

2. zárthelyi dolgozat

Felhasználható idő: 90 perc, használható segédeszközök: üres papír és toll, elegendő a formulát felírni, a pontos végeredményt nem kérjük kiszámolni.

1. feladat 6 pont

- (a) Hányféleképpen lehet sorba rakni 3 kék, 4 piros és 5 fehér golyót?
- (b) Hány 5-elemű részhalmaza van egy 22-elemű halmaznak?
- (c) Hányféleképpen lehet 7 különböző jutalmat 10 ember között szétosztani, ha nem számít, hogy ki milyen sorrendben kap jutalmat, és egy személy több jutalmat is kaphat?
- (d) Hányféleképpen ülhet le 10 ember egy kerekasztal köré? (a forgatással egymásba átvihető ültetések azonosnak számítanak)
- (e) Hányféleképpen lehet 20 tanuló között 8 különböző könyvet kiosztani, ha mindegyikük legfeljebb egy könyvet kaphat?
- (f) 30-szor feldobunk egy pénzérmét. Hányféle dobássorozat alakulhat ki?

2. feladat 8 pont

Egy 11-fős társaság moziba megy. Hányféleképpen ülhetnek egy sorba, egymás mellé, ha

- (a) Anna, Béla és Cintia egymás mellett szeretnének ülni? **4 pont**
- (b) Anna és Béla nem szeretnének egymás mellett ülni? **4 pont**

3. feladat 10 pont

- (a) Határozzuk meg az $\left(4x^7 + \frac{1}{x}\right)^{11}$ kifejezésben az x^{41} és x^{37} tagok együtthatóját. **6 pont**
- (b) Hány 5-tel osztható hétjegyű szám képezhető a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 számokból, ha minden számjegy csak egyszer használható? **4 pont**

4. feladat 11 pont

- (a) Egy felvételiztetésnél 20 fős társaságból kell kiválasztani 2 személyt A munkakörbe, és 5 személyt B munkakörbe. Andrást és Bélát mindenképpen alkalmazni szeretnénk. Hányféleképpen választhatunk ki 7 személyt úgy, hogy András A munkakörbe és Béla pedig A vagy B munkakörbe is kerülhet? **7 pont**
- (b) Adott a síkon két párhuzamos egyenes, az egyik 3, a másik 4 pont. Hány olyan háromszög van, amelynek csúcsai az adott pontok közül valók? **4 pont**

5. feladat 16 pont

Tekintsük a következő fokszámsorozatok: (1) 5,5,4,3,2,1 (2) 6,5,4,4,3,1

(3) 3,3,3,3,3,3 (4) 5,4,4,4,3,0

- (a) Lehetnek-e a fenti fokszámsorozatok valamely 6-pontú, egyszerű irányítatlan gráf fokszámsorozata? **10 pont**
- (b) Lehetnek-e a fenti fokszámsorozatok valamely 6-pontú, irányítatlan gráf fokszámsorozatai? **6 pont**

Minden lehetséges gráfot (összesen 4+4) kérünk lerajzolni, vagy ha nem lerajzolható, akkor ennek bizonyítását.

6. feladat 9 pont

Bizonyítsuk be, hogy ha egy véges, irányítatlan gráf pontjainak száma legalább 5, akkor a gráf vagy a komplementere tartalmaz kört.