

Poderación

- (1-3)Parciales ---□ 40%
- Laboratorio ----□ 15%
- Proyecto -----□ 35%
- Práctica+Asistencia□ 10%

SISTEMAS DIGITALES

Prof. Carlos Ávila M. Jr.
2011





Representación Numericas

- Existen dos maneras de representar el valor numérico de las cantidades:
 - La analógica
 - La digitales



Representación Analógica

- Una cantidad se denota por medio de otra que es proporcional a la primera.
- Por ejemplo, el velocímetro de un auto, la deflexión de la aguja es proporcional a la velocidad a la que se desplaza el auto.
- Otro ejemplo, el termostato de una habitación, en el cual la flexión de la banda bimetálica es proporcional a la temperatura del cuarto.



Representación Analógica

- Las cantidades analógicas como se citaron anteriormente tienen una característica importante: pueden variar gradualmente sobre un intervalo continuo de valores.
- La velocidad del automóvil puede tener cualquier valor entre cero y, por decir algo, 100Km/h.



Representación Digitales

- Las cantidades no se denotan por valores proporcionales, sino por símbolos denominado dígitos.
- Ejemplo, consideremos el reloj (o cronometro) digital, el cual da la hora en forma de dígito decimales que representan horas y minutos (y algunas veces segundo). Como se sabe, la hora varia continuamente, pero la lectura del cronometro digital no cambia de la misma manera; en su lugar lo hace en etapa de uno por uno minuto (o por segundo).



Representación Digitales

- En otras palabras, esta representación digital de la hora varia en etapas discretas, en comparación con la representación analógica de la hora que da un reloj de pulso, donde la lectura del cuadrante varia continuamente.



Representación Numericas

- La diferencia principal entre las cantidades analógicas y las digitales se puede enunciar en forma simple de la manera siguiente:
- Analógica = continuo
- Digital = discreto (paso a paso)



SISTEMAS NUMERICOS

Un Sistema Numérico es un conjunto de dígitos utilizados para representar cantidades.

Un Dígito es un símbolo o carácter que es utilizado por un Sistema Numérico.

Ejemplo de Dígitos:

157 en el sistema decimal (de **base 10**) se compone de los dígitos **1**, **5** y **7**

Los sistemas de numeración que poseen una base deben cumplir con la notación posicional, es decir, la posición de cada número le da un valor o peso

005

50

500

5000

etc.



SISTEMAS NUMERICOS

- **Sistema Decimal**
 - Base 10
 - Utiliza 10 dígitos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)
 - Ejemplo: 10359

 - **Sistema Binario**
 - Base 2
 - Utiliza 2 dígitos (0, 1)
 - Ejemplo: 10110_b

 - **Sistema Hexadecimal**
 - Base 16
 - Utiliza 16 dígitos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F)
 - Ejemplo: 1F7D3H
 - Se utiliza para simplificar la notación binaria
-



SISTEMAS NUMERICOS

- Sistema Octal

- Base 8
- Utiliza 8 dígitos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)
- Ejemplo: 559



SISTEMAS NUMERICOS

Binario -> Decimal

Conversión BINARIO -> DECIMAL

Sumar los valores representativos de cada columna, de **derecha a izquierda**. Un **1** en la **primera** columna vale **1**. Un **1** en cada una de las siguientes columnas representa el **doble** que la anterior.

Ejemplo:

1 0 0 1 1_b → Si cada columna representa el doble que la anterior, entonces:

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2048	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1



SISTEMAS NUMERICOS

Binario -> Decimal

+ Ejemplos

1 0 0 1 1_b

16 0 0 2 1 \longrightarrow **16 + 2 + 1 = 19**

1 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0

8 + 16 + 256 + 2048 + 4096 = 6424

1 1 1 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1

= 7577



SISTEMAS NUMERICOS

Decimal -> Binario

Dividir por 2 sucesivamente el valor a convertir hasta llegar a **cero**. Cuando exista residuo, poner un **1**, cuando la división sea exacta, poner un **0**. Finalmente, tomar los residuos de Abajo hacia arriba. Este será nuestro número binario.

Ejemplo: Convertir **25** a su equivalente en **binario**

$$25 / 2 = 12.5 - \text{residuo} = 1$$

$$12 / 2 = 6 - \text{residuo} = 0$$

$$6 / 2 = 3 - \text{residuo} = 0$$

$$3 / 2 = 1.5 - \text{residuo} = 1$$

$$1 / 2 = 0.5 - \text{residuo} = 1$$

0

$$25 = 11001_b$$



SISTEMAS NUMERICOS

Decimal -> Binario

Convertir 7053 a binario:

7053 **1** → 13

3526 **0** 6 **1**

1763 **1** 3 **0**

881 **1** 1 **1**

440 **0** 0

220 **0**

110 **0**

55 **1**

27 **1**

7053 = 1 1 0 1 1 1 0 0 0 1 1 0 1_b



SISTEMAS NUMERICOS

Binario -> Hexadecimal

BINARIO	HEXADECIMAL	DECIMAL
0000	0	0
0001	1	1
0010	2	2
0011	3	3
0100	4	4
0101	5	5
0110	6	6
0111	7	7
1000	8	8
1001	9	9
1010	A	10
1011	B	11
1100	C	12
1101	D	13
1110	E	14
1111	F	15



SISTEMAS NUMERICOS

Binario -> Hexadecimal

Se hacen grupos de **4 bits**, empezando de **derecha a izquierda**. Si en el último grupo faltan dígitos, se rellena con **ceros**. Finalmente, cada grupo se convierte a su equivalente en Hexadecimal.

Convertir **1 1 0 1 0 1 1_b** a Hexadecimal

1. **0 1 1 0 1 0 1 1** (Se completa con un **ceros**)

2. **6 B**

1 1 0 1 0 1 1_b = 6B_h



SISTEMAS NUMERICOS

Binario -> Hexadecimal

Convertir

1 1 1 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1b

A hexadecimal

1. 0001 1101 1001 1001

2. 1 D 9 9

1110110011001_b = 1D99_H



SISTEMAS NUMERICOS

Hexadecimal -> Binario

Cada dígito **Hexadecimal** se convierte en su equivalente a **Binario**, haciendo grupos de **4 dígitos binarios**. Si faltan dígitos, se completa con **ceros**.

Convertir **99D1_H** a **binario**

1001 1001 1101 0001 (Se completa con **cero**)

99D1_h = 1001100111010001_b



SISTEMAS NUMERICOS

Octal -> Decimal

Este sistema tiene una base de ocho: 0,1,2,3,4,5,6,7. De esta manera, cada Dígito de un número octal puede tener cualquier valor de 0 a 7. Las posiciones de los dígitos son las siguientes

..... **$8^4 8^3 8^2 8^1 8^0$** . **$8^{-1} 8^{-2} 8^{-3} 8^{-4}$**

Convertir **372_8** a **decimal**

$$\begin{aligned} 372_8 &= 3 \times (8^2) + 7 \times (8^1) + 2 \times (8^0) \\ &= 3 \times 64 + 7 \times 8 + 2 \times 1 \\ &= 250_{10} \end{aligned}$$



SISTEMAS NUMERICOS

Octal -> Decimal

Consideremos otro ejemplo

Convertir **24.6₈** a **decimal**

$$24.6_8 = 2 \times (8^1) + 4 \times (8^0) + 6 \times (8^{-1})$$

$$= 20.75_{10}$$

SISTEMAS NUMERICOS

Octal -> Decimal

- ***Convertir 731.17***
- **$731.17 = 7 * (8^2) + 3 * (8^1) + 1 * (8^0)$**
- **$= 448 + 24 + 1$**
- **$= 473$**
- ***Parte fraccionaria***
- **$1 * (8^{-1}) + 7 * (8^{-2})$**
- **$0.125 + 0.109375 = 0.234375$**
- **$= 473.234375$**



SISTEMAS NUMERICOS

Decimal -> Octal

Convertir 266 a octal:

266 **33+residuo 2**

33 **4+ residuo 1**

4 **0 + residuo 4**

$$266_{10} = 412_8$$

SISTEMAS NUMERICOS

Decimal -> Octal

☐ **Convertir 323.625**

<input type="checkbox"/>	<i>Cociente</i>	<i>Residuo</i>
<input type="checkbox"/> 323	40	3
<input type="checkbox"/> 40	5	0
<input type="checkbox"/> 5	0	5

☐ **Parte Fraccionaria**

☐ **.625 * 8 = 5**

☐ **503.5**



SISTEMAS NUMERICOS

Octal -> Binario

Cada dígito **Octal** se convierte en su equivalente a **Binario**, haciendo grupos de **3 dígitos binarios**. Si faltan dígitos, se completa con **ceros**.

Convertir **472₈** a **binario**

100 111 010

5431₈ = 101100011001_b



SISTEMAS NUMERICOS

Binario -> Octal

Cada dígito **Binario**, se convierte en su equivalente a **Octal**, haciendo grupos de **3 dígitos binarios**. Si faltan dígitos, se completa con **ceros**.

Convertir **Binario a Octal**

100 111 010 = 472₈

101100011001_b = 5431₈

SUMA BINARIA

1. 110100 + 10000=

2. 10010 + 101=

3. 1011 + 111=

4. 10111 + 11011 + 10111=

1-1000100

2-10111

3-10010

4-1001001

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0 y
llevo 1

RESTA BINARIA

1. $1100 - 1011 =$

2. $11001 - 10100 =$

3. $111110111 - 111001 =$

4. $1010111 - 11011 - 10011 =$

Solución

5. 0001

6. 00101

7. 110111110

8. 101001

0-0= 0
1-0= 1
1-1= 0
0-1= 1 y devuelvo 1

División Binaria

1. $1100 / 100 =$
2. $1100 / 011 =$
3. $1010 / 10 =$
4. $100101 / 101 =$
5. $1100101 / 10 =$

Sol

6. **11**
7. **100**
8. **101**
9. **0111**
10. **110010**

Multiplicación Binaria

1. 11011 X 101 = 10000111

2. 1101 X 1011 = 10001111

Multiplicar



0 x 0 = 0
0 x 1 = 0
1 x 0 = 0
1 x 1 = 1

Ejercicios

- **Decimal a Binarios** – 2 formas de hacerlo
 - $259 = 100000011$
- **Binario a Decimal**
 - $1100000001b \rightarrow \text{Decimal} = 770$
- **Decimal a Hex**
 - $1735 = 6C7$
- **Hex a Decimal**
 - $140 = 8C$



Ejercicio

Convertir:

378_H -> Decimal

3020_H -> Binario

11010 -> Binario

8193 -> Hexadecimal

1100000000_b -> Decimal

4074 -> Hexadecimal

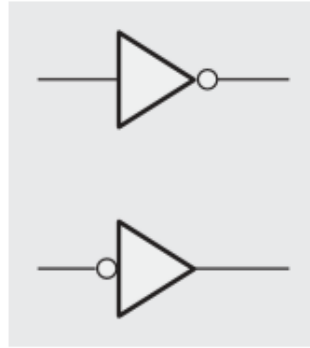
PUERTA LÓGICAS

- Este capítulo hace énfasis en el funcionamiento lógico, las aplicaciones y la localización de averías de las puertas lógicas. Se cubre la relación entre las formas de onda de entrada y de salida de una puerta utilizando los diagramas de tiempos.

