

Magnitudini di stelle e galassie

Riccardo Loddo, Federico Riboldi, Gianluca Scarpe

1 Introduzione

Lo scopo dell'esperienza è stato quello di determinare la distribuzione della magnitudine per stelle e galassie, considerando che siano distribuite nello spazio in modo poissoniano e di pari luminosità. Sono stati confrontati i dati sperimentali con il modello teorico, presupposto esponenziale, mettendo in evidenza eventuali differenze tra stelle e galassie. Inoltre, per l'analisi dati, è stata utilizzata la statistica bayesiana e l'implementazione tramite il linguaggio *Python*.

2 Metodo

2.1 Modello fisico

Misure quantitative hanno mostrato che ad ogni salto di una magnitudine apparente¹ corrisponde un rapporto di flusso. Sapendo che la risposta sensitiva dell'apparato visivo umano è logaritmica, ed osservando che una differenza di cinque magnitudini corrisponde, in termini di flusso, ad un fattore 100, allora si definisce $\frac{F_1}{F_2} = 100^{\frac{m_2 - m_1}{5}}$ dove F_i è il flusso del corpo i -esimo mentre m_i è la magnitudine del corpo i -esimo. In generale data una magnitudine, il flusso relativo ad essa si definisce rispetto ad uno di riferimento:

$$m = -2.5 \cdot \log_{10} \left(\frac{b}{b_{\text{ref}}} \right) \quad (1)$$

dove il flusso è il rapporto tra la luminosità assoluta emessa dalla sorgente rispetto alla superficie sferica di raggio r centrata nella sorgente ($b = \frac{L}{4\pi r}$). Combinando le assunzioni sopra riportate, ovvero con magnitudine assoluta² costante e considerando la formula (1) si ricava che la magnitudine apparente segue una distribuzione di tipo esponenziale:

$$N(m < m_0) = c \cdot e^{0.6 \cdot \ln(10) \cdot m} \quad (2)$$

dove c è una costante dipendente dal numero di stelle o galassie presenti nella sfera di raggio r e dalla magnitudine assoluta.

¹La magnitudine apparente di un corpo celeste è la luminosità che il corpo possiede, rilevata da un punto di osservazione ben preciso.

²La magnitudine assoluta di un corpo celeste è la luminosità che il corpo possiede se posto ad una distanza di 10 pc (1 pc \approx 3,26 ly)

2.2 Modello statistico

La distribuzione di probabilità a posteriori $P(b|m)$ di b rispetto alle magnitudini m , è stata calcolata usando l'inferenza bayesiana

$$P(b|m) = \frac{P(m|b) \cdot P(b)}{P(m)} \quad (3)$$

dove la $P(m|b)$ è la probabilità (*likelihood*) delle magnitudini dato b . Come preannunciato in precedenza è stata assunta una distribuzione esponenziale del tipo formula (2). $P(b)$ è la distribuzione di probabilità definita a priori, per il parametro b . Nel nostro caso è stata presa tra 0 ed 1. Infine $P(m)$ è l'evidenza ovvero la normalizzazione della distribuzione di probabilità a posteriori.

3 Dati

I dati sono stati selezionati a partire dal catalogo 2MASS [1]. È stata scelta una ricerca sull'intero catalogo (*All Sky Search*). In particolare, per le stelle è stata scelta una banda di ricerca compresa tra 180 e 200 per l'ascensione retta³ e tra 40 e 60 per la declinazione⁴. Inoltre, per le magnitudini sono state utilizzate tre bande diverse relative ai diversi filtri: J, H ed K. Tutte e tre le bande spettrali sono nel vicino infrarosso.

