

## 2. zárthelyi dolgozat

Felhasználható idő: 90 perc, használható segédeszközök: üres papír és toll, elegendő a formulát felírni, a pontos végeredményt nem kérjük kiszámolni.

### 1. feladat 6 pont

- (a) Hányféleképpen ülhet le 7 ember egy padra?
- (b) Hányféleképpen lehet 6 egyforma ajándékot 10 személy között szétosztani, ha egy személy több ajándékot is kaphat?
- (c) Hányféleképpen lehet sorba rakni 2 piros, 2 kék és 6 zöld golyót?
- (d) Hányféleképpen ülhet le 7 ember egy kerekasztal köré (a forgatással egymásba vihető ülésrendek azonosnak számítanak)?
- (e) Hány 7-elemű részhalmaza van egy 10-elemű halmaznak?
- (f) Egy versenyen 10 tanuló vesz részt. Hányféleképpen alakulhat az első 3 hely sorsa, ha nem lehet holtverseny?

### 2. feladat 8 pont

- (a) Hányféleképpen ülhet le 5 házaspár egy padra, ha mindenki a házastársa mellett szeretne ülni? **4 pont**
- (b) Egy dobókockával háromszor dobunk egymás után. Hány olyan dobássorozat fordulhat elő, amelyben szerepel az 5-ös és a 6-os (a dobott számok sorrendje számít)? **4 pont**

### 3. feladat 11 pont

- (a) Az 52-lapos francia kártyában 4 ász és 4 király van. Oszttunk úgy, hogy 4 játékosnak 8-8 lapot adunk. Hányféle olyan szétosztás lehetséges, melyek során a 4 játékos mindegyikének 1-1 ász és 1-1 király jut (az ászok és a királyok is különböző színűek)? **5 pont**
- (b) Hányféleképpen választhatunk ki egy 15 fiúból és 13 lányból álló osztályból olyan hattagú társaságot, amelyben legalább 4 lány van? **6 pont**

### 4. feladat 10 pont

- (a) Határozzuk meg az  $(x^7 + 2x^2)^{14}$  kifejezésben az  $x^{93}$  és  $x^{95}$  tagok együtthatóját. **6 pont**
- (b) Hány 4-gyel osztható hatjegyű szám képezhető a 0, 1, 2, 3, 4, 5 számokból, ha minden számjegy csak egyszer használható? **4 pont**

### 5. feladat 16 pont

Tekintsük a következő fokszámsorozatokat: (1) 6,5,5,4,3,3,0 (2) 4,3,2,2,2,2,1

(3) 5,5,5,3,2,1,1 (4) 6,5,5,4,3,1,1

- (a) Lehetnek-e a fenti fokszámsorozatok valamely 7-pontú, egyszerű irányítatlan gráf fokszámsorozatai? **10 pont**
- (b) Lehetnek-e a fenti fokszámsorozatok valamely 7-pontú, irányítatlan gráf fokszámsorozatai? **6 pont**

Minden lehetséges gráfot (összesen 4+4) kérünk lerajzolni, vagy ha nem lerajzolható, akkor ennek bizonyítását.

### 6. feladat 9 pont

Bizonyítsuk be, hogy egy véges, irányítatlan gráfban a páratlan foksámú csúcsok száma mindig páros.