

## 5. feladatsor: Komplex számok algebrai és trigonometrikus alakja

### 1. feladat

Végezzük el a következő műveleteket a komplex számok halmazán.

$$\sqrt{-16} \qquad \sqrt{-25} \qquad (2i)^2 \qquad 2i + 5i \qquad \frac{4i}{2i}$$

### 2. feladat

Legyen  $z \in \mathbb{C}$ ,  $z = -2 + 7i$ . Adja meg a  $z$  komplex szám következő jellemzőit.

$$\operatorname{Re} z \qquad \operatorname{Im} z \qquad -z \qquad \bar{z} \qquad |z|$$

### 3. feladat

Végezzük el a következő műveletet az algebrai alak felhasználásával:  $\frac{4 + 3i}{(2 - i)^2}$

### 4. feladat

Oldja meg a következő egyenletet a komplex számok halmazán:  $\frac{x + i - 3i\bar{x}}{x - 4} = i - 1$

### 5. feladat

Határozza meg azt a  $z \in \mathbb{C}$  komplex számot, amelyre teljesül hogy

$$\left| \frac{z - 3}{2 - \bar{z}} \right| = 1 \wedge \operatorname{Re} \left( \frac{z}{2 + i} \right) = 2$$

### 6. feladat

Legyen  $z \in \mathbb{C}$ ,  $z = 2 + 5i$ . Adja meg a  $z$  komplex szám abszolút értékét és argumentumát. Szemléltesse a  $z$  komplex számot a Gauss-számsíkon.

### 7. feladat

Határozza meg a következő komplex számok trigonometrikus alakját.

- |   |          |
|---|----------|
| (a) $1 + i$                                       | (e) $4i$ |
| (b) $-\sqrt{3} + i$                               | (f) $i$  |
| (c) $\frac{9}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{2}i$          | (g) $10$ |
| (d) $-\frac{\sqrt{14}}{2} - \frac{\sqrt{14}}{2}i$ |          |

**8. feladat**

Végezze el a következő műveleteket a trigonometrikus alak felhasználásával.

$$(a) \left( \frac{9}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{2}i \right) \cdot \left( -\frac{\sqrt{14}}{2} - \frac{\sqrt{14}}{2}i \right)$$

$$(b) \left( -\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i \right) \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3}i \right)$$

$$(c) \frac{-\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i}{\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3}i}$$

$$(d) \left( \frac{5\sqrt{3}}{12} - \frac{5}{12}i \right)^{10}$$

$$(e) \left( -\frac{\sqrt{10}}{2} - \frac{\sqrt{10}}{2}i \right)^{15}$$

$$(f) \left( \frac{5}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2}i \right)^{23}$$

$$(g) (1+i)^8 \cdot (5\sqrt{3} - 5i)^3$$

$$(h) \left( \frac{\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i}{-\frac{5\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2}i} \right)^{12}$$

$$(i) \left( 1 - \frac{\sqrt{3}-i}{2} \right)^{24}$$

**9. feladat**

Végezze el a következő gyökvonásokat a komplex számok halmazán.

$$(a) -60 \text{ második gyöke}$$

$$(b) -60 \text{ harmadik gyöke}$$

$$(c) 1 - \sqrt{3}i \text{ hatodik gyöke}$$

$$(d) -7\sqrt{3} + 7i \text{ ötödik gyöke}$$

$$(e) -\frac{7}{2} + \frac{7}{2}i \text{ nyolcadik gyöke}$$

$$(f) -6\sqrt{3} + 6i \text{ második gyöke}$$

$$(g) \frac{\left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)^8}{(1+i)^5} \text{ hetedik gyöke}$$

**10. feladat**

A trigonometrikus alak segítségével számítsa ki  $z$  értékét trigonometrikus és algebrai alakban is, majd adja meg az összes olyan  $w$  komplex számot trigonometrikus alakban, melyekre  $w^3 = z$ , ahol

$$z = \frac{(2 + 2\sqrt{3}i)^{10}}{(-1 + i)^{83}}.$$

**11. feladat**

Írjuk fel algebrai alakban a  $z = \frac{(1+i)^8}{(1-\sqrt{3}i)^6}$  komplex számot.