Trabalho Prático: Soma Máxima e Quadrado Mágico

Thiago Morais Araújo[1]

[1]Departamento de Ciência da Computação - Universidade Federal de Minas Gerais

1. Introdução

Os objetivos deste trabalho consistem em se encontrar a Soma Máxima em um intervalo dentro de um vetor fornecido (Seção 2.1) e a resolução de um Quadrado Mágico de lado *n*, onde o *n* é fornecido, dentro do intervalo $3 \leq n \leq 5$ (Seção 2.2).

2. Solução do Problema

Foram implementados dois métodos distintos para solucionar o problema:

- `Soma Máxima`
- `Quadrado Mágico`

2.1. Soma Máxima

O intervalo é inicialmente fornecido na forma de um vetor $V = [v_1, v_2, v_3, ..., v_n]$.

Seus valores são processados e armazenados pelo algoritmo 1 em uma matriz *N x N* de estruturas do tipo `T`, onde cada `T` contem apenas um campo *Sum*, referente ao somatório do intervalo representado pela posição a_{ij}.

O algoritmo preenche o campo de cada elemento da diagonal principal da matriz com o valor lido na posição do vetor original, visto o fato que os intervalos representados na diagonal são intervalos unitários, onde o Sum é o respectivo elemento do vetor.

Em seguida preenche a parte superior de modo incremental, onde o Sum de cada elemento é preenchido pelo valor da posição_j do vetor original somado ao Sum da célula da coluna anterior (posição_{ij-1} da matriz).

Finalmente, a parte inferior da matriz é preenchida ao espelhar os valores da parte superior, ou seja, cada posição a_{ji} recebe o valor da posição a_{ij}.

Após preencher a matriz, o algoritmo percorre a mesma em busca do maior valor. Quando este é encontrado, o valor do *Sum* e o intervalo *i* e *j* (posição_{ij} da matriz) são retornados e o algoritmo se encerra.

Algorithm 1 Pseudo-código do preenchimento da matriz de somatórios

```
function PreencheMatriz(matriz, vetor, tamanho do vetor)
    for i := 0..n − 1 do
        for j := i..n − 1 do
            if i = j then                                    ▷ Diagonal principal
                matriz_(sum)[ij] ← vetor[i]
            else
                matriz_(sum)[ij] ← vetor[j] + matriz_(sum)[ij − 1]

                matriz_(sum)[ji] ← matriz_(sum)[ij]           ▷ Espelha a matriz
            end if
        end for
    end for
end function
```

2.2. Quadrado Mágico

O problema de resolver um Quadrado Mágico de lado *n* admite dois possíveis cenários: *n* par ou *n* ímpar.

Lado *n* par

O quadrado de lado *n* par demanda a aplicação de um método de força bruta.

Neste método, todas as possíveis combinações do vetor de tamanho n^2 (que representa a concatenação das linhas do quadrado em um único vetor) são testadas e avaliadas. A primeira combinação que satisfaz as regras do Quadrado Mágico é então retornada e o método se encerra.

O método de força bruta possui uma função principal descrita pelo algoritmo 2.

Algorithm 2 Pseudo-código do Quadrado Mágico por força bruta

```
function FORCA_BRUTA(i)
    if solucao ja impressa then                                ▷
        retorna
    end if

    if possivel solucao construida then
        testa se solucao viavel
        imprime solucao viavel
    end if
    for j : 1..tamanho do vetor do
        if numero nao usado then

            vetor[i] ← numero nao usado
            marca numero como usado
            forca_bruta(i + 1)
            marca numero como nao usado
        end if
    end for
end function
```

A aplicação do método de força bruta apresenta um alto custo computacional, que será discutido na seção 3.

Lado *n* ímpar

O quadrado de lado *n* ímpar aceita uma solução sequencial que apresenta um menor custo computacional. [WikiHow 2017]

Para se resolver um quadrado mágico de lado *n* ímpar, inicialmente deve-se preencher a casa do meio da primeira linha com o valor 1.

