

Um Algoritmo Exato para um Problema de Galeria de Arte

Marcelo C. Couto
Pedro J. de Rezende
Cid C. de Souza

Instituto de Computação
UNICAMP

05/11/2010

- 1 Introdução
 - Problema de Galeria de Arte
- 2 Modelagem
- 3 Algoritmo
 - Otimalidade
 - Processamento
 - Convergência
 - Estratégias de Discretização
- 4 Experimentação
 - Classes de Polígonos
 - Resultados
- 5 Resumo

História e Motivação

- Originalmente proposto por Victor Klee em 1973

Qual a quantidade mínima de guardas suficiente para que todo o interior de uma galeria de arte seja observado?

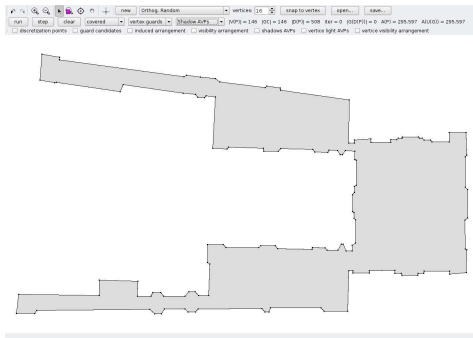
História e Motivação

- Originalmente proposto por Victor Klee em 1973
Qual a quantidade mínima de guardas suficiente para que todo o interior de uma galeria de arte seja observado?
- Exemplo: Louvre, França



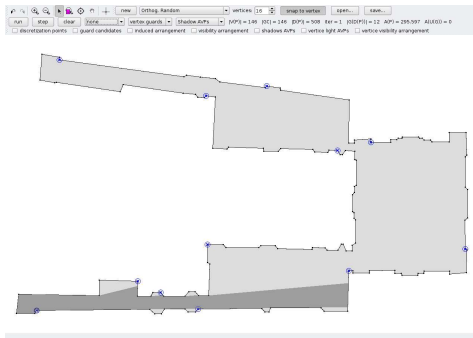
História e Motivação

- Originalmente proposto por Victor Klee em 1973
Qual a quantidade mínima de guardas suficiente para que todo o interior de uma galeria de arte seja observado?
- Exemplo: Louvre, França



História e Motivação

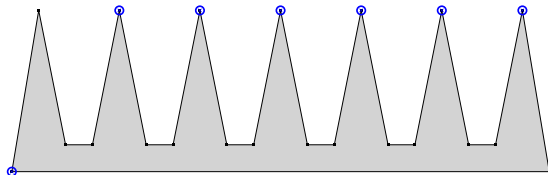
- Originalmente proposto por Victor Klee em 1973
Qual a quantidade mínima de guardas suficiente para que todo o interior de uma galeria de arte seja observado?
- Exemplo: Louvre, França



Teorema da Galeria de Arte

- Chvátal

$\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ guardas são ocasionalmente necessários e sempre suficientes para cobrir um polígono de n vértices



Teorema da Galeria de Arte

- Chvátal

$\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ guardas são ocasionalmente necessários e sempre suficientes para cobrir um polígono de n vértices

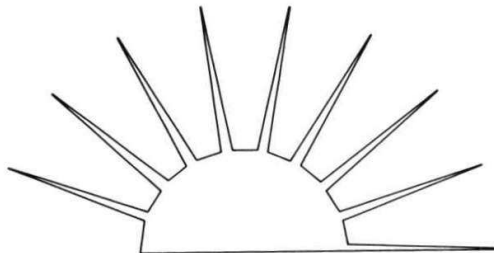


Fig. 4.1. A star polygon that requires $\lfloor n/3 \rfloor$ vertex guards.

Teorema da Galeria de Arte

- Chvátal

$\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ guardas são ocasionalmente necessários e sempre suficientes para cobrir um polígono de n vértices

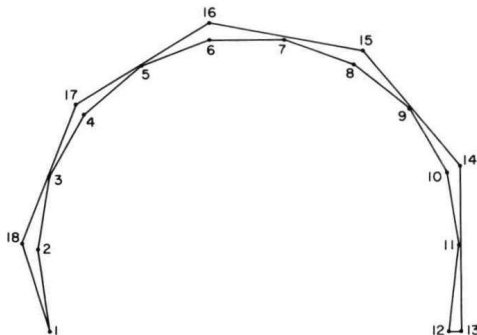


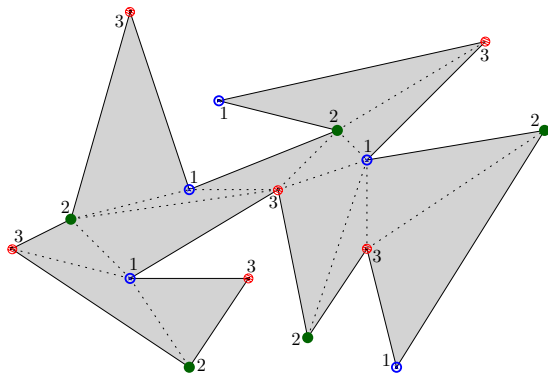
Fig. 4.7. A spiral polygon that requires $\lfloor n/3 \rfloor$ point guards.

Teorema da Galeria de Arte

- Chvátal

$\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ guardas são ocasionalmente necessários e sempre suficientes para cobrir um polígono de n vértices

- Fisk, prova mais simples. Algoritmo que aloca $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ guardas

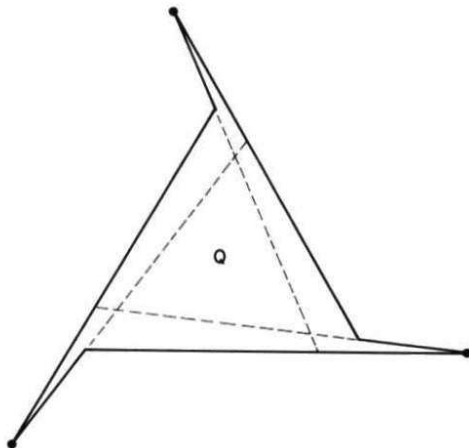


Casos Interessantes

- Cobertura das paredes mas não todo o interior:

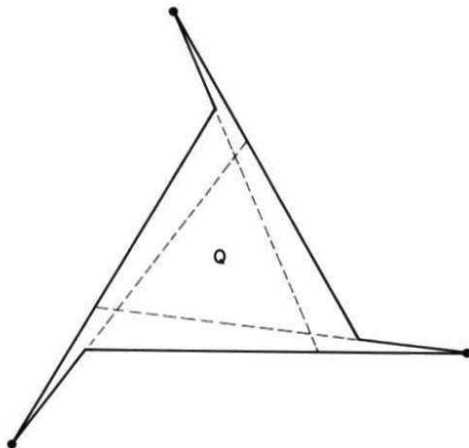
Casos Interessantes

- Cobertura das paredes mas não todo o interior:



Casos Interessantes

- Guardas só em vértices reflexos?



Casos Interessantes

- Guardas só em vértices reflexos?

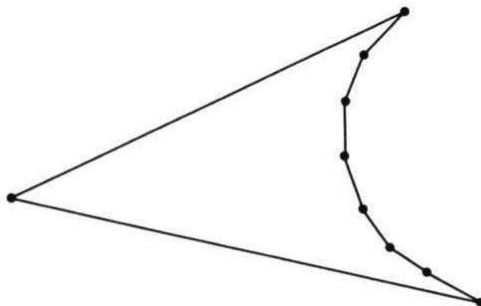
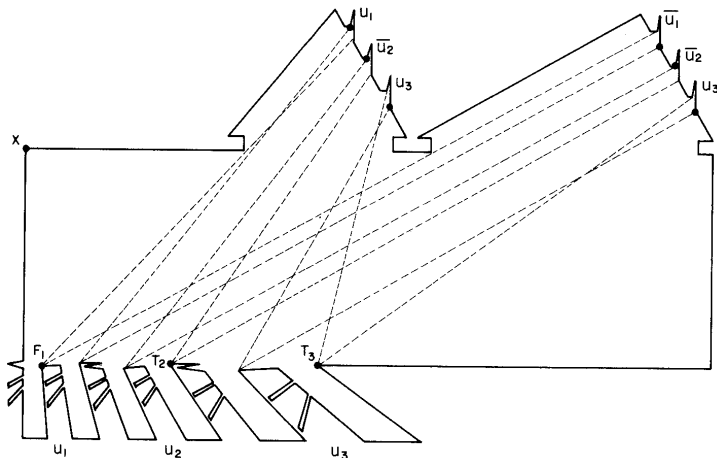


Fig. 1.26. Of a polygon's n vertices, as many as $n - 3$ may be reflex.

