# 9. feladatsor: Binomiális/polinomiális tétel, szita formula, skatulya-elv

## 1. feladat

(a) Legyen $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$. Határozza meg a $\left(\frac{1}{a} + a^2\right)^9$ kifejezésben azt a tagot, amely nem tartalmazza az $a$ paramétert.
(b) Határozzuk meg az $(x^7 + 2x^3)^{27}$ kifejezésben az $x^{97}$ tag együtthatóját.
(c) Határozzuk meg az $(x^{11} + 5x^4)^{57}$ kifejezésben az $x^{417}$ tag együtthatóját.
(d) Határozzuk meg az $(6x^8 - 11x^5)^{32}$ kifejezésben az $x^{179}$ tag együtthatóját.

## 2. feladat

Mennyi lesz az $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^{73}$ kifejezésben az
(a) $(x_1)^{10} \cdot (x_2)^{23} \cdot (x_3)^{28} \cdot (x_4)^{12}$
(b) $(x_1)^9 \cdot (x_2)^{21} \cdot (x_3)^{20} \cdot (x_4)^{23}$
(c) $(x_1)^{52} \cdot (x_2)^7 \cdot (x_3) \cdot (x_4)^{13}$
(d) $(x_1)^{37} \cdot (x_2)^{11} \cdot (x_3)^{12} \cdot (x_4)^{14}$
tagok együtthatója?

## 3. feladat

Bizonyítsa be, hogy minden $x \geq 0$ valós számra $(x^3 + 7)^{61} \geq 7^{60} \cdot (7 + 61x^3)$.

## 4. feladat

Egy felmérés során 100 embert megkérdeztek, hogy milyen forrásból szerzi a híreket. A következő válaszokat adták: tévéből 65, rádióból 38, újságból 39, tévéből és rádióból 20, tévéből és újságból 20, rádióból és újságból 9 illetve tévéből, rádióból és újságból 6. Hányan vannak akik a felsoroltak közül egyik forrásból sem szerzik a híreket?

## 5. feladat

Egy 8-tagú társaság moziba megy. Hányféleképpen ülhetnek le egy sorba úgy, hogy Anna és Béla valamint Dani és Eszmeralda ne kerüljön egymás mellé?

## 6. feladat

Egy ismerősünknek el akarunk küldeni 8 különböző fényképet. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha pontosan 5 különböző borítékot akarunk felhasználni?

## 7. feladat

(a) Igaz-e, hogy 8 gyerek között mindig van legalább 2, akik a hét ugyanazon napján születtek?
(b) Egy 34 fős társaságban mindenkinek legfeljebb 10 ismerőse van jelen. Igaz-e, hogy van közöttük 4 olyan ember, akiknek ugyanannyi ismerőse van jelen a társaságban?
(c) Bizonyítsuk be, hogy ha egy egység oldalú négyzetben felveszünk 33 tetszőleges pontot, akkor mindig lesz köztük 3 olyan, amelyek által meghatározott háromszög területe nem nagyobb, mint $\frac{1}{32}$.