Hypotéza 1: Existuje jediný magický štvorec veľkosti 3×3 (spolu s jeho násobkami, rotáciami a symetriami), ktorého aspoň 7 prvkov sú druhé mocniny prirodzených čísel.
$373^2, 289^2, 565^2$
$360721, 425^2, 23^2$
$205^2, 527^2, 222121$

Veta 1.1: Nech e je prostredný prvok magického štvorca veľkosti 3×3. Potom je jeho magický súčet rovný $3e$.

Dôkaz: Nech s je magický súčet. Označme $a, b, ..., i$ prvky štvorca zľava doprava po jednotlivých riadkoch (čiže e je prostredný z nich). Potom platí $3s = (a+e+i)+(b+e+h)+(c+e+g) = (a+b+c)+(g+h+i)+3e = 2s+3e$, z čoho vyplýva, že $s = 3e$.

Dôsledok 1.1: Nech e je prostredný prvok magického štvorca veľkosti 3×3 a x, y sú jeho ľubovoľné dva protiľahlé prvky. Potom $x + y = 2e$.

Veta 1.2: Nech u_1, v_1, u_2, v_2 sú navzájom rôzne kladné celé čísla. Definujme hodnoty p, q, r, s, t nasledovne:
$p = (u_1^2 + v_1^2)(u_2^2 + 2u_2v_2 - v_2^2)$
$q = (u_1^2 + 2u_1v_1 - v_1^2)(u_2^2 + v_2^2)$
$r = (-u_1^2 + 2u_1v_1 + v_1^2)(u_2^2 + v_2^2)$
$s = (u_1^2 + v_1^2)(-u_2^2 + 2u_2v_2 + v_2^2)$
$t = (u_1^2 + v_1^2)(u_2^2 + v_2^2)$

Potom:
$p^2, 3t^2 - p^2 - q^2, q^2$
$3t^2 - p^2 - r^2, t^2, 3t^2 - q^2 - s^2$
$r^2, 3t^2 - r^2 - s^2, s^2$
.
$\frac{(r^2+s^2)}{2}, p^2, \frac{(q^2+s^2)}{2}$
q^2, t^2, r^2
$\frac{(p^2+r^2)}{2}, s^2, \frac{(p^2+q^2)}{2}$

.
$p^2, q^2, 3t^2 - p^2 - q^2$
$r^2 + s^2 - p^2, t^2, p^2 + q^2 - s^2$
$3t^2 - r^2 - s^2, r^2, s^2$

sú magické štvorce, ktorých aspoň 5 prvkov sú druhé mocniny prirodzených čísel.

Veta 1.3: Nech x je kladné celé číslo. Potom sú tieto štvorce:
$(2x^5 + 4x^3 - 7x)^2, (x^2 - 2)(8x^2 - 1)(x^6 - 6x^4 - 2), (5x^4 - 2x^2 + 2)^2$
$(x^4 + 8x^2 - 2)^2, (2x^5 - 2x^3 + 5x)^2, (x^2 - 2)(8x^8 - x^6 + 30x^4 - 40x^2 + 2)$
$(x^2 - 2)(8x^8 - 25x^6 + 18x^4 - 28x^2 + 2), (7x^4 - 4x^2 - 2)^2, (2x^5 - 8x^3 - x)^2$
.
$(5x^4 - 2x^2 + 2)^2, (2x^5 + 4x^3 - 7x)^2, \frac{4x^{10} - 31x^8 + 76x^6 + 76x^4 - 31x^2 + 4}{2}$
$(2x^5 - 8x^3 - x)^2, \frac{4x^{10} + 17x^8 + 4x^6 + 4x^4 + 17x^2 + 4}{2}, (7x^4 - 4x^2 - 2)^2$
$\frac{4x^{10} + 65x^8 - 68x^6 - 68x^4 + 65x^2 + 4}{2}, (x^4 + 8x^2 - 2)^2, (2x^5 - 2x^3 + 5x)^2$

magickými štvorcami veľkosti 3×3, ktorých aspoň 6 prvkov sú druhé mocniny prirodzených čísel.

Hypotéza 2: Neexistuje bimagický štvorec veľkosti 5×5.

Veta 2.1: Neexistuje bimagický štvorec veľkosti 3×3.

Dôkaz: Sporom. Nech a, b sú prvky v prvom riadku a prvých dvoch stĺpcoch. Nech c, d sú prvky v poslednom stĺpci a posledných dvoch riadkoch. Nech x je prvok v prvom riadku a poslednom stĺpci. Potom musia platiť vzťahy $a + b + x = x + c + d$ aj $a^2 + b^2 + x^2 = x^2 + c^2 + d^2$. Tým dostaneme sústavu z duplikačnej lemy, z čoho vyplýva, že $c = a$ alebo $c = b$, čo je spor.

Veta 2.2: Neexistuje bimagický štvorec veľkosti 4×4.

