

# **Investigación de Operaciones. Clase 2: Modelamiento y sus etapas**

**Profesor Wladimir Soto**

# El Proceso de Modelar un Sistema

## Modelo

Representación simplificada de la *realidad*.

## Modelo Matemático

Descripción matemático lógica de algún sistema de objetos y actividades.

# El Proceso de Modelar un Sistema

## Modelar

Arte de construir y usar los modelos matemáticos como una herramienta para analizar las políticas alternativas y evaluar las operaciones.

# Ventajas de los Modelos

- Los modelos nos permite entender mejor las situaciones que enfrentamos.
- Este mayor conocimiento nos da más poder para influir en los resultados.
- Se puede modelar elementos tangibles (como las líneas de producción) e intangibles (como las decisiones y la incertidumbre).

# Ventajas de los Modelos

- Generalmente, experimentar con modelos (en comparación a experimentar con situaciones reales):
  - requiere menos tiempo
  - es menos costoso
  - involucra menos riesgo

## Ejemplo 1

- Hoy es jueves, debo estar el día lunes en la ciudad X para participar de una feria internacional. La estadía en la ciudad cuesta en promedio 90 dólares por noche el fin de semana y 60 dólares en la semana, el boleto de avión cuesta 200 dólares el fin de semana y 150 dólares un día de semana. ¿De que manera me ahorro mas dinero?. El tiempo de viajes es de 3 horas aproximadamente y solo quedan pasajes para el viernes o sábado a primera hora en la madrugada. La madrugada del sábado y del domingo es considerada por el hotel como fin de semana.

## Ejemplo 1

- Objetivo:
  - Minimizar el costo de la estadía y pasaje.
- Restricciones :
  - Debo estar por lo menos 1 día antes
  - Solo quedan pasajes para el viernes o sábado
  - El tiempo de viaje es de aproximadamente 3 horas

# Ejemplo 1

## Alternativas

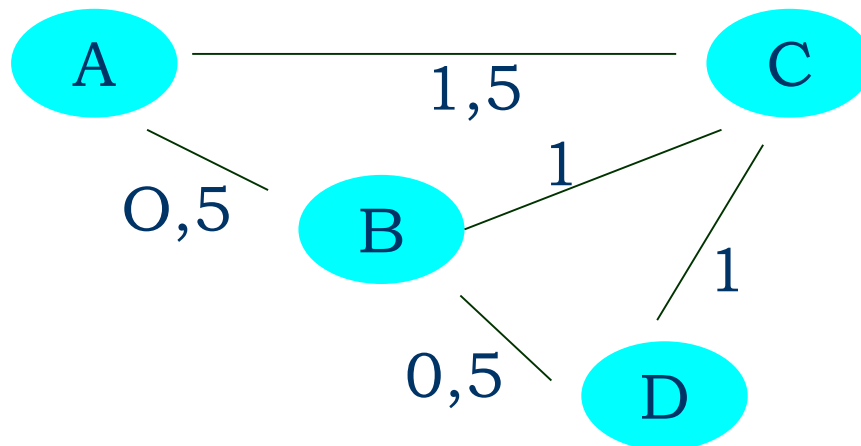
- Alternativa 1: Me voy el día viernes llegando este día a primera hora y me alojo en el hotel hasta el día lunes, regresando este día.
- Alternativa 2: Me voy el día sábado a primera hora y me alojo en el hotel hasta el día lunes, regresando este día.

Alternativa	Costos US\$	Costo total. US\$
ALTERNATIVA 1	$2 \cdot 90 + 2 \cdot 60 + 150$	450
ALTERNATIVA 2	$2 \cdot 90 + 1 \cdot 60 + 200$	<b>440</b>



## Ejemplo 2

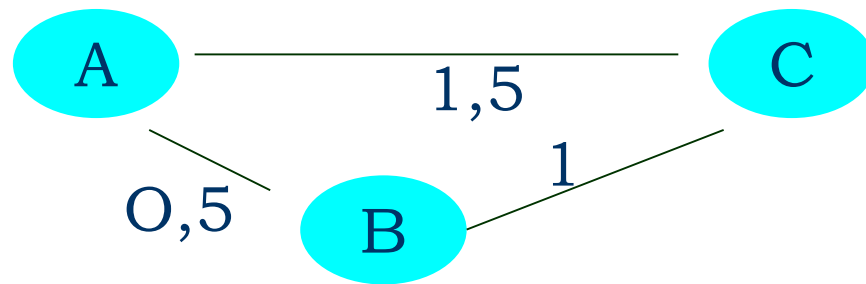
Un Ingeniero debe visitar 2 ciudades de tres en un día, dada su apretada agenda busca seleccionar las dos ciudades en las cuales se demore menos, se supone que sale de la ciudad C.