NP-dificuldade

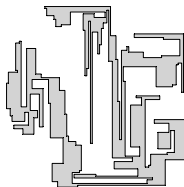
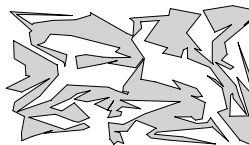
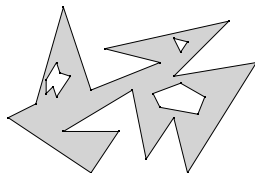
- Problema de minimização é NP-DIFÍCIL [Lee & Lin (1985)]



$$(u_1 \vee \overline{u_2} \vee u_3) \wedge (\overline{u_1} \vee \overline{u_2} \vee u_3)$$

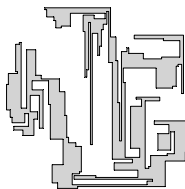
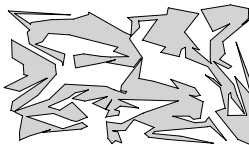
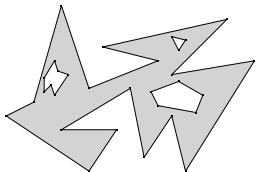
Variantes do Problema de Galeria de Arte

- Tipos de polígonos



Variantes do Problema de Galeria de Arte

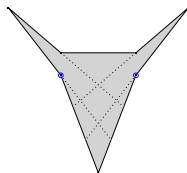
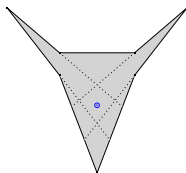
- Tipos de polígonos



- Tipos de guardas

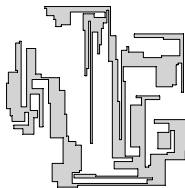
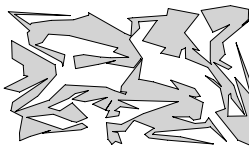
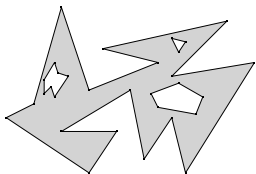
- Estacionários

- ★ Nos vértices
- ★ No interior



Variantes do Problema de Galeria de Arte

- Tipos de polígonos



- Tipos de guardas

- ▶ Estacionários

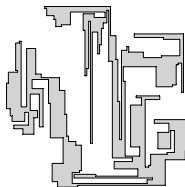
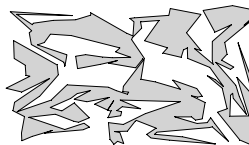
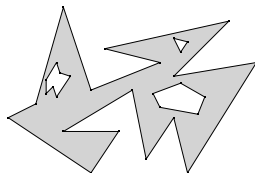
- ★ Nos vértices
 - ★ No interior

- ▶ Móveis

- ★ Em arestas
 - ★ Em diagonais

Variantes do Problema de Galeria de Arte

- Tipos de polígonos



- Tipos de guardas

- ▶ Estacionários

- ★ Nos vértices
 - ★ No interior

- ▶ Móveis

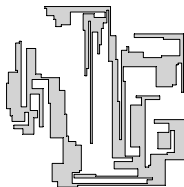
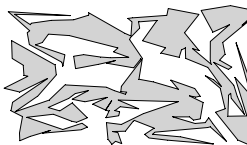
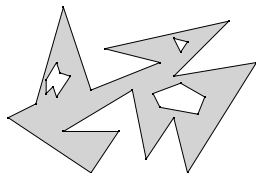
- ★ Em arestas
 - ★ Em diagonais

- Outras: Restrições sobre propriedades geométricas

- *Surveys* de O'Rourke, Shermer, Urrutia, Ghosh.

Variantes do Problema de Galeria de Arte

- Tipos de polígonos



- Tipos de guardas

- Estacionários

- Nos vértices
 - No interior

- Móveis

- Em arestas
 - Em diagonais

3.



Art Gallery Theorems and Algorithms (International Series of Monographs on Computer Science) by Joseph O'Rourke
(Hardcover - Oct 1, 1987)

Used & new from \$1,847.50

[15Sep06]

- Outras: Restrições sobre propriedades geométricas

- Surveys* de O'Rourke, Shermer, Urrutia, Ghosh.

Variante Ortogonal (OAGP)

- Kahn *et al.* (1983)
 $\lfloor \frac{n}{4} \rfloor$ guardas são ocasionalmente necessários e sempre suficientes para cobrir um polígono ortogonal de n vértices
- Problema de minimização também é NP-DIFÍCIL [Schuchardt *et al.* (1995)].

Resultados Conhecidos

- Algoritmos aproximados
 - ▶ log n -aproximado [Ghosh (1987)]
 - ▶ log c_{opt} -aproximado [Efrat e Har-Peled (1998)]
 - ▶ Eidenbenz (2002) provou que AGP é APX-DIFÍCIL
 - ▶ Erdem e Sclaroff (2006): grade fixa e heurísticas PLI
- Tomás *et al.* (2006): baseado em programação por restrição
- Abordagem baseada em PLI para estimar limitantes [Baumgartner *et al.* (2010)]

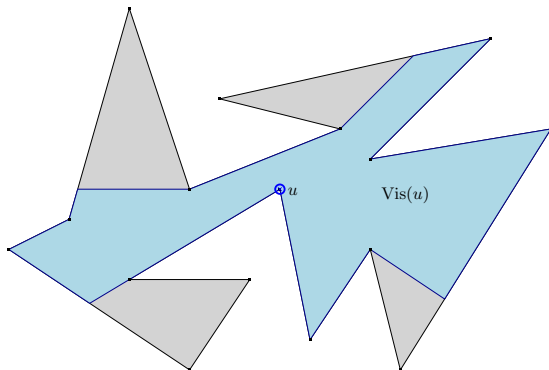
Objetivos

Estudar o problema de minimização do AGP para polígonos sem buracos e guardas estacionários nos vértices

- Propor um algoritmo exato que resolva à otimalidade, através do uso de PLI
- Mostrar a viabilidade prática do algoritmo
- Estudar diferentes estratégias para a discretização do polígono
- Realizar e analisar resultados experimentais

Região de Visibilidade $V(u)$

- Ângulo de visão de 360° e alcance ilimitado
- Um ponto v é visível por um ponto u se e somente se \overline{uv} não intercepta o exterior de P
- Algoritmo de Joe e Simpson $O(n)$

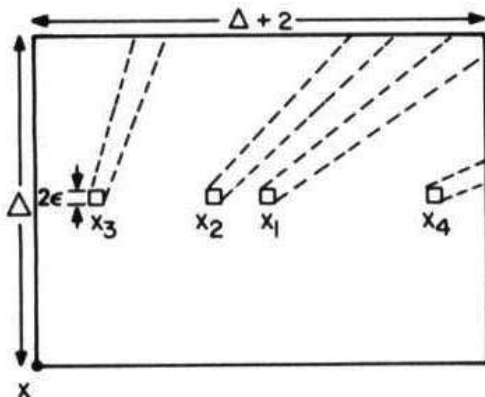


Região de Visibilidade $V(x)$

- Região de visibilidade em polígono de n vértices com buracos:

Região de Visibilidade $V(x)$

- Região de visibilidade em polígono de n vértices com buracos:
 $\Omega(n \log n)$



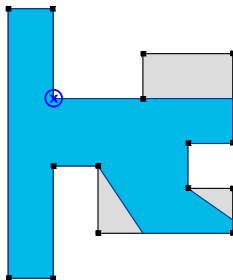
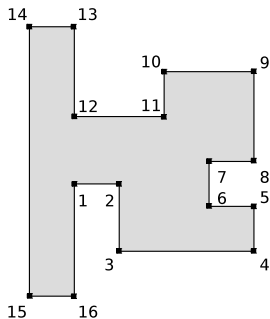
Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Todo ponto $p \in P$ é visto por um ponto g do CVG G para P

Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Todo ponto $p \in P$ é visto por um ponto g do CVG G para P
- Um CVG G para P é qualquer subconjunto dos vértices de P onde

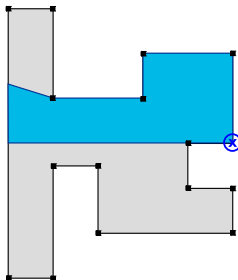
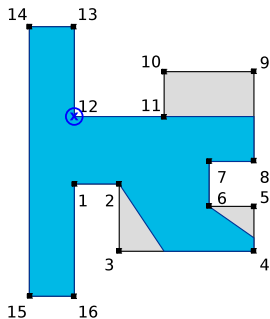
$$\bigcup_{g \in G} V(g) = P$$



Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Todo ponto $p \in P$ é visto por um ponto g do CVG G para P
- Um CVG G para P é qualquer subconjunto dos vértices de P onde

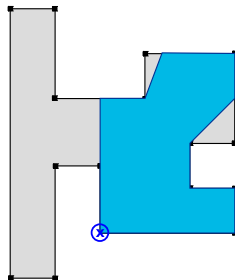
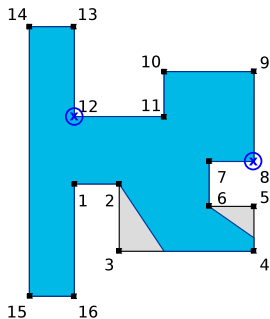
$$\bigcup_{g \in G} V(g) = P$$



Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Todo ponto $p \in P$ é visto por um ponto g do CVG G para P
- Um CVG G para P é qualquer subconjunto dos vértices de P onde

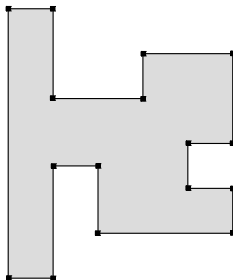
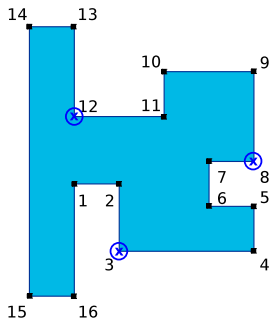
$$\bigcup_{g \in G} V(g) = P$$



Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Todo ponto $p \in P$ é visto por um ponto g do CVG G para P
- Um CVG G para P é qualquer subconjunto dos vértices de P onde

$$\bigcup_{g \in G} V(g) = P$$



Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Ótica alternativa para o AGP

$$\begin{array}{ll} \text{MIN} & |G| \\ \text{tal que} & \bigcup_{g \in G} \text{Vis}(g) = P, \forall G \subset V \end{array}$$

Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Ótica alternativa para o AGP

$$\text{MIN } |G|$$

$$\text{tal que } \bigcup_{g \in G} \text{Vis}(g) = P, \forall G \subset V$$

- Problema passa a ser combinatório

Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Ótica alternativa para o AGP

$$\begin{aligned} & \text{MIN} \quad |G| \\ & \text{tal que} \quad \bigcup_{g \in G} \text{Vis}(g) = P, \forall G \subset V \end{aligned}$$

- Problema passa a ser combinatório
- Pode ser visto como um **Problema de Cobertura de Conjuntos**

Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Ótica alternativa para o AGP

$$\begin{aligned} \text{MIN} \quad & |G| \\ \text{tal que} \quad & \bigcup_{g \in G} \text{Vis}(g) = P, \forall G \subset V \end{aligned}$$

- Problema passa a ser combinatório
- Pode ser visto como um **Problema de Cobertura de Conjuntos**
 - ▶ Conjunto Universo U (todos os infinitos pontos de P)

Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Ótica alternativa para o AGP

$$\begin{aligned} & \text{MIN} \quad |G| \\ & \text{tal que} \quad \bigcup_{g \in G} \text{Vis}(g) = P, \forall G \subset V \end{aligned}$$

- Problema passa a ser combinatório
- Pode ser visto como um **Problema de Cobertura de Conjuntos**
 - ▶ Conjunto Universo U (todos os infinitos pontos de P)
 - ▶ Família de subconjuntos de elementos de U (regiões de visibilidade dos vértices de P)

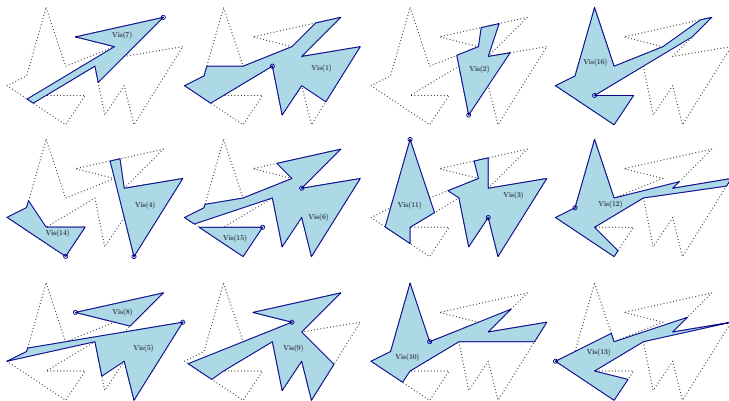
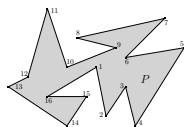
Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Ótica alternativa para o AGP

$$\begin{aligned} \text{MIN} \quad & |G| \\ \text{tal que} \quad & \bigcup_{g \in G} \text{Vis}(g) = P, \forall G \subset V \end{aligned}$$

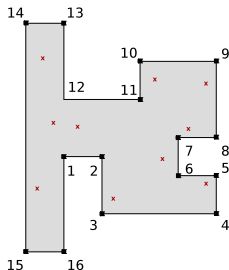
- Problema passa a ser combinatório
- Pode ser visto como um **Problema de Cobertura de Conjuntos**
 - ▶ Conjunto Universo U (todos os infinitos pontos de P)
 - ▶ Família de subconjuntos de elementos de U (regiões de visibilidade dos vértices de P)
 - ▶ Custo do uso de cada subconjunto (igual para todas as regiões)

Problema de Cobertura de Conjuntos



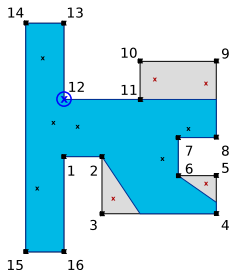
O Problema Discreto

- Impraticável construir e resolver SCP com infinitas restrições
- Discretizar P em um conjunto finito de pontos $D(P)$ representativos de P



O Problema Discreto

- Impraticável construir e resolver SCP com infinitas restrições
- Discretizar P em um conjunto finito de pontos $D(P)$ representativos de P



