

Frazione di materia oscura nelle galassie ellittiche massicce

Viola Cazzaniga, Riccardo Loddo, Riccardo Rusnati, Gianluca Scarpe

1 Introduzione

Lo scopo di questa esperienza è misurare la componente di materia oscura presente nelle galassie. In particolare sarà misurata la frazione di materia oscura all'interno del raggio di metà luce di galassie ellittiche massicce nell'universo locale a basso redshift. Sono stati utilizzati i dati di *Data Release 8 (DR8)* del progetto *Sloan Digital Sky Survey* [1].

2 Modello fisico

La frazione di materia oscura f_{DM} è legata alla frazione di massa stellare f_* tramite l'approssimazione che le galassie ellittiche siano composte da sola massa stellare e materia oscura. È possibile definire la frazione di materia oscura come:

$$f_{DM}(R_e) = 1 - f_*(R_e) = 1 - \frac{M_*(R_e)}{M_T(R_e)}. \quad (1)$$

dove R_e è il raggio di metà luce, ovvero il raggio nel quale è contenuta la metà della luminosità della galassia. La massa $M_*(R_e)$ rappresenta la massa stellare all'interno del raggio di metà luce che consideriamo essere pari alla metà della massa stellare della galassia M_* .

Il modello utilizzato per ricavare la massa totale $M_T(R)$ è quello di *sfera singolare isoterma* (SIS), secondo cui la distribuzione di massa totale, oltre ad avere simmetria sferica, si comporta come un gas ideale in equilibrio termico e idrostatico. Supponiamo inoltre che anche nelle galassie ellittiche le stelle si muovano secondo un'orbita circolare. In particolare, le stelle che compongono le galassie sono rappresentate localmente da una distribuzione di velocità Maxwelliana. Considerando quindi un sistema autogravitante (ovvero assumendo equilibrio dinamico), è possibile richiedere che, in ciascun punto del sistema, la forza di attrazione gravitazionale sia in equilibrio con il gradiente della pressione in quello stesso punto.

Combinando quanto appena detto con l'equazione di continuità della massa, si ottiene l'espressione della densità totale delle galassie in funzione del raggio r :

$$\rho_{SIS}(r) = \frac{\sigma_v^2}{2\pi G r^2}, \quad (2)$$

essendo σ_v la dispersione delle velocità delle stelle all'interno della galassia, indipendente dal raggio considerato. Proiettando dunque lungo la linea di vista si ottiene la densità di massa superficiale $\Sigma(R)$ e quindi, per integrazione, la massa totale all'interno del raggio proiettato sul piano, indicato con R :

$$M_T(R) = \frac{\pi \sigma_v^2 R}{G}. \quad (3)$$

Dalle formule (1) ed (3) si ottiene che la frazione di massa stellare all'interno del raggio di metà luce è:

$$f_*(R_e) = \frac{M_*(R_e)}{M_T(R_e)} = \frac{M_*G}{2\pi\sigma_v^2 R_e}. \quad (4)$$

3 Modello statistico

Il modello appena descritto dipende quindi dalla frazione di materia oscura f_{DM} e dall'errore associato ad essa σ_{DM} . Tuttavia l'analisi dati verrà effettuata con la frazione di massa stellare e solamente alla fine si convertirà in frazione di materia oscura. Possiamo supporre che la frazione di massa stellare \hat{f}_n per la n-esima galassia sia distribuita secondo una normale, con media pari alla frazione stellare vera della galassia f_n e varianza σ_n^2 , quindi $\hat{f}_n \sim N(f_n, \sigma_n^2)$. Supponiamo inoltre, che la frazione di massa stellare vera di una galassia sia anch'essa distribuita secondo una normale con media pari alla frazione media di massa stellare \bar{f}_* e con varianza σ_*^2 , quindi $f_n \sim N(\bar{f}_*, \sigma_*^2)$. La distribuzione della frazione di massa \hat{f}_n delle galassie, quindi, è una distribuzione normale centrata in \bar{f}_* con varianza data dalla somma in quadratura delle varianze delle due gaussiane da cui è costituita, $\hat{f}_n \sim N(\bar{f}_*, \sigma_n^2 + \sigma_*^2)$. A partire quindi dai dati $\{D_n\} = \{M_{*,n}, R_{e,n}, \sigma_{v,n}\}$ e i corrispettivi errori $\{\gamma_n\} = \{\sigma_{M_{*,n}}, \sigma_{R_{e,n}}\}$, si è calcolata per ogni galassia la frazione di massa stellare \hat{f}_n ed il relativo errore σ_n ottenuto dalla propagazione degli errori sulla formula (3). La distribuzione a posteriori dei parametri \bar{f}_* e σ_* è stata ottenuta tramite il teorema di Bayes, a partire dai dati $\hat{f} = \{\hat{f}_n\}$ e $\epsilon = \{\sigma_n\}$:

