

12. feladatsor: Kongruencia-rendszerek**1. feladat**

Számítsa ki a következő értékeket (φ az Euler-féle φ függvény).

- (a) $\varphi(12)$ (b) $\varphi(19)$ (c) $\varphi(100)$ (d) $\varphi(256)$ (e) $\varphi(5!)$ (f) $\varphi(2017)$

2. feladat

Határozzuk meg a következő maradékos osztások maradékát.

- (a) $3^{100} \bmod 13$
(b) $2^{2011} \bmod 3$
(c) $2^{30} \bmod 13$
(d) $317^{259} \bmod 15$
(e) $101^{100} \bmod 7$

3. feladat

Döntse el, hogy osztható-e a $2^{53} + 4^{54}$ szám 3-mal.

4. feladat

Határozza meg a tízes számrendszerben felírt

- (a) 3^{400} szám utolsó számjegyét
(b) 2^{100} szám utolsó két számjegyét
(c) 37^{3942} szám utolsó két számjegyét
(d) 23^{5749} szám utolsó két számjegyét

5. feladat (*)

Oldja meg a következő kongruencia-rendszereket.

- (a) $x \equiv 1 \pmod{4}$, $x \equiv 3 \pmod{4}$
(b) $x \equiv 10 \pmod{8}$, $x \equiv 2 \pmod{18}$
(c) $5x \equiv 6 \pmod{-2}$, $-2x \equiv 12 \pmod{6}$
(d) $x \equiv 8 \pmod{3}$, $x \equiv -4 \pmod{6}$, $x \equiv 6 \pmod{14}$
(e) $2x \equiv -16 \pmod{18}$, $8x \equiv 6 \pmod{10}$, $5x \equiv -10 \pmod{30}$
(f) $7x \equiv -2 \pmod{4}$, $-x \equiv 11 \pmod{10}$, $25x \equiv 5 \pmod{-15}$
(g) $3x \equiv 5 \pmod{7}$, $8x \equiv 10 \pmod{6}$, $7x \equiv -17 \pmod{31}$, $5x \equiv 27 \pmod{-28}$

6. feladat

Oldja meg a következő kongruencia-rendszereket a kínai maradéktétel segítségével.

- (a) $x \equiv 10 \pmod{3}$, $x \equiv 4 \pmod{7}$
(b) $x \equiv -2 \pmod{4}$, $x \equiv 1 \pmod{3}$, $x \equiv 3 \pmod{7}$
(c) $9x \equiv 3 \pmod{6}$, $5x \equiv -1 \pmod{3}$, $-x \equiv 4 \pmod{5}$
(d) $x \equiv -10 \pmod{3}$, $x \equiv 6 \pmod{5}$, $x \equiv 3 \pmod{8}$
(e) $2x \equiv 6 \pmod{8}$, $-x \equiv 2 \pmod{7}$, $x \equiv -10 \pmod{11}$
(f) $-x \equiv 2 \pmod{4}$, $2x \equiv 11 \pmod{5}$, $7x \equiv 4 \pmod{9}$, $-2x \equiv -5 \pmod{7}$

Felhasznált irodalom

Béres Zoltán, Csikós Pajor Gizella, Péics Hajnalka: *Algebra elméleti összefoglaló és példatár*.
Bolyai Farkas Alapítvány

Láng Csabáné: *Számelmélet példatár*. ELTE IK Komputeralgebra Tanszék

Koch-Gömöri Richárd, kgomoririchard@inf.elte.hu, kgomori.richard@gmail.com