- Gerar uma matriz binária que contenha a informação de visibilidade

Para cada ponto $i \in D(P)$,

$a_{ij} = 1$ se i é visível por $j \in V_P$ e

$a_{ij} = 0$ se i não é visível por $j \in V_P$

Formulação Problema Discreto

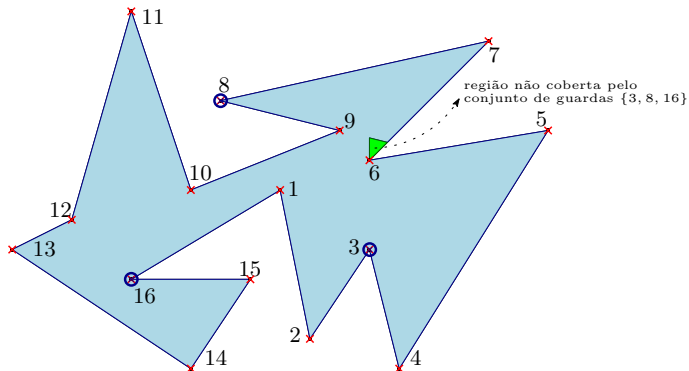
$$\begin{aligned}
 z &= \min \sum_{j \in V_P} x_j \\
 \text{t.q.} \quad &\sum_{j \in V_P} a_{ij} x_j \geq 1, \forall i \in D(P) \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se } j \text{ pertence a solução} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

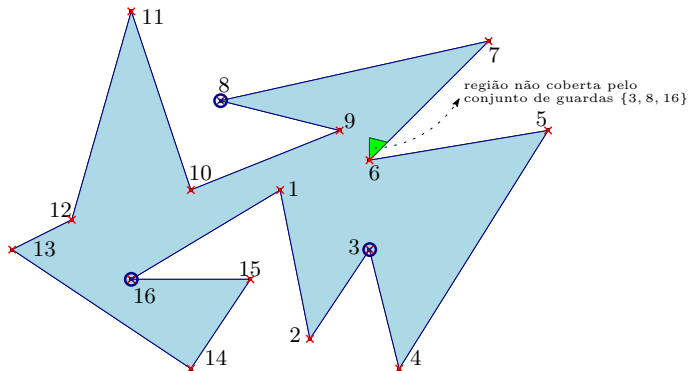
$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \in V(j) \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- O conjunto $Z = \{j \in V_P \mid x_j = 1\}$ é o conjunto solução
- (1) garante que cada ponto $i \in D(P)$ é visível por pelo menos um guarda selecionado
- A função objetivo minimiza a cardinalidade z do conjunto solução Z

Formulação Problema Discreto



Formulação Problema Discreto



Cobertura de $D(P)$ pode não ser CVG para P

Do Discreto ao Contínuo

- Cobertura de $D(P)$ pode não ser CVG para P
- Identificar, adicionar um novo ponto a $D(P)$ e resolver novamente
- Itera até solução ser viável, isto é, ser um CVG para P

$$\bigcup_{g \in Z} \text{Vis}(g) = P.$$

Do Discreto ao Contínuo

- Cobertura de $D(P)$ pode não ser CVG para P
- Identificar, adicionar um novo ponto a $D(P)$ e resolver novamente
- Itera até solução ser viável, isto é, ser um CVG para P

$$\bigcup_{g \in Z} \text{Vis}(g) = P.$$

- Em cada iteração resolve-se um problema NP-DIFÍCIL

Do Discreto ao Contínuo

- Cobertura de $D(P)$ pode não ser CVG para P
- Identificar, adicionar um novo ponto a $D(P)$ e resolver novamente
- Itera até solução ser viável, isto é, ser um CVG para P

$$\bigcup_{g \in Z} \text{Vis}(g) = P.$$

- Em cada iteração resolve-se um problema NP-DIFÍCIL

A Solução é Ótima? O Método Converge?

Solução Viável

- Um solução Z do problema discretizado é *viável* se Z é um CVG para P

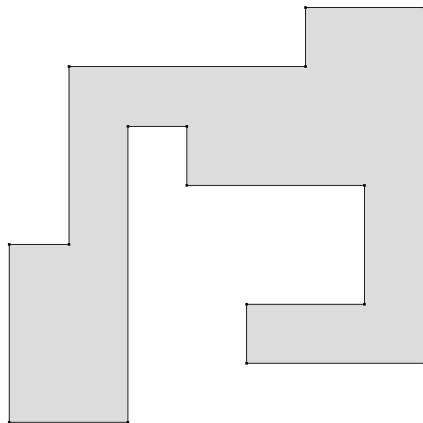
Teorema

Seja Z uma solução ótima de uma instância $I(P, D(P))$ do Problema da Galeria de Arte Discretizado. Se Z é viável, então Z é ótima para o problema original.

Prova. Seja Z^* um CVG ótimo para P . Como Z^* é também um CVG para $D(P)$, tem-se que $|Z^*| \geq |Z|$. Por outro lado, como Z é viável, tem-se que $|Z| \geq |Z^*|$. □

Processamento

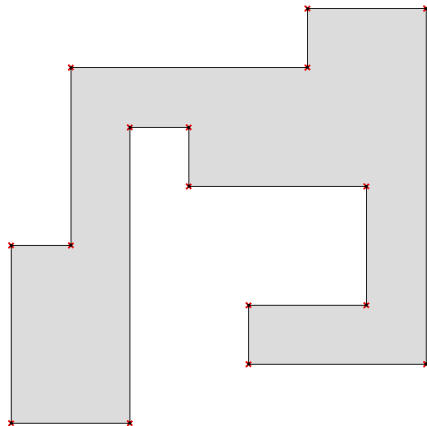
```
1: repeat  
2:    $Z \leftarrow \text{Solução}(\text{SCP}(P, D(P)))$ ;  
3:   for cada região não coberta  $R$  do  
4:      $c \leftarrow$  centróide de  $R$ ;  
5:      $D(P) \leftarrow D(P) \cup \{c\}$ ;  
6:     Adiciona uma nova linha,  $r$ , ao  
       conjunto de restrições,  
       correspondendo ao novo ponto não  
       coberto  $c$ :  
        $\sum a_{rj}x_j \geq 1$  onde,  $\forall j \in V_P$ ,  
        $a_{rj} \leftarrow \text{Boolean}(c \in V(j))$ ;  
7:   end for  
8: until  $Z$  seja viável
```



Polígono

Processamento

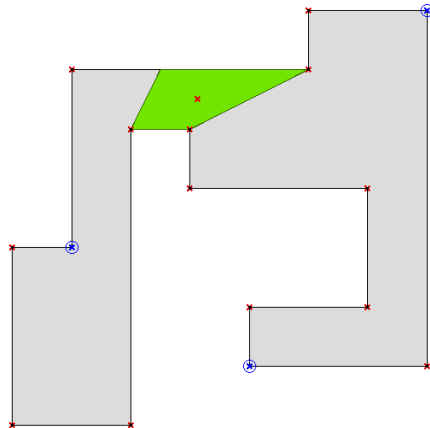
```
1: repeat  
2:    $Z \leftarrow \text{Solução}(\text{SCP}(P, D(P)))$ ;  
3:   for cada região não coberta  $R$  do  
4:      $c \leftarrow$  centróide de  $R$ ;  
5:      $D(P) \leftarrow D(P) \cup \{c\}$ ;  
6:     Adiciona uma nova linha,  $r$ , ao  
       conjunto de restrições,  
       correspondendo ao novo ponto não  
       coberto  $c$ :  
        $\sum a_{rj}x_j \geq 1$  onde,  $\forall j \in V_P$ ,  
        $a_{rj} \leftarrow \text{Boolean}(c \in V(j))$ ;  
7:   end for  
8: until  $Z$  seja viável
```



Discretização Inicial

Processamento

```
1: repeat  
2:    $Z \leftarrow \text{Solução}(\text{SCP}(P, D(P)))$ ;  
3:   for cada região não coberta  $R$  do  
4:      $c \leftarrow$  centróide de  $R$ ;  
5:      $D(P) \leftarrow D(P) \cup \{c\}$ ;  
6:     Adiciona uma nova linha,  $r$ , ao  
       conjunto de restrições,  
       correspondendo ao novo ponto não  
       coberto  $c$ :  
        $\sum a_{rj}x_j \geq 1$  onde,  $\forall j \in V_P$ ,  
        $a_{rj} \leftarrow \text{Boolean}(c \in V(j))$ ;  
7:   end for  
8: until  $Z$  seja viável
```

