas e Tuplas
	3.6.5 Dicionários
3.7	Condicionais
	3.7.1 if
	3.7.2 else
3.8	Laços 8
	3.8.1 for
	3.8.2 while
	3.8.3 break e continue
3.9	Compreensão de Listas
3.10	Lidando com Erros
	3.10.1 Erros
	3.10.2 Tratando Erros
	3.10.3 Criando Exceções
3.11	Criando um Programa com Sage em CoCalc
	3.11.1 Programa: A Conjectura de Collatz
3.12	Problemas
	temática Elementar 11
4.1	Conjuntos
4.2	Expressões Simbólicas
	4.2.1 Substituição
	4.2.2 Simplificação
	4.2.3 Expansão
	4.2.4 Fatoração
4.3	Resolvendo Equações
4.4	Resolvendo Sistemas de Equações

		4.4.1	Sistemas Lineares
		4.4.2	Sistemas Não Lineares
	4.5	Resolv	rendo Equações Numericamente
	4.6	Resolv	rendo Inequações
	4.7	Equaç	ões Diofantinas e de Congruência
	4.8	Polinô	mios
	4.9	Algum	nas Funções Estatísticas
		4.9.1	Medidas de Posição
		4.9.2	Medidas de Dispersão
		4.9.3	Histograma
	4.10	Proble	emas
5	Vet	ores, N	Matrizes e Álgebra Linear 151
	5.1	Vetore	s
		5.1.1	Construindo Vetores
		5.1.2	Operação com Vetores
		5.1.3	Norma
	5.2	Matriz	zes
		5.2.1	Criando Matrizes
		5.2.2	Matrizes Especiais
		5.2.3	Operações Básicas
		5.2.4	Funções Matriciais
		5.2.5	Submatrizes
		5.2.6	Concatenação de Matrizes
		5.2.7	Sistemas Lineares e Métodos de Escalonamento 171
		5.2.8	Exponencial de Uma Matriz
	5.3	Espaço	os e Subespaços Vetoriais
		5.3.1	Espaços Vetoriais
		5.3.2	Subespaços Vetoriais
		5.3.3	Operações entre Subespaços Vetoriais
	5.4	Produ	to Interno
		5.4.1	Gram-Schmidt
	5.5	Transf	ormações Lineares 199

### SUMÁRIO

		5.5.1	Criando Transformações Lineares	192
		5.5.2	Matrizes Associadas a Transformações Lineares	194
		5.5.3	Operações com Transformações Lineares	196
		5.5.4	Injetividade, Sobrejetividade e Bijetividade	197
		5.5.5	Núcleo e Imagem	198
	5.6	Teoria	Espectral	200
		5.6.1	Autovalores e Autovetores	200
		5.6.2	Diagonalização de Operadores	203
		5.6.3	Domínio, Contradomínio e Restrições	205
		5.6.4	Formas Canônicas	207
	5.7	Decom	nposições LU e QR	210
	5.8	Métod	os para Testar Propriedades de Matrizes	214
	5.9	Proble	mas	216
6	Plot			221
	6.1		08	
		6.1.1	Gráfico Simples	
		6.1.2	Múltiplos Gráficos no Mesmo Plano	
	6.2	Curvas	5	225
		6.2.1	Curvas em Coordenadas Paramétricas	225
		6.2.2	Curvas Definidas Implicitamente	226
		6.2.3	Curvas em Coordenadas Polares	
	6.3	Custor	mizando Cores e Estilo	227
	6.4	Adicio	nando Informações	234
		6.4.1	Títulos, Legendas e Grades	234
		6.4.2	Textos e Setas	237
	6.5	Assínto	otas Verticais ou Autointerseções	238
	6.6	Plotan	do Pontos e Segmentos de Retas	241
	6.7	Estilos	s de Marcações	244
	6.8	Custor	mizando Figuras	246
	6.9	Opçõe	s de Preenchimento	249
	6.10	Campo	os de Vetores	253
	6.11	Curvas	s de Nível	254