$$P(\bar{f}_*, \sigma_* | \hat{f}, \epsilon) = \frac{P(\hat{f} | \bar{f}_*, \sigma_*, \epsilon) P(\bar{f}_*, \sigma_*)}{P(\hat{f} | \epsilon)}. \quad (5)$$

Assumendo che le misure delle frazioni di massa stellare \hat{f}_n relative ad ogni galassia siano tra loro indipendenti, la distribuzione di verosimiglianza $P(\hat{f} | \bar{f}_*, \sigma_*, \epsilon)$ assume la forma:

$$P(\hat{f} | \bar{f}_*, \sigma_*, \epsilon) = \prod_n \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_n^2 + \sigma_*^2)}} \exp - \frac{(\hat{f}_n - \bar{f}_*)^2}{2(\sigma_n^2 + \sigma_*^2)} \right]. \quad (6)$$

La distribuzione a priori $P(\bar{f}_*, \sigma_*)$ è stata costruita assumendo che i parametri siano distribuiti in modo uniforme in opportuni intervalli, descritti nella sezione Analisi Dati. Infine l'evidenza $P(\hat{f} | \epsilon)$ fornisce la normalizzazione alla distribuzione a posteriori.

4 Dati

L'analisi è stata effettuata utilizzando i dati del progetto *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS). In particolare, vengono selezionati i dati pubblicati nella *Data Release 8*, avvenuta nel 2011, attraverso il linguaggio *Structured Query Language* (SQL) [2]. Per la frazione di materia oscura, è necessario selezionare galassie ellittiche, dunque con un profilo di brillantezza superficiale di tipo de Vaucouleurs (profilo che meglio descrive in media i profili di brillantezza superficiale delle galassie ellittiche), ottenute ponendo il parametro $f_{Dev} > 0.95$. Inoltre, vengono considerate solo galassie ellittiche massicce, che abbiano dunque una massa $M_T \geq 10^{10.5}$ masse solari, una dispersione di velocità $\sigma_v \geq 50 \text{ km s}^{-1}$ ed un raggio di metà luce $R_e \geq 0.5 \text{ arcsec}$. Infine, vengono analizzate solo galassie con un valore di redshift z compreso tra 0.095 e 0.0105. Applicando tali condizioni alla SQL, sono state ottenute 13853 galassie ellittiche massicce, la cui distribuzione è riportata in un diagramma colore (dato dalla differenza tra la magnitudine in banda u e in banda r) magnitudine (in banda r) in figura (1).