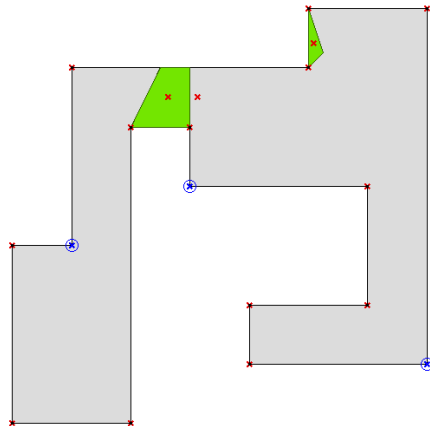


Primeira Iteração

Processamento

```

1: repeat
2:    $Z \leftarrow \text{Solução}(\text{SCP}(P, D(P)))$ ;
3:   for cada região não coberta  $R$  do
4:      $c \leftarrow$  centróide de  $R$ ;
5:      $D(P) \leftarrow D(P) \cup \{c\}$ ;
6:     Adiciona uma nova linha,  $r$ , ao
       conjunto de restrições,
       correspondendo ao novo ponto não
       coberto  $c$ :
        $\sum a_{rj}x_j \geq 1$  onde,  $\forall j \in V_P$ ,
        $a_{rj} \leftarrow \text{Boolean}(c \in V(j))$ ;
7:   end for
8: until  $Z$  seja viável
  
```

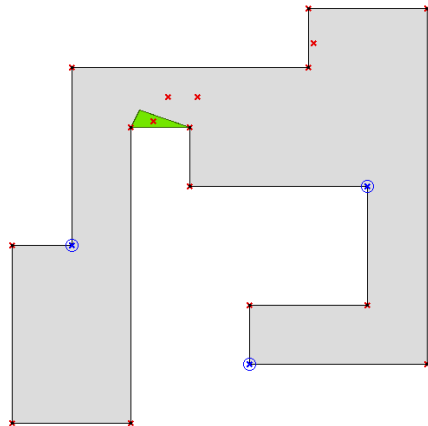


Segunda Iteração

Processamento

```

1: repeat
2:    $Z \leftarrow \text{Solução}(\text{SCP}(P, D(P)))$ ;
3:   for cada região não coberta  $R$  do
4:      $c \leftarrow$  centróide de  $R$ ;
5:      $D(P) \leftarrow D(P) \cup \{c\}$ ;
6:     Adiciona uma nova linha,  $r$ , ao
       conjunto de restrições,
       correspondendo ao novo ponto não
       coberto  $c$ :
        $\sum a_{rj}x_j \geq 1$  onde,  $\forall j \in V_P$ ,
        $a_{rj} \leftarrow \text{Boolean}(c \in V(j))$ ;
7:   end for
8: until  $Z$  seja viável
  
```



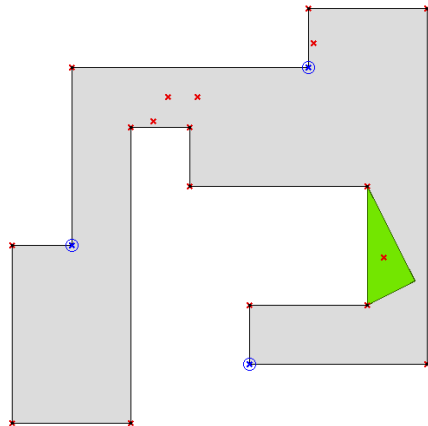
Terceira Iteração

Processamento

```

1: repeat
2:    $Z \leftarrow \text{Solução}(\text{SCP}(P, D(P)))$ ;
3:   for cada região não coberta  $R$  do
4:      $c \leftarrow$  centróide de  $R$ ;
5:      $D(P) \leftarrow D(P) \cup \{c\}$ ;
6:     Adiciona uma nova linha,  $r$ , ao
       conjunto de restrições,
       correspondendo ao novo ponto não
       coberto  $c$ :
       
$$\sum a_{rj}x_j \geq 1 \text{ onde, } \forall j \in V_P,$$

        $a_{rj} \leftarrow \text{Boolean}(c \in V(j));$ 
7:   end for
8: until  $Z$  seja viável
  
```

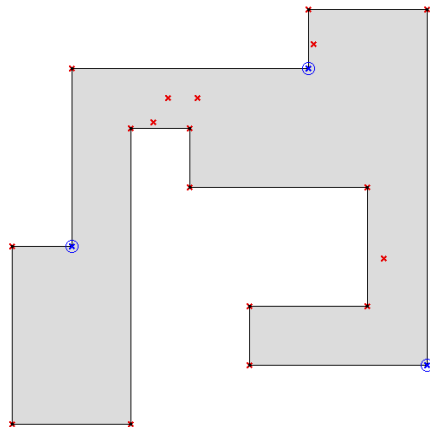


Quarta Iteração

Processamento

```

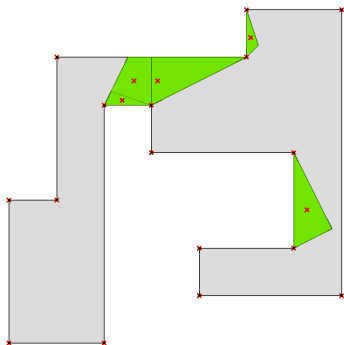
1: repeat
2:    $Z \leftarrow \text{Solução}(\text{SCP}(P, D(P)))$ ;
3:   for cada região não coberta  $R$  do
4:      $c \leftarrow$  centróide de  $R$ ;
5:      $D(P) \leftarrow D(P) \cup \{c\}$ ;
6:     Adiciona uma nova linha,  $r$ , ao
       conjunto de restrições,
       correspondendo ao novo ponto não
       coberto  $c$ :
        $\sum a_{rj}x_j \geq 1$  onde,  $\forall j \in V_P$ ,
        $a_{rj} \leftarrow \text{Boolean}(c \in V(j))$ ;
7:   end for
8: until  $Z$  seja viável
  
```



Quinta Iteração: solução viável

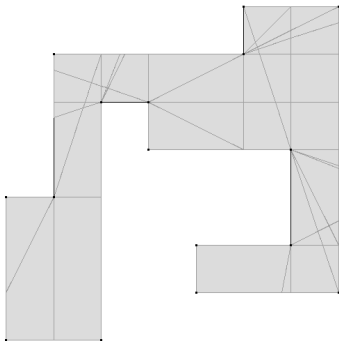
Convergência do Algoritmo

- Está associada ao limitante superior do número de regiões não cobertas



Convergência do Algoritmo

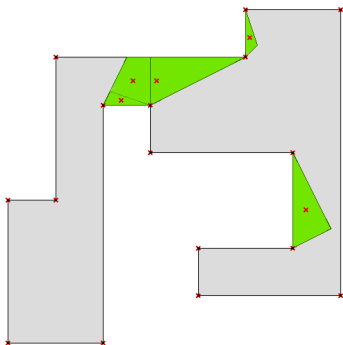
- Está associada ao limitante superior do número de regiões não cobertas



- Arranjo de Visibilidade e AVP. Existem $O(n^3)$ [Bose *et al.* (2002)]

Convergência do Algoritmo

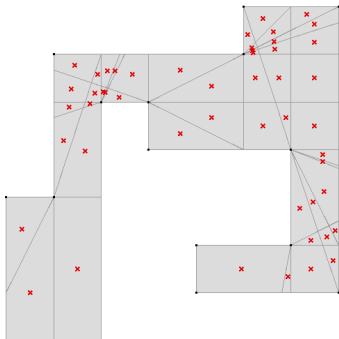
- Está associada ao limitante superior do número de regiões não cobertas



- Arranjo de Visibilidade e AVP. Existem $O(n^3)$ [Bose *et al.* (2002)]
- Toda região não coberta contém um AVP

Convergência do Algoritmo

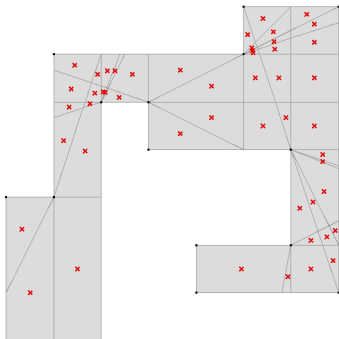
- Está associada ao limitante superior do número de regiões não cobertas



- Arranjo de Visibilidade e AVP. Existem $O(n^3)$ [Bose *et al.* (2002)]
- Toda região não coberta contém um AVP
- Cobertura de um centróide \times implica que seu AVP será coberto

Convergência do Algoritmo

- Está associada ao limitante superior do número de regiões não cobertas



- Arranjo de Visibilidade e AVP. Existem $O(n^3)$ [Bose *et al.* (2002)]
- Toda região não coberta contém um AVP
- Cobertura de um centróide \times implica que seu AVP será coberto
- Isto prova que o algoritmo converge!

