

## 2. zárthelyi dolgozat

Felhasználható idő: 90 perc, használható segédeszközök: üres papír és toll, elegendő a formulát felírni, a pontos végeredményt nem kérjük kiszámolni.

### 1. feladat 6 pont

- (a) Egy tíztagú társaság tagjai között 4 különböző könyvet sorsolnak ki úgy, hogy egy személy több könyvet is kaphat. Hányféleképpen végződhet a sorsolás?
- (b) Hányféleképpen lehet 10 tanuló között 3 különböző könyvet kiosztani, ha mindegyikük legfeljebb egy könyvet kaphat?
- (c) Hány 8-elemű részhalmaza van egy 10-elemű halmaznak?
- (d) Hányféleképpen lehet 12 különböző jutalmat 7 ember között szétosztani, ha nem számít, hogy ki milyen sorrendben kap jutalmat, és egy személy több jutalmat is kaphat?
- (e) Hányféleképpen ülhet le 20 ember egy kerekasztal köré? (a forgatással egymásba átvihető ültetések azonosnak számítanak)
- (f) Hányféleképpen lehet sorba rakni 1 kék, 7 piros és 2 fehér golyót?

### 2. feladat 8 pont

Egy gyárban egy műszak alatt elkészített 300 db termék 5%-a selejtes. Hányféleképpen lehet kiválasztani 25 terméket úgy, hogy a kiválasztottak közül

- (a) legalább 3 darab selejtes legyen? **6 pont**
- (b) pontosan 5 darab selejtes legyen? **2 pont**

### 3. feladat 10 pont

- (a) Határozzuk meg az  $\left(2x^2 + \frac{3}{x}\right)^{10}$  kifejezésben az  $x^{50}$  és  $x^{11}$  tagok együtthatóját. **6 pont**
- (b) Hány 4-gyel osztható hatjegyű szám képezhető a 0, 1, 2, 3, 4, 5 számokból, ha minden számjegy csak egyszer használható? **4 pont**

### 4. feladat 11 pont

- (a) Egy felvételiztetésnél 30 fős társaságból kell kiválasztani 3 személyt A munkakörbe, és 7 személyt B munkakörbe. Andrást és Bélát mindenképpen alkalmazni szeretnénk. Hányféleképpen választhatunk ki 10 személyt úgy, hogy András A munkakörbe és Béla pedig A vagy B munkakörbe is kerülhet? **7 pont**
- (b) Egy dobókockával háromszor dobunk egymás után. Hány olyan dobássorozat fordulhat elő, amelyben szerepel az 5-ös és a 6-os (a dobott számok sorrendje számít)? **4 pont**

### 5. feladat 16 pont

Tekintsük a következő fokszámsorozatokat: (1) 7,6,6,5,4,2,1,1 (2) 7,5,3,3,2,2,2,1

(3) 4,4,4,4,4,4,4 (4) 7,6,4,3,2,2,2,0

- (a) Lehetnek-e a fenti fokszámsorozatok valamely 8-pontú, egyszerű irányítatlan gráf fokszámsorozata? **10 pont**
- (b) Lehetnek-e a fenti fokszámsorozatok valamely 8-pontú, irányítatlan gráf fokszámsorozatai? **6 pont**

Minden lehetséges gráfot (összesen 4+4) kérünk lerajzolni, vagy ha nem lerajzolható, akkor ennek bizonyítását.

### 6. feladat 9 pont

Bizonyítsa be, hogy ha egy véges, irányítatlan gráf minden pontjának fokszáma legalább 2, akkor a gráf tartalmaz kört.