## Ejemplo 2

- Objetivo.:
  - Un criterio objetivo es elegir la alternativa que minimice el tiempo
- Restricciones:
  - Solo se deben elegir dos ciudades
- Alternativas:

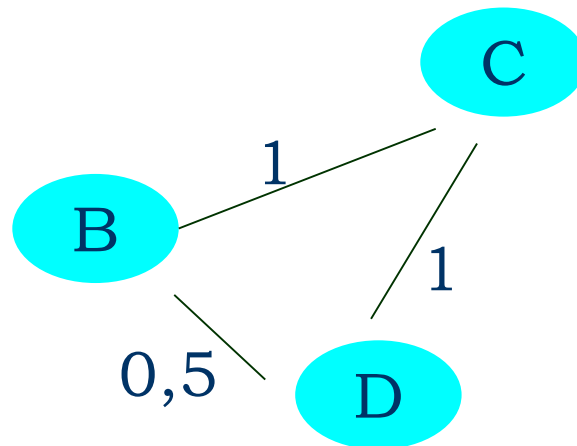
## Ejemplo 2



Considerando A-B

Combinación	Horas
C-B-A-C	2
C-A-B-C	2
C-B-C-A-C	5
C-A-C-B-C	5
C-B-A-B-C	3
C.-A-B-A-C	4

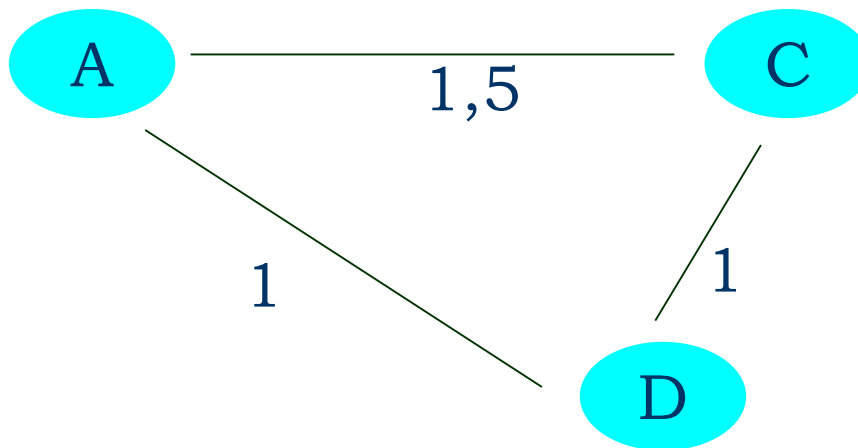
## Ejemplo 2



Considerando B-D

Combinación	Horas
C-B-D-C	2,5
C-D-B-C	2,5
C-B-C-D-C	4
C-D-C-B-C	4
C-B-D-B-C	3
C-D-B-D-C	3

## Ejemplo 2



Considerando A-D

Combinación	Horas
C-D-A-C	4
C-A-D-C	4
C-D-C-A-C	6
C-A-C-D-C	5
C-A-D-A-C	3
C-D-A-D-C	4

## Ejemplo 2

Considerando A-B

Combinación	Horas
<b>C-B-A-C</b>	<b>2</b>
<b>C-A-B-C</b>	<b>2</b>
C-B-C-A-C	5
C-A-C-B-C	5
C-B-A-B-C	3
C.-A-B-A-C	4

Considerando B-D

Combinación	Horas
C-B-D-C	2,5
C-D-B-C	2,5
C-B-C-D-C	4
C-D-C-B-C	4
C-B-D-B-C	3
C-D-B-D-C	3

Considerando A-D

Combinación	Horas
C-D-A-C	4
C-A-D-C	4
C-D-C-A-C	6
C-A-C-D-C	5
C-A-D-A-C	3
C-D-A-D-C	4