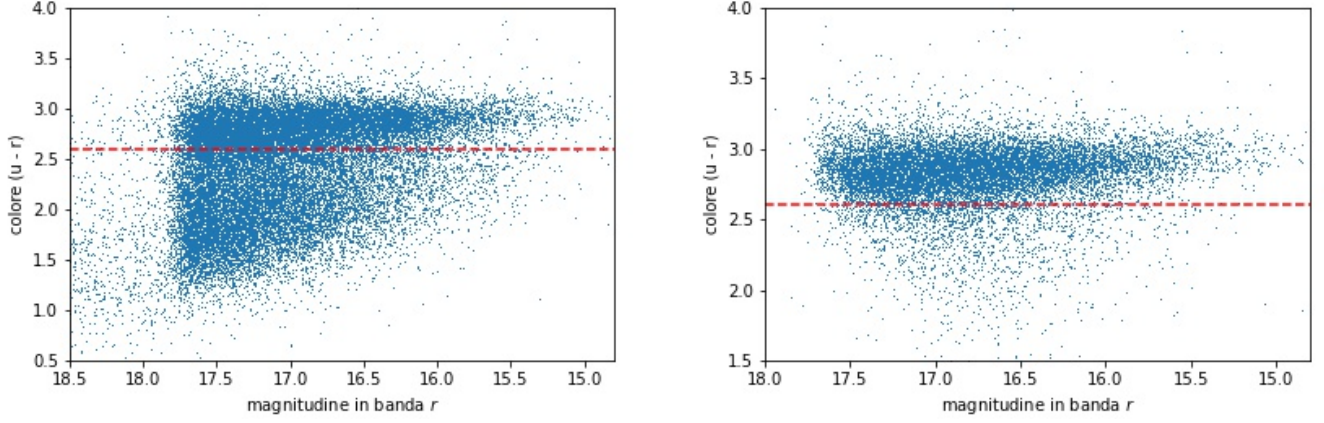


Figura 1: A sinistra sono riportate tutte le galassie individuate nell'intervallo di Redshift tra 0.095 e 0.105; a destra sono riportate le galassie ellittiche massicce. La linea rossa tratteggiata rappresenta la divisione tra galassie rosse ellittiche di tipo *early-type* (colore ≥ 2.6) e galassie blu a spirale di tipo *late-type* (colore < 2.6).

5 Analisi Dati

La distribuzione a priori è stata costruita come prodotto delle distribuzioni uniformi sui parametri \bar{f}_* e σ_* , all'interno dei rispettivi intervalli riportati in tabella (1). La scelta dei limiti per \bar{f}_* è giustificata dal fatto che, per definizione, la frazione media di massa stellare è il rapporto tra la massa stellare rispetto alla massa totale, la quale è maggiore. L'intervallo per la σ_* è stato scelto considerando che l'errore associato alla frazione media di massa stellare non può essere superiore alla frazione stessa.

Parametri	Limite inferiore	Limite superiore
\bar{f}_*	0	1
σ_*	0	1

Tabella 1: Estremi degli intervalli utilizzati nella distribuzione a priori.

Per stimare la frazione di massa stellare è stato realizzato un campionamento basato sulle catene di Markov, facendo riferimento alla libreria *emcee* [3]; quest'ultima restituisce le distribuzioni dei parametri non normalizzate e non richiede di conoscere il valore dell'evidenza, che agisce da fattore di scala. L'algoritmo computazionale è stato eseguito inizializzando 7 camminatori e facendo compiere al campionatore 5000 passi. Siccome i valori assunti dai parametri sono dipendenti dai valori iniziali dei camminatori, l'algoritmo è stato ripetuto una seconda volta, utilizzando come valori iniziali dei camminatori le posizioni di convergenza degli stessi durante la prima esecuzione e rigettando i primi 100 passi. I risultati ottenuti dall'analisi sono stati, infine, convertiti da frazione stellare a frazione di materia oscura tramite la formula (1). I risultati sono riportati in figura (2).

