

6. feladatsor: Gauss-számsík, egységgyökök

1. feladat

A Gauss-számsíkon egy négyzet középpontja a $K = 1 + 2i$ illetve egyik csúcsa az $A = 5 + 4i$ komplex számnak megfelelő pontban van. Határozza meg a négyzet többi csúcsának megfelelő komplex számokat.

2. feladat

Forgassa el síkban a $\begin{bmatrix} 2 \\ -2\sqrt{3} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2$ vektort (a) 34 (b) -176 fokkal.

3. feladat

Tekintsük a következő halmazokat:

$$A = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z > 1\}$$

$$B = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im} z < 2\}$$

$$C = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 2| = 3\}$$

$$D = \{z \in \mathbb{C} \mid z^2 - (3 + 2i)z + (5 + 5i) = 0\}$$

Ábrázolja a következő halmazokat a Gauss-számsíkon.

- | | | | | | |
|----------------|----------------|---------------------|---------------------|----------------|--------------------------------|
| (a) A | (b) B | (c) C | (d) D | (e) $A \cap B$ | (f) $A \cup B$ |
| (g) $A \cap C$ | (h) $B \cup C$ | (i) $A \setminus B$ | (j) $A \triangle B$ | (k) $A \cap D$ | (l) $C \setminus \overline{B}$ |

4. feladat

Ábrázolja a következő halmazokat a Gauss-számsíkon.

(a) $\{z \in \mathbb{C} \mid |z - i + 2| = 10\}$

(b) $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z = \operatorname{Im} z\}$

(c) $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z \geq \operatorname{Im} z\}$

(d) $\{z \in \mathbb{C} \mid |z - 2| \leq |z + 3|\}$

(e) $\{z \in \mathbb{C} \mid 2 < |z + i - 2| \leq 4\}$

5. feladat

(a) A $z = -1 - \sqrt{3}i$ egyik negyedik gyöke $w_0 = \frac{\sqrt[4]{2}}{2}(\sqrt{3} - i)$. Alkalmas primitív negyedik egységgyök segítségével állítsa elő a többi negyedik egységgyököt majd ezek felhasználásával számítsa ki z többi negyedik gyökét.

(b) A $z = -i$ egyik hatodik gyöke $w_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$. Alkalmas primitív hatodik egységgyök segítségével állítsa elő a többi hatodik egységgyököt majd ezek felhasználásával számítsa ki z többi hatodik gyökét.

(A komplex gyökvonás képlete nem használható.)