

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

DCC111 – MATEMÁTICA DISCRETA

Professor Antônio Alfredo Ferreira Loureiro

Trabalho Prático

Aluno: Yuri Alexandre dos Santos

Data: 31 de outubro de 2017

SOMA MÁXIMA

O programa ora apresentado pretende encontrar a n-upla cujos elementos têm a maior soma possível que pode ser formada a partir da extração de n números sequenciais de um dado vetor com x números positivos, negativos ou nulos (com n variando de 1 a x).

Para resolver o problema proposto pela atividade, foram consideradas as seguintes asserções:

1. O resultado do somatório de uma sequência de números positivos, quando adicionado ao resultado do somatório de uma sequência de números negativos terá resultado positivo se o módulo do primeiro resultado for maior que o segundo;
2. Sempre que uma sequência de números positivos for seguida de uma sequência de números negativos, a sequência de números negativos somente será considerada para a resolução do problema se a soma da sequência de números positivos posteriores a ela compensar o decréscimo.

A resolução ora apresentada resolve o problema conforme o exposto a seguir.

O programa avalia se um termo da sequência informada pelo usuário é menor que zero. Se for menor que zero, o programa atualiza o valor da variável "indiceMenorAux" para indicar o índice do próximo número da sequência a ser avaliado e atribui à variável "soma" o valor zero. O número guardado em "indiceMenorAux" somente será alterado se houver uma soma maior que a avaliada até então, e será este número que indicará o valor do índice do primeiro termo da sequência de números que serão somados a seguir.

Se for maior que zero, o programa atualiza o valor da variável “soma”, somando o que nela estiver armazenado ao valor do número avaliado.

Na sequência, o programa avalia se o valor guardado em “soma” é maior que o valor guardado em “somaMax”. Se for, este valor será considerado o valor da soma máxima até o momento em que aquele número foi avaliado, considerando como índice do último número da sequência o índice do número que está sendo avaliado.

O programa repete todos estes passos até que todos os números que compõem o vetor sejam avaliados, a partir da utilização do comando “for”.

Em síntese, o que o programa faz é:

1. O programa soma os números que compõem o vetor, a partir do primeiro termo;
2. Inicialmente, o programa avalia se o primeiro termo é menor que zero
3. Se não for, o programa guarda a soma do número com o novo número em uma variável de nome “soma”, cujo valor inicial (antes de o programa começar a executar o processo de soma) é igual a zero;
4. Se o próximo número a ser avaliado for menor que zero, o valor da variável “soma” é zerado e o índice do número seguinte àquele é anotado como o primeiro índice do primeiro número que inaugurará a próxima sequência, na variável “indiceMenorAux”;
5. Sempre que a soma entre o resultado da sequência anterior e o próximo termo maior que ou igual a zero tem um resultado maior ou igual a zero, o novo valor é guardado como maior valor obtido até então em uma variável;
6. Sempre que a soma entre o resultado da sequência vigente e o próximo termo tem um resultado menor que zero, o valor armazenado em “soma” é zerado e a contagem recomeça;
7. Se não houver soma maior que a verificada até o momento em que “soma” for zerada, então a soma máxima será aquela obtida até o último valor positivo anterior ao negativo que está em avaliação, armazenada na variável “somaMax”.

QUADRADO MÁGICO

O programa apresentado gera quadrados mágicos de lado n , sendo que n pode ser igual a 3, 4 ou cinco. Os quadrados são representados por matrizes quadradas de n linhas por n colunas.

Como o exercício não exigiu que o programa recebesse qualquer entrada, o programa apresentado apenas imprime na tela: o número de linhas (que é igual ao número de colunas) da matriz de $n=3$, o valor da soma de cada linha, coluna e diagonal da matriz de $n=3$ e a matriz correspondente. Na sequência, faz o mesmo para as matrizes de $n=4$ e de $n=5$.

A ideia para resolver o problema consistiu em gerar soluções que dependam dos índices de cada elemento da matriz.

A primeira linha de uma matriz A n por n contém n elementos que vão de A_{11} até A_{1n} . A n -ésima linha da mesma matriz contém n elementos que vão de A_{n1} até A_{nn} . Da mesma forma, a primeira coluna da matriz contém n elementos que vão de A_{11} a A_{n1} , e a última contém n elementos de A_{n1} até A_{nn} .

Vale ressaltar que a soma de cada linha, coluna e diagonal deverá ser necessariamente igual a $((n^2+1)/2)n$. Assim, se $n=3$, a soma é 15, se $n=4$, a soma é 34 e se $n=5$, a soma é 65.

