2010 复赛 水果

FHOI 马利
Blog: http://www.richardma.org/

水果

现有一筐水果，有苹果，梨和橘子（可以认为每种水果都有无限多个）。问，至少要从筐中拿出多少个水果才能保证拿出了 x 个苹果或者至少有 y 个梨或者至少有 z 个橘子?

水果

现有一筐水果，有苹果，梨和橘子（可以认为每种水果都有无限多个）。问，至少要从筐中拿出多少个水果才能保证拿出了 x 个苹果或者至少有 y 个梨或者至少有 z 个橘子?

关于“至少”和“保证”的问题

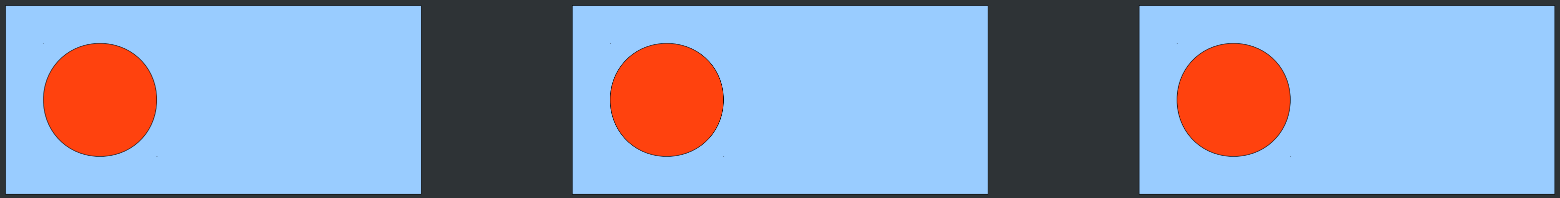
- 至少要选出多少个人，才能保证有两个人的性别相同?
- 至少要选出多少个人，才能保证有两个人的属相相同?
- 至少要选出多少个人，才能保证有两个人的生日相同（同月同日，可以不同年）？

最坏情况分析

- 现有一个柜子，柜子有 3 个抽屉，至少需要多少个小球，才能保证有一个抽屉里有 2 个球?

最坏情况分析

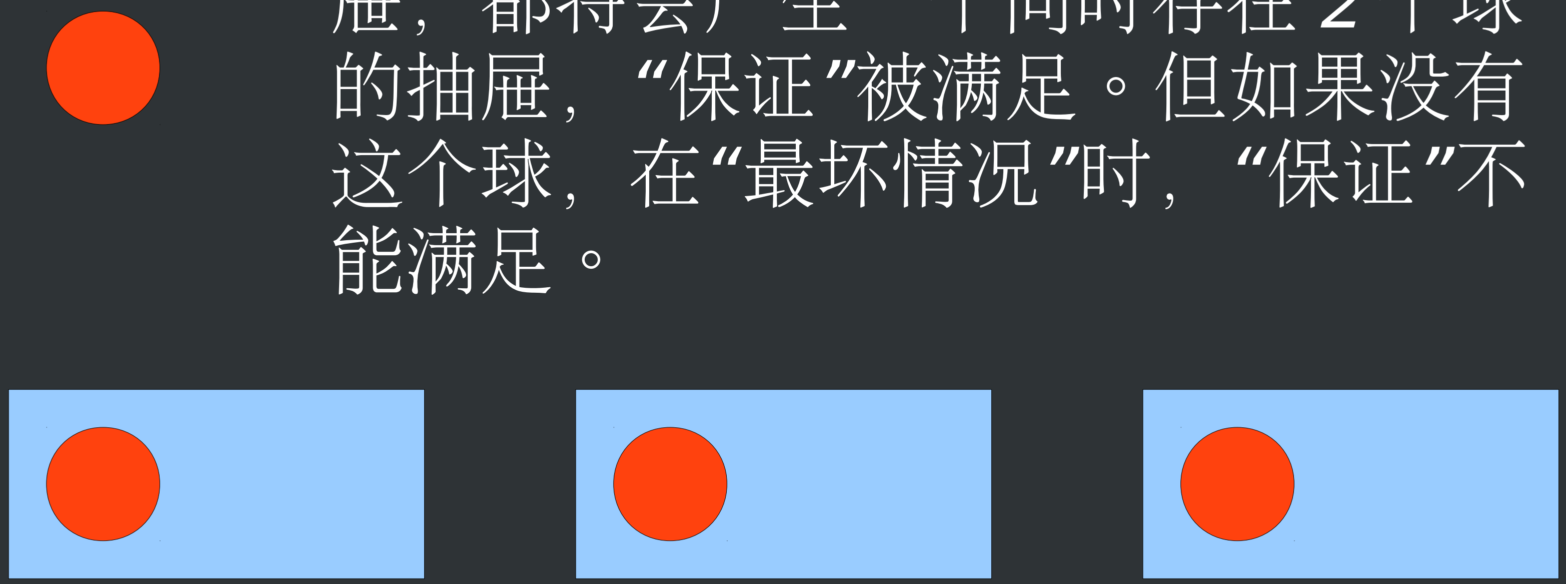
- 现有一个柜子，柜子有 3 个抽屉，至少需要多少个小球，才能保证有一个抽屉里有 2 个球?



