Komplexe Umkehrformel der Laplace-Transformation

$$x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} X(s) \cdot e^{st} \, ds \,, \qquad \sigma \in \mathcal{K}$$

Rücktransformation durch Partialbruchzerlegung

$$X(s) = g_0 + \sum_i \frac{r_i}{s - \alpha_i} + \sum_i \sum_{l=1}^{m_i} \frac{\tilde{r}_{i,l}}{(s - \tilde{\alpha}_i)^l} \,, \qquad g_i \,, \alpha_i \,, \tilde{\alpha}_i \,, r_i \,, \tilde{r}_{i,l} \in \mathbb{C}$$

kann für $\mathcal{K}:\ \mathrm{Re}\,\{s\} > a_0$ mit den Korrespondenzen 1, 4, 5 und 10 gliedweise zurücktransformiert werden.

Korrespondenzen der Laplace-Transformation

Nr.	$x(t)$	$X(s)$	$\mathcal{K}$
1	$\delta(t)$	1	$s \in \mathbb{C}$
2	$\varepsilon(t)$	$\frac{1}{s}$	$\mathrm{Re}\,\{s\} > 0$
3	$\rho(t) = t \cdot \varepsilon(t)$	$\frac{1}{s^2}$	$\mathrm{Re}\,\{s\} > 0$
4	$e^{at} \cdot \varepsilon(t)$	$\frac{1}{s-a}$	$\mathrm{Re}\,\{s\} > \mathrm{Re}\,\{a\}$
5	$\frac{t^m}{m\,!}\, e^{at} \cdot \varepsilon(t)$	$\frac{1}{(s-a)^{m+1}}$	$\mathrm{Re}\,\{s\} > \mathrm{Re}\,\{a\}$
6	$\sin(\omega_0 t) \cdot \varepsilon(t)$	$\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$	$\mathrm{Re}\,\{s\} > 0$
7	$\cos(\omega_0 t) \cdot \varepsilon(t)$	$\frac{s}{s^2+\omega_0^2}$	$\mathrm{Re}\,\{s\} > 0$
8	$\sin(\omega_0 t + \varphi_0) \cdot \varepsilon(t)$	$\frac{s \cdot \sin(\varphi_0) + \omega_0 \cdot \cos(\varphi_0)}{s^2+\omega_0^2}$	$\mathrm{Re}\,\{s\} > 0$
9	$\delta(t - t_0)$	e^{-st_0}	$s \in \mathbb{C}$

Spezielle Korrespondenzen zur Rücktransformation konj. komplexer Polpaare

10	$2\lvert r\rvert e^{\mathrm{Re}\{\alpha\} t} \cos(\mathrm{Im}\,\{\alpha\}\, t + \sphericalangle r)\, \varepsilon(t)$	$\frac{r}{s-\alpha} + \frac{r^*}{s-\alpha^*}$	$\mathrm{Re}\,\{s\} > \mathrm{Re}\,\{\alpha\}$
11	$e^{at} \cdot \frac{\cos(\omega_0 t + \varphi_0)}{\cos(\varphi_0)} \cdot \varepsilon(t)$	$\frac{s-d}{s^2-bs+c} \,, \quad c > \frac{b^2}{4}$	$\mathrm{Re}\,\{s\} > \frac{b}{2}$
	$a = \frac{b}{2} \,, \quad \omega_0 = \sqrt{c - \frac{b^2}{4}} \,, \quad \varphi_0 = \arctan\left(\frac{2d-b}{\sqrt{4c-b^2}}\right)$		