**¡2 SOLUCIONES OPTIMAS !**

EJEMPLO 1 Y 2 ALTERNATIVAS FINITAS

## Ejemplo 3

- Una empresa dispone de 70 trabajadores con cualificaciones diferentes (Economistas, Ingenieros, Auxiliares Administrativos, etc..) a los que hemos de asignar 70 actividades también diferentes.
- Para decidir una determinada asignación de tareas deberíamos escoger de entre un total de  $70!$  (Permutaciones de 70 elementos) aquella que maximiza el resultado final de la empresa. Como  $70!$  es aproximadamente igual a  $10^{100}$ , aún revisando un 1 millón de asignaciones diferentes al segundo necesitaríamos aproximadamente  $10^{87}$  años para revisar todas las asignaciones posibles.
- Este tipo de problemas requiere desarrollar modelos de programación matemática, otros métodos matemáticos, para llegar a algún tipo de conclusiones.

## Ejemplo 4

- Imagine la Formación de un área rectangular que tenga área máxima con un trozo de alambre de  $L$  centímetros de longitud ¿Cuál será el ancho y la altura del rectángulo?
  - Ancho y altura una cantidad infinita de posibilidades
  - Para formalizar esta observación, las alternativas se identifican definiendo el ancho o la altura como variables (algebraicas continuas)



## Ejemplo 4

- Variables:

$w$  = ancho del rectángulo en centímetros

$h$  = altura del rectángulo en centímetros

- Función objetivo:

Maximizar el área del rectángulo  $w \cdot h$

- Restricciones

- Ancho del rectángulo + altura del rectángulo = la mitad de la longitud del alambre
- El ancho y la altura no pueden ser negativos

## Ejemplo 4

- Estas restricciones se traducen al algebra como:

$$2(w + h) = L$$

$$w \geq 0$$

$$h \geq 0$$

## Ejemplo 4

- Modelo

Función Objetivo:

$$\text{Maximizar } z = w * h$$

Sujeto a:

$$2(w + h) = L$$

$$w \geq 0$$

$$h \geq 0$$

- Solución:  $w=h=L/4$  que equivale a formar un cuadrado

# El Proceso de Modelar un Sistema

- Ejemplo 1, 2 y 3 tienen alternativas finitas
- Ejemplo 4 tiene alternativas infinitas
- Una solución optima puede ser 1, varios o incluso infinitos valores.

# El Proceso de Modelar un Sistema

- En general el primer paso crucial de estos modelos es la definición de **alternativas** o **variables de decisión** del problema.
- A continuación se usan las variables de decisión para construir la **función objetivo** y las **restricciones del modelo**.
- Terminado los tres pasos el modelo de investigación de operaciones se suele organizar con el siguiente formato general:

# El Proceso de Modelar un Sistema

Maximizar o Minimizar la **función objetivo**

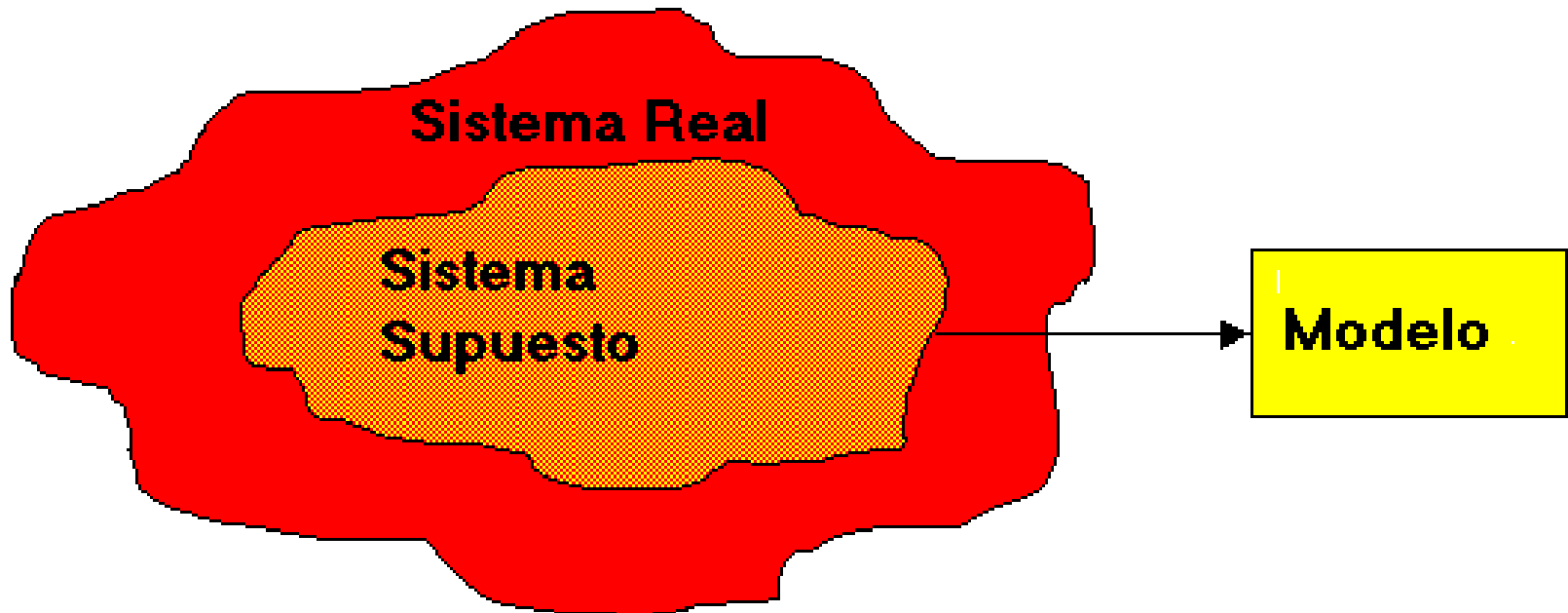
Sujeta a

**Restricciones**

# Etapas para Modelar un Sistema

- Una solución del modelo es factible si satisface todas las restricciones.
- Es optima si además de ser factible, produce el mejor valor (máximo o mínimo) de la función objetivo.

# Etapas para Modelar un Sistema



La calidad de la solución que se obtenga depende de la exactitud del modelo para representar el problema real, llegando a soluciones **sub-optimas**

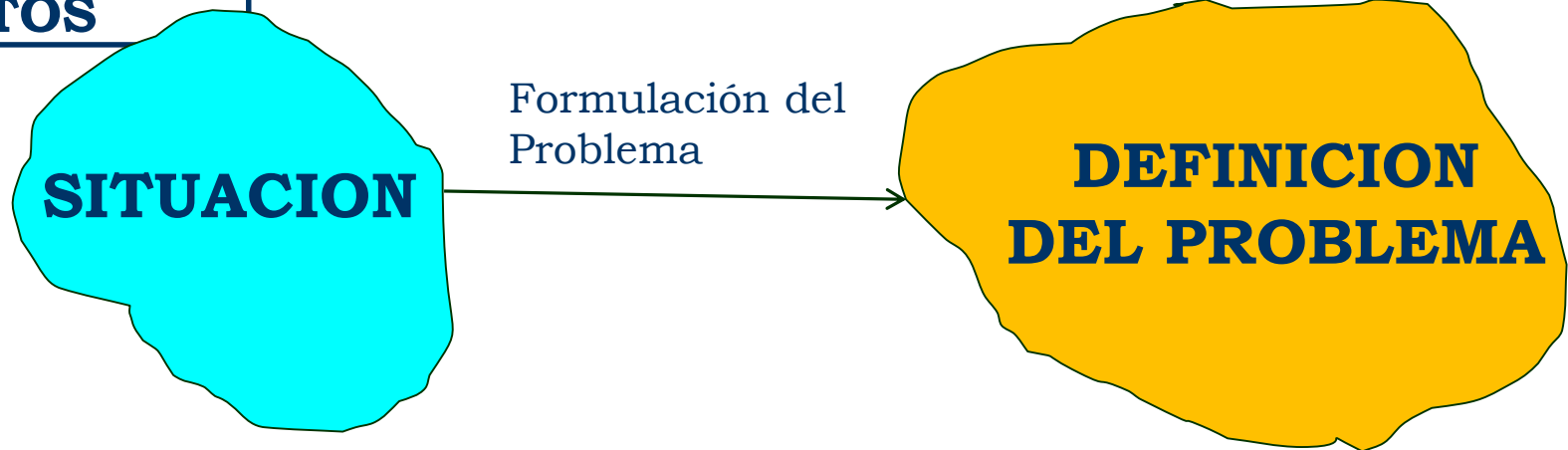


# Etapas para Modelar un Sistema

1. Formulación del problema
2. Construcción de un modelo matemático que represente el sistema bajo estudio
3. Obtención de una solución a partir del modelo
4. Prueba del modelo y de la solución obtenida
5. Establecimiento de controles sobre la solución
6. Implementación de la solución

