

Diszkrét matematika I. feladatok

Második alkalom (Komplex számok II.)

1. A sík mely geometriai transzformációjának felelnek meg a következő leképezések?
a) $z \mapsto 3z + 2$; b) $z \mapsto (1 + i)z$; c) $z \mapsto 1/\bar{z}$.
2. Legyen z, w két különböző komplex szám! Írd fel az őket összekötő szakasz felezőpontját, valamint annak a két szabályos háromszögnek a harmadik csúcsát, illetve súlypontját, melyeknek z, w csúcsai!
3. Vonjunk négyzetgyököt a következő számokból!
a) $3 - 4i$; b) $2i$; c) $-7 - 24i$; d) $8 + 6i$.
4. Oldd meg a következő másodfokú egyenletet: $(2 + i)x^2 - (5 - i)x + (2 - 2i) = 0$!
5. Számold ki a $z = -16 \cdot \sqrt{3} + 16i$ szám ötödik gyökeit!
6. Add meg a következő egyenletek összes megoldását!
a) $x^3 = 1$; b) $x^3 = 2 + 2i$; c) $x^8 = \sqrt{3} - i$; d) $x^6 = 1 + i$.
7. Vonj negyedik gyököt a $\frac{-4}{(2 + i)^3}$ számból!
8. Az alábbi számok közül melyek egységgyökök, mennyi ezek rendje, milyen n -re lesznek ezek n -edik egységgyökök, illetve primitív n -edik egységgyökök?
a) 1 ; b) -1 ; c) i ; d) $1 + i$; e) $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$; f) $\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$; g) $\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$;
h) $\cos(\sqrt{2}\pi) + i \sin(\sqrt{2}\pi)$; i) $\cos(\frac{\pi}{361}) + i \sin(\frac{\pi}{361})$.
9. Mutassuk meg, hogy ha $\varepsilon^4 = i$, akkor $4 \mid o(\varepsilon)$!
10. Ha $o(\varepsilon) = 128$, akkor mennyi lehet $o(i \cdot \varepsilon)$?
11. Igazold, hogy egy primitív n -edik egységgyök hatványai pontosan az n -edik egységgyökök!
12. Igazold, hogy egy primitív n -edik egységgyök pontosan akkor k -adik egységgyök, ha $n \mid k$!

Szorgalmi feladatok

13. Fejezd ki $\sin(n\alpha)$ illetve $\cos(n\alpha)$ értékét $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$ segítségével!