Trabalho final

Escola Politécnica - Departamento de Engenharia Eletrônica e de Computação

Universidade Federal do Rio de Janeiro

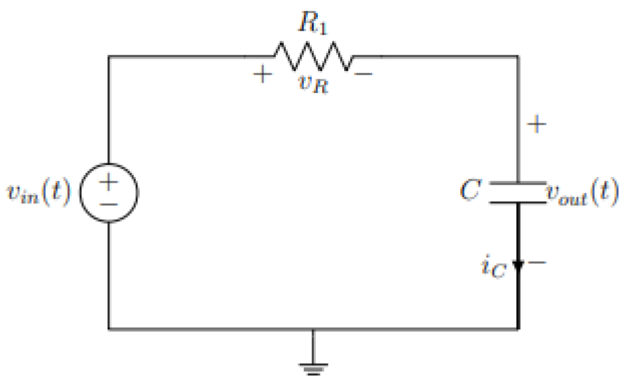
EEL350 - Sistemas Lineares I

Professor: Natanael Nunes de Moura Júnior

Aluno: Ricardo Santos Siqueira - 118167558

Questão 1

Circuito 1



a) Função do circuito

Filtro passa-baixas com frequência de corte de $100 \mathrm{rad/s}$.

b) Valores dos componentes

$R_1 = 10\ k\Omega$
$C = 1\ \mu F$

c) Equação diferencial do circuito

$$-v_{in}(t) + v_R(t) + v_{out}(t) = 0$$

$$v_R(t) = R_1 i_C(t)$$

$$v_{out}(t) = v_C(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(t)\ \partial t$$

$$R_1 i_C(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(t)\ \partial t = v_{in}(t)$$

$$D = \frac{\partial}{\partial t}$$

$$v_{in}(t) \xrightarrow{\frac{\partial}{\partial t}} \boxed{Dv_{in}(t) = R_1 D i_C(t) + \frac{1}{C} i_C(t)}$$

d) Função de transferência do circuito

$$i_C(t) = CDV_C(t)$$

$$DV_{in}(t) = R_1 C D^2 V_C(t) + \frac{1}{C} CDV_C(t)$$

$$Dv_{in}(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} sV_{in}(s) - v_{in}(0) = R_1 C(s^2 V_{out}(s) - sv_{out}(0) - Dv_{out}(0)) + sV_{out}(s) - v_{out}(0)$$

$$v(t)|_{t \longrightarrow 0} = 0 \iff \text{sistema causal}$$

$$v_{out}(0) = 0$$

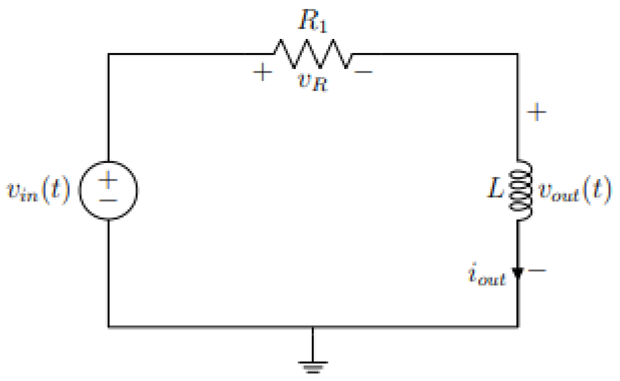
$$sV_{in}(s) = R_1 C s^2 V_{out}(s) + sV_{out}(s)$$

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \boxed{H(s) = \frac{1}{R_1 Cs + 1}}$$

Questões (f) à (m)

Veja o arquivo trabalho_final.ipynb em anexo.