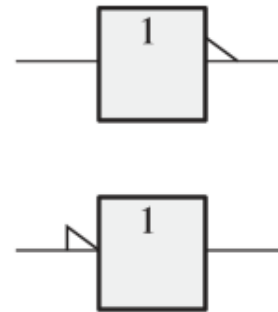
Puertas Lógicas

- El inversor (circuito NOT) realiza la operación denominada ***inversión*** o ***complementación***.
- En la Figura 3.1 se muestran los símbolos lógicos estándar del inversor. La parte (a) muestra los símbolos distintivos, y la (b) muestra los símbolos rectangulares. En este texto se usan los símbolos distintivos; sin embargo, los símbolos rectangulares suelen encontrarse en las documentaciones industriales, por lo que debería familiarizarse con ellos. Los símbolos lógicos cumplen el estándar ANSI/IEEE 91–1984

Puerta NOT



(a) Símbolos distintivos con indicadores de negación.



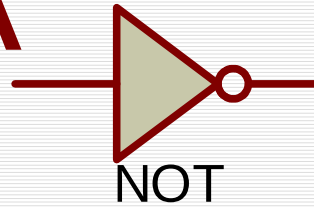
(b) Símbolos rectangulares con indicadores de polaridad.

Figura 3.1 Símbolos lógicos estándar de la puerta inversora (Estándar ANSI/IEEE 91–1984).

INVERSOR NOT

ENTRADA

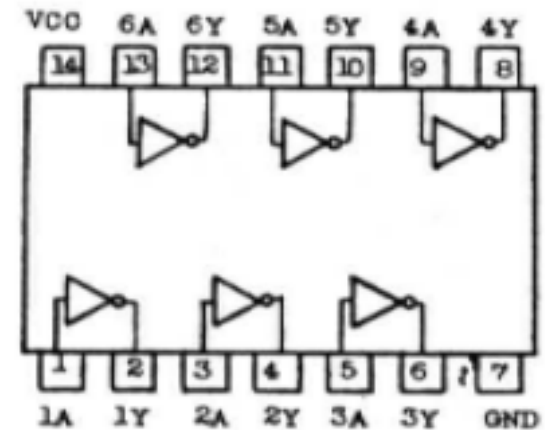
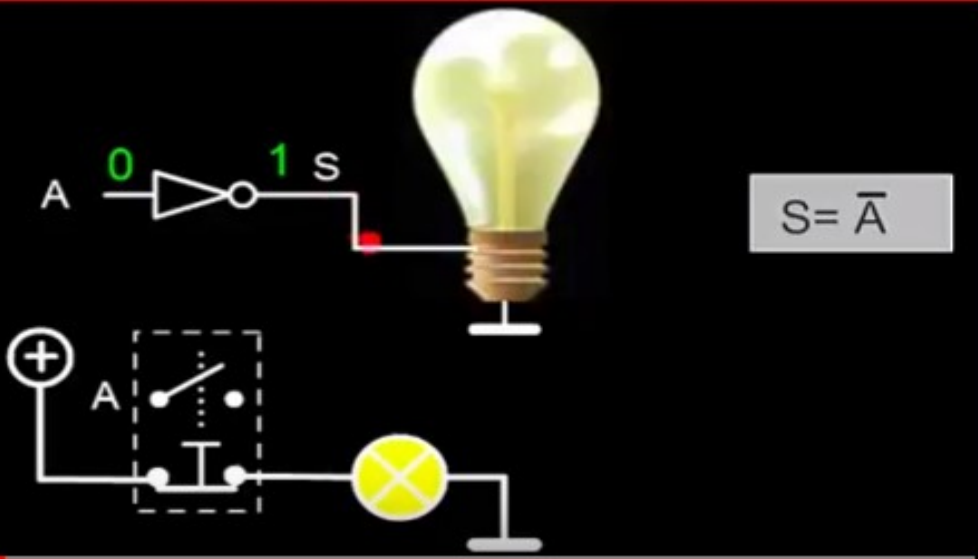
A



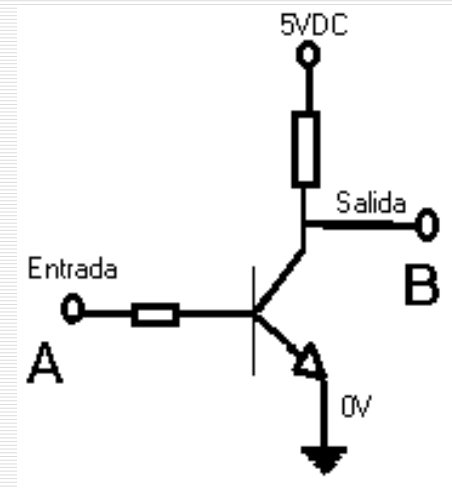
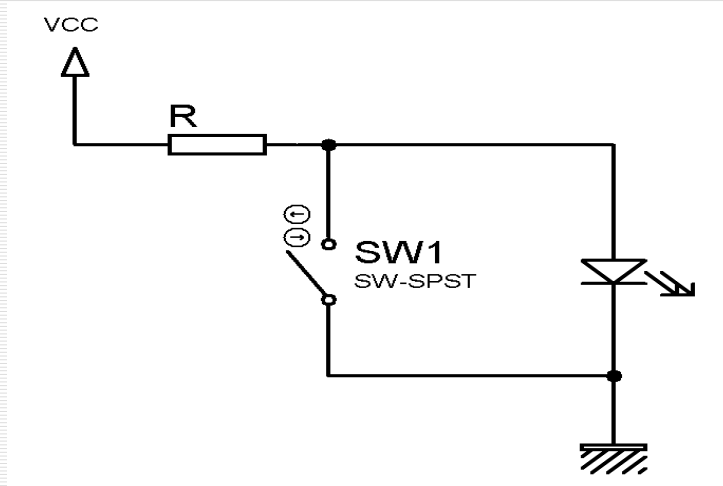
\bar{A}

SALIDA

A	S
0	1
1	0



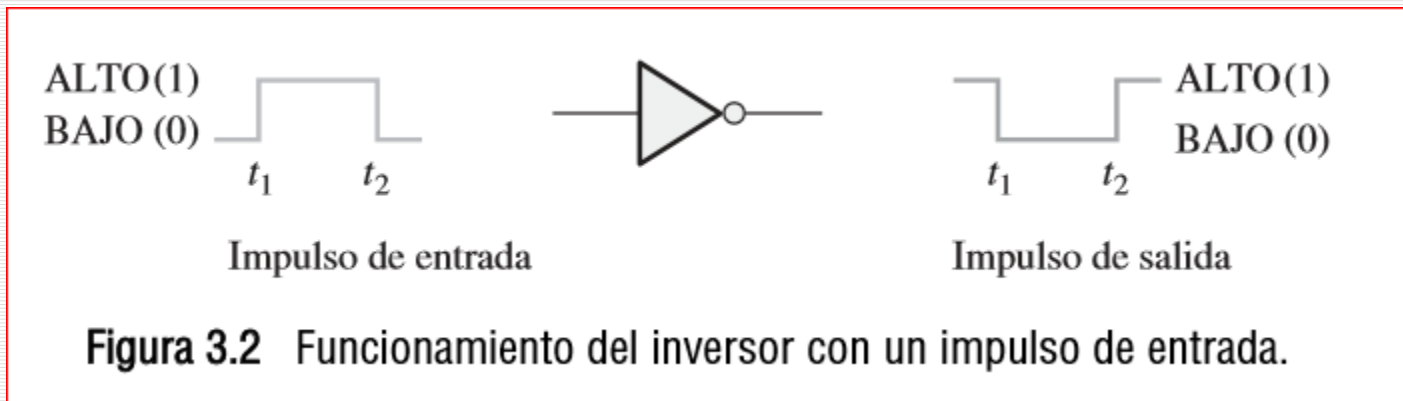
NOT (2)



Entrada (A)	Salida (B)
0	1
1	0

Funcionamiento del inversor

- La Figura 3.2 muestra la salida de un inversor para un impulso de entrada, donde t_1 y t_2 indican los puntos que corresponden a los impulsos de entrada y salida. Cuando la entrada está a nivel BAJO, la salida está a nivel ALTO; cuando la entrada está a nivel ALTO, la salida está a nivel BAJO, lo que da lugar a un impulso de salida invertido.



Diagramas de tiempos

- Un diagrama de tiempos o cronograma es básicamente una gráfica que presenta de forma precisa las relaciones de dos o más formas de onda en función del tiempo.
- Los diagramas de tiempos son muy útiles para ilustrar las relaciones de las señales digitales de impulsos múltiples.

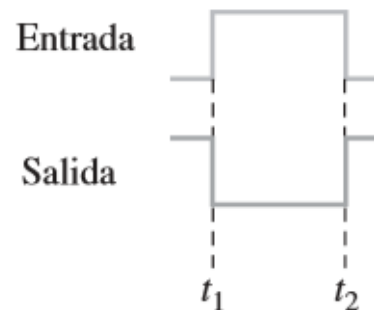
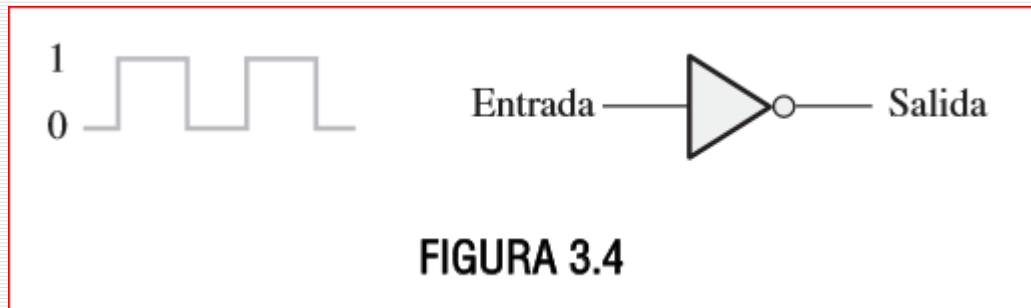


FIGURA 3.3 Diagrama de tiempos para el caso de la Figura 3.2.

