AEDS III

Ordenação Externa

Prof. Olga Goussevskaia

Ordenação Externa

- Sumário:
  - Exemplo de aplicação: MapReduce do Google
  - Intercalação balanceada
  - Seleção por substituição
  - Intercalação polifásica
  - Quicksort externo

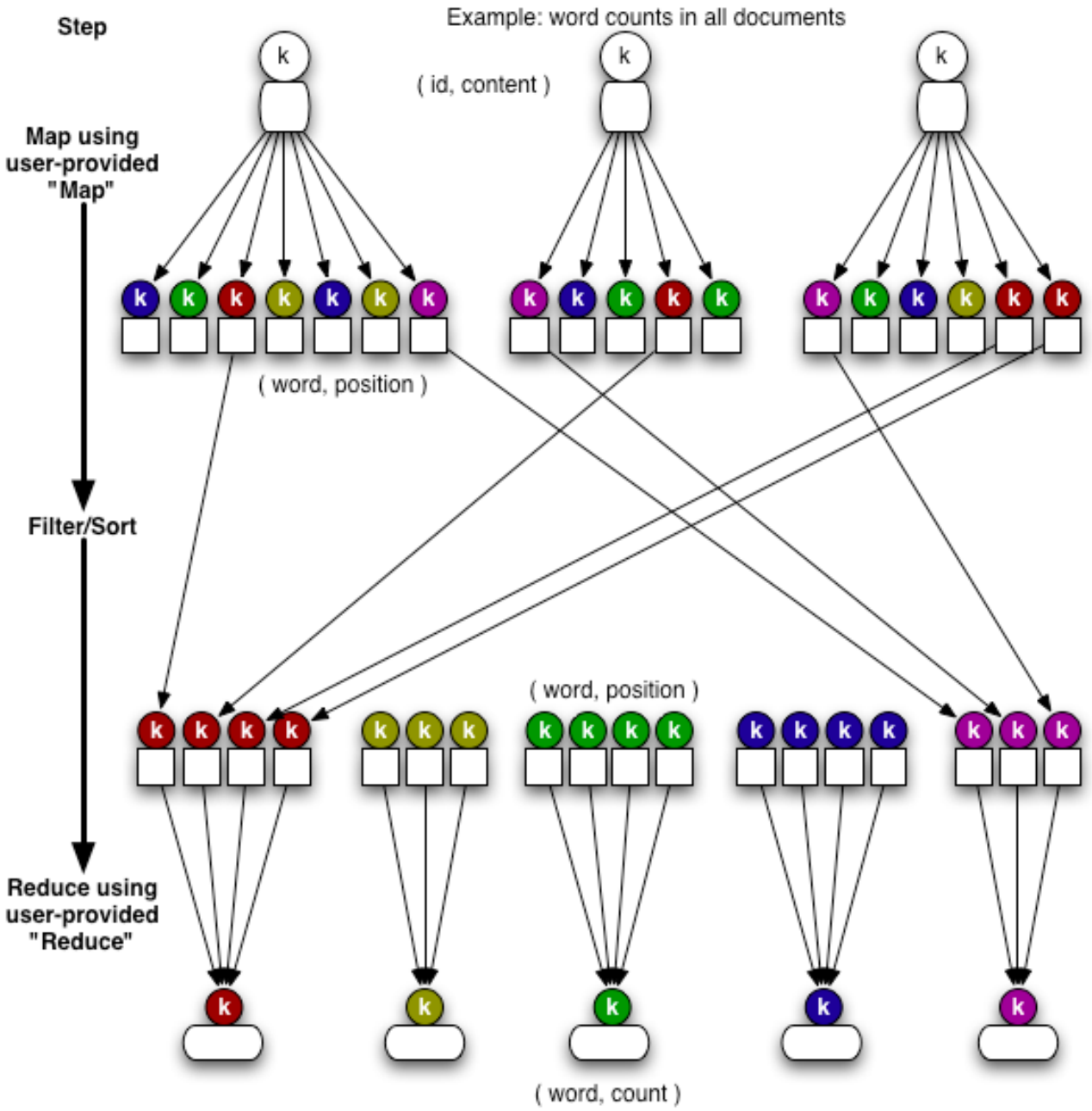
Ordenação Externa

- Exemplo de aplicação: MapReduce do Google
  - Framework de computação distribuída e paralela.
  - Realiza operações simples sobre entradas muito grandes de dados, onde a computação sobre uma parte não afeta a computação sobre a outra parte (admite paralelização trivial)