# Etapas para Modelar un Sistema

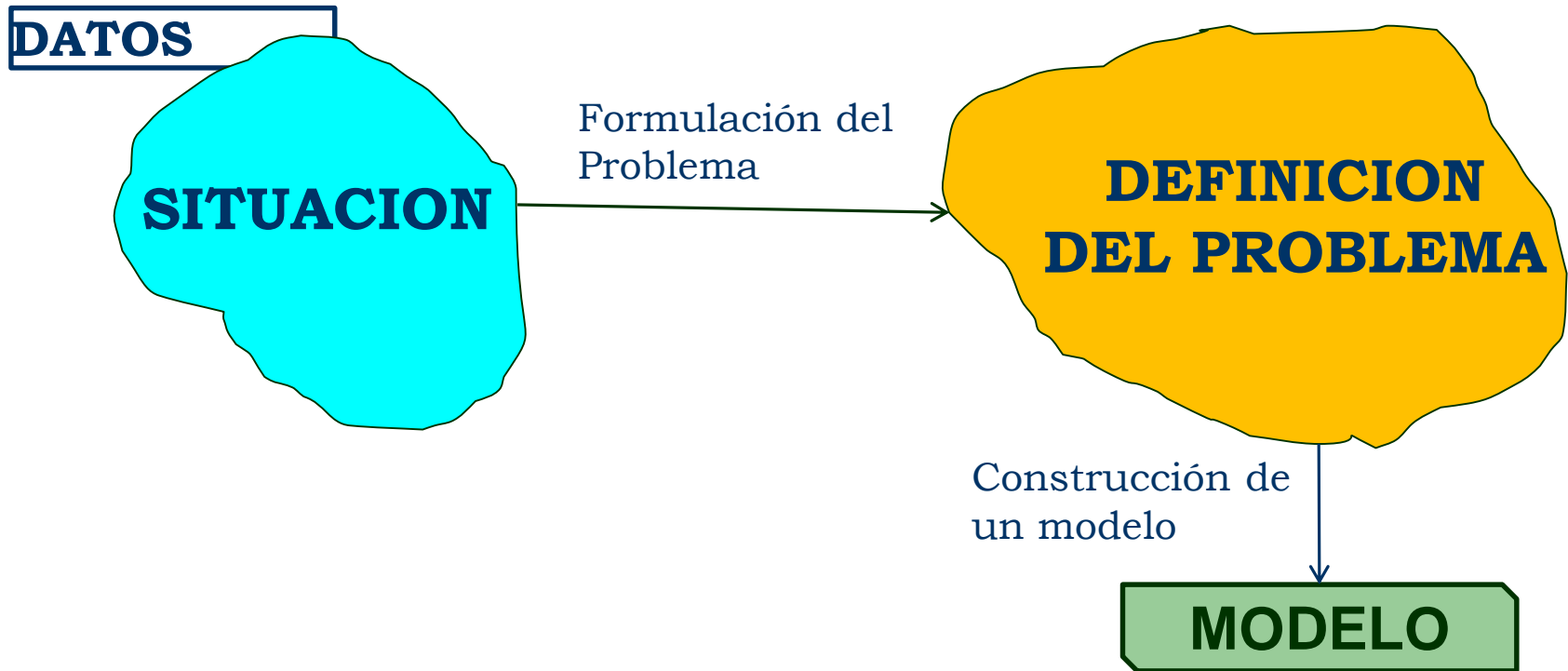
**DATOS**



**Definición del Problema  
Identificando:**