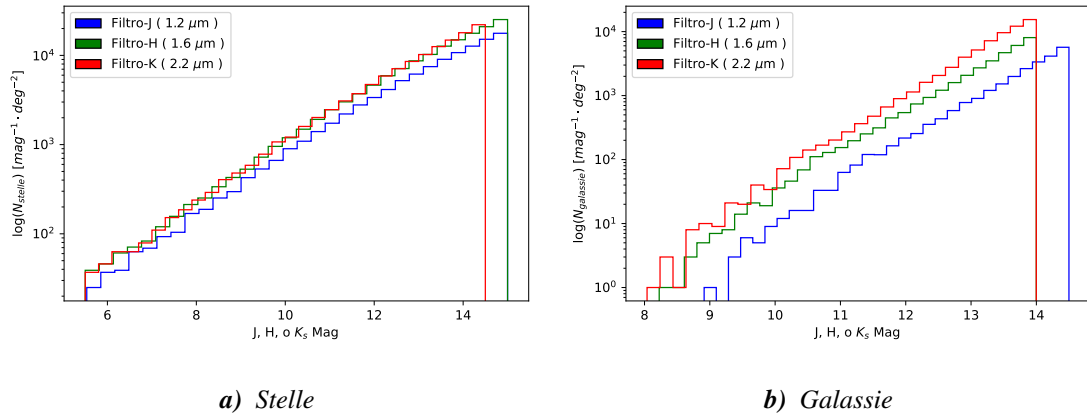


Figura 1: Distribuzione delle magnitudini per stelle e galassie in scala logaritmica. I dati sono stati opportunamente selezionati in base all'errore associato alla magnitudine. Si noti come per le galassie la scrematura dei dati è stata più rilevante in quanto si commette un errore più grande nella misura delle magnitudini.

Il numero di stelle iniziali era di 331850 mentre per le galassie era di 88493. Dopo la scrematura dei dati il numero di stelle si è ridotto circa del 33% mentre per le galassie del 45%; tuttavia il numero è ancora statisticamente rilevante.

³L'ascensione retta è analoga alla longitudine terrestre, ma proiettata sulla sfera celeste

⁴L'ascensione retta è analoga alla latitudine terrestre, ma proiettata sulla sfera celeste

4 Risultati

Anzitutto è stato possibile verificare come nei dati selezionati in Figura (1) rappresentano un andamento lineare in scala logaritmica, ovvero un andamento esponenziale. Ciò giustifica il fatto di scegliere un modello esponenziale per le magnitudini. Per trovare la distribuzione di probabilità a posteriori $P(b|m)$ sono stati valutati 10000 valori di b , opportunamente equi spazati tra 0.01 ed 1. Per la normalizzazione invece è stata usata la funzione `logsumexp()` [2] presente nel pacchetto `scipy.special`. Per verificare la veridicità dei risultati è stato eseguito un fit tramite la funzione `curve_fit` [3] del pacchetto `scipy.optimize`. La tabella (1) sottostante riporta i vari fattori di scala per le stelle e per le galassie:

Tabella 1: Fattore di scala con la relativa incertezza.

b	Filtro J	σ J	Filtro H	σ H	Filtro K	σ K
Stelle	0.2784	0.0008	0.2800	0.0007	0.2984	0.0009
Galassie	0.599	0.008	0.604	0.003	0.630	0.002

Come si può osservare dalla Figura 2, i valori di b relativi alle stelle non sono compatibili tra loro, solo tra il filtro J ed il filtro H c'è una lieve corrispondenza, mentre il fattore di scala relativo al filtro K è decisamente più discostato dagli altri. Analoga situazione per le galassie, il filtro K risulta molto scostato dal filtro J e H. Sono state fatte molteplici prove cambiando l'intervallo di scrematura delle magnitudini e ci si è accorti che c'è una forte dipendenza tra l'intervallo scelto per le magnitudini ed il fattore di scala.