MapReduce do Google

- Exemplo de problema: contar quantas vezes cada URL foi acessada.
  - Entrada: vários arquivos de log de acessos
  - Estimativa do número de documentos indexados pelo Google em 2008: 1 trilhão (10^12).
- **Map**: dividir a entrada de dados e distibuir entre vários processadores (p_i). Retorno: lista de pares <URL, count_i>
- **Reduce**: agregar as saídas da fase Map através de uma *ordenação externa* e emitir o resultado total <URL, count_total>

MapReduce do Google



Exemplo 2: contar ocorrências de palavras em todos os documentos.

Ordenação Externa

- A ordenação externa consiste em ordenar arquivos de tamanho maior que a memória interna disponível.
- Os métodos de ordenação externa são muito diferentes dos de ordenação interna.
- Na ordenação externa os algoritmos devem diminuir o número de acesso as unidades de memória externa.
- Nas memórias externas, os dados ficam em um arquivo seqüencial.
- Apenas um registro pode ser acessado em um dado momento. Essa é uma restrição forte se comparada com as possibilidades de acesso em um vetor.
- Logo, os métodos de ordenação interna são inadequados para ordenação externa.
- Técnicas de ordenação diferentes devem ser utilizadas.

Ordenação Externa

Fatores que determinam as diferenças das técnicas de ordenação externa:

1. Custo para acessar um item é algumas ordens de grandeza maior.
2. O custo principal na ordenação externa é relacionado a transferência de dados entre a memória interna e externa.
3. Existem restrições severas de acesso aos dados.
4. O desenvolvimento de métodos de ordenação externa é muito dependente do estado atual da tecnologia.
5. A variedade de tipos de unidades de memória externa torna os métodos dependentes de vários parâmetros.
6. Assim, apenas métodos gerais serão apresentados.

Ordenação Externa

- O método mais importante é o de ordenação por intercalação.
- Intercalar significa combinar dois ou mais blocos ordenados em um único bloco ordenado.
- A intercalação é utilizada como uma operação auxiliar na ordenação.
- Estratégia geral dos métodos de ordenação externa:
  1. Quebre o arquivo em blocos do tamanho da memória interna disponível.
  2. Ordene cada bloco na memória interna.
  3. Intercale os blocos ordenados, fazendo várias passadas sobre o arquivo.
  4. A cada passada são criados blocos ordenados cada vez maiores, até que todo o arquivo esteja ordenado.

Ordenação Externa

- Os algoritmos para ordenação externa devem reduzir o número de passadas sobre o arquivo.
- Uma boa medida de complexidade de um algoritmo de ordenação por intercalação é o número de vezes que um item é lido ou escrito na memória auxiliar.
- Os bons métodos de ordenação geralmente envolvem no total menos do que dez passadas sobre o arquivo.

Intercalação Balanceada de Vários Caminhos

- Considere um arquivo armazenado em uma fita de entrada:

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

- Objetivo:
  - Ordenar os 22 registros e colocá-los em uma fita de saída.
- Os registros são lidos um após o outro.
- Considere uma memória interna com capacidade para para três registros.
- Considere que esteja disponível seis unidades de fita magnética.

Intercalação Balanceada de Vários Caminhos

- Fase de criação dos blocos ordenados:

fita 1:	*I N T*	*A C O*	*A D E*
fita 2:	*C E R*	*A B L*	*A*
fita 3:	*A A L*	*A C N*	

Intercalação Balanceada de Vários Caminhos

- Fase de intercalação - Primeira passada:
  1. O primeiro registro de cada fita é lido.
  2. Retire o registro contendo a menor chave.
  3. Armazene-o em uma fita de saída.
  4. Leia um novo registro da fita de onde o registro retirado é proveniente.
  5. Ao ler o terceiro registro de um dos blocos, sua fita fica inativa.
  6. A fita é reativada quando o terceiro registro das outras fitas forem lidos.

Intercalação Balanceada de Vários Caminhos

- Fase de intercalação - Primeira passada:

  7. Neste instante um bloco de nove registros ordenados foi formado na fita de saída.
  8. Repita o processo para os blocos restantes.

