

1. zárthelyi dolgozat

Felhasználható idő: 16+90 perc, használható segédeszközök: üres papír, toll, számológép.

1. feladat 8 pont

Canvas-ben: Kvízek/zh1-tesztkérdések

2. feladat 9. pont

- (a) Igazolja, hogy az $R \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, $R = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x^2 + y^2 \text{ páros szám}\}$ reláció ekvivalencia-reláció. Mik lesznek az ekvivalenciaosztályok? Az (a) feladatban vázlatos indoklást is kérek, például "az összeadás kommutativitása miatt", "párosak összege szintén páros" stb.
- (b) Adjon meg olyan A, B és C halmazokat, amelyekre nem teljesül a következő összefüggés: $((A \cap B) \cup (B \cap C)) \setminus (A \cap B \cap C) = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$.
- (c) Igazolja, hogy tetszőleges A, B és C halmazok esetén igaz a következő összefüggés: $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$.

3. feladat 6 pont

Legyen $R \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $R = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^3 = y - 2\}$ és $S \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $S = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2y - 1 = x + 7\}$. Határozza meg az $R \circ S$ és $S^{-1} \circ S$ kompozíciót.

4. feladat 4 pont

A természetes számok halmazán tekintsük az $A = \{2, 5, 10, 15, 20, 30, 60\} \subset \mathbb{N}$ halmazt, illetve tekintsük az A következő részbenrendezését: $R \subseteq A \times A$, $xRy \iff x|y$. Rajzolja meg a rendezés Hasse-diagramját. Adja meg a következő korlátokat: minimális elem, legkisebb elem, maximális elem, legnagyobb elem, $\inf\{15, 20\}$, $\inf\{2, 15\}$, $\inf(A)$, $\sup\{20, 30\}$, $\sup(A)$.

5. feladat 9 pont

- (a) A trigonometrikus alak segítségével számítsa ki

$$\left(\frac{-\frac{\sqrt{14}}{2} - \frac{\sqrt{14}}{2}i}{\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3}i} \right)^7$$

értékét (a végeredményt elég trigonometrikus alakban megadni).

- (b) A trigonometrikus alak segítségével számítsa ki z értékét trigonometrikus és algebrai alakban is, majd adja meg az összes olyan w komplex számot trigonometrikus alakban, melyekre $w^4 = z$, ahol $z = \frac{i}{\frac{5\sqrt{3}}{12} - \frac{5}{12}i}$.

6. feladat 4 pont

Ábrázolja a Gauss-számsíkon a következő halmazt: $\{z \in \mathbb{C} \mid 1 \leq |z - 2i + 5| \leq 3\}$.