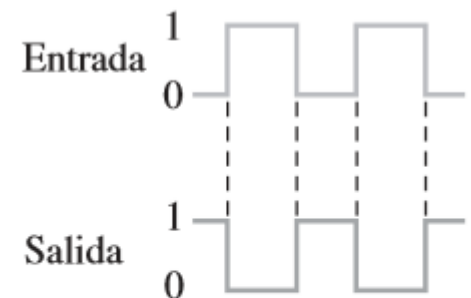
EJEMPLO 3.1

- Al inversor de la Figura 3.4 se le aplica una señal. Determinar la forma de onda de salida correspondiente a la entrada y dibujar el diagrama de tiempos. De acuerdo con el emplazamiento del círculo ¿cuál es el estado activo de salida?



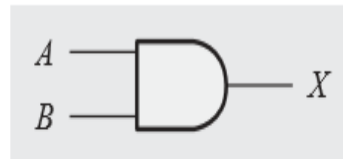
Pregunta:

Si el inversor tiene el indicador negativo (círculo) en la entrada en lugar de en la salida, ¿cómo afecta esto al diagrama de tiempos?

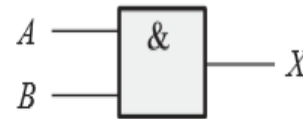


LA PUERTA AND

- La puerta AND es una de las puertas básicas con la que se construyen todas las funciones lógicas. Una puerta AND puede tener dos o más entradas y realiza la operación que se conoce como multiplicación lógica.



(a) Símbolo distintivo



(b) Símbolo rectangular, identificado mediante el carácter AND (&)

FIGURA 3.8 Símbolos lógicos estándar de la puerta AND con dos entradas (estándar ANSI/IEEE 91–1984).

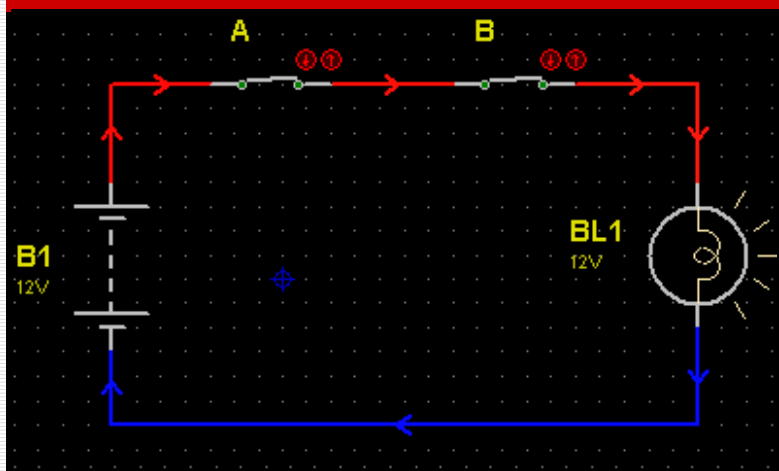
Tabla de verdad de la puerta AND

Entradas		Salida
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>X</i>
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1
1 = ALTO, 0 = BAJO		

TABLA 3.2 Tabla de verdad de una puerta AND de dos entradas.

- El número total de posibles combinaciones de entradas binarias a una puerta viene determinado por la siguiente fórmula:
Ecuación 3.1 $N = 2^n$
- donde N es el número de posibles combinaciones de entrada y n es el número de variables de entrada

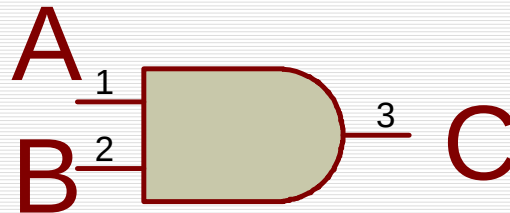
AND



Entrada 1 (A)	Entrada 2 (B)	Salida (C)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

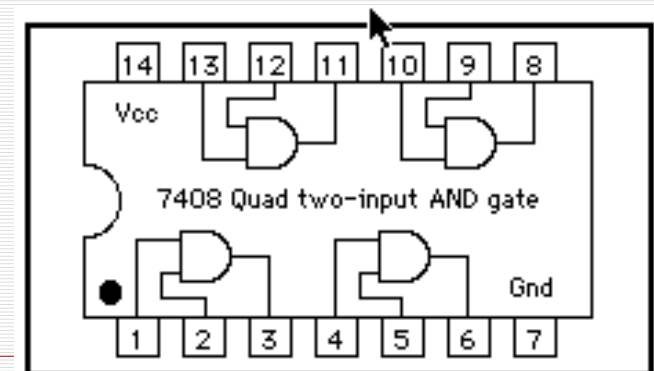
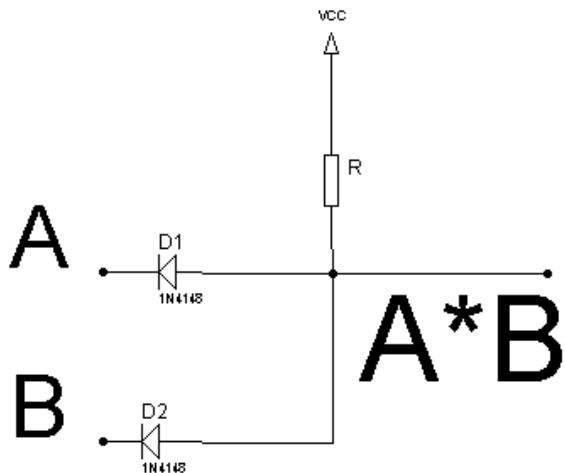
COMPUERTA LOGICA AND TODO O NADA

ENTRADAS



SALIDAS

$$C = A * B \quad (f \square a * b)$$



EJEMPLO 3.2

- (a) Desarrollar la tabla de verdad de una puerta AND de 3 entradas.
- (b) Determinar el número total de posibles combinaciones de entrada para una puerta AND de 4 entradas.

□ ***Solución***

Entradas		Salidas	
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>X</i>
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Funcionamiento con trenes de impulsos

- Como ya sabe, un diagrama de las señales de entrada y de salida en función del tiempo se llama diagrama de tiempos o cronograma.

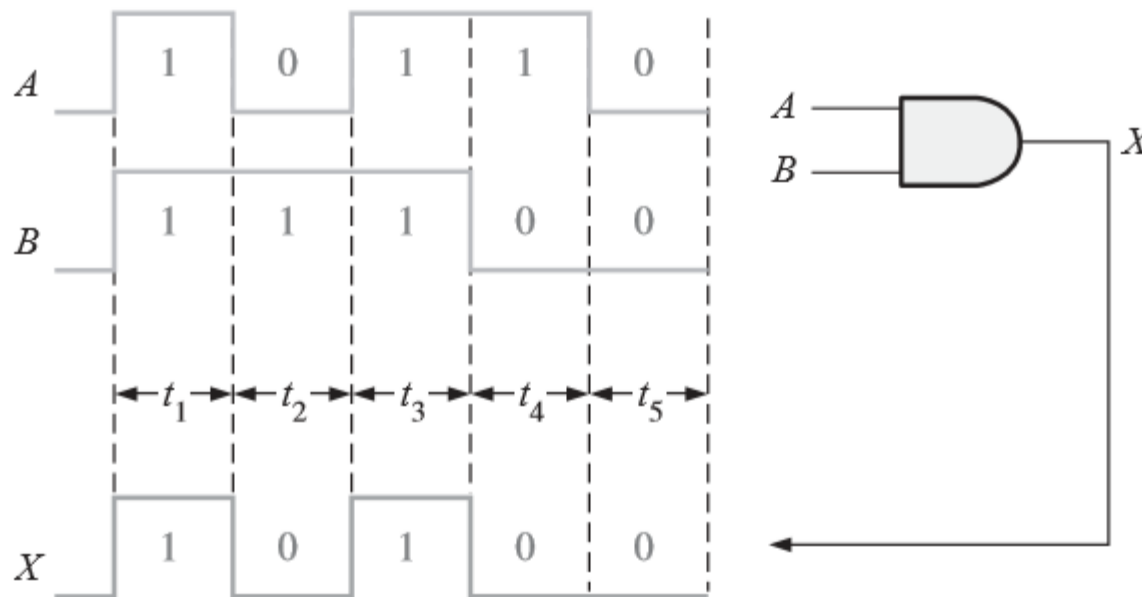
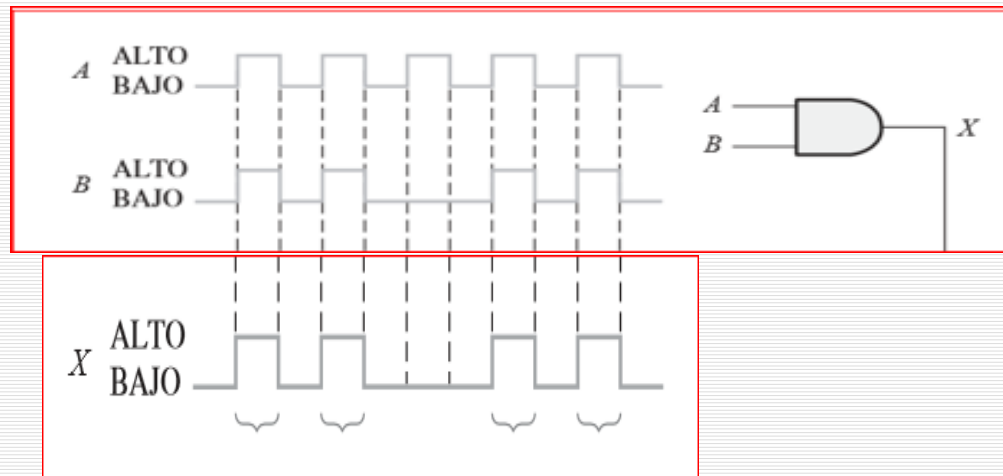


Figura 3.10 Ejemplo de funcionamiento de una puerta AND con trenes de impulsos, y cronograma que muestra las relaciones entre las entradas y la salida.