Circuito 2



a) Função do circuito

Filtro passa-altas com frequência de corte em $10^16 \mathrm{rad/s}$.

b) Valores dos componentes

$R_1 = 10\ k\Omega$
$L = 100\ \mu H$

c) Equação diferencial do circuito

$$-v_{in}(t) + v_R(t) + v_{out}(t) = 0$$

$$v_R(t) = R_1 i_{out}(t)$$

$$D = \frac{\partial}{\partial t}$$

$$v_{out} = v_L = LDi_{out}(t)$$

$$v_{in} = R_1 i_{out}(t) + LDi_{out}(t)$$

$$v_{in}(t) \xrightarrow{\frac{\partial}{\partial t}} \boxed{Dv_{in} = R_1 Di_{out}(t) + LD^2 i_{out}(t)}$$

d) Função de transferência do circuito

$$i_{out}(t) = i_L(t) = \frac{1}{L}\int_{-}^{t} V_L(t)\partial t$$

$$Dv_{in}(t) = \frac{R_1}{L}v_{out}(t) + Dv_{out}(t)$$

$$Dv_{in}(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} sV_{in}(s) - v_{in}(0) = \frac{R_1}{L}V_{out}(s) + sV_{out}(s) - v_{out}(0)$$

$$v(t)|_{t\longrightarrow 0} = 0 \Longleftrightarrow \text{sistema causal}$$

$$v_{in}(0) = 0$$

$$v_{out}(0) = 0$$

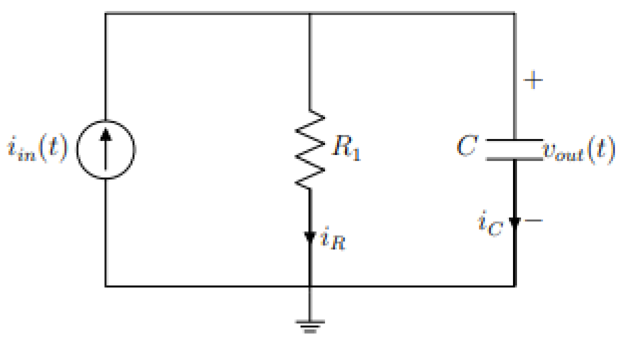
$$sV_{in}(s) = \frac{R_1}{L}V_{out}(s) + sV_{out}(s)$$

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \boxed{H(s) = \frac{Ls}{R_1 + Ls}}$$

Questões (f) à (m)

Veja o arquivo trabalho_final.ipynb em anexo.

Circuito 3



a) Função do circuito

Filtro passa-altas com frequência de corte em 1.5×10^9 rad/s

b) Valores dos componentes

$R_1 = 22\ k\Omega$
$C = 220\ \mu F$

c) Equação diferencial do circuito

$$i_{in} = i_R + i_C$$

$$i_R(t) = \frac{v_{out}(t)}{R_1}$$

$$D = \frac{\partial}{\partial t}$$

$$i_C = Dv_{out}(t)C$$

$$i_{in}(t) = v_{out}(t)\frac{1}{R_1} + Dv_{out}(t)C$$

$$i_{in}(t) \xrightarrow{\frac{\partial}{\partial t}} \boxed{Di_{in}(t) = Dv_{out}(t)\frac{1}{R_1} + D^2 v_{out}(t)C}$$

d) Função de transferência do circuito

$$Di_{in}(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} sI_{in}(s) - i_{in}(0) = \frac{1}{R_1}(sV_{out}(s) - v_{out}(0) + C(s^2V_{out}(s) - sv_{out}(0) - Dv_{out}(0))$$

$$Di_{in}(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} sI_{in}(s) - i_{in}(0) = sV_{out}(s)\left(\frac{1}{R_1} + Cs\right) + \left(-\frac{1}{R_1}v_{out}(0) - Csv_{out}(0) - CDv_{out}(0)\right)$$

$$i(t)|_{t\longrightarrow 0} = 0 \iff \text{sistema causal}$$

$$i_{in}(0) = 0$$

$$v(t)|_{t\longrightarrow 0} = 0 \iff \text{sistema causal}$$

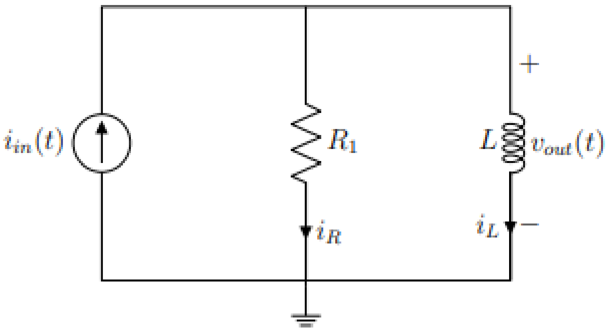
$$v_{out}(0) = 0$$

$$\frac{V_{out}(s)}{I_{in}(s)} = \boxed{H(s) = \frac{R_1}{1 + sCR_1}}$$

Questões (f) à (m)

Veja o arquivo trabalho_final.ipynb em anexo.

