Definition

zweiseitig:	einseitig:
$X(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\, z^{-k}$ Konvergenzgebiet $\mathcal{K}$: $a < \lvert z \rvert < b$	$X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} x[k]\, z^{-k}$ Konvergenzgebiet $\mathcal{K}$: $\lvert z \rvert > a$

Inverse z-Transformation

$$x[k] = \frac{1}{2\pi j} \oint_{\mathcal{C}} X(z)\, z^{k-1}\, dz = \sum_{\alpha_i \in \mathcal{A}} \operatorname{Res}\left\{ X(z) \cdot z^{k-1}\,;\, \alpha_i \right\}$$

$\mathcal{C}$: pos. orientierte Kurve in $\mathcal{K}$. $\mathcal{A}$: Menge aller von $\mathcal{C}$ umschlossenen Pole.

Eigenschaften und Rechenregeln

	Zeitbereich	Bildbereich	Konvergenz
Linearität	$c_1\, x_1[k] + c_2\, x_2[k]$	$c_1\, X_1(z) + c_2\, X_2(z)$	$\mathcal{K}_{x_1} \cap \mathcal{K}_{x_2}$
Faltung	$x[k] * y[k]$	$X(z) \cdot Y(z)$	$\mathcal{K}_x \cap \mathcal{K}_y$
Verschiebung	$x[k - k_0]$	$z^{-k_0}\, X(z)$	$\mathcal{K}_x$
Dämpfung	$a^k \cdot x[k]$	$X\left(\frac{z}{a}\right)$	$\lvert a \rvert \cdot \mathcal{K}_x$
lineare Gewichtung	$k \cdot x[k]$	$-z \cdot \frac{d}{dz} X(z)$	$\mathcal{K}_x$
konj. komplexes Signal	$x^*[k]$	$X^*(z^*)$	$\mathcal{K}_x$
Zeitinversion	$x[-k]$	$X\left(\frac{1}{z}\right)$	$1/\mathcal{K}_x$
diskrete Ableitung	$x[k] - x[k-1]$	$X(z) \cdot \frac{z-1}{z}$	$\mathcal{K}_x$
diskrete Integration	$\sum_{i=\infty}^{k} x[i]$	$X(z) \cdot \frac{z}{z-1}$	$\mathcal{K}_x \cap \{\lvert z \rvert > 1\}$
periodische Fortsetzung	$\sum_{i=0}^{\infty} x[k - i N_\mathrm{p}]$	$X(z) \cdot \frac{1}{1 - z^{-N_\mathrm{p}}}$	$\mathcal{K}_x \cap \{\lvert z \rvert > 1\}$
Upsampling	$x\left[\frac{k}{N}\right]$	$X(z^N)$	$\sqrt[N]{\mathcal{K}_x}$

Spezielle Eigenschaften der einseitigen z-Transformation

Verschiebung links	$x[k + k_0]\,,\ k_0 > 0$	$z^{k_0}\, X(z) - \sum_{i=0}^{k_0-1} x[i]\, z^{k_0 - i}$
Verschiebung rechts	$x[k - k_0]\,,\ k_0 > 0$	$z^{-k_0}\, X(z) + \sum_{i=-k_0}^{-1} x[i]\, z^{-k_0 - i}$
Anfangswertsatz	$x[0] = \lim_{z \to \infty} X(z)\,,$ falls Grenzwert existiert	
Endwertsatz	$\lim_{k \to \infty} x[k] = \lim_{z \to 1} (z-1)\, X(z)\,,$ falls $X(z)$ nur Pole mit $\lvert z \rvert < 1$ oder bei $z = 1$	