- Resultado da primeira passada da segunda etapa:

fita 4:	*A A C E I L N R T*
fita 5:	*A A A B C C L N O*
fita 6:	*A A D E*

Intercalação Balanceada de Vários Caminhos

- Quantas passadas são necessárias para ordenar um arquivo de tamanho arbitrário?
  - Seja n, o número de registros do arquivo.
  - Suponha que cada registro ocupa m palavras na memória interna.
  - A primeira etapa produz n/m blocos ordenados.
  - Seja $P(n)$ o número de passadas para a fase de intercalação.
  - Seja f o número de fitas utilizadas em cada passada.
  - Assim:

$$P(n) = \log_f \frac{n}{m}.$$

No exemplo acima, n=22, m=3 e f=3 temos:

$$P(n) = \log_3 \frac{22}{3} = 2.$$

Intercalação Balanceada de Vários Caminhos

- No exemplo foram utilizadas $2f$ fitas para uma intercalação-de-f-caminhos.
- É possível usar apenas $f + 1$ fitas:
  - Encaminhe todos os blocos para uma única fita.
  - Redistribuia estes blocos entre as fitas de onde eles foram lidos.
  - O custo envolvido é uma passada a mais em cada intercalação.
- No caso do exemplo de 22 registros, apenas quatro fitas seriam suficientes:
  - A intercalação dos blocos a partir das fitas 1, 2 e 3 seria toda dirigida para a fita 4.
  - Ao final, o segundo e o terceiro blocos ordenados de nove registros seriam transferidos de volta para as fitas 1 e 2.

Implementação por meio de Seleção por Substituição

- A implementação do método de intercalação balanceada pode ser realizada utilizando filas de prioridades.
- As duas fases do método podem ser implementadas de forma eficiente e elegante.
- Operações básicas para formar blocos ordenados:
  - Obter o menor dentre os registros presentes na memória interna.
  - Substituí-lo pelo próximo registro da fita de entrada.
- Estrutura ideal para implementar as operações: *heap*.
- Operação de substituição:
  - Retirar o menor item da fila de prioridades.
  - Colocar um novo item no seu lugar.
  - Reconstituir a propriedade do *heap*.

Implementação por meio de Seleção por Substituição

Algoritmo:

1. Inserir m elementos do arquivo na fila de prioridades.
2. Substituir o menor item da fila de prioridades pelo próximo item do arquivo.
3. Se o próximo item é menor do que o que saiu, então:
   - Considere-o membro do próximo bloco.
   - Trate-o como sendo maior do que todos os itens do bloco corrente.
4. Se um item marcado vai para o topo da fila de prioridades então:
   - O bloco corrente é encerrado.
   - Um novo bloco ordenado é iniciado.

Implementação por meio de Seleção por Substituição

Entra	1	2	3
E	*I*	*N*	*T*
R	*N*	*E**	*T*
C	*R*	*E**	*T*
A	*T*	*E**	*C**
L	*A**	*E**	*C**
A	*C**	*E**	*L**
C	*E**	*A*	*L**
A	*L**	*A*	*C*
O	*A*	*A*	*C*
B	*A*	*O*	*C*
A	*B*	*O*	*C*

Entra	1	2	3
L	*C*	*O*	*A**
A	*L*	*O*	*A**
N	*O*	*A**	*A**
C	*A**	*N**	*A**
E	*A**	*N**	*C**
A	*C**	*N**	*E**
D	*E**	*N**	*A*
A	*N**	*D*	*A*
	A	*D*	*A*
	A	*D*	
	D		

- Primeira passada sobre o arquivo exemplo.
- Os asteriscos indicam quais chaves pertencem a blocos diferentes.

Implementação por meio de Seleção por Substituição

- Fase de intercalação dos blocos ordenados obtidos na primeira fase:
  - Operação básica: obter o menor item dentre os ainda não retirados dos f blocos a serem intercalados.

Algoritmo:

- Monte uma fila de prioridades de tamanho f.
- A partir de cada uma das f entradas:
  - Substitua o item no topo da fila de prioridades pelo próximo item do mesmo bloco do item que está sendo substituído.
  - Imprima em outra fita o elemento substituído.

Implementação por meio de Seleção por Substituição

- Exemplo:

Entra	1	2	3
A	*A*	*C*	*I*
L	*A*	*C*	*I*
E	*C*	*L*	*I*
R	*E*	*L*	*I*
N	*I*	*L*	*R*
	L	*N*	*R*
T	*N*	*R*	
	R	*T*	
	T		

- Para f pequeno não é vantajoso utilizar seleção por substituição para intercalar blocos:
  - Obtém-se o menor item fazendo $f - 1$ comparações.
- Quando f é 8 ou mais, o método é adequado:
  - Obtém-se o menor item fazendo $\log_2 f$ comparações.