Convergência do Algoritmo

- Está associada ao limitante superior do número de regiões não cobertas

$$O(n^3)$$

Convergência do Algoritmo

- Está associada ao limitante superior do número de regiões não cobertas

$$O(n^3)$$

- Cada iteração resolve um problema NP-DIFÍCIL (SCP)

Convergência do Algoritmo

- Está associada ao limitante superior do número de regiões não cobertas

$$O(n^3)$$

- Cada iteração resolve um problema NP-DIFÍCIL (SCP)
- Ao construir $D(P)$ com o centróide de cada AVP, tem-se uma solução ótima em uma única iteração

Estratégias de Discretização

- Número de regiões não cobertas depende da escolha de $D(P)$

Estratégias de Discretização

- Número de regiões não cobertas depende da escolha de $D(P)$
 - ▶ Compromisso entre eficiência e precisão

Estratégias de Discretização

- Número de regiões não cobertas depende da escolha de $D(P)$
 - ▶ Compromisso entre eficiência e precisão
 - ▶ Deseja-se um número baixo de restrições

Estratégias de Discretização

- Número de regiões não cobertas depende da escolha de $D(P)$
 - ▶ Compromisso entre eficiência e precisão
 - ▶ Deseja-se um número baixo de restrições
 - ▶ Deseja-se um número baixo de iterações

Estratégias de Discretização

- Número de regiões não cobertas depende da escolha de $D(P)$
 - ▶ Compromisso entre eficiência e precisão
 - ▶ Deseja-se um número baixo de restrições
 - ▶ Deseja-se um número baixo de iterações

Estratégias (APOSTAS)

Estratégias de Discretização

- Número de regiões não cobertas depende da escolha de $D(P)$
 - ▶ Compromisso entre eficiência e precisão
 - ▶ Deseja-se um número baixo de restrições
 - ▶ Deseja-se um número baixo de iterações

Estratégias (APOSTAS)

- **Grade Regular** (densidade)

Estratégias de Discretização

- Número de regiões não cobertas depende da escolha de $D(P)$
 - ▶ Compromisso entre eficiência e precisão
 - ▶ Deseja-se um número baixo de restrições
 - ▶ Deseja-se um número baixo de iterações

Estratégias (APOSTAS)

- **Grade Regular** (densidade)
- **Todos os vértices** (simples, possui informação sobre a forma de P)

Estratégias de Discretização

- Número de regiões não cobertas depende da escolha de $D(P)$
 - ▶ Compromisso entre eficiência e precisão
 - ▶ Deseja-se um número baixo de restrições
 - ▶ Deseja-se um número baixo de iterações

Estratégias (APOSTAS)

- **Grade Regular** (densidade)
- **Todos os vértices** (simples, possui informação sobre a forma de P)
- **Vértices convexos** (identificam regiões difíceis de serem vistas)

Estratégias de Discretização

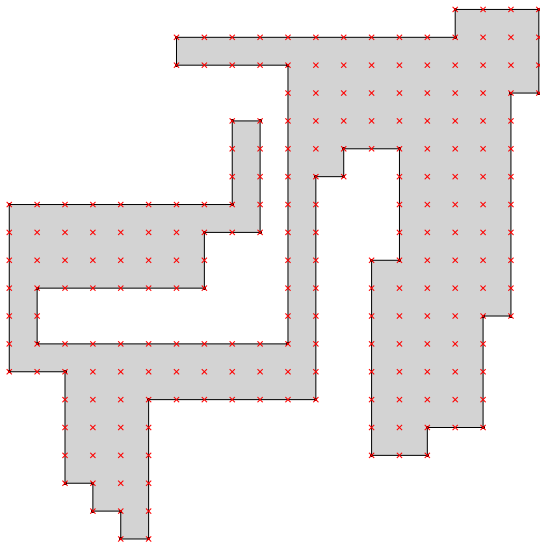
- Número de regiões não cobertas depende da escolha de $D(P)$
 - ▶ Compromisso entre eficiência e precisão
 - ▶ Deseja-se um número baixo de restrições
 - ▶ Deseja-se um número baixo de iterações

Estratégias (APOSTAS)

- **Grade Regular** (densidade)
- **Todos os vértices** (simples, possui informação sobre a forma de P)
- **Vértices convexos** (identificam regiões difíceis de serem vistas)
- (Baseado em) **AVPs** (engenhosa mas com custo de pré-processamento)

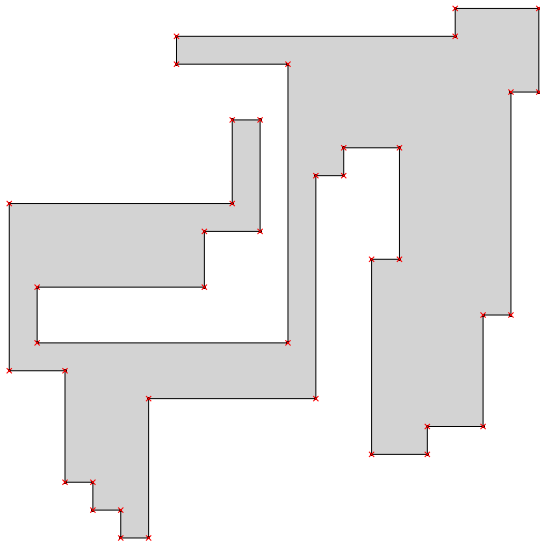
Estratégias de Discretização

- **Grade Regular** (densidade)



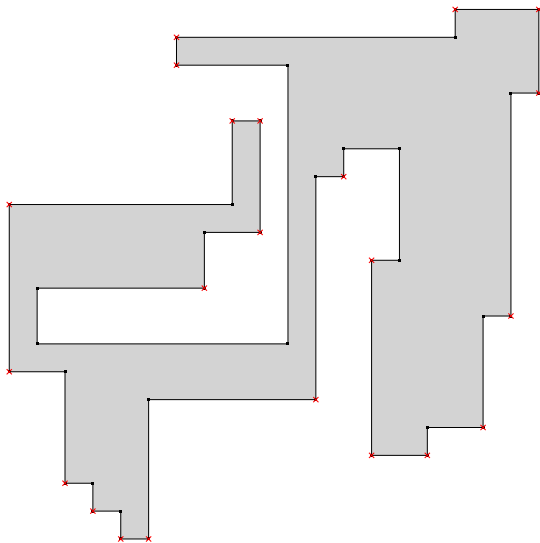
Estratégias de Discretização

- **Todos os vértices** (simples, possui informação sobre a forma de P)