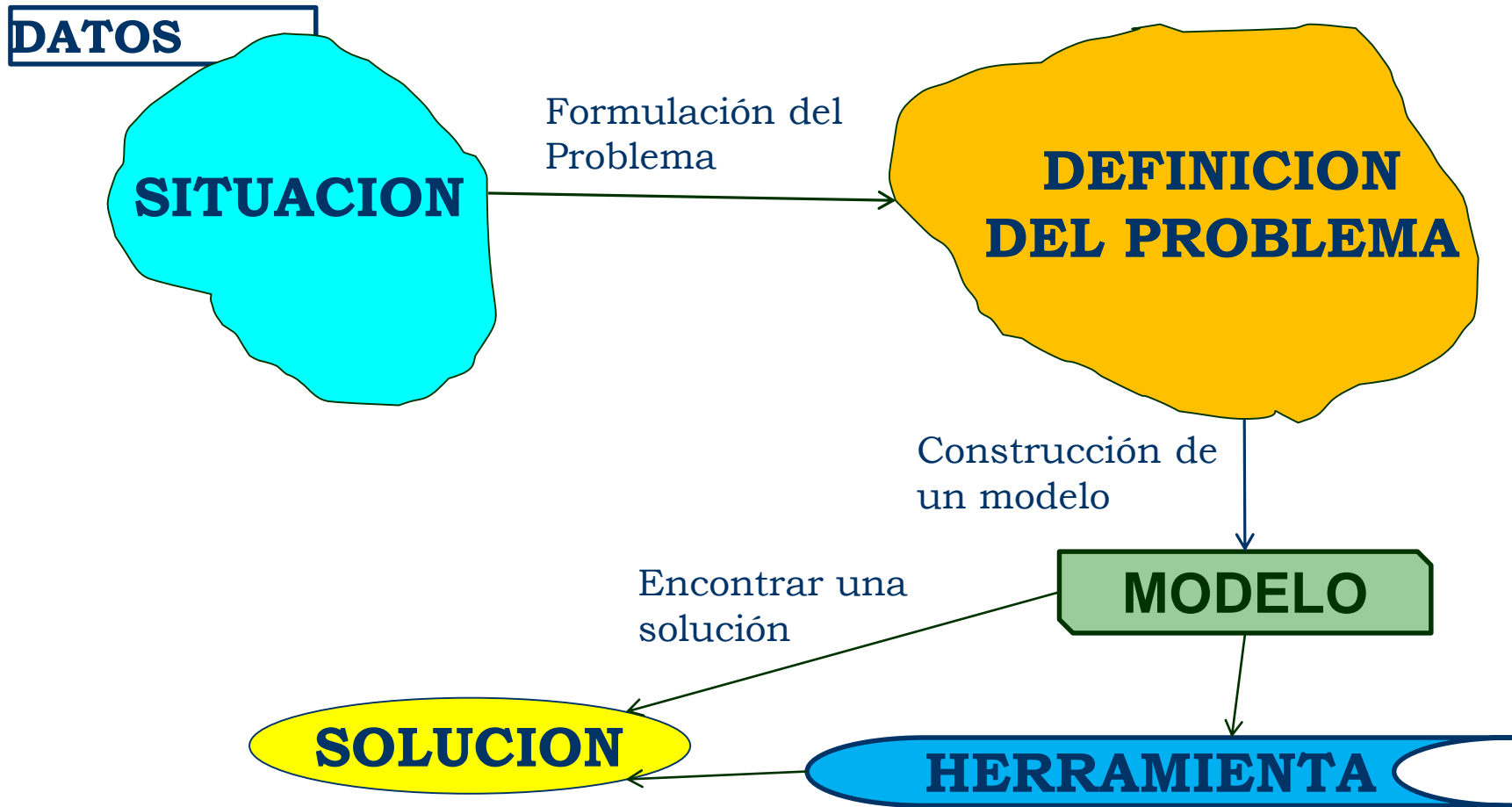
- Los objetivos
- Las Restricciones
- Las interrelaciones
- Las alternativas

