

Diszkrét matematika I. feladatok

Negyedik alkalom (2013.09.30.-10. 04.)

1. Oldd meg az alábbi diofantikus egyenleteket:

a) $172x + 62y = 38$; b) $82x + 22y = 34$; c) $450x + 86y = 100$; d) $125x + 45y = -20$.

2. Oldd meg az alábbi kongruenciákat:

a) $21x \equiv 14 \pmod{35}$; b) $172x \equiv 6 \pmod{62}$; c) $3x \equiv 8 \pmod{13}$; d) $12x \equiv 9 \pmod{18}$;
e) $26x \equiv 12 \pmod{22}$; f) $20x \equiv 19 \pmod{22}$; g) $16x \equiv 36 \pmod{28}$; h) $126x \equiv 46 \pmod{99}$.

3. Keressük meg a következő egyenletek egész megoldásait kongruenciák felhasználásával.

a) $27x + 49y = 3$; b) $33x + 23y = 2$; c) $33x + 23y = 3$.

4. Pajkos százlábúak futkároznak egy ládában. Az egyik fajtának 14 lába van, a másiknak 20. Összesen 232 lábat számoltunk meg. Hány százlábú van a ládában?

5. Adjuk meg azt a legkisebb természetes számot, amely 28-as alapú számrendszerben felírva 3-ra, 19-es alapú számrendszerben felírva pedig 4-re végződik. Oldjuk meg a feladatot kongruenciák segítségével.

6. A boltban egy vásárlás során 100 forint a visszajáró. Hányféleképpen kaphatjuk meg a visszajárót, ha a pénztárgépben csak 20 és 50 forintosok vannak?

7. Oldd meg a következő kongruencia-rendszereket:

$5x \equiv 3 \pmod{7}$	$3x \equiv 2 \pmod{4}$	$5x \equiv 1 \pmod{6}$	$5x \equiv 2 \pmod{6}$
$3x \equiv 7 \pmod{8}$	$4x \equiv 3 \pmod{5}$	$7x \equiv 9 \pmod{10}$	$7x \equiv 3 \pmod{10}$

$x \equiv 2 \pmod{3}$	$4x \equiv 2 \pmod{3}$	$3x \equiv 1 \pmod{4}$	$5x \equiv 3 \pmod{6}$
$x \equiv 3 \pmod{4}$	$3x \equiv 2 \pmod{7}$	$7x \equiv 2 \pmod{9}$	$3x \equiv 9 \pmod{10}$
$x \equiv 1 \pmod{5}$	$9x \equiv 7 \pmod{11}$	$9x \equiv 3 \pmod{13}$	$8x \equiv 9 \pmod{15}$

8. Melyek azok a száznál kisebb természetes számok, amelyek huszonháromszorosát hetes alapú számrendszerben felírva az utolsó jegy 5, az utolsó előtti jegy pedig 2? Oldjuk meg a feladatot kongruenciák segítségével.

9. Keressük meg a kínai maradéktétel alkalmazásával azokat az egész számokat, amelyek 3-mal osztva 1-et, 4-gyel osztva 2-t, 5-tel osztva 3-at adnak maradékul.

Szorgalmi feladatok

10. Írj programot általános lineáris kongruencia rendszerek megoldására (ahol a modulusok nem feltétlenül relatív prímek)!