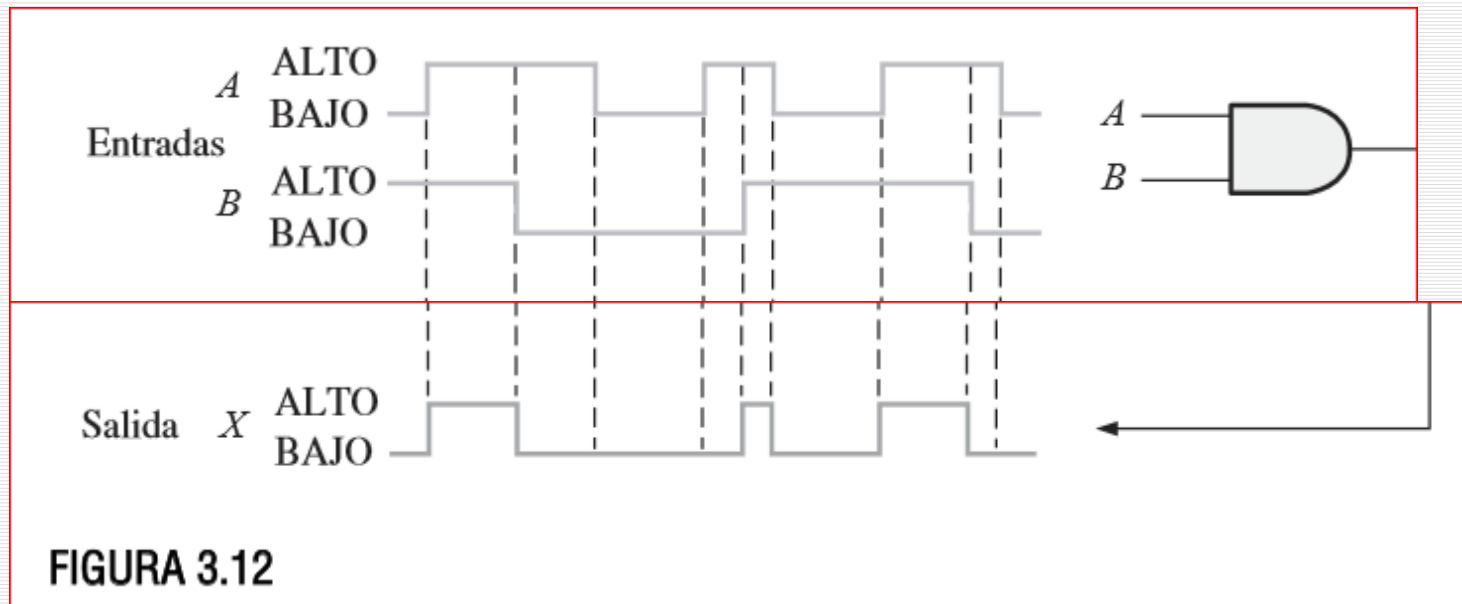
EJEMPLO 3.3

- Si se aplican las formas de onda A y B de la Figura 3.11 a las entradas de una puerta AND, ¿cuál es la forma de onda resultante de salida?



EJEMPLO 3.4

- Para las dos formas de onda de entrada, A y B, de la Figura 3.12, dibujar la onda de salida mostrando su relación con las entradas.



Expresiones lógicas para la puerta AND

$$X = AB$$

La Figura 3.14(a) muestra la puerta con las variables de entrada y de salida indicadas.

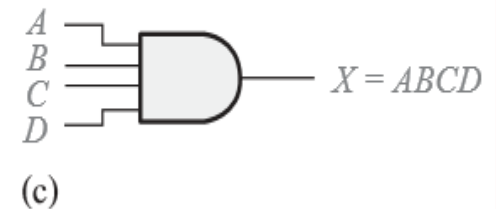
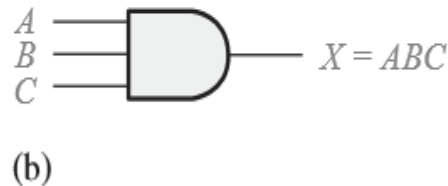
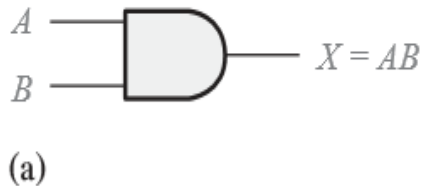
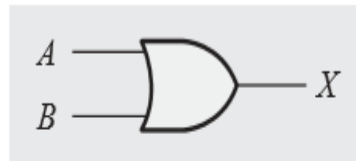


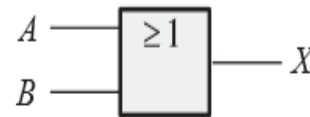
Figura 3.14 Expresión booleana para puertas AND con dos, tres y cuatro entradas.

LA PUERTA OR

- Una puerta OR puede tener dos o más entradas y realiza la operación que se conoce como suma lógica.



(a) Símbolo distintivo.



(b) Símbolo rectangular con el identificador OR (≥ 1).

FIGURA 3.17 Símbolos lógicos estándar de la puerta OR con dos entradas (Estándar ANSI/IEEE 91–1984).

Funcionamiento de la puerta OR

Entradas		Salida
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>X</i>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1
1 = ALTO, 0 = BAJO		

TABLA 3.5 Tabla de verdad para una puerta OR de dos entradas.

Funcionamiento con trenes de impulsos

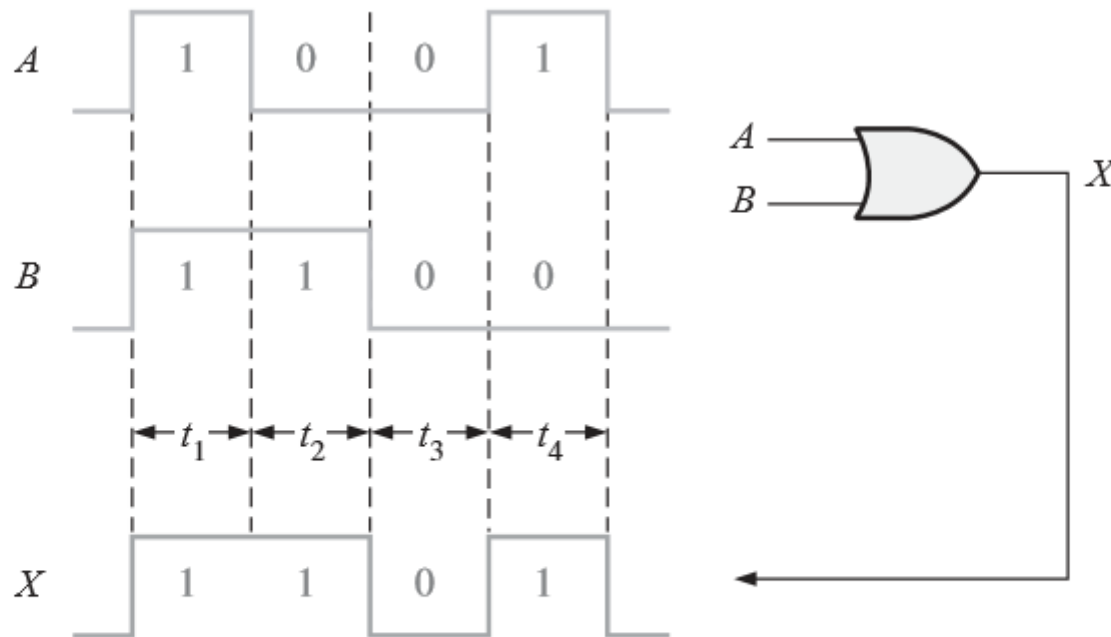
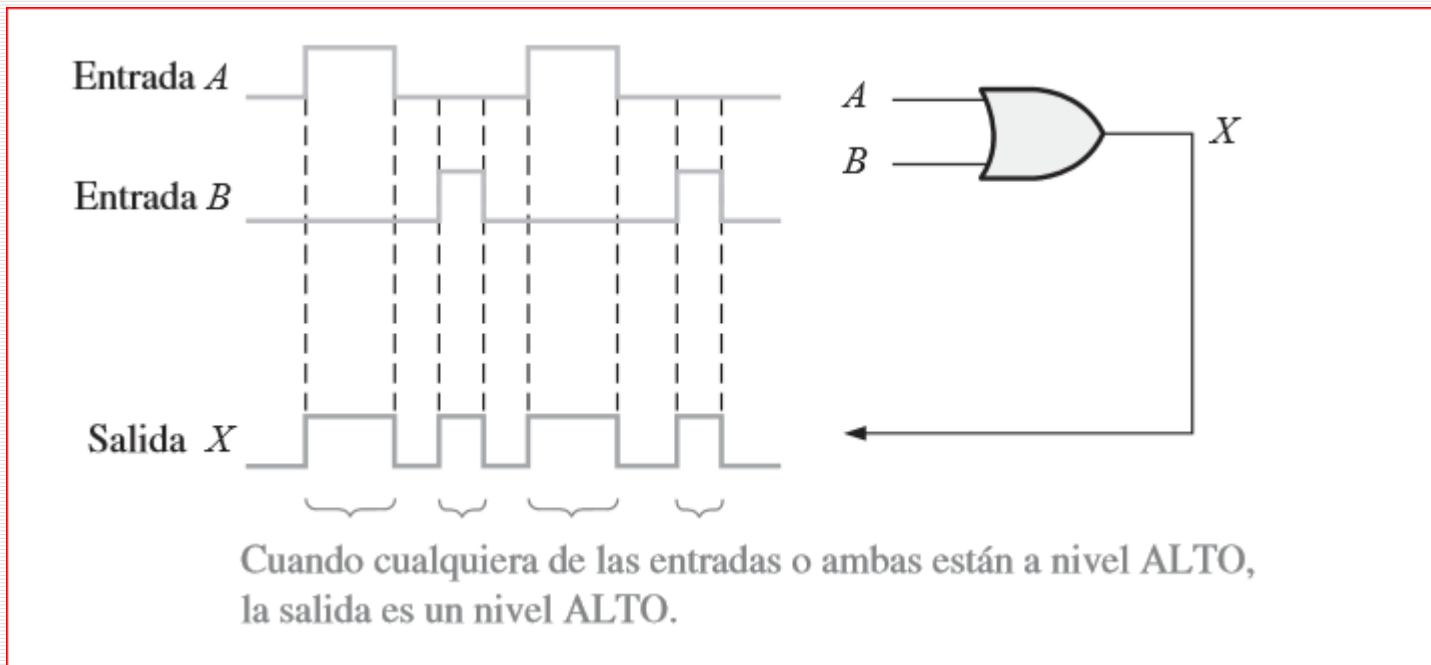


FIGURA 3.19 Ejemplo de funcionamiento de la puerta OR con trenes de impulsos junto con el cronograma que muestra la relación entre las entradas y la salida.