# Etapas para Modelar un Sistema



Modelo de Programación Matemática  
Modelo Estocástico  
Modelo de Simulación

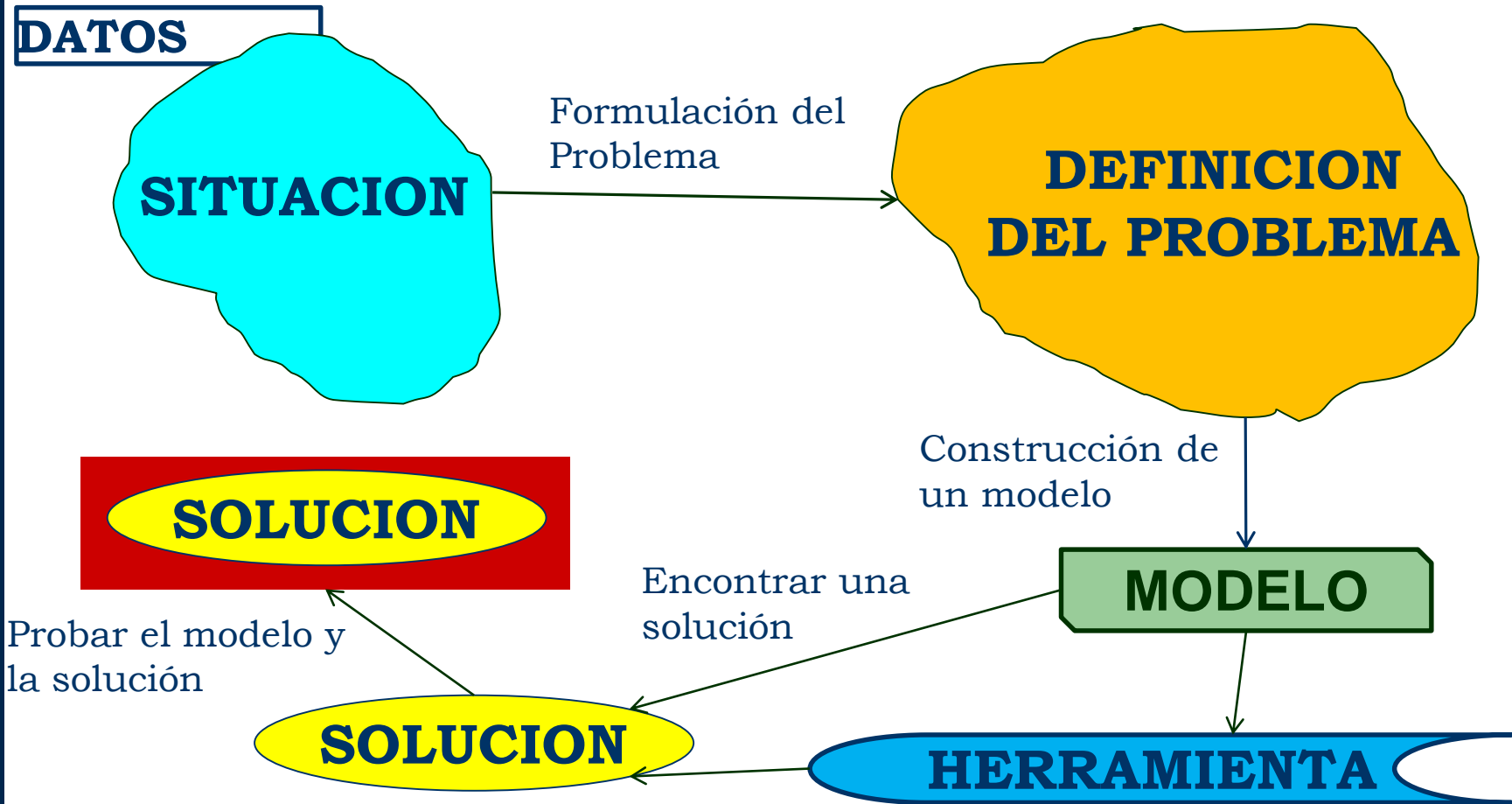
# Etapas para Modelar un Sistema



# Etapas para Modelar un Sistema

- Programación Lineal
- Programación No Lineal
- Programación Entera
- Regresión
- Teoría de Colas
- Búsqueda Directa
- Optimización Estocástica
- Prueba y Error