Circuito 4



a) Função do circuito

Filtro passa-altas com frequência de corte em 1.5×10^{15} rad/s

b) Valores dos componentes

$R_1 = 2,2\ k\Omega$
$L = 100\ \mu H$

c) Equação diferencial do circuito

$$i_{in} = i_R + i_L$$

$$i_R(t) = \frac{v_{out}(t)}{R_1}$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v_{out}(t)\partial t$$

$$D = \frac{\partial}{\partial t}$$

$$i_{in}(t) = \frac{1}{R_1} v_{out}(t) + \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t} v_{out}(t) \partial t$$

$$i_{in}(t) \xrightarrow{\frac{\partial}{\partial t}} \boxed{D i_{in}(t) = \frac{1}{R_1} D v_{out}(t) + \frac{1}{L} v_{out}(t)}$$

d) Função de transferência do circuito

$$D i_{in}(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} s I_{in}(s) - i_{in}(0) = \frac{1}{R_1}(s V_{out}(s) - v_{out}(0)) + \frac{1}{L} V_{out}(s)$$

$$i(t)|_{t \longrightarrow 0} = 0 \Longleftrightarrow \text{sistema} \quad \text{causal}$$

$$i_{in}(0) = 0$$

$$v(t)|_{t \longrightarrow 0} = 0 \Longleftrightarrow \text{sistema causal}$$

$$v_{out}(0) = 0$$

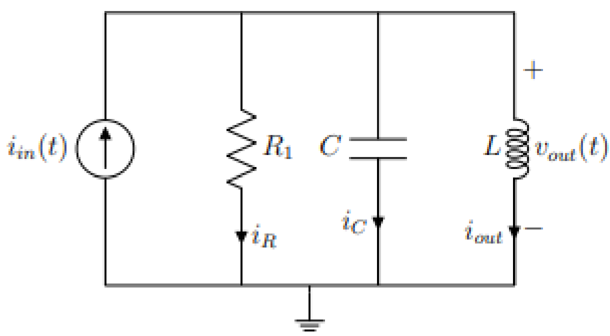
$$s I_{in}(s) = V_{out}(s) \left(\frac{1}{R_1} s + \frac{1}{L} \right)$$

$$\frac{V_{out}(s)}{I_{in}(s)} = \boxed{H(s) = \frac{R_1 L s}{L s + R_1}}$$

Questões (f) à (m)

Veja o arquivo trabalho_final.ipynb em anexo.

Circuito 5



a) Função do circuito

Filtro passa-banda com banda passante em $10^{-3}\ \mathrm{rad/s}$.

b) Valores dos componentes

$R_1 = 2,2\ k\Omega$

$C = 220\ \mu F$

$L = 100\ \mu H$

c) Equação diferencial do circuito

$$i_{in}(t) = i_R(t) + i_c(t) + i_{out}(t)$$

$$i_R(t) = \frac{v_{out}(t)}{R_1}$$

$$D = \frac{\partial}{\partial t}$$

$$i_c(t) = Dv_{out}(t)C$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v_{out}(t)\partial t$$

$$i_{in}(t) = \frac{1}{R_1}v_{out}(t) + Dv_{out}(t)C + \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v_{out}(t)\partial t$$

$$i_{in}(t) \xrightarrow{\frac{\partial}{\partial t}} \boxed{Di_{in}(t) = \frac{1}{R_1}Dv_{out}(t) + D^2v_{out}(t)C + \frac{1}{L}v_{out}(t)}$$

d) Função de transferência do circuito

$$Di_{in}(t) \overset{\mathcal{L}}{\rightarrow} sI_{in}(s) - i_{in}(0) = \frac{1}{R_1}(sV_{out}(s) - v_{out}(0)) + C(s^2V_{out}(s) - sv_{out}(0) - Dv_{out}(0)) + \frac{1}{L}V_{out}(s)$$