Dôkaz: Sporom. Nech $a, b, ..., o, p$ sú prvky zľava doprava v jednotlivých riadkoch štvorca. Keďže štvorec je magický, musia platiť nasledovné vzťahy:

$a+b+c+d=m+n+o+p$
$a+f+k+p=b+f+j+n$
$d+g+j+m=c+g+k+o$

Ich sčítaním dostaneme $a+d=n+o$. Keďže štvorec je zároveň aj multiplikatívny, musia platiť nasledovné vzťahy:
$a^2+b^2+c^2+d^2=m^2+n^2+o^2+p^2$
$a^2+f^2+k^2+p^2=b^2+f^2+j^2+n^2$
$d^2+g^2+j^2+m^2=c^2+g^2+k^2+o^2$

Ich sčítaním dostaneme $a^2+d^2=n^2+o^2$. Tým dostaneme sústavu z duplikačnej lemy, z čoho vyplýva, že $n=a$ alebo $n=d$, čo je spor.

Veta 2.3: Neexistuje bimagický štvorec veľkosti 5×5, ktorého prvky sú čísla od 1 do 1500.

Veta 2.4: Nech A je semibimagický štvorec veľkosti 5×5. Potom existuje číslo $x\in\mathbb{N}$, pre ktoré vieme zostrojiť semibimagický štvorec B rovnakej veľkosti, pričom platí:
(i) v prvom riadku B sú v poradí prvky $x, a+b-c, a-b+c, -a+b+c, -a-b-c$, pričom $a,b,c\in\mathbb{N}$
(ii) v prvom stĺpci B sú v poradí prvky $x, d+e-f, d-e+f, -d+e+f, -d-e-f$, pričom $d,e,f\in\mathbb{N}$

Dôkaz: Uvažujme magický štvorec veľkosti 5×5, ktorého súčet prvých 4 prvkov v prvom riadku je rovný 0. Ak sú prvé 3 prvky A,B,C, tak posledný musí byť $-A-B-C$. Ich bimagický súčet je potom $A^2+B^2+C^2+(-A-B-C)^2=(A+B)^2+(A+C)^2+(B+C)^2$. Nech $a=A+B, b=A+C, c=B+C$. Potom $A=\frac{a+b-c}{2}, B=\frac{a-b+c}{2}, C=\frac{a+b-c}{2}$. Rovnako odvodíme, že ak sú v poslednom stĺpci prvé 3 prvky D,E,F, tak $D=\frac{d+e-f}{2}, E=\frac{d-e+f}{2}, F=\frac{d+e-f}{2}$ pre vhodné d,e,f. Všetky prvky A,B,C,D,E,F vynásobíme 2 a môžeme ich v danom riadku alebo stĺpci ľubovoľne premiestňovať (keďže sme v bimagickom štvorci).

Veta 2.5: Nech A je bimagický štvorec veľkosti 5×5. Potom existuje číslo $x \in \mathbb{N}$, pre ktoré vieme zostrojiť semibimagický štvorec B rovnakej veľkosti, pričom platí, že v ľavom dolnom rohu B je prvok x a v pravom dolnom rohu prvok $-x$.

Hypotéza 3: Neexistuje multiplikatívny magický štvorec veľkosti 5×5 alebo 6×6.

Veta 3.1: Neexistuje multiplikatívny magický štvorec veľkosti 3×3.

Dôkaz: Sporom. Nech a, b sú prvky v prvom riadku a prvých dvoch stĺpcoch. Nech c, d sú prvky v poslednom stĺpci a posledných dvoch riadkoch. Nech x je prvok v prvom riadku a poslednom stĺpci. Potom musia platiť vzťahy $a + b + x = x + c + d$ aj $abx = xcd$. Tým dostaneme sústavu z duplikačnej lemy, z čoho vyplýva, že $c = a$ alebo $c = b$, čo je spor.

Veta 3.2: Neexistuje multiplikatívny magický štvorec veľkosti 4×4.

Dôkaz: Sporom. Nech $a, b, ..., o, p$ sú prvky zľava doprava v jednotlivých riadkoch štvorca. Keďže štvorec je magický, musia platiť nasledovné vzťahy:
$a + b + c + d = m + n + o + p$
$a + f + k + p = b + f + j + n$
$d + g + j + m = c + g + k + o$

Ich sčítaním dostaneme $a + d = n + o$. Keďže štvorec je zároveň aj multiplikatívny, musia platiť nasledovné vzťahy:
$abcd = mnop$
$afkp = bfjn$
$dgjm = cgko$

Ich vynásobením dostaneme $ad = no$. Tým dostaneme sústavu z duplikačnej lemy, z čoho vyplýva, že $n = a$ alebo $n = d$, čo je spor.

Veta 3.3: Nech A je multiplikatívny štvorec veľkosti 5×5 alebo 6×6,

V je ľubovoľná jeho vzorka a n je kladné celé číslo. Nech B je štvorec, ktorý vznikne prenásobením vzorky V číslom n. Potom B je multiplikatívny štvorec.