Considerações Práticas

- As operações de entrada e saída de dados devem ser implementadas eficientemente.
- Deve-se procurar realizar a leitura, a escrita e o processamento interno dos dados de forma simultânea.
- Os computadores de maior porte possuem uma ou mais unidades independentes para processamento de entrada e saída.
- Assim, pode-se realizar processamento e operações de E/S simultaneamente.

Considerações Práticas

- Técnica para obter superposição de E/S e processamento interno:
  - Utilize $2f$ áreas de entrada e $2f$ de saída.
  - Para cada unidade de entrada ou saída, utiliza-se duas áreas de armazenamento:
    1. Uma para uso do processador central
    2. Outra para uso do processador de entrada ou saída.
  - Para entrada, o processador central usa uma das duas áreas enquanto a unidade de entrada está preenchendo a outra área.
  - Depois a utilização das áreas é invertida entre o processador de entrada e o processador central.
  - Para saída, a mesma técnica é utilizada.

Considerações Práticas

- Problemas com a técnica:
  - Apenas metade da memória disponível é utilizada.
  - Isso pode levar a uma ineficiência se o número de áreas for grande. Ex: Intercalação-de-f-caminhos para f grande.
  - Todas as f áreas de entrada em uma intercalação-de-f-caminhos se esvaziando aproximadamente ao mesmo tempo.

Considerações Práticas

- Solução para os problemas:
  - Técnica de previsão:
    - Requer a utilização de uma única área extra de armazenamento durante a intercalação.
    - Superpõe a entrada da próxima área que precisa ser preenchida com a parte de processamento interno do algoritmo.
    - É fácil saber qual área ficará vazia primeiro.
    - Basta olhar para o último registro de cada área.
    - A área cujo último registro é o menor, será a primeira a se esvaziar.

Considerações Práticas

- Escolha da ordem de intercalação f:
  - Para fitas magnéticas:
    - f deve ser igual ao número de unidades de fita disponíveis menos um.
    - A fase de intercalação usa f fitas de entrada e uma fita de saída.
    - O número de fitas de entrada deve ser no mínimo dois.
  - Para discos magnéticos:
    - O mesmo raciocínio acima é válido.
    - O acesso seqüencial é mais eficiente.
  - Sedegwick (1988) sugere considerar f grande o suficiente para completar a ordenação em poucos passos.
  - Porém, a melhor escolha para f depende de vários parâmetros relacionados com o sistema de computação disponível.

Ordenação Externa

- Notação:
  - n: número e registros a serem ordenados,
  - m: tamanho da memória principal,
  - f: número de caminhos intercalados
- Estratégia geral:
  1. Quebrar o arquivo em blocos menores ordenados
     - Intercalação balanceada: criar n/m blocos de tamanho m
     - Seleção por substituição: usar um heap de tamanho m para criar blocos de tamanho médio 2m
  2. Iterativamente intercalar blocos ordenados, criando blocos ordenados cada vez maiores

Ordenação Externa

- Notação:
  - n: número e registros a serem ordenados,
  - m: tamanho da memória principal,
  - f: número de caminhos intercalados
  - b: número inicial de blocos ordenados
  - P(n): número de passadas na fase de intercalação

$$P(n) = \log_{f} (b)$$

- Intercalação balanceada: $P(n) = \log_{f} (n/m)$
  - Ex: n=22, m=3, f=3, P(n)=2
- Seleção por substituição: $P(n) = \log_{f} (n/2m)$
  - Ex: n=22, m=3, f=3, P(n)=1
- Tem que considerar tb o custo de uma passada adicional para criar os blocos ordenados iniciais

Ordenação Externa

- Como escolher f (número de caminhos)?
  - Ex: n=200milhões, m=1milhão, P(n)=2?

    f^2 > n/2m => f > sqrt(100) => f = 11

- E o número de fitas?
  - Intercalação balanceada: 2f (muito grande)
  - Alternativa: f+1
    - Usar uma única fita de saída
    - Custo: uma cópia adicional a cada passada da fase de intercalação!
    - Como eliminar este custo adicional?