A solução para as matrizes de n ímpar (3 ou 5) é a mesma: o número a ser colocado em cada posição, de modo a formar um quadrado mágico, pode ser calculado pela seguinte fórmula, utilizada no programa:

$$(N*((i+k+1+(N/2))\%N)+((i+1+(2*(k+1))-2)\%N) + 1$$

Nesta fórmula, N representa o número de linhas e de colunas da matriz, enquanto $i+1$ representa o número da linha e $k+1$ representa o número da coluna.

A fórmula reflete os fatos de que o maior número deverá estar na posição oposta ao menor, o segundo maior deverá estar na posição oposta ao segundo menor, assim em diante. O menor e o maior números deverão estar sempre nas extremidades da linha ou da coluna em que está o termo do meio da matriz, que será o maior inteiro posterior ao número que constitui o resultado da divisão $N/2$.

A fórmula distribui os números segundo este critério ao longo da matriz.

Para a matriz de $n=4$, a solução considerou a criação de uma matriz 4×4 preenchida com zeros e uns da seguinte forma:

```
1 0 0 1
0 1 1 0
0 1 1 0
1 0 0 1
(matrizAuxiliar)
```

Onde a matriz está preenchida com 1, o programa substitui o resultado na matriz final pelo valor correspondente da seguinte matriz:

```
01 02 03 04
05 06 07 08
09 10 11 12
13 14 15 16
(Matriz 1)
```

Onde a matriz está preenchida com 0, o programa substitui o resultado na matriz final pelo valor correspondente da seguinte matriz:

```
16 15 14 13
12 11 10 09
08 07 06 05
04 03 02 01
(Matriz 2)
```

Apesar disso, o programa não gera, efetivamente, estas duas últimas matrizes, fazendo-o somente com a primeira (compostas de zeros e uns). Para calcular os termos correspondentes, considere que existe uma relação, em cada uma destas duas últimas matrizes, entre o número nelas representado e seus respectivos índices, de acordo com a posição que ocupam na matriz. No programa, esta relação é expressa pela seguinte expressão:

```
if (matrizAuxiliar[i][k] == 1) {matriz[i][k] = i + k + aux;}
if (matrizAuxiliar[i][k] == 0) {matriz[i][k] = (N*N) - (i+k+aux-1);}
```

Neste trecho, à variável “aux” é inicialmente atribuído o valor 1, sendo que, a cada iteração do “for” que contém os dois comandos “if” evidenciados acima, o valor de aux é acrescido de N-1 unidades, sendo que N representa o número de linhas e de colunas do quadrado mágico. Também neste caso, i representa o número da linha e k o número da coluna.

É se de notar que, na Matriz 1, todos os números da primeira linha podem ser obtidos se se adicionar o índice relativo ao número da coluna ao número relativo ao número da linha e ao valor de aux (no caso, 1). Neste caso, é preciso considerar que o primeiro elemento da Matriz 1 tem índices 0 (linha número 0) e 0 (coluna número zero). Assim, $1 = 0 + 0 + 1$. O mesmo acontece com o segundo item ($2 = 0 + 1 + 1$) e com os demais, até o fim da linha.

Ao mudar de linha, tem-se que o primeiro elemento (05) pode ser obtido a partir da mesma soma anterior, sendo que, neste caso, o valor correspondente a aux deverá ser acrescido de três unidades. Assim, $5 = 1 + 0 + 4$, $6 = 1 + 1 + 4$ e assim sucessivamente. Nota-se

que o valor de aux deverá ser acrescido de três unidades em cada linha.

No caso da Matriz 2, os valores podem ser gerados a partir da subtração entre $N \times N$ (que corresponde a n^2) e a soma entre: os índices do termo (número da linha e número da coluna), a variável aux menos 1. Assim, na primeira linha, $16 = 16 - (0 + 0 + 1 - 1)$, $15 = 16 - (0 + 1 + 1 - 1)$ e assim sucessivamente. Na segunda linha, o valor de aux deverá ser acrescido de três unidades, e assim também sucessivamente.

FONTES DE CONSULTA

Os seguintes sítios eletrônicos foram consultados para auxiliar na resolução deste exercício:

1. Apresentação de Slides “Análise de Algoritmos”, de autoria da professora Cristina Gomes Fernandes, da Universidade de São Paulo, disponível em https://www.ime.usp.br/~cris/aulas/11_1_338/slides/aula5.pdf. Acessado pela última vez em 31 out. 2017.
2. Verbete “Magic Square”, da Wikipedia, disponível em https://en.wikipedia.org/wiki/Magic_square. Acessado pela última vez em 31 out. 2017.