EJEMPLO 3.6

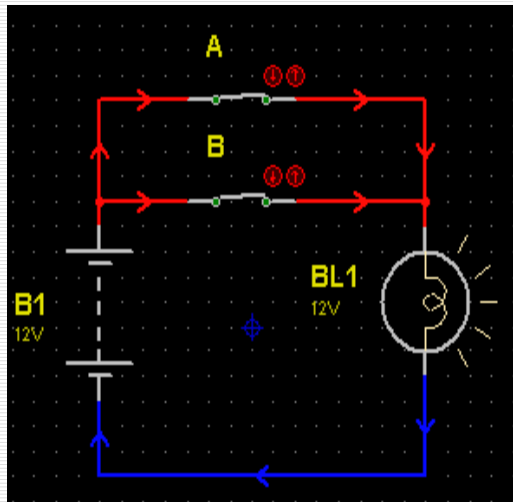
- Si se aplican las dos señales de entrada, A y B, de la Figura 3.20 a la puerta OR, ¿cuál es la señal de salida resultante?



Expresión Analítica

- Se puede describir esta relación mediante la siguiente expresión:

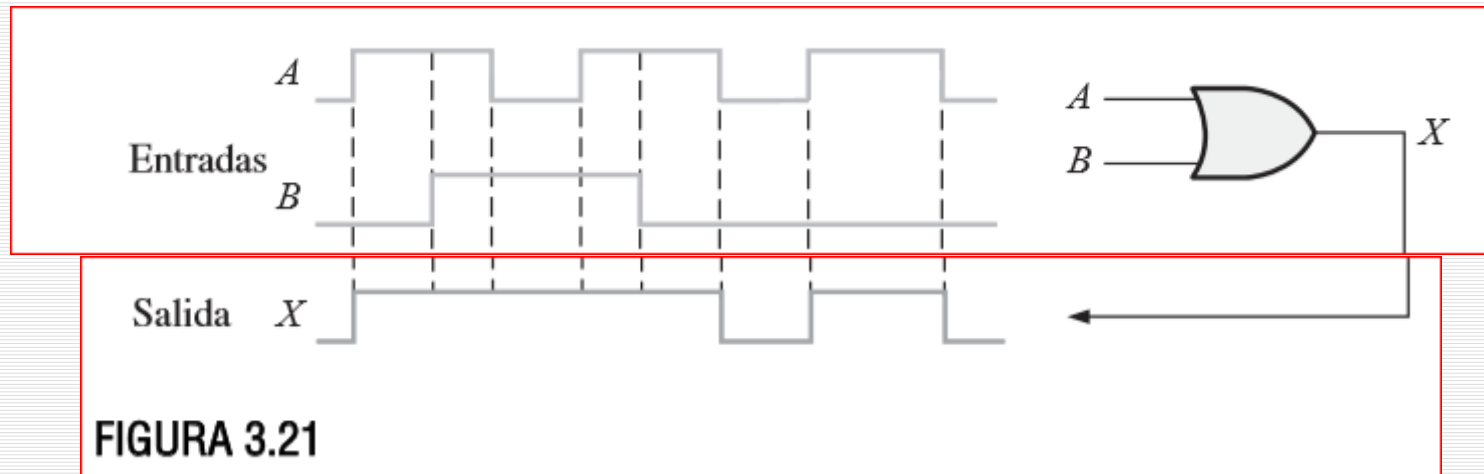
$$C = A + B$$



A	B	C=A+B
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

EJEMPLO 3.7

- Para las dos ondas de entrada, A y B, de la Figura 3.21, dibujar la onda de salida indicando su relación respecto a las entradas.

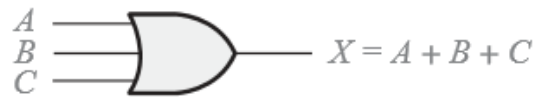


Expresiones lógicas de la puerta OR

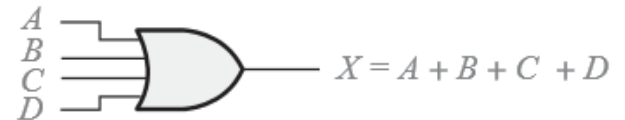
$$X = A + B$$



(a)



(b)

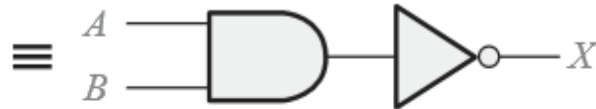
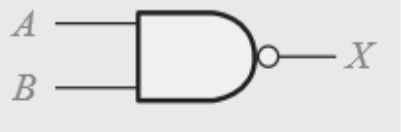


(c)

FIGURA 3.23 Expresiones booleanas de las puertas OR con dos, tres y cuatro entradas.

LA PUERTA NAND

- La puerta NAND es un elemento lógico popular, debido a que se puede utilizar como una puerta universal, es decir, las puertas NAND se pueden combinar para implementar las operaciones de las puertas AND, OR y del inversor.



(a) Símbolo distintivo, puerta NAND de dos entradas y su equivalente NOT/AND.

(b) Símbolo rectangular, puerta NAND de dos entradas con indicador de polaridad.

FIGURA 3.25 Símbolos lógicos estándar de la puerta NAND (ANSI-/IEEE 91-1984).

Funcionamiento de la puerta NAND

- La puerta NAND genera una salida a nivel BAJO sólo cuando todas las entradas están a nivel ALTO. Cuando cualquiera de las entradas está a nivel BAJO, la salida se pondrá a nivel ALTO.

BAJO (0) —
BAJO (0) —



ALTO (1)

BAJO (0) —
HIGH (1) —



ALTO (1)

ALTO (1) —
BAJO (0) —



ALTO (1)

ALTO (1) —
ALTO (1) —



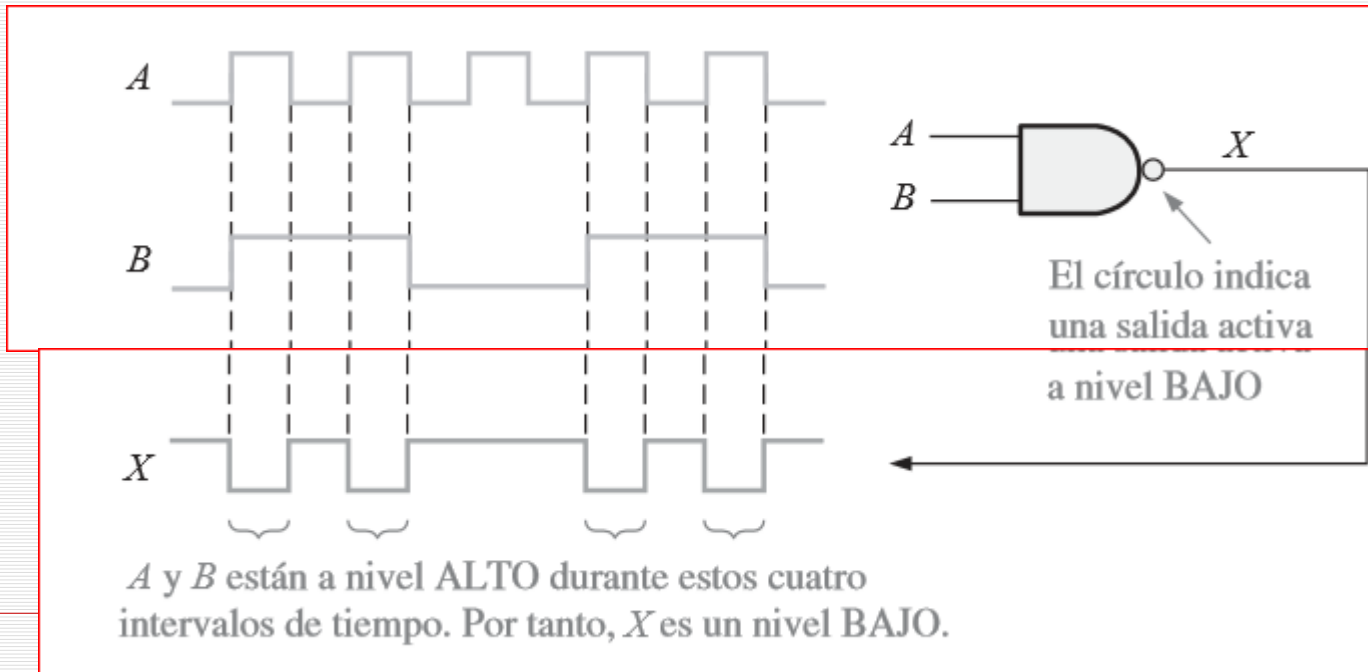
BAJO (0)

FIGURA 3.26 Funcionamiento de la puerta NAND de 2 entradas.

Funcionamiento con trenes de impulsos

□ EJEMPLO 3.9

- Si a las entradas de una puerta NAND se aplican las formas de onda A y B de la Figura 3.27, determinar la forma de onda resultante de salida.



EJEMPLO 3.10

- Obtener la forma de onda de salida para la puerta NAND de tres entradas de la Figura 3.28, donde además se presenta el diagrama de tiempos de las entradas.