最坏情况分析

- 现有一个柜子，柜子有 3 个抽屉，至少需要多少个小球，才能保证有一个抽屉里有 2 个球？

再加上这 *1* 个球，无论它放入哪个抽屉，都将会产生一个同时存在 *2* 个球的抽屉，“保证”被满足。但如果没有这个球，在“最坏情况”时，“保证”不能满足。



抽屉原理

- 将小球放入抽屉的问题的解决方法，就是抽屉原理（鸽巢原理）。
- 抽屉原理是解决“至少”和“保证”问题的基本方法。

重新考虑这三个问题

- 至少要选出多少个人，才能保证有两个人的性别相同?
- 至少要选出多少个人，才能保证有两个人的属相相同?
- 至少要选出多少个人，才能保证有两个人的生日相同（同月同日，可以不同年）？
- 请说明“最坏情况”和“抽屉”与＂小球＂在这三个问题中分别被换成了什么?

结果统计表格

	抽屉	抽屉数	小球	满足要求的最少小球数
1				
2				
3				

结果统计表格

	抽屉	抽屉数	小球	满足要求的最少小球数
1	性别	2	人	3
2	属相	12	人	13
3	全年中的每一天	365 366	人	367

结果统计表格

	抽屉	抽屉数	小球	满足要求的最少小球数
1	性别	2	人	3
2	属相	12	人	13
3	全年中的每一天	366	人	367

满足要求的最少小球数 ＝ 抽屉数 ＋1
（当需要的每类至少为 2 个时）

扩展的性别问题

- 至少要选出多少个人，才能保证有 3 个人的性别相同?

扩展的性别问题的最坏情况

- 至少要选出多少个人，才能保证有 3 个人的性别相同?

扩展的性别问题的最坏情况

- 至少要选出多少个人，才能保证有 3 个人的性别相同?

4+1=5

扩展的性别问题的统计

保证男或女的人数	抽屉数	算式	小球数
2	2	2+1	3
3	2	4+1	5
4	2		
5	2		
6	2		
7	2		
8	2		
9	2		
10	2		

扩展的性别问题的统计

保证男或女的人数	抽屉数	算式	小球数
2	2	2+1	3
3	2	4+1	5
4	2	6+1	7
5	2	8+1	9
6	2	10+1	11
7	2	12+1	13
8	2	14+1	15
9	2	16+1	17
10	2	18+1	19

总结规律

- 先考虑最坏情况；
- 在最坏情况下添加一个球，就可以满足“保证”；
- 公式：

小球数 ＝ 最坏情况下小球的个数 ＋1

回到我们的问题

现有一筐水果，有苹果，梨和橘子（可以认为每种水果都有无限多个）。问，至少要从筐中拿出多少个水果才能保证拿出了 x 个苹果或者至少有 y 个梨或者至少有 z 个橘子?

最坏情况分析

苹果 需要 X 个

梨 需要 Y 个

橘子 需要 Z 个

最坏情况分析

苹果 需要 X 个 X-1

梨 需要 Y 个 Y-1

橘子 需要 Z 个 Z-1

最坏情况分析及解答

- 在最坏情况下，共需要：
  $(X - 1) + (Y - 1) + (Z – 1)$
  个水果。
- 在最坏情况下，只要再添加 1 个水果，即将有一个条件必然被满足。
- 最后的水果总数为最坏情况下的水果数与最后添加的 1 个水果之和：

  $(X - 1) + (Y - 1) + (Z – 1) + 1$

公式化简

$$(X - 1) + (Y - 1) + (Z - 1) + 1$$

$$= X - 1 + Y - 1 + Z - 1 + 1$$

$$= X + (-1) + Y + (-1) + Z + (-1) + 1$$

$$= X + Y + Z + (-1) + (-1) + (-1) + 1$$

$$= X + Y + Z + (-3) + 1$$

$$= X + Y + Z - 3 + 1$$

$$= X + Y + Z - 2$$

核心代码

```
INPUT #1, x, y, z

ans = (x - 1) + (y - 1) + (z - 1) + 1

PRINT #2, LTRIM$(STR$(ans))
```

==================================

或者也可以写为:

```
ans = x  + y + z - 2
```