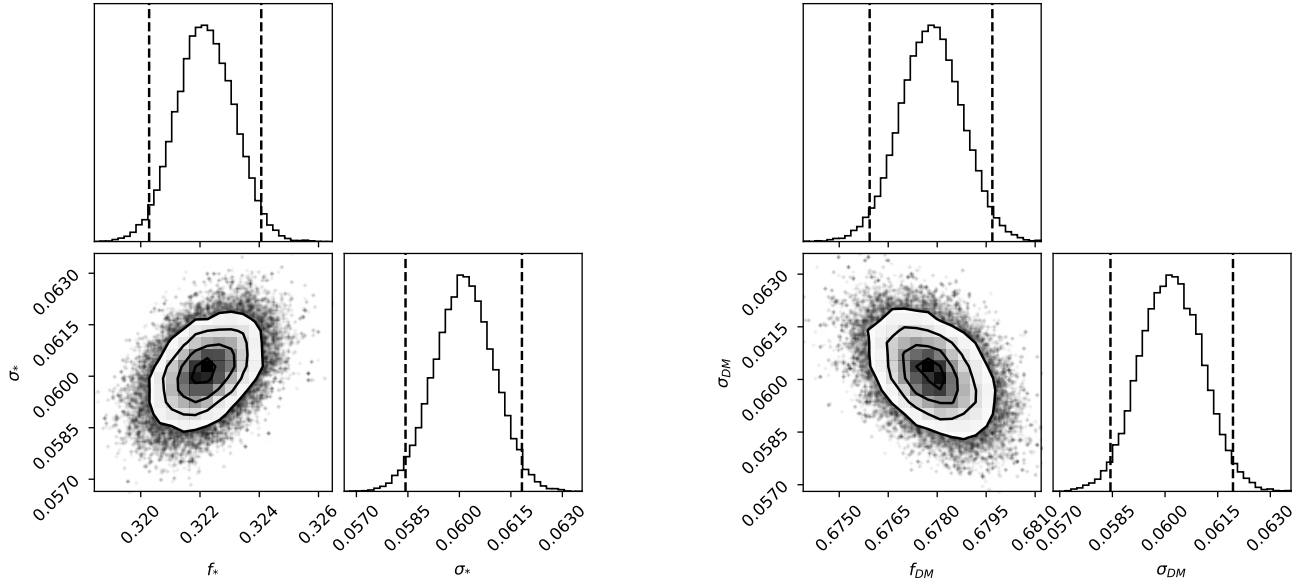


Figura 2: Distribuzione a posteriori dei parametri: a sinistra \bar{f}_* e σ_* , a destra f_{DM} e σ_{DM} . Le linee tratteggiate corrispondono ai rispettivi intervalli di credibilità

6 Discussione dei risultati

Gli intervalli di credibilità, riportati in tabella (2), mostrano entro dove è possibile determinare i valori più probabili dei parametri con confidenza del 95%. Tali intervalli sono stati calcolati con i rispettivi quantili 0.025 e 0.975.

Parametri	Intervalli di credibilità	Parametri	Intervalli di credibilità
\bar{f}_*	$0.322^{+0.002}_{-0.002}$	f_{DM}	$0.678^{+0.002}_{-0.002}$
σ_*	$0.060^{+0.001}_{-0.001}$	σ_{DM}	$0.060^{+0.001}_{-0.001}$

Tabella 2: Intervalli di credibilità dei paramenti considerati.

Confrontando i valori medi e i relativi intervalli di credibilità, si può affermare che la frazione di materia oscura prevale rispetto alla frazione di massa stellare per galassie ellittiche massicce. Dai grafici in figura (2) si nota un grado di correlazione tra i parametri; in particolare vi è una correlazione diretta tra il parametro \bar{f}_* e σ_* nel caso della frazione di massa stellare. Mentre nella frazione di materia oscura la correlazione è inversa, come si evince dalla formula (1). Il valore medio di σ_* risulta dell'ordine del 20% rispetto al valore medio di \bar{f}_* ; questo potrebbe essere dovuto al fatto che si siano considerati anche oggetti diversi da galassie ellittiche massicce.

Riferimenti bibliografici

- [1] *Sloan Digital Sky Survey*. <http://skyserver.sdss.org/dr8/en/tools/>.
- [2] *Sloan Digital Sky Survey SQL*. <http://skyserver.sdss.org/dr8/en/tools/search/sql.asp>.
- [3] *Affine Invariant Markov chain Monte Carlo (MCMC) Ensemble sampler*. <https://emcee.readthedocs.io/en/stable/>.