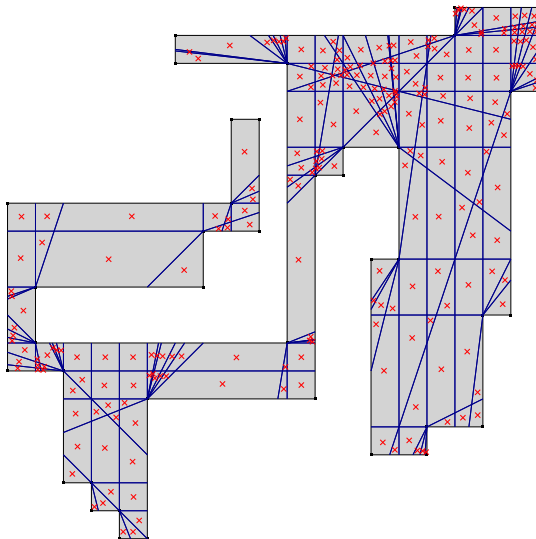
Estratégias de Discretização

- **Vértices convexos** (identificam regiões difíceis de serem vistas)



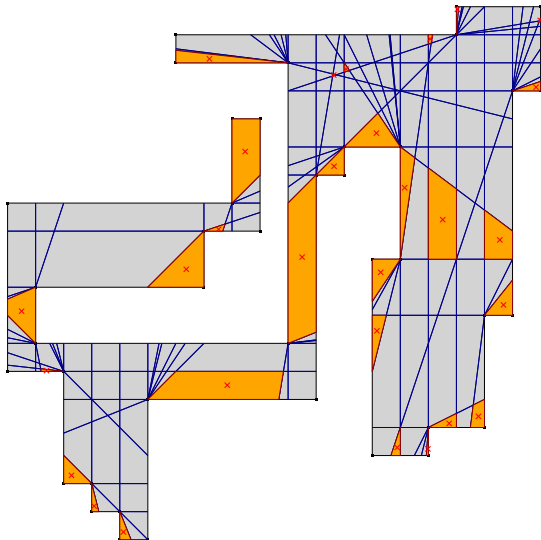
Estratégias de Discretização

- **AVPs** (única iteração)



Estratégias de Discretização

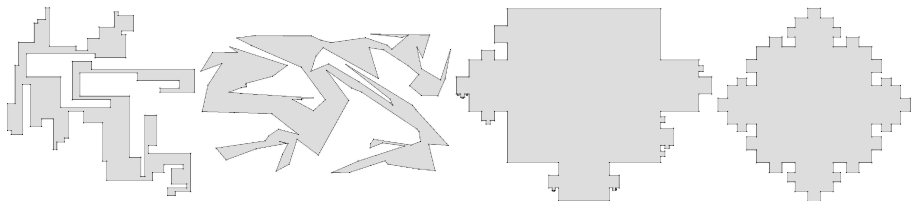
- **AVPs de Sombra** (engenhosa mas com custo de pré-processamento)



Instâncias

- Cinco diferentes grupos de testes com mais de 10000 instâncias de até 2500 vértices e seus resultados, disponíveis em www.ic.unicamp.br/~cid/Problem-instances/Art-Gallery/
- Algumas classes disponíveis

Ortho Random || Simple Random || Random von Koch || Complete von Koch



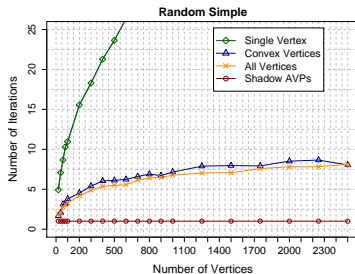
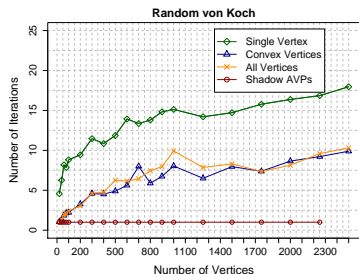
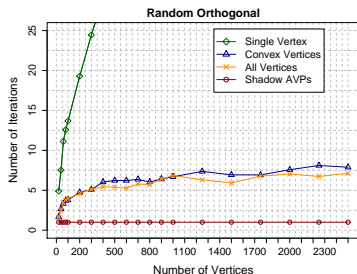
Ambiente Computacional

- Uma implementação foi feita em C++ utilizando o CGAL 3.2.1
- Utilizou-se como resolvidor PLI o Xpress-Optimizer v18.10.04 – para resolver instâncias do Problema de Cobertura de Conjuntos
- Os experimentos foram executados em um computador Pentium IV com 3.4 GHz e 3 GB de memória

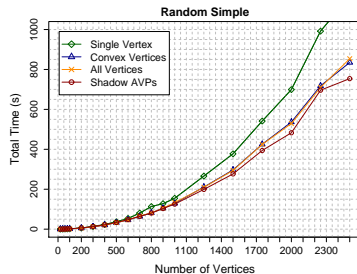
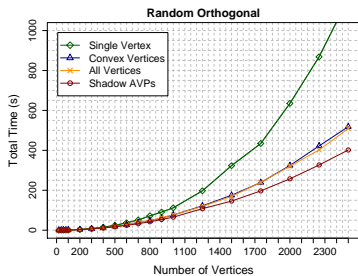
Resultados



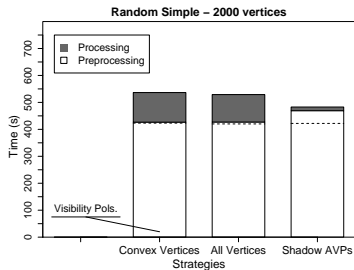
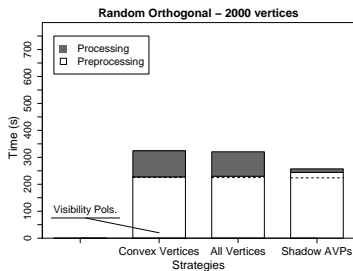
Número de Iterações



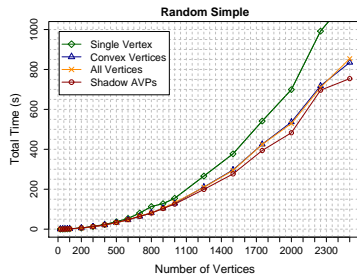
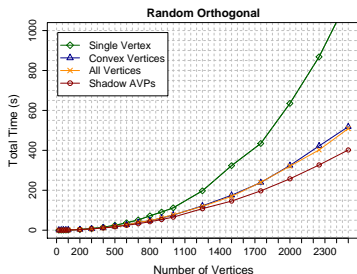
Tempo Total



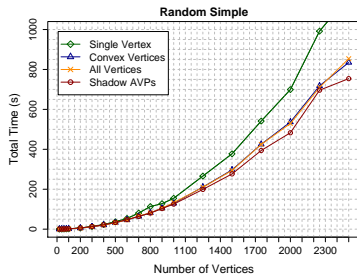
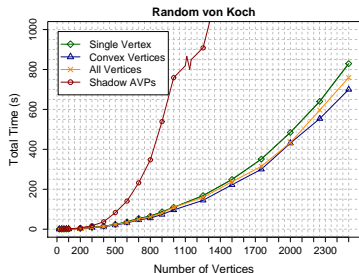
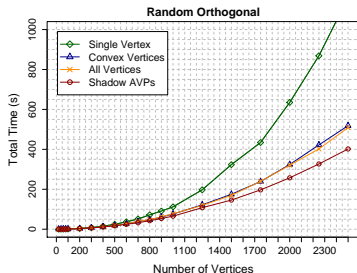
Composição do Tempo de Execução



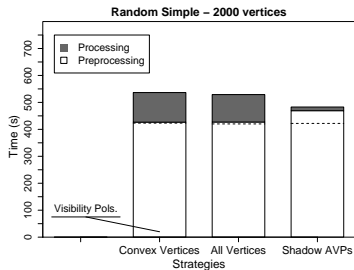
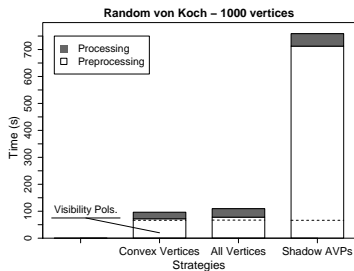
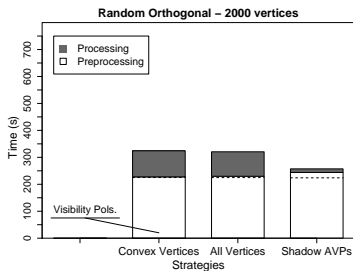
Tempo Total



