Rücktransformation durch Partialbruchzerlegung

Die Partialbruchzerlegung von $\widetilde{X}(z) = \frac{X(z)}{z}$ führt auf die Form:

$$X(z) = \sum_{i \geq 1} g_i \cdot z^i + \sum_i \frac{z \cdot r_i}{z - \alpha_i} + \sum_i \sum_{l=1}^{m_i} \frac{z \cdot \tilde{r}_{i,l}}{(z - \tilde{\alpha}_i)^l}, \qquad g_i, \alpha_i, \tilde{\alpha}_i, r_i, \tilde{r}_{i,l} \in \mathbb{C},$$

welche für $\mathcal{K}: |z| > r_0$ mit den Korrespondenzen 2, 5, 6 und 12 gliedweise zurücktransformiert werden kann.

Korrespondenzen der z-Transformation

Nr.	$x[k]$	$X(z)$	$\mathcal{K}$
1	$\delta[k]$	1	$z \in \mathbb{C}$
2	$\delta[k-k_0]$	z^{-k_0}	$0 < \|z\| < \infty$
3	$\varepsilon[k]$	$\frac{z}{z-1}$	$\|z\| > 1$
4	$k \cdot \varepsilon[k]$	$\frac{z}{(z-1)^2}$	$\|z\| > 1$
5	$a^k \cdot \varepsilon[k]$	$\frac{z}{z-a}$	$\|z\| > \|a\|$
6	$\binom{k}{m} a^{k-m} \cdot \varepsilon[k]$	$\frac{z}{(z-a)^{m+1}}$	$\|z\| > \|a\|$
7	$\sin(\Omega_0 k) \cdot \varepsilon[k]$	$\frac{z \cdot \sin(\Omega_0)}{z^2 - 2z \cdot \cos(\Omega_0) + 1}$	$\|z\| > 1$
8	$\cos(\Omega_0 k) \cdot \varepsilon[k]$	$\frac{z \cdot [z - \cos(\Omega_0)]}{z^2 - 2z \cdot \cos(\Omega_0) + 1}$	$\|z\| > 1$
9	$a^k \cdot \varepsilon[-k-1]$	$-\frac{z}{z-a}$	$\|z\| < \|a\|$
10	$a^{\|k\|}, \quad \|a\| < 1$	$\frac{z \cdot \left(a - \frac{1}{a}\right)}{(z-a)\left(z - \frac{1}{a}\right)}$	$\|a\| < \|z\| < \left\|\frac{1}{a}\right\|$
11	$\frac{1}{k!} \cdot \varepsilon[k]$	$e^{\frac{1}{z}}$	$\|z\| > 0$

Spezielle Korrespondenzen zur Rücktransformation konj. komplexer Polpaare

12	$2\|r\|\|\alpha\|^k \cos(\sphericalangle\alpha \cdot k + \sphericalangle r) \cdot \varepsilon[k]$	$\frac{z \cdot r}{z-\alpha} + \frac{z \cdot r^*}{z - \alpha^*}$	$\|z\| > \alpha$
13	$a^k \cdot \frac{\cos(\Omega_0 k + \varphi_0)}{\cos(\varphi_0)} \cdot \varepsilon[k]$	$\frac{z(z-d)}{z^2 - bz + c}, \quad c > \frac{b^2}{4}$	$\|z\| > \sqrt{c}$
	$a = \sqrt{c}, \quad \Omega_0 = \arccos\left(\frac{b}{2\sqrt{c}}\right), \quad \varphi_0 = \arctan\left(\frac{2d-b}{\sqrt{4c-b^2}}\right)$		