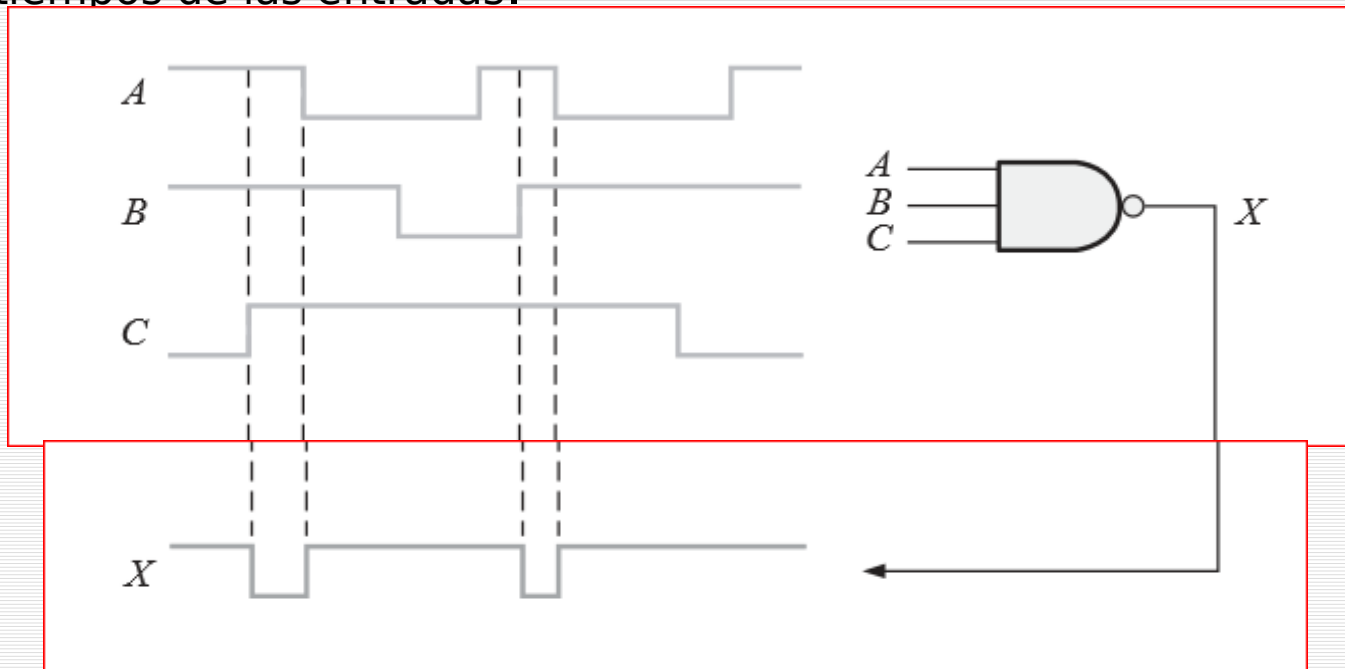


FIGURA 3.28

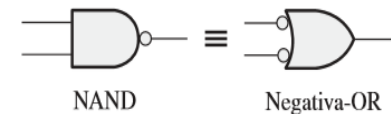
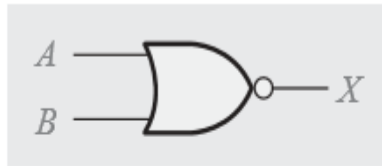


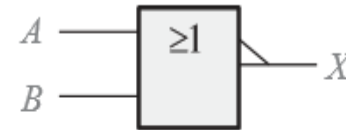
FIGURA 3.29 Símbolos estándar para representar las dos operaciones equivalentes de la puerta NAND.

LA PUERTA NOR

- La puerta NOR, al igual que la puerta NAND, es un útil elemento lógico porque también se puede emplear como una puerta universal; es decir, las puertas NOR se pueden usar en combinación para implementar las operaciones AND, OR y del inversor.



≡



(a) Símbolo distintivo, puerta NOR de 2 entradas y su equivalente NOT/OR

(b) Símbolo rectangular, puerta NOR de 2 entradas con indicador de polaridad

FIGURA 3.33 Símbolo lógico estándar para la puerta NOR (ANSI/IEEE Std. 91–1984)

Funcionamiento de la puerta NOR

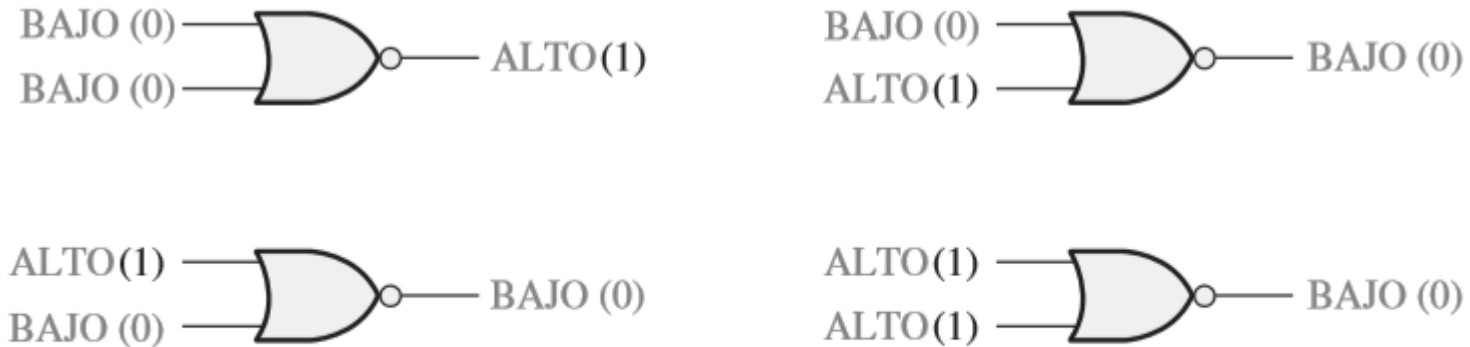


FIGURA 3.34 Funcionamiento de la puerta NOR de 2 entradas.

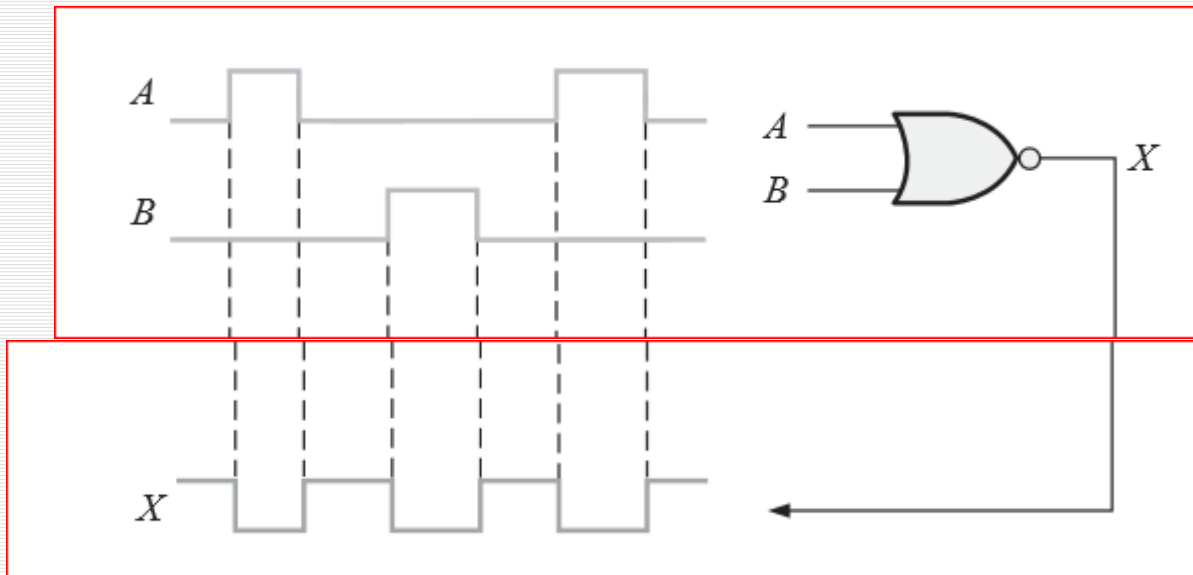
Entradas		Salida
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>X</i>
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0
1 = ALTO, 0 = BAJO		

TABLA 3.9 Tabla de verdad de una puerta NOR de 2 entradas.

Funcionamiento con trenes de impulsos

□ Ejemplo 3.14

- Si se aplican a la puerta NOR las dos señales mostradas en la Figura 3.35, ¿cómo es la señal de salida que se obtiene?



Operación equivalente negativa - AND de la puerta NOR

- En una puerta NOR de dos entradas que funciona como una puerta negativa– –AND, la salida X es un nivel ALTO cuando ambas entradas, A y B, están a nivel BAJO.

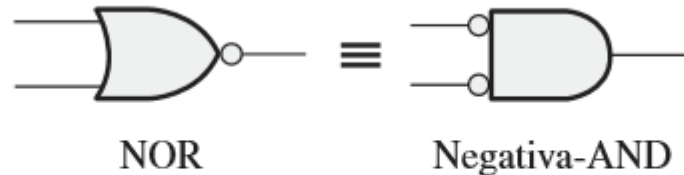
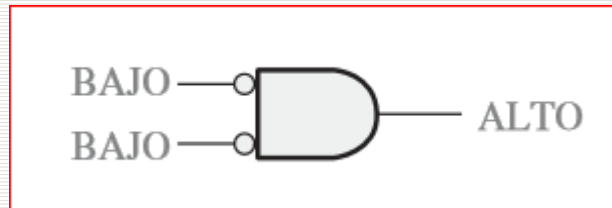


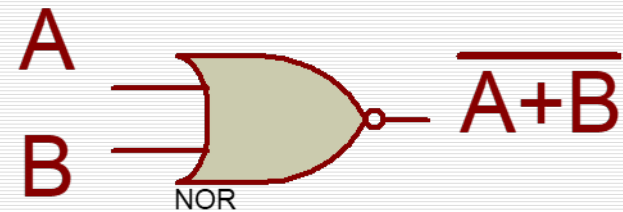
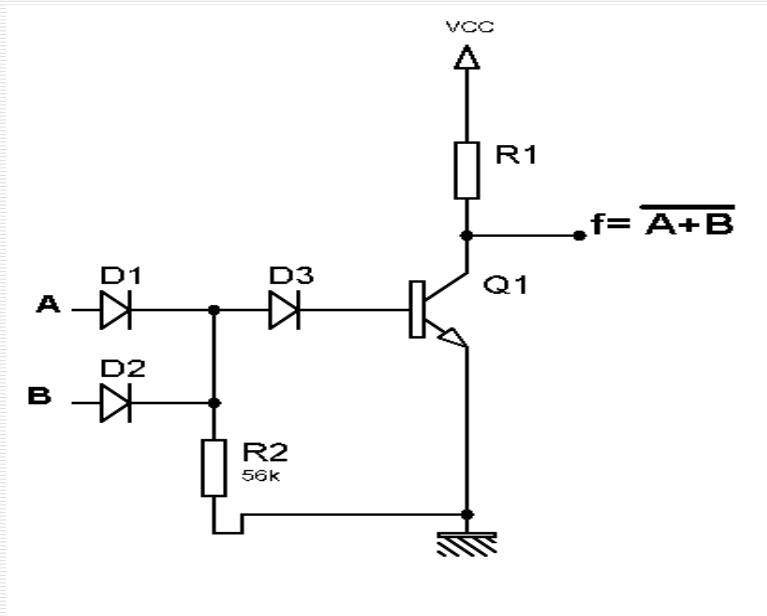
FIGURA 3.37 Símbolos estándar que representan dos operaciones equivalentes de la puerta NOR.