$$i(t)|_{t\longrightarrow 0} = 0 \Longleftrightarrow \text{sistema causal}$$

$$i_{in}(0) = 0$$

$$v(t)|_{t \longrightarrow 0} = 0 \iff \text{sistema causal}$$

$$v_{out}(0) = 0$$

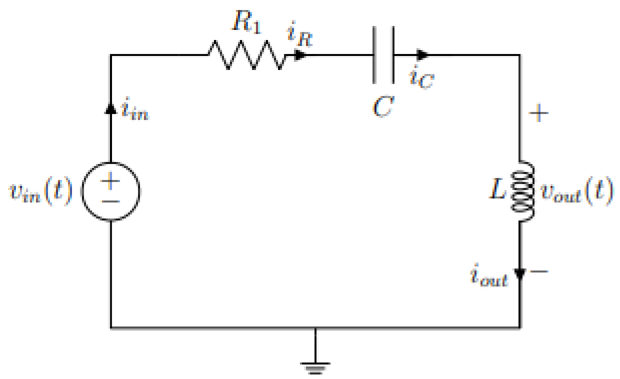
$$sI_{in}(s) = \frac{1}{R_1}(sV_{out}(s) - v_{out}(0)) + C(s^2V_{out}(s) - sv_{out}(0) - Dv_{out}(0)) + \frac{1}{L}V_{out}(s)$$

$$\frac{V_{out}(s)}{I_{in}(s)} = \boxed{H(s) = \frac{s}{Cs^2 + \frac{s}{R_1} + \frac{1}{L}}}$$

Questões (f) à (m)

Veja o arquivo trabalho_final.ipynb em anexo.

Circuito 6



a) Função do circuito

Filtro passa-banda com banda passante de frequência entre $10^{-7}\ \text{rad/s}$ e $10^{1}\ \text{rad/s}$.

b) Valores dos componentes

$R_1 = 2,2\ k\Omega$

$C = 220\ \mu F$

$L = 100\ \mu H$

c) Equação diferencial do circuito

$$v_{in}(t) = v_R(t) + v_C(t) + v_{out}(t)$$

$$v_R(t) = R_1(t)i$$

$$v_C(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)\partial t$$

$$D = \frac{\partial}{\partial t}$$

$$v_L(t) = LDi(t)$$

$$v_{in}(t) = R_1 i(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)\partial t + LDi(t)$$

$$v_{in}(t) \xrightarrow{\frac{\partial}{\partial t}} \boxed{Dv_{in}(t) = R_1 Di(t) + \frac{1}{C}i(t) + LD^2 i(t)}$$

d) Função de transferência do circuito

$$Dv_{in}(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} sV_{in}(s) - v_{in}(0) = R_1(sI_{out}(s) - i_{out}(0)) + \frac{1}{C}I_{out}(s) + L(s^2 I_{out}(s) - si_{out}(0) - Di_{out}(0))$$

$$i(t)|_{t\longrightarrow 0} = 0 \iff \text{sistema causal}$$

$$i_{out}(0) = 0$$

$$v(t)|_{t\longrightarrow 0} = 0 \iff \text{sistema causal}$$

$$v_{in}(0) = 0$$

$$sV_{in}(s) = I_{out}(s)\left(Ls^2 + sR_1 + \frac{1}{C}\right)$$

$$\frac{I_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \boxed{H(s) = \frac{s}{Ls^2 + sR_1 + \frac{1}{C}}}$$

Questões (f) à (m)

Veja o arquivo trabalho_final.ipynb em anexo.

Questão 2

Questões (a) à (c) e (f) à (l)

Veja o arquivo trabalho_final.ipynb em anexo.

d) Encontre x’(t) em função de x(t) e u(t).

$$\frac{\partial x(t)}{\partial t} = Bu(t) + Ax(t), B = 14 \text{ e } A = 25$$

d) Encontre y(t) em função de x(t) e u(t).

$$y(t) = Du(t) + Cx(t), D = 8 \text{ e } C = 8$$

Questão 3

Função 1

a) Determine a Equação Diferencial Ordinária

Pela Transformada Inversa de Temos:

$$H_1(s) = \frac{1 + \alpha s}{s^2 + 2s + 2} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} h_1(s) = e^{-t}(-\alpha sen(t) + \alpha cos(t) + sen(t))$$