Intercalação Polifásica

- Problema com a intercalação balanceada de vários caminhos:
  - Necessita de um grande número de fitas.
  - Faz várias leituras e escritas entre as fitas envolvidas.
  - Para uma intercalação balanceada de f caminhos são necessárias $2f$ fitas.
  - Alternativamente, pode-se copiar o arquivo quase todo de uma única fita de saída para f fitas de entrada.
  - Isso reduz o número de fitas para $f + 1$.
  - Porém, há um custo de uma cópia adicional do arquivo.
- Solução:
  - **Intercalação polifásica**.

Intercalação Polifásica

- Os blocos ordenados são distribuídos de forma desigual entre as fitas disponíveis.
- Uma fita é deixada livre.
- Em seguida, a intercalação de blocos ordenados é executada até que uma das fitas esvazie.
- Neste ponto, uma das fitas de saída troca de papel com a fita de entrada.

Intercalação Polifásica

- Blocos iniciais criados na Seleção por Substituição:
  - Arquivo: INTERCALACAOBALANCEADA
  - f1: INRT AACEN
  - f2: ACEL AAD
  - f3: AABCLO
- Blocos iniciais criados na Intercalação Polifásica:
  - f1: INRT ACEL AABCLO (espaço <2m)
  - f2: AACEN AAD
  - f3:
- Fase de intercalação polifásica (nenhuma cópia direta)
  - f1: AABCLO (alguns blocos não são intercalados)
  - f2:
  - f3: AACEINNRT AAACDEL

Intercalação Polifásica

- Exemplo:
  - Blocos ordenados obtidos por meio de seleção por substituição:

fita 1:	*I N R T*	*A C E L*	*A A B C L O*
fita 2:	*A A C E N*	*A A D*	
fita 3:			

  - Configuração após uma intercalação-de-2-caminhos das fitas 1 e 2 para a fita 3:

fita 1:	*A A B C L O*	
fita 2:		
fita 3:	*A A C E I N N R T*	*A A A C D E L*

Intercalação Polifásica

- Exemplo:
  - Depois da intercalação-de-2-caminhos das fitas 1 e 3 para a fita 2:

fita 1:	
fita 2:	*A A A A B C C E I L N N O R T*
fita 3:	*A A A C D E L*

  - Finalmente:

fita 1:	*A A A A A A A B C C C D E E I L L N N O R T*
fita 2:	
fita 3:	

  - A intercalação é realizada em muitas fases.
  - As fases não envolvem todos os blocos.
  - Nenhuma cópia direta entre fitas é realizada.

Intercalação Polifásica

- A implementação da intercalação polifásica é simples.
- A parte mais delicada está na distribuição inicial dos blocos ordenados entre as fitas.
- Distribuição dos blocos nas diversas etapas do exemplo:

fita 1	fita 2	fita 3	Total
3	2	0	5
1	0	2	3
0	1	1	2
1	0	0	1

Intercalação Polifásica

Análise:

- A análise da intercalação polifásica é complicada.
- O que se sabe é que ela é ligeiramente melhor do que a intercalação balanceada para valores pequenos de f.
- Para valores de $f > 8$, a intercalação balanceada pode ser mais rápida.

Quicksort Externo

- Quicksort interno (paradigma de divisão e conquista):
  - Escolher um elemento pivot p da lista (rand/mediana)
  - Particionamento: reordenar a lista, tal que todos os elementos <p fiquem antes de p, e todos os elementos >p fiquem depois de p. (se =p, qq lado)
  - Recursivamente ordenar as sub-listas <p e >p.
- Quicksort externo (mesmo paradigma)
  - Igual ao quicksort interno, so que o pivot é substituido por um buffer de tamanho **m** ($m=O(\log n)$, $m \geq 3$)
  - É um algoritmo *in situ*, ou seja, não necessita de memória externa adicional.
  - Os n registros a serem ordenados estão em memória secundária de acesso randômico.

Quicksort Externo

- Foi proposto por Monard em 1980.
- Utiliza o paradigma de **divisão e conquista**.
- O algoritmo ordena ***in situ*** um arquivo $A = \{R_1, \ldots, R_n\}$ de n registros.
- Os registros estão armazenados consecutivamente em memória secundária de acesso randômico.
- O algoritmo utiliza somente $O(\log n)$ unidades de memória interna e não é necessária nenhuma memória externa adicional.