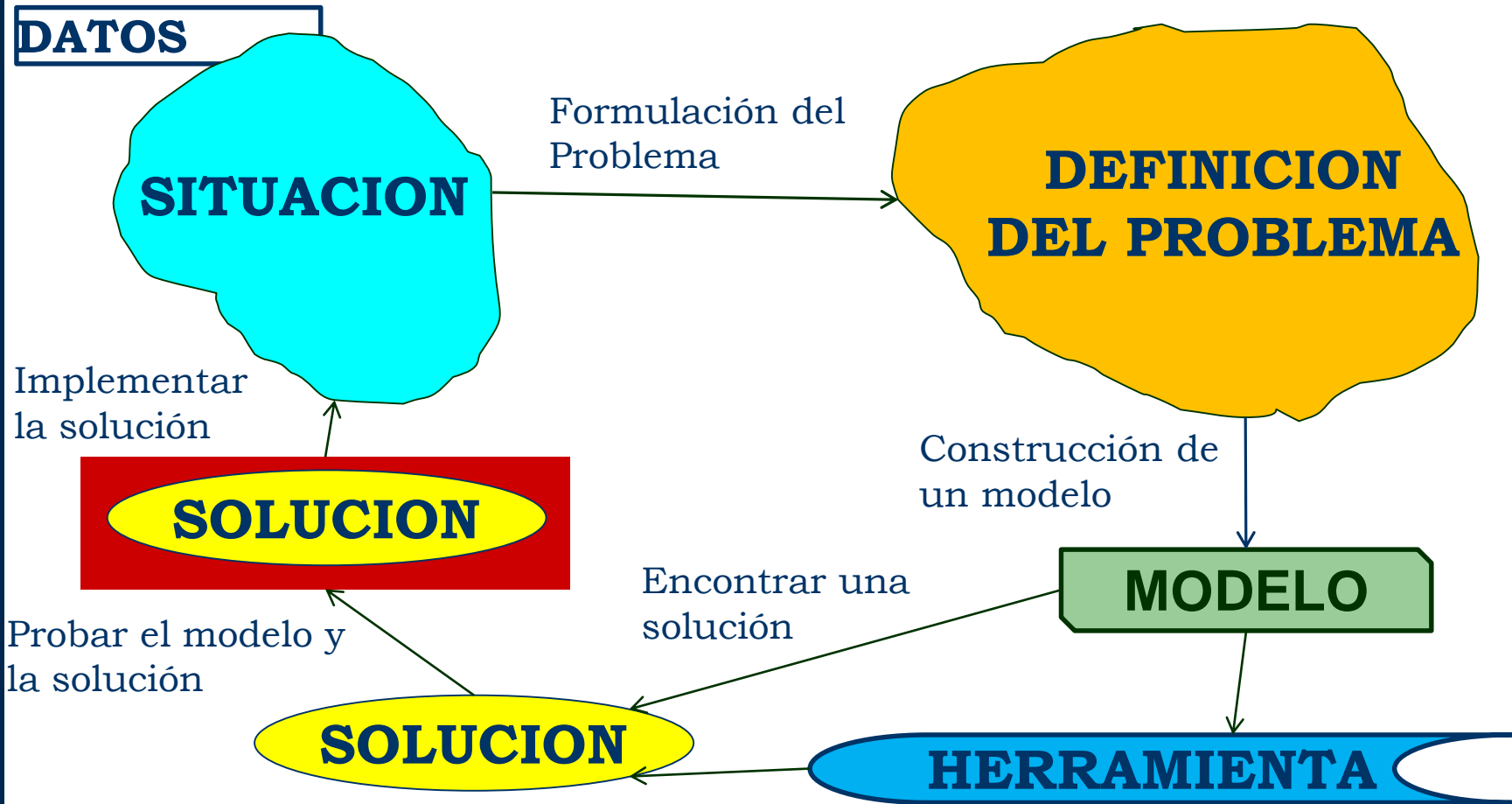
# Etapas para Modelar un Sistema



# Etapas para Modelar un Sistema

- Ver si el modelo es capaz de predecir los efectos de las acciones con suficiente exactitud para la toma de decisiones.
- Establecer mecanismos para detectar cambios en el mundo real que invaliden el modelo.

# Etapas para Modelar un Sistema





# Etapas para Modelar un Sistema

- Implica que los resultados del modelo fueron introducidos en el proceso de toma de decisiones y fueron aceptados como válidos por a lo menos uno de los participantes del proceso.

## Conclusión

**“Los modelos cuantitativos no toman las decisiones, pero pueden volverlas más claras y fáciles.”**

# Lecturas Control N°1 – Lunes 21 de septiembre a las 18:00 hrs.

- Clases.
- Texto Guía (***Winston, Investigación de Operaciones***):  
Capítulos 1, 2 y secciones 3.1 y 3.2, del Capítulo 3.

# **Investigación de Operaciones.**

## **Clase 2: Modelamiento y sus etapas**

**Profesor Wladimir Soto**