Ejemplo 3.16

- Se necesita un dispositivo para indicar cuándo se producen simultáneamente dos niveles de entrada bajos que dan lugar a un nivel de salida ALTO. Especificar el dispositivo.
- Solución Para generar una salida a nivel ALTO cuando ambas entradas están a nivel BAJO se requiere una puerta negativa-AND, como se muestra en la Figura 3.38.



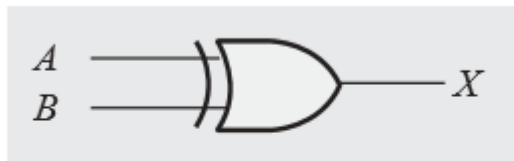
Expresiones lógicas para la puerta NOR



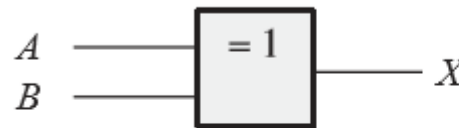
PUERTAS OR– –EXCLUSIVA Y NOR– –EXCLUSIVA

□ La puerta OR– –exclusiva

- En una puerta OR– –exclusiva, la salida X es un nivel ALTO si la entrada A está a nivel BAJO y la entrada B está a nivel ALTO; o si la entrada A está a nivel ALTO y la entrada B está a nivel BAJO; X es un nivel BAJO si tanto A como B están a nivel ALTO o BAJO.



(a) Símbolo distintivo



(b) Símbolo rectangular con la puerta XOR

FIGURA 3.41 Símbolos lógicos estándar de la puerta OR–exclusiva.

En la Figura 3.42 se ilustran las cuatro posibles combinaciones de entrada y las salidas resultantes para la puerta XOR



FIGURA 3.42 Todos los niveles lógicos posibles para una puerta OR-exclusiva.

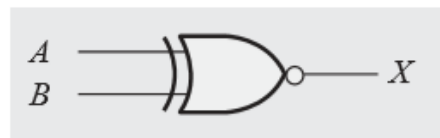
La operación lógica de la puerta XOR se resume en la tabla de verdad mostrada en la Tabla 3.11.

Entradas		Salida
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>X</i>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

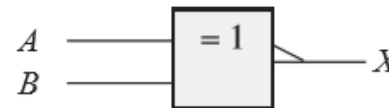
TABLA 3.11 Tabla de verdad de la puerta OR-exclusiva

La puerta NOR-exclusiva

- En una puerta NOR–exclusiva, la salida X es un nivel BAJO si la entrada A está a nivel BAJO y la entrada B está a nivel ALTO, o si A está a nivel ALTO y B está a nivel BAJO; X es un nivel ALTO si A y B están ambas a nivel ALTO o BAJO.



(a) Símbolo distintivo



(b) Símbolo rectangular

FIGURA 3.44 Símbolos lógicos estándar para la puerta NOR–exclusiva.

En la Figura 3.45 se muestran las cuatro posibles combinaciones de entrada y las salidas resultantes para la puerta XNOR

BAJO (0) — ALTO (1)
BAJO (0) —

BAJO (0) — BAJO (0)
ALTO (1) —

ALTO (1) — LOW (0)
BAJO (0) —

ALTO (1) — ALTO (1)
ALTO (1) —

FIGURA 3.45 Todos los niveles lógicos posibles para una puerta NOR–exclusiva.

Entradas		Salida
A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabla 3.12 Tabla de verdad de la puerta NOR–exclusiva.

Funcionamiento con trenes de impulsos

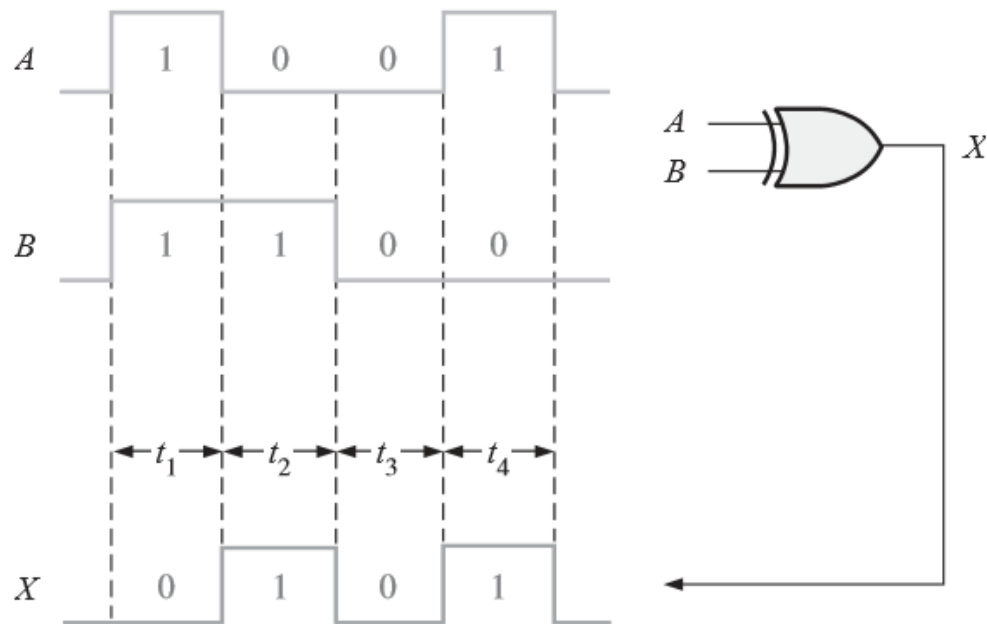


FIGURA 3.46 Ejemplo de funcionamiento de la puerta OR-exclusiva con trenes de impulsos.

ÁLGEBRA DE BOOLE Y SIMPLIFICACIÓN LÓGICA

☐ ***Ley Conmutativa:***

- $A + B = B + A$

- $AB = BA$

☐ ***Ley Asociativa***

- $A + (B + C) = (A + B) + C$

- $A(BC) = (AB)C$

☐ ***Ley Distributiva***

- $A(B + C) = AB + AC$



$$1. A + 0 = A$$

$$2. A + 1 = 1$$

$$3. A \cdot 0 = 0$$

$$4. A \cdot 1 = A$$

$$5. A + A = A$$

$$6. A + \overline{A} = 1$$

$$7. A \cdot A = A$$

$$8. A \cdot \overline{A} = 0$$

$$9. \overline{\overline{A}} = A$$

$$10. A + AB = A$$

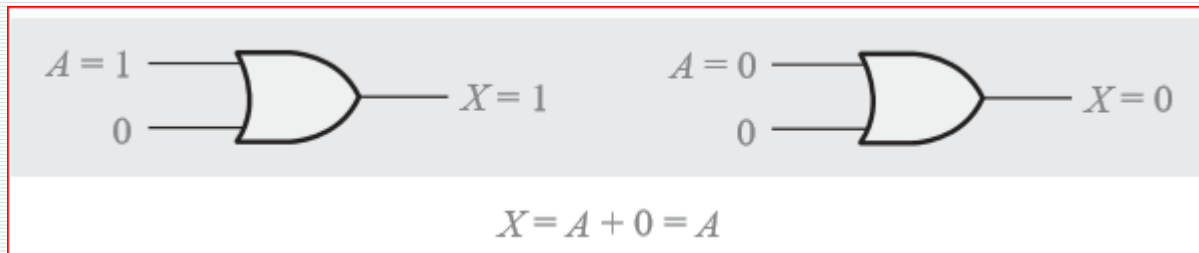
$$11. A + \overline{A}B = A + B$$

$$12. (A + B)(A + C) = A + BC$$

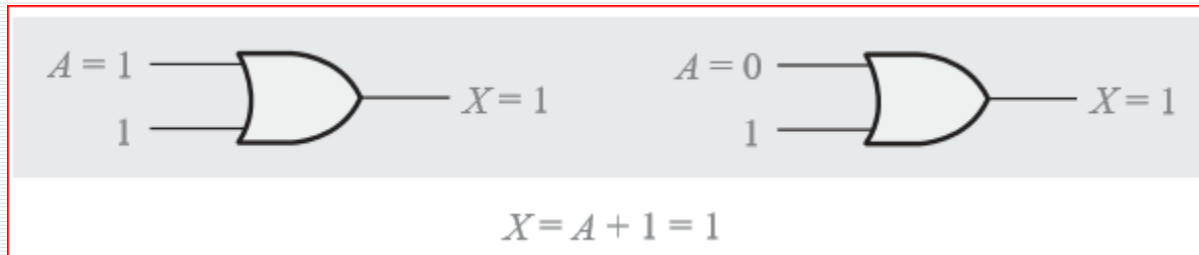
A , B o C pueden representar una sola variable o una combinación de variables.

TABLA 4.1 Reglas básicas del Álgebra de Boole.