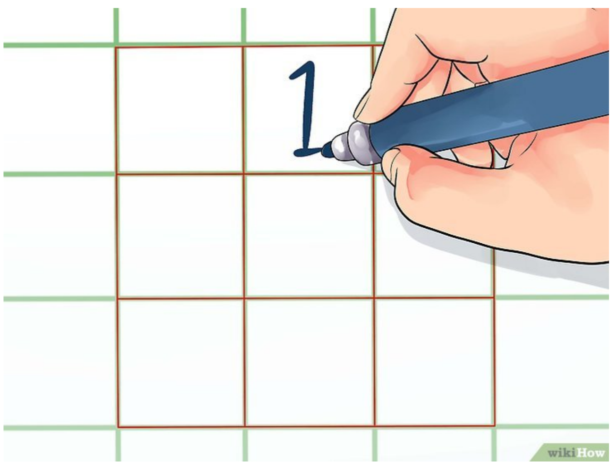

Figura 1. Passo inicial

Em seguida deve-se “andar” em um padrão de uma casa “para cima” e uma casa “para a direita”. Aqui vale ressaltar que ao chegar nas bordas do quadrado, deve-se continuar “do outro lado”, ou seja da última linha se pula para a primeira linha e da última coluna se pula para a primeira coluna.

Ao chegar na casa de destino, se ela estiver vazia, recebe o próximo número da sequência (2, 3, 4...).

Se a casa estiver cheia, ou seja, já possuir um número, deve-se voltar a casa de partida e colocar o próximo número da sequência na casa imediatamente abaixo.

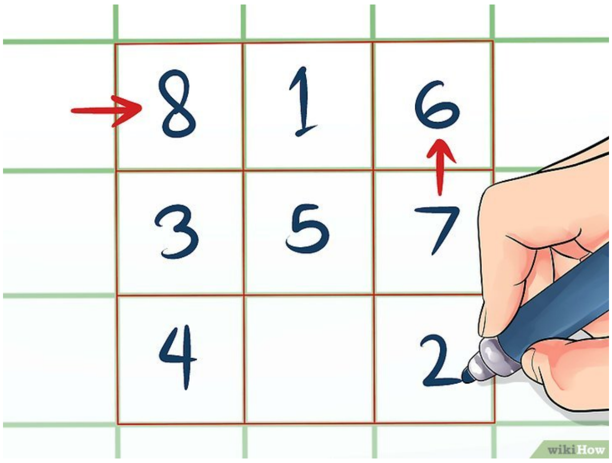

Figura 2. Passo sequencial

3. Análise Experimental

Foram realizados testes para se averiguar o funcionamento dos métodos implementados para a solução dos problemas propostos.

Soma Máxima

Foram testados as seguintes entradas e suas respectivas saídas:

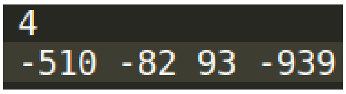

Figura 3. Entrada n = 4

Figura 4. Saída n = 4

Figura 5. Entrada n = 9

Figura 6. Saída n = 9

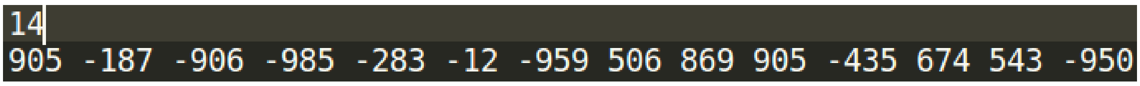

Figura 7. Entrada n = 14

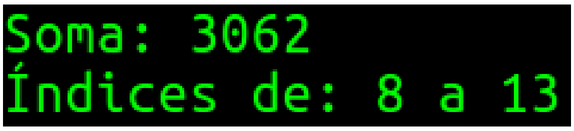

Figura 8. Saída n = 14

Quadrado Mágico

Foram executados testes para os quadrados de lado 3, 4 e 5. Entretanto, o teste para o quadrado de lado 4, por se tratar do método de força bruta, levou aproximadamente 23h para ser realizado.

O problema do quadrado mágico é de natureza n-p completo quando se usa o método de força bruta, daí sua dificuldade e alto tempo de execução.

15	15	15	15	15
15	8	1	6	15
15	3	5	7	15
15	4	9	2	15
15	15	15	15	15

Figura 9. Quadrado n = 3

34	34	34	34	34	34
34	1	14	15	4	34
34	12	7	6	9	34
34	8	11	10	5	34
34	13	2	3	16	34
34	34	34	34	34	34

Figura 10. Quadrado n = 4

65	65	65	65	65	65	65
65	17	24	1	8	15	65
65	23	5	7	14	16	65
65	4	6	13	20	22	65
65	10	12	19	21	3	65
65	11	18	25	2	9	65
65	65	65	65	65	65	65

Figura 11. Quadrado n = 5

Referências

WikiHow (2017). WikiHow: how to solve a magic square.