

# Geração de Terrenos Usando Conjectura de Collatz

Richard Fernando Heise Ferreira

18 de julho de 2025

## Resumo

Este trabalho apresenta uma aplicação alternativa da Conjectura de Collatz na geração procedural de terrenos. Apesar de sua simplicidade, a conjectura exibe comportamento pseudo-aleatório complexo e rastreável, o que a torna promissora para fins computacionais. A proposta consiste em utilizar sequências de Collatz arredondadas, com granularidade ajustável, como base para gerar perfis de altura ao longo de um eixo. A implementação foi feita em C++, com suporte a visualização via Python. Além de explorar o potencial visual da sequência, o projeto demonstra como funções matemáticas simples podem ser utilizadas na síntese de dados com aparência orgânica e variabilidade controlada, características desejáveis em aplicações como jogos e simulações.

## 1 Introdução

A **Conjectura de Collatz** é um problema clássico da teoria dos números, proposto por Lothar Collatz em 1937, e permanece sem solução até hoje. Ela define uma sequência a partir de um número natural inicial  $n$ , seguindo a regra:

- Se  $n$  é par, o próximo número é  $n/2$ ;
- Se  $n$  é ímpar, o próximo número é  $3n + 1$ .

Repetindo esse processo, a conjectura afirma que, independentemente do valor inicial, a sequência eventualmente alcançará o número 1 e, portanto, o loop de 4, 2 e 1.

Apesar de sua simplicidade, a conjectura nunca foi provada ou refutada para todos os números naturais, e é conhecida por produzir padrões complexos e imprevisíveis. Esse comportamento a torna interessante para experimentações computacionais e explorações visuais.

Apesar de sua formulação extremamente simples, a Conjectura de Collatz tem se mostrado, ao longo das décadas, surpreendentemente resistente à resolução. Diversos matemáticos renomados dedicaram anos de estudo à sua análise — muitas vezes apenas para chegar à mesma conclusão de Paul Erdős: *"A matemática ainda não está madura o suficiente para lidar com esse problema."*

Apesar de indecifrada, a conjectura possui comportamento pseudo-aleatórios, o que abre espaço para aplicações práticas. Uma dessas aplicações é a geração procedural de terrenos, frequentemente usada em jogos e simulações, onde padrões imprevisíveis mas rastreáveis são desejáveis.

A função é facilmente calculável, dispensando pré-processamento — embora otimizações possam ser empregadas conforme a aplicação. A partir de um único número inicial, é possível gerar uma sequência determinística e única, o que a torna promissora até mesmo para técnicas de compressão e geração de dados pseudoaleatórios.

Este trabalho apresenta uma implementação básica que explora esse potencial, implementando um gerador de terrenos íngremes, que pode ser apelidado de "gerador de cordilheiras" em C++ e que tem suas saídas printadas em python.

## 2 Geração de Terreno com a Conjectura de Collatz

Este projeto consiste de um gerador de dados inspirado na Conjectura de Collatz, com o objetivo de produzir sequências inteiras para fins de visualização e possíveis aplicações em geração procedural de terrenos.

### 2.1 Estrutura do Projeto

O módulo responsável por essa geração está estruturado da seguinte forma:

- `collatz.cpp` – Programa principal que gera os dados da sequência com base nos parâmetros fornecidos.
- `Makefile` – Automatiza o processo de compilação.
- `ploter.py` – Script em Python que permite visualizar graficamente os dados gerados.

### 2.2 Descrição Geral

O programa em C++ recebe como entrada um valor inicial (*seed*) e simula os passos da Conjectura de Collatz por um número determinado de iterações. A cada iteração, o valor é transformado conforme a regra clássica:

- Se par: divide por 2.
- Se ímpar: multiplica por 3 e soma 1.

Durante esse processo, os valores são arredondados com base em uma **granularidade** e um **piso mínimo**, de forma a suavizar e discretizar a sequência. A saída consiste em pares `<valor, passo>`, impressos apenas quando o valor arredondado muda.

### 2.3 Parâmetros de Execução

Após a compilação (via `make`), o programa pode ser executado com:

```
./collatz <seed> <steps> [granularity] [floor]
```

- **seed**: valor inicial da sequência de Collatz.
- **steps**: número máximo de passos a serem simulados.
- **granularity** (opcional): intervalo de arredondamento (padrão: 5).
- **floor** (opcional): valor mínimo permitido após arredondamento (padrão: 4).

### 2.4 Exemplo de Uso

```
./collatz 27 100
```

Este comando simula a sequência de Collatz iniciando em 27 por até 100 passos, aplicando o arredondamento padrão (granularidade 5, piso 4).

## 2.5 Visualização dos Dados

O script `ploter.py` pode ser utilizado para ler os pares gerados pelo programa e produzir gráficos ou representações visuais da sequência. Isso permite observar padrões visuais ou explorar propriedades estruturais da sequência gerada.

## 2.6 Possíveis Aplicações

Embora o projeto tenha fins experimentais e educacionais, a abordagem utilizada permite aplicações criativas, como:

- Geração procedural de terrenos ou alturas com base em padrões numéricos.
- Exploração de representações visuais de sequências matemáticas.
- Estudos de compressão ou segmentação de sequências inteiras discretizadas.