Lista 3: Fundamentos Estatísticos para Ciência dos Dados

Ricardo Pagoto Marinho

16 de março de 2018

1. - $P(A^C) = 1 - P(A)$
     Seja $P(A) = q$ e A^C os elementos que estão em Ω mas não em A. Logo, $A^C = \Omega - A$, então $P(A^C) = P(\Omega) - P(A) = 1 - P(A)$.
   - Sabe-se que $P(A) = 1$ e $\forall$ A $\subset A$, P($\Sigma \cup$A)=1. Logo, $0 \leq P(A) \leq 1$
   - Suponha que $A_1 \subset A_2$ e $P(A_1) > P(A_2)$. Logo, dentro do experimento, existem mais possibilidades de aparecer um elemento de A_1 do que de A_2. Portanto, $A_1 > A_2$. Absurdo, já que $A_1 \subset A_2$.
   - Seja A_i uma coleção de conjuntos de A. $P(\cup_{n=1}^{\infty} A_i)$ cai em dois casos:
     - caso 1: Todos $A_i s$ são disjuntos. Portanto, $P(\cup_{n=1}^{\infty} A_i) = \sum_{n=1}^{\infty} A_i$
     - caso 2: Alguns A_i se intersectam. Neste caso, deve-se tirar a probabilidade $P(A_i \cap A_{i+1})$ para os A_i e A_{i+1} tais que $A_i \cap A_{i+1} \neq \emptyset$. Logo $P(\cup_{n=1}^{\infty} A_i) < \sum_{n=1}^{\infty} A_i$
       Portanto $P(\cup_{n=1}^{\infty} A_i) \leq \sum_{n=1}^{\infty} A_i$.
   - $P(A \cup B)$ é a probabilidade de um item selecionado estiver em A ou B. C ontudo, caso $A \cap B \neq \emptyset$, a soma das probabilidades somará duas vezes os itens que estão em $A \cap B$. Logo, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
2. - V
   - V
   - F
   - F
   - F
   - V
   - V
   - V
3. O contrário não pode ser dito.
   $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$, caso $A \supset B$, $P(B \cap A) = P(B)$ e $P(B|A) = \frac{P(B)}{P(A)}$. Como $0 \leq P(A) \leq 1$, $\frac{P(B)}{P(A)} \geq P(B)$.
4. Essas probabilidades podem ser obtidas observando os pacientes ao longo de um ano e contabiliza os pacientes que se mantiveram vivos e os que não sobreviveram ao período.
5. - Significa que, quanto maior a taxa, mais confiável fica o teste, logo todos os positivos serão flagrados.

- A afirmação diz que quanto maior a sensibilidade, mais confiável o teste se torna.
- *Recall* é proporção de pacientes que o teste foi positivo e ele realmente estava doente.

6. To do.

7.
    - F
    - F
    - F
    - V

8. Para mostrar que um evento é independente de outro, temos que mostrar que $P(A|B) = P(A) \times P(B)$. Como $P(A) = 0$, $P(A|B) = 0 \times P(B) = 0, \forall B$, logo A é independente de qualquer B quando $P(A) = 0$.

   Sim, intuitivamente faz sentido, já que se não existe a possibilidade de A, os eventos seguintes não vão sofrer nenhuma influência dele.

9. $P(A|A) = P(A) \times P(A) \longleftrightarrow P(A) = 1 \ ou \ P(A) = 0$.