	6.12	Objetos Geométricos
		6.12.1 Círculo, Disco, Elipse
		6.12.2 Polígonos
	6.13	Salvando Figuras
	6.14	Animações Gráficas
		6.14.1 Salvando Animações
	6.15	Problemas
7	Plot	3D 269
	7.1	Gráficos de Funções
		7.1.1 Customizando as Plotagens
	7.2	Superfícies Definidas Implicitamente
	7.3	Superfícies Paramétricas
	7.4	Coordenadas Cilíndricas e Superfície de Revolução 276
	7.5	Coordenadas Esféricas
	7.6	Curvas no Espaço Tridimensional
	7.7	Poliedros
	7.8	Salvando Figuras
	7.9	Problemas
8	Cálo	culo Diferencial e Integral 287
	8.1	Limites
		8.1.1 Limites de Funções
		8.1.2 Limites no Infinito
		8.1.3 Limites Laterais
	8.2	Derivadas
		8.2.1 Derivada de Funções de uma Variável 295
		8.2.2 Derivadas de Funções Definidas Implicitamente 299
		8.2.3 Derivadas de Ordem Superior
		8.2.4 Derivadas Parciais
		8.2.5 Derivadas e Matrizes
	8.3	Integral
		8.3.1 Integral Simples

### SUMÁRIO

		8.3.2	Integrais Definidas e Impróprias
		8.3.3	Integrais Duplas e Triplas
		8.3.4	Integral de Linha
	8.4	Camp	os de Vetores
		8.4.1	Gradiente
		8.4.2	Divergente
		8.4.3	Rotacional
		8.4.4	Laplaciano
	8.5	Somat	tórios e Séries
		8.5.1	Somatórios
		8.5.2	Séries
		8.5.3	Série de Taylor
	8.6	Trans	formada de Laplace
	8.7	Métod	los Numéricos
		8.7.1	Otimização Numérica
		8.7.2	Integração Numérica
	8.8	Proble	emas
9	Equ	ıações	Diferenciais Ordinárias 343
	9.1	EDOs	de Primeira e Segunda Ordem
		9.1.1	O Método desolve
		9.1.2	O Problema de Valor Inicial
	9.2	EDOs	de Ordem Superior
		9.2.1	Método desolve_laplace
	9.3	Gráfic	os de Soluções de EDOs
	9.4	Sisten	nas de Equações Diferenciais
	9.5	Resolv	vendo Equações Diferenciais Numericamente
		9.5.1	Algoritmo de Euler
		9.5.2	Algoritmo de Euler para Sistemas de EDOs
		9.5.3	Algoritmo de Runge-Kutta de Quarta Ordem 374
		9.5.4	Algoritmo de Runge-Kutta para Sistemas
		5.5.4	111001101110 do 10a1100 Para Sistemas
		9.5.5	Resolvendo EDOs com o SciPy

	9.7	Problemas	393						
10	Solu	ıções de Problemas com Sage	399						
	10.1	Matemática Básica	399						
		Desempenho							
		Séries Numéricas							
		Diferenciabilidade							
		Funções Implícitas							
	10.6	Máximos e Mínimos	407						
		Aproximações Numéricas							
		Cálculo Vetorial							
		Aplicações da Integral Simples							
		OEquações Diferenciais							
	10.11	1Integral Dupla	416						
	10.12	2Matrizes	419						
	10.13	3Vetores, Retas e Planos	422						
	10.14	4Triedro de Frenet, Curvatura e Torção	425						
	10.15	5Fractais	428						
11	Projetos com Sage 4								
	•	Criptografia	435						
		11.1.1 El Gamal	438						
		11.1.2 RSA	442						
	11.2	Braquistócrona							
		Teorema Fundamental das Curvas							
Αŗ	oêndi	ices							
${f A}$	Mat	crizes e Desempenho Computacional	453						
		RDF Versus RR	454						
		SR Versus AA							
		NumPy							

#### SUM 'ARIO

$\mathbf{B}$	B Otimização				
	B.1 A Linguagem Cython	. 459			
	B.2 A Linguagem Julia	. 461			
C	Solução dos Problemas Propostos	465			
Re	Referências				
Ín	ndice Remissivo				
Ín	ndice Remissivo dos Métodos				