

# 7600017 - Introdução à Física Computacional - 2019

## Quarto Projeto

### Instruções

- Crie um diretório `proj4_#usp` em `/public/IntroFisComp19/projeto4`
- Proteja seu diretório para não ser lido por `g` e `o`
- Deixe no diretório apenas 4 arquivos, de nomes `exer1.f90`, `exer2.f90`, `exer3.f90` e `decai.pdf`
- Os códigos devem seguir rigorosamente os padrões especificados abaixo para `entrada/saída`
- Use **precisão dupla em seus resultados**
- **Note: se deixar de fazer algum exercício não inclua o arquivo correspondente**

### Decaimento Radioativo

- A) O **envelhecimento** a nível atômico ocorre de forma muito diferente do que esperaríamos baseado em nossa intuição **macroscópica**. Para cada átomo de um isótopo radioativo, vale a seguinte regra: independentemente de quanto tempo ele já **viveu**, sua probabilidade de decair no próximo intervalo de tempo  $dt$  será igual ao intervalo  $dt$  vezes à sua *constante de decaimento*  $\lambda$ . Quando aplicada a uma amostra de muitos átomos desse tipo, essa regra implica que o número de decaimentos no intervalo  $dt$  após o instante  $t$  seja dado por

$$dN(t) = -\lambda N(t)dt \quad (1)$$

Partindo de uma amostra inicial com  $N_0$  átomos, *simule* o número de átomos restantes a cada instante de tempo  $t$ , fazendo atualizações de  $N(t)$  a cada intervalo de tempo  $\delta t$ . Seu programa `exer1.f90` deve ler a partir do terminal os dados para  $N_0$  (inteiro), a constante  $\lambda$  e o intervalo  $dt$  (pequeno), um por linha. A saída deve ser dada no arquivo `decai_out`, em duas colunas:  $t$ ,  $N(t)$ , para todos os valores de tempo  $t$  simulados (um por linha), desde  $t = 0$  até  $t = 10$ . Suponha que o tempo seja dado em anos.

**Importante:** números aleatórios entre 0 e 1 podem ser gerados usando a função `rand()` do fortran. É importante notar que a sequência de tais números será sempre a mesma, a não ser que seja escolhida uma semente diferente. Para este exercício preocupe-se em utilizar o menor número de vezes esta função.

- B) A regra descrita acima determina uma equação diferencial para o número de átomos **sobreviventes** no tempo  $t$ , que pode ser resolvida analiticamente. Obtenha essa solução analítica e compare com sua simulação numérica do item anterior para os casos  $dt = 0.01$  e  $0.2$ , tomando  $N_0 = 5000$  e  $\lambda = 0.7$ . Você deve elaborar um gráfico das três curvas em uma mesma figura, especificando os três casos na legenda do gráfico. Apresente a figura em um arquivo chamado [decai.pdf](#). Certifique-se de que as três curvas sejam visíveis e distinguíveis no gráfico, utilizando linhas tracejadas se necessário, etc.

A partir da expressão exata para a função  $N(t)$ , podemos calcular o tempo de vida médio de um átomo da amostra, se notarmos que a probabilidade de **viver** até um tempo  $t$  é dada por  $N(t)/N_0$  e portanto a densidade de probabilidade  $P(t)$  de viver exatamente  $t$  é dada por

$$P(t)dt = \lambda \frac{N(t)}{N_0} dt. \quad (2)$$

Calcule assim o tempo de vida médio

$$\langle t \rangle = \int_0^\infty t P(t) dt \quad (3)$$

em termos do parâmetro  $\lambda$ . Note: verifique que a distribuição de probabilidades esteja normalizada a 1.

Modifique agora seu programa do item anterior, chamando-o de [exer2.f90](#), de forma que ele forneça (para as mesmas entradas) no terminal, em duas colunas: 1) o valor do tempo de vida médio obtido na simulação e 2) o valor exato  $\langle t \rangle$  calculado (a partir de  $\lambda$ ) como acima. Suponha que não haja sobreviventes ao final da simulação, i.e. que  $N(t = 10.0)$  seja 0.

- C) Considere novamente a equação diferencial para  $N(t)$  deduzida acima, mas agora utilize a aproximação dada pela discretização da derivada

$$N(t + \delta t) \equiv N(t) + \frac{dN}{dt} \delta t \quad (4)$$

como uma maneira de integrar numericamente a equação, a partir da condição inicial  $N(t = 0) = N_0$ . Escreva assim um programa [exer3.f90](#) que leia, um por linha a partir do arquivo [decai\\_in](#): dados para  $N_0$  (inteiro),  $\lambda$ , o intervalo de integração  $\delta t$  e o tempo total  $T$ , e depois imprima, no arquivo [decai\\_out](#), em duas colunas:  $t$  e  $N(t)$  para os instantes considerados entre 0 e  $T$ . Considere que  $T$  seja um múltiplo do intervalo  $\delta t$ . Por curiosidade: compare em um gráfico o resultado obtido com os do item anterior, verificando a influência do tamanho do passo de integração nos resultados.