

## 6. feladatsor: Komplex számok alakjai

### 1. feladat

Végezzük el a következő műveleteket a komplex számok halmazán.

$$\sqrt{-16}$$

$$\sqrt{-25}$$

$$(2i)^2$$

$$2i + 5i$$

$$\frac{4i}{2i}$$

### 2. feladat

Legyen  $z \in \mathbb{C}$ ,  $z = -2 + 7i$ . Adja meg a  $z$  komplex szám következő jellemzőit.

$$\operatorname{Re} z$$

$$\operatorname{Im} z$$

$$-z$$

$$\bar{z}$$

### 3. feladat

Végezzük el a következő műveleteket az algebrai alak felhasználásával.

$$(a) \quad (2 + 7i) + (-6 + 11i)$$

$$(f) \quad \frac{1}{i}$$

$$(b) \quad -\sqrt{2}(2 + 3i)$$

$$(g) \quad i^3$$

$$(c) \quad (1 - i)(11 - 8i)$$

$$(h) \quad \frac{2 - 3i}{1 + i}$$

$$(d) \quad i(7 - 2i)$$

$$(i) \quad \frac{4 + 3i}{(2 - i)^2}$$

$$(e) \quad (2 - 7i)^2$$

### 4. feladat

Oldja meg a következő egyenleteket a komplex számok halmazán.

$$(a) \quad 6z - \bar{z} + i = -2 + z$$

$$(b) \quad iz - 2z + 5 - 2i = i$$

### 5. feladat

Számolja ki a következő számok komplex négyzetgyökeit az algebrai alak felhasználásával.

$$(a) \quad i$$

$$(b) \quad -15 + 8i$$

$$(c) \quad 8 + 6i$$

### 6. feladat

Legyen  $z \in \mathbb{C}$ ,  $z = 2 + 5i$ . Adja meg a  $z$  komplex szám abszolút értékét és argumentumát. Szemléltesse a  $z$  komplex számot a Gauss-számsíkon.

### 7. feladat

Határozza meg a következő komplex számok trigonometrikus alakját.

$$(a) \quad 1 + i$$

$$(e) \quad 4i$$

- (b)  $-\sqrt{3} + i$  (f)  $i$   
 (c)  $\frac{9}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{2}i$  (g)  $10$   
 (d)  $-\frac{\sqrt{14}}{2} - \frac{\sqrt{14}}{2}i$

### 8. feladat

Végezze el a következő műveleteket a trigonometrikus alak felhasználásával.

- (a)  $\left(\frac{9}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{2}i\right) \left(-\frac{\sqrt{14}}{2} - \frac{\sqrt{14}}{2}i\right)$  (e)  $\left(-\frac{\sqrt{10}}{2} - \frac{\sqrt{10}}{2}i\right)^{15}$   
 (b)  $\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3}i\right)$  (f)  $\left(\frac{5}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2}i\right)^{23}$   
 (c)  $\frac{-\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i}{\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3}i}$  (g)  $(1+i)^8 \cdot (5\sqrt{3} - 5i)^3$   
 (d)  $\left(\frac{5\sqrt{3}}{12} - \frac{5}{12}i\right)^{10}$  (h)  $\left(\frac{\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i}{-\frac{5\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2}i}\right)^{12}$

### 9. feladat

Végezze el a következő gyökvonásokat a komplex számok halmazán.

- (a)  $\sqrt{-60}$  (e)  $\sqrt[8]{-\frac{7}{2} + \frac{7}{2}i}$   
 (b)  $\sqrt[3]{-60}$  (f)  $\sqrt{-6\sqrt{3} + 6i}$   
 (c)  $\sqrt[6]{1 - \sqrt{3}i}$  (g)  $\sqrt[7]{\frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^8}{(1+i)^5}}$   
 (d)  $\sqrt[5]{-7\sqrt{3} + 7i}$

### 10. feladat (\*)

Oldja meg a következő egyenletet a komplex számok halmazán (2 valós és 1 komplex gyök van).

$$(4^x + 10)^{x^2 - 6x + 2} = 1$$

### 11. feladat (\*)

Számítsa ki a következő logaritmusokat a komplex számok halmazán.

- (a)  $\ln(-20)$  (d)  $\ln(1 - \sqrt{3}i)$

(b)  $\ln(-e)$

(e)  $\ln(7 + 2i)$

(c)  $\ln(7i)$

(f)  $\ln(-8 + \sqrt{3}i)$

**12. feladat**

Végezze el a következő műveleteket.

(a)  $(3 - i) \cdot \frac{10i}{7 + 10i}$

(b)  $\frac{12 - i}{10 + 7i} \cdot (5 - 2i)^9$

(c)  $\left(\frac{4 + i}{-2 + 5i}\right)^4 + (7 + 4i)^3$

Koch-Gömöri Richárd, kgomoririchard@inf.elte.hu, kgomori.richard@gmail.com