Tempo Total



Composição do Tempo de Execução



Preprocessamento

- Construir $D(P)$
- Calcular a região de visibilidade $V(u)$ para cada vértice u
- Localizar cada ponto $p \in D(P)$ com relação a cada região de visibilidade
- Retornar a formulação inicial do Problema de Cobertura de Conjuntos (SCP)

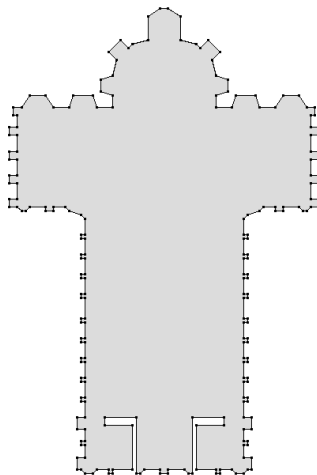
Exemplo

- Basílique St. Sernin, Toulouse



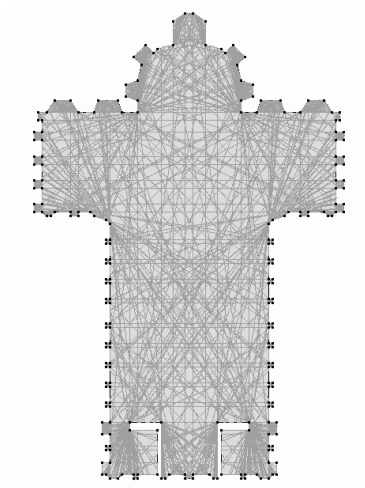
Exemplo

- Basilique St. Sernin, Toulouse



Exemplo

- Basilique St. Sernin, Toulouse



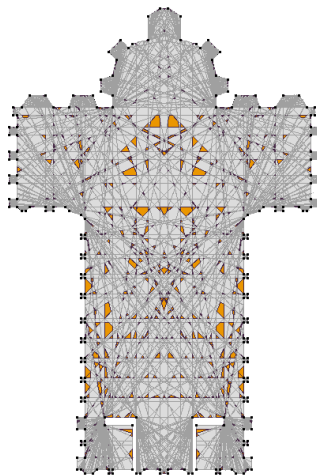
Exemplo

- Basílique St. Sernin, Toulouse



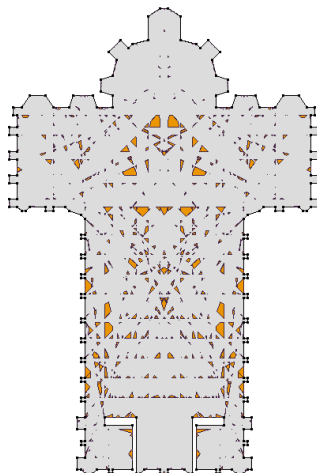
Exemplo

- Basilique St. Sernin, Toulouse



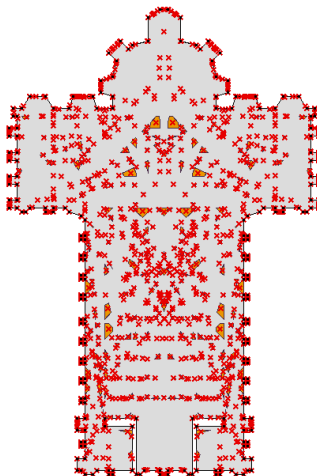
Exemplo

- Basilique St. Sernin, Toulouse



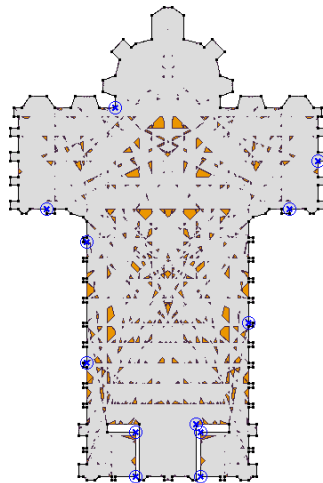
Exemplo

- Basílique St. Sernin, Toulouse



Exemplo

- Basilique St. Sernin, Toulouse



Conclusões

- Implementação de um algoritmo de visibilidade: aritmética exata e tratamento de casos degenerados

Conclusões

- Implementação de um algoritmo de visibilidade: aritmética exata e tratamento de casos degenerados
- Disponibilização da única biblioteca de instâncias de galeria de arte *online* conhecida (10000 instâncias e seus resultados)

Conclusões

- Implementação de um algoritmo de visibilidade: aritmética exata e tratamento de casos degenerados
- Disponibilização da única biblioteca de instâncias de galeria de arte *online* conhecida (10000 instâncias e seus resultados)
- Modelo IP e análise de diversas estratégias para a discretização

Conclusões

- Implementação de um algoritmo de visibilidade: aritmética exata e tratamento de casos degenerados
- Disponibilização da única biblioteca de instâncias de galeria de arte *online* conhecida (10000 instâncias e seus resultados)
- Modelo IP e análise de diversas estratégias para a discretização
- Algoritmo exato que computa solução ótima para o AGP (guardas em vértices)

Conclusões

- Implementação de um algoritmo de visibilidade: aritmética exata e tratamento de casos degenerados
- Disponibilização da única biblioteca de instâncias de galeria de arte *online* conhecida (10000 instâncias e seus resultados)
- Modelo IP e análise de diversas estratégias para a discretização
- Algoritmo exato que computa solução ótima para o AGP (guardas em vértices)
- Instâncias derivadas da curva de von Koch bem mais difíceis de serem resolvidas que as existentes na literatura

Conclusões

- Implementação de um algoritmo de visibilidade: aritmética exata e tratamento de casos degenerados
- Disponibilização da única biblioteca de instâncias de galeria de arte *online* conhecida (10000 instâncias e seus resultados)
- Modelo IP e análise de diversas estratégias para a discretização
- Algoritmo exato que computa solução ótima para o AGP (guardas em vértices)
- Instâncias derivadas da curva de von Koch bem mais difíceis de serem resolvidas que as existentes na literatura
- Estudo experimental extensivo — viabilidade prática

Conclusões

- Implementação de um algoritmo de visibilidade: aritmética exata e tratamento de casos degenerados
- Disponibilização da única biblioteca de instâncias de galeria de arte *online* conhecida (10000 instâncias e seus resultados)
- Modelo IP e análise de diversas estratégias para a discretização
- Algoritmo exato que computa solução ótima para o AGP (guardas em vértices)
- Instâncias derivadas da curva de von Koch bem mais difíceis de serem resolvidas que as existentes na literatura
- Estudo experimental extensivo — viabilidade prática
- Resolução de instâncias complexas: 10+ vezes maiores que os da literatura (em < 800 s)

Conclusões

- Implementação de um algoritmo de visibilidade: aritmética exata e tratamento de casos degenerados
- Disponibilização da única biblioteca de instâncias de galeria de arte *online* conhecida (10000 instâncias e seus resultados)
- Modelo IP e análise de diversas estratégias para a discretização
- Algoritmo exato que computa solução ótima para o AGP (guardas em vértices)
- Instâncias derivadas da curva de von Koch bem mais difíceis de serem resolvidas que as existentes na literatura
- Estudo experimental extensivo — viabilidade prática
- Resolução de instâncias complexas: 10+ vezes maiores que os da literatura (em < 800 s)
- <http://www.ic.unicamp.br/~reltech/2009/09-46.pdf>

Trabalhos em progresso

- Polígonos simples com buracos
- Cobertura múltipla
- O problema de guardas-pontos
- O problema de guardas em arestas
- O problema de cobertura parcial das arestas