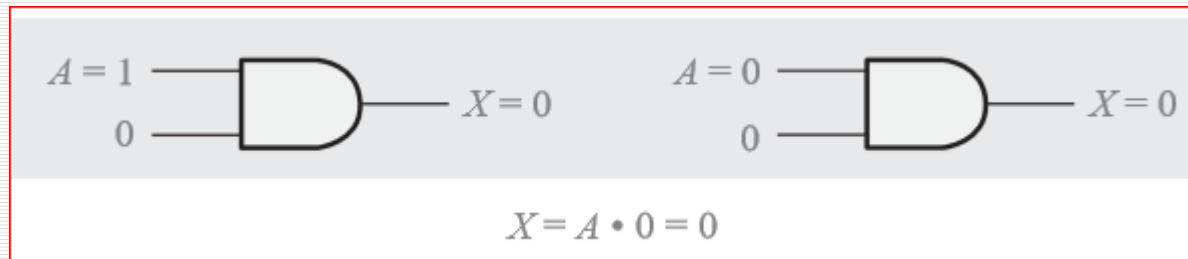
□ **Regla 1. $A + 0 = A$**



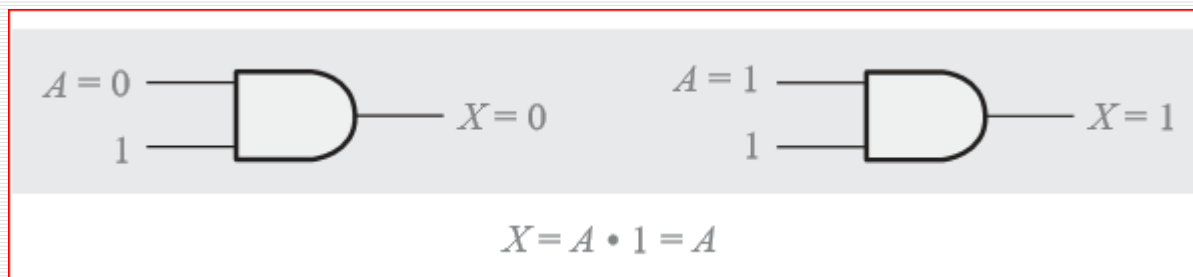
□ **Regla 2. $A + 1 = 1$**



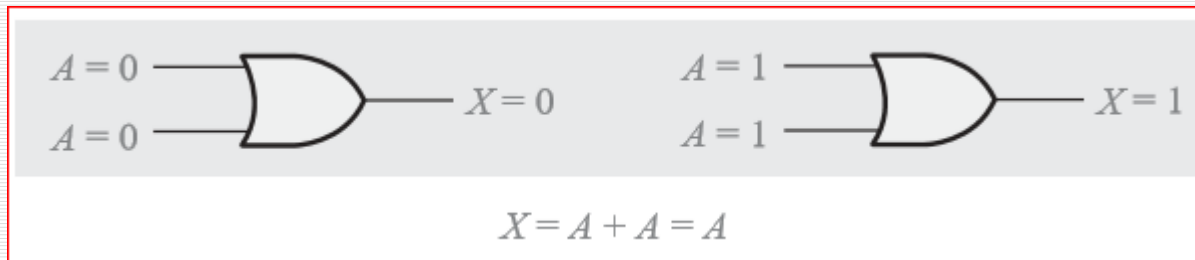
□ **Regla 3. $A \cdot 0 = 0$**



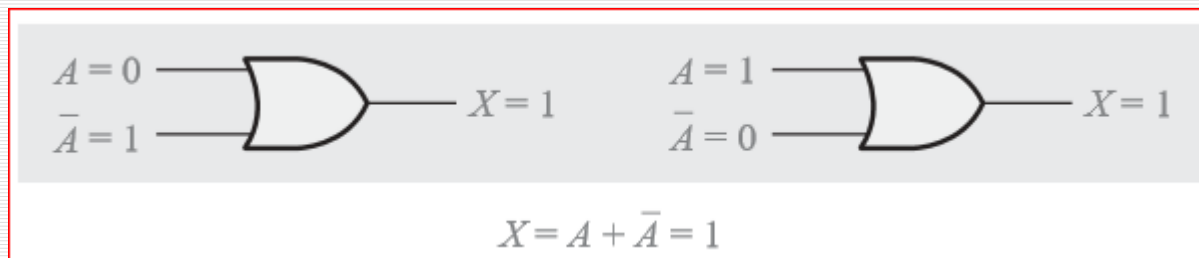
□ **Regla 4. $A \cdot 1 = A$**



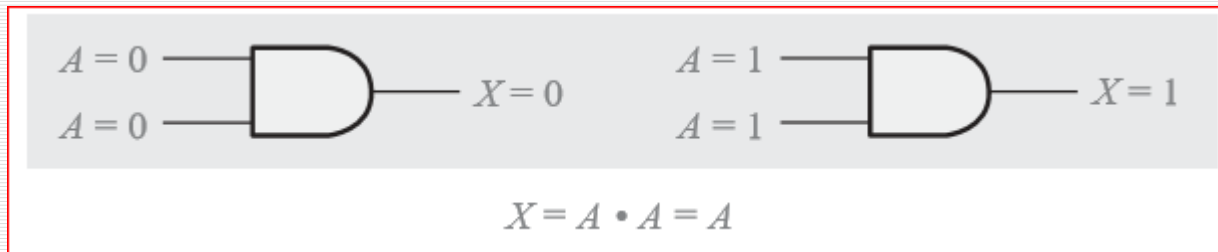
□ **Regla 5. $A + A = A$**



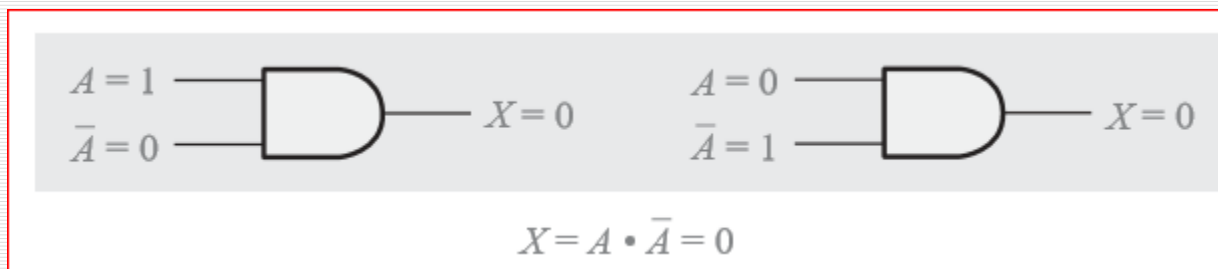
□ **Regla 6. $A + \bar{A} = 1$**



□ **Regla 7. $A \cdot A = A$**

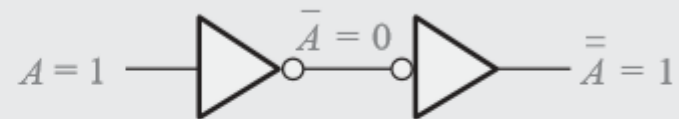
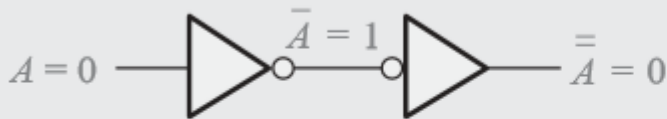


□ **Regla 8. $A \cdot \bar{A} = 0$**





Regla 9. $\overline{\overline{A}} = A$



$$\overline{\overline{A}} = A$$



Regla 10. $A + AB = A$



$$A + AB = A$$



$= A * 1$ Regla 2: $(1 + B) = 1$



$= A$ Regla 4: $A * 1 = A$

La demostración se muestra en la Tabla 4.2, la cual incluye la tabla de verdad y la simplificación del circuito lógico resultante.

A	B	AB	$A + AB$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

↑ igual ↑

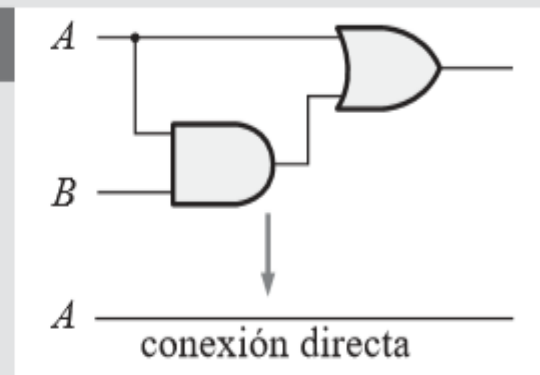


TABLA 4.2 Regla 10: $A + AB = A$.

Regla 11. $A + \bar{A}B = A + B$ Esta regla puede demostrarse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 A + \bar{A}B &= (A + AB) + \bar{A}B \\
 &= (AA + AB) + \bar{A}B \\
 &= AA + AB + A\bar{A} + \bar{A}B \\
 &= (A + \bar{A})(A + B) \\
 &= 1 \cdot (A + B) \\
 &= A + B
 \end{aligned}$$

Regla 10: $A = A + AB$

Regla 7: $A = AA$

Regla 8: sumar $A\bar{A} = 0$

Sacar factor común

Regla 6: $A + \bar{A} = 1$

Regla 4: eliminar el 1

La demostración se muestra en la Tabla 4.3, la cual incluye la tabla de verdad y la simplificación del circuito lógico resultante.

A	B	$\bar{A}B$	$A + \bar{A}B$	$A + B$
0	0	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	1	0	1	1

↑ igual ↑

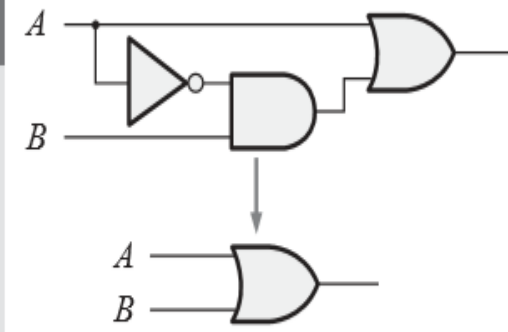


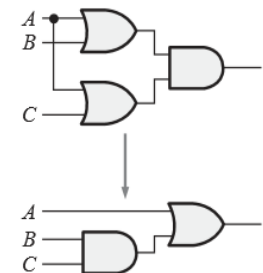
TABLA 4.3 Regla 11: $A + \bar{A}B = A + B$.

□ **Regla 12. $(A+B)(A+C) = A + BC$**

$$\begin{aligned}
 (A+B)(A+C) &= AA + AC + AB + BC && \text{Ley distributiva} \\
 &= A + AC + AB + BC && \text{Regla 7: } AA = A \\
 &= A(1+C) + AB + BC && \text{Sacar factor común (ley distributiva)} \\
 &= A \cdot 1 + AB + BC && \text{Regla 2: } 1+C = 1 \\
 &= A(1+B) + BC && \text{Sacar factor común (ley distributiva)} \\
 &= A \cdot 1 + BC && \text{Regla 2: } 1+B = 1 \\
 &= A + BC && \text{Regla 4: } A \cdot 1 = A
 \end{aligned}$$

A	B	C	A+B	A+C	$(A+B)(A+C)$	BC	A+BC
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

↑ igual ↑



TEOREMAS DE DeMORGAN

- El primer teorema de DeMorgan se enuncia de la siguiente forma: El complemento de un producto de variables es igual a la suma de los complementos de las variables.
- O dicho de otra manera El complemento de dos o más variables a las que se aplica la operación AND es equivalente a aplicarla operación OR a los complementos de cada variable.

$$\overline{XY} = \bar{X} + \bar{Y}$$

- El segundo teorema: El complemento de una suma de variables es igual al producto de los complementos de las variables.
- O dicho de otra manera, El complemento de dos o más variables a las que se aplica la operación OR es equivalente a aplicarla operación AND a los complementos de cada variable.

$$\overline{X+Y} = \bar{X}\bar{Y}$$

Aplicación de los teoremas de DeMorgan

- ☐ 1. $\overline{\overline{A + B\overline{C}} + D(\overline{E + \overline{F}})}$
- ☐ 2. ver problema en la hoja 1 de ejercicios