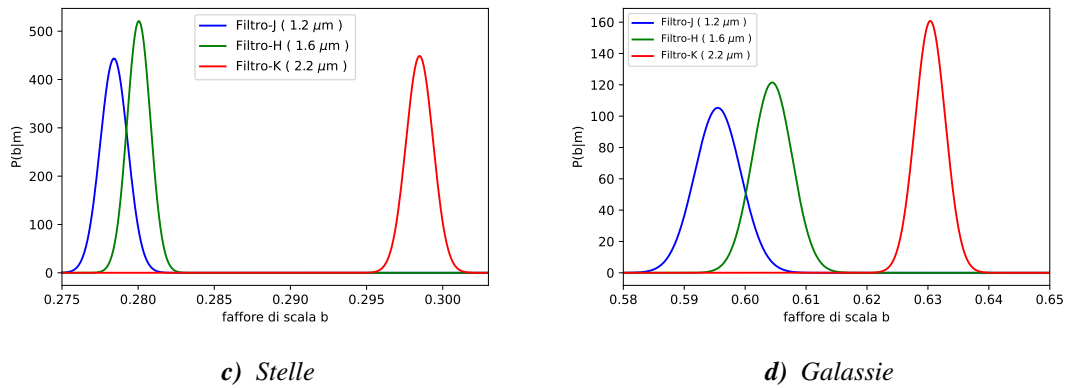


Figura 2: Distribuzione del fattore di scala b ricavata dall'inferenza bayesiana rispettivamente per stelle e galassie per i tre diversi filtri

Quest'ultimo non solo risulta diverso per le diverse bande ma, per quanto riguarda le stelle, è anche in una regione non compatibile con quella teorica. Infatti dal modello teorico ci si aspetta che l'andamento sia centrato in $b = 0.6$ (Eq. 2). Inoltre, tramite il fit si è potuto stimare un

intervallo di confidenza⁵ del 95% per le stelle e galassie, come riportato in Tabella (2)

Tabella 2: Intervallo di confidenza del 95% relativo a stelle e galassie per le diverse bande.

95% CL	Filtro J	Filtro H	Filtro K
Stelle	[0.276 ; 0.280]	[0.278 ; 0.281]	[0.296 ; 0.300]
Galassie	[0.582 ; 0.616]	[0.598 ; 0.610]	[0.625 ; 0.635]

5 Conclusioni

Dai risultati ottenuti è possibile affermare che per le galassie, il fattore di scala è compreso nell'intervallo di confidenza, tranne che per la banda K; per le stelle la compatibilità tra il valore teorico ed il valore sperimentale non è stata osservata. Una possibile spiegazione per l'andamento della banda K, la quale risulta nettamente diversa rispetto alle altre bande, può essere il fatto di considerare un intervallo delle magnitudini diverso, opportunamente scelto in base agli errori su tali magnitudini. In conclusione, tali osservazioni suggeriscono che la densità delle stelle non sia di tipo uniforme nello spazio mentre per le galassie le assunzioni fatte rispecchiano il modello teorico.

References

- [1] RM Cutri, MF Skrutskie, S Van Dyk, CA Beichman, JM Carpenter, T Chester, L Cambresy, T Evans, J Fowler, J Gizis, et al. 2mass all sky catalog of point sources. *The IRSA 2MASS All-Sky Point Source Catalog*, 2003.
- [2] Pierre Blanchard, Desmond J Higham, and Nicholas J Higham. Accurately computing the log-sum-exp and softmax functions. *IMA Journal of Numerical Analysis*, 41(4):2311–2330, 2021.
- [3] Matthew Newville, Till Stensitzki, Daniel B Allen, Michal Rawlik, Antonino Ingargiola, and Andrew Nelson. Lmfit: Non-linear least-square minimization and curve-fitting for python. *Astrophysics Source Code Library*, pages ascl–1606, 2016.

⁵Infatti spesso è insufficiente individuare un singolo valore, allora si definisce un intervallo di confidenza $[c;d]$ che assicura che per il 95% (nel nostro caso) il picco si trovi $c \leq b_{max} \leq d$