Quicksort Externo

- Seja R_i, $1 \leq i \leq n$, o registro que se encontra na i-ésima posição de A.
- Algoritmo:
  1. Particionar A da seguinte forma:
     $\{R_1, \ldots, R_i\} \leq R_{i+1} \leq R_{i+2} \leq \ldots \leq R_{j-2} \leq R_{j-1} \leq \{R_j, \ldots, R_n\}$,
  2. chamar recursivamente o algoritmo em cada um dos subarquivos $A_1 = \{R_1, \ldots, R_i\}$ e $A_2 = \{R_j, \ldots, R_n\}$.

Quicksort Externo

- Para o partionamento é utilizanda uma área de armazenamento na memória interna.
- Tamanho da área: $\mathrm{TamArea} = j - i - 1$, com $\mathrm{TamArea} \geq 3$.
- Nas chamadas recusivas deve-se considerar que:
  - Primeiro deve ser ordenado o subarquivo de menor tamanho.
  - Condição para que, na média, $O(\log n)$ subarquivos tenham o processamento adiado.
  - Subarquivos vazios ou com um único registro são ignorados.
  - Caso o arquivo de entrada A possua no máximo $\mathrm{TamArea}$ registros, ele é ordenado em um único passo.

Quicksort Externo

1. Lê os primeiros m/2 e os últimos m/2 elementos para o buffer e ordena
2. Guarda max(buffer) e min(buffer) para evitar reordenar elementos no meio q já estão escritos
3. Lê o próximo elemento x do começo ou do fim, alternadamente, de forma a balancear a escrita
4. Se x ≤ min(buffer), escreve x no espaço liberado no começo do arquivo de entrada

   Se x ≥ max(buffer), escreve x no fim do arquivo

   Senão, escreve min(buffer) ou max(buffer) e coloca x no buffer
5. Ao terminar, escrever o conteúdo do buffer
6. Recursivamente, ordena(partição menor); ordena (partição restante)

Quicksort Externo

- Exemplo: ordenar A{5, 3, 10, 6, 1, 7, **4**}, m=3

1. Lê {4,5,7}, ordene em memória: B{4,5,7}, min=4,max=7
2. Lê {3}: (3 ≤ min) => escreve 3: A{3, 3, 10, 6, 1, 7, 4}
3. Lê {1}: (1 ≤ min) => escreve 1: A{3, 1, 10, 6, 1, 7, 4}
4. Lê {10}: (10 ≥ max) => escreve 10: A{3, 1, 10, 6, 1, 7, 10}
5. Lê {6}: (min < 6 < max) => escreve max (p/ balancear), coloca {6} no buffer:

   A{3, 1, 10, 6, 1, 7, 10} , B{4,5,6}, min=4,max=6
6. Escreve o buffer no arquivo: A{3, 1, 4, 5, 6, 7, 10}
7. Recursão: ordena A{3, 1}; ordena A{7,10};

Quicksort Externo

- Exemplo: ordenar A{**5**, 3, 10, 6, 1, 7, 4}, m=3

1. Lê {5,4,3}, ordene em memória: B{3,4,5}, min=3,max=5
2. Lê {7}: (7 ≥ max) => escreve 7: A{5, 3, 10, 6, 1, 7, 7}
3. Lê {1}: (1 ≤ min) => escreve 1: A{1, 3, 10, 6, 1, 7, 7}
4. Lê {10}: (10 ≥ max) => escreve 10: A{1, 3, 10, 6, 1, 10, 7}
5. Lê {6}: (6 ≥ max) => escreve 6: A{1, 3, 10, 6, 6, 10, 7}

11. Escreve o buffer no arquivo: A{1, 3, 4, 5, 6, 10, 7}
12. Recursão: ordena A{1}; ordena A{6,10,7};

Quicksort Externo: Análise

- Seja n o número de registros a serem ordenados.
- Seja e b o tamanho do bloco de leitura ou gravação do Sistema operacional.
- Melhor caso: $O(\frac{n}{b})$
  - Por exemplo, ocorre quando o arquivo de entrada já está ordenado.
- Pior caso: $O(\frac{n^2}{\mathrm{TamArea}})$
  - ocorre quando um dos arquivos retornados pelo procedimento Particao tem o maior tamanho possível e o outro é vazio.
  - A medida que n cresce, a probabilidade de ocorrência do pior caso tende a zero.
- Caso Médio: $O(\frac{n}{b}log(\frac{n}{\mathrm{TamArea}}))$
  - É o que tem amaior probabilidade de ocorrer.