1. 用时域分析法求差分方程 y(n)+2y(n-1)=x(n)-x(n-1)的完全解，其中 $x(n)=n^2$ 且已知 y(-1)=-1.

解：求齐次方程的通解：$y(n)+2y(n-1)=0$

$\lambda+2=0$ $\qquad \lambda=-2$

$y(n)=C_1(-2)^n$

求齐次方程的特解 $\quad y(n)+2y(n-1)=x(n)-x(n-1)$

把激励加入到等式右端 $\quad n^2-(n-1)^2=2n-1$ 所以方程的特解 $y_p(n)=D_0n+D_1$

带入差分方程 $\quad D_0n+D_1+2(D_0(n-1)+D_1)=2n-1$ 得 $D_0=\dfrac{2}{3}$ $\quad D_1=\dfrac{1}{9}$

故特解为 $y_p(n)=\dfrac{2}{3}n+\dfrac{1}{9}$

完全解=齐次解+特解

$y(n)=C_1(-2)^n+\dfrac{2}{3}n+\dfrac{1}{9}$

将 $y(-1)=-1$ 带入得到 $c_1=\dfrac{8}{9}$ $\qquad$ 故 $y(n)=\dfrac{8}{9}(-2)^n+\dfrac{2}{3}n+\dfrac{1}{9}$

2. 绘制出 $x(n)=2^n u(n)$的图形

3. 设差分方程 y(n)+3y(n-1)+2y(n-2)=x(n) 起始状态 y(-1)=-1,y(-2)=2.5,求系统的零输入响应。

解：零输入响应既是 x(n)=0

齐次方程的通解：$y(n)+3y(n-1)+2y(n-2)=0$

特征的方程为 $\quad \lambda^2+3\lambda+2=0$ $\quad \lambda_1=-1$ $\quad \lambda_2=-2$

故差分方程的解为：$y(n)=A(-1)^n+B(-2)^n$

将 $y(-1)=-1$，$y(-2)=2.5$ 带入 得 $A=4$ $\quad B=-6$

故 $y(n)=4(-1)^n-6(-2)^n$

4. 画出系统差分方程的 y(n)-ay(n-1)+by(n-2)=x(n)+cx(n-2)的仿真框图

5. 求下列两式的 Z 变换，并注明其收敛域。

（1） $x(n)=a^n u(n)-a^{-n}u(n-3)$

（2） $x(n)=-a^n u(-n)$

1. 已知系统的微分方程为 $\frac{dy(t)}{dt}+2y(t)=\frac{dx(t)}{dt}-2x(t)$

⑴当激励 $x(t)=u(t)$ 时，系统全响应 $y(t)=(5e^{-2t}-1)u(t)$，求系统的起始状态y(0)

⑵画出系统的模拟框图

⑶画出H(S)的零极点图

2. 已知离散系统差分方程表示式 $y(n)+\frac{3}{4}y(n-1)+\frac{1}{8}y(n-2)=x(n)+\frac{1}{3}x(n-1)$

⑴求系统函数和单位样值响应

⑵画出系统函数的零、极点分布图

3. 描述LTI(线性时不变)系统的微分方程为 $y''(t)+5y'(t)+6y(t)=f(t)$

已知初始状态 $y(0)=1, y'(0)=-1$，激励 $f(t)=e^{-t}\delta(t)$

求：⑴求系统函数H(S)

⑵求系统的冲激函数

⑶求系统的全响应(零输入响应+零状态响应)

4. $y(t)=e^{-t}u(t)x(0)+f(t)\frac{df(t)}{dt}$，其中x(t)是初始状态，f(t)为激励，y(t)为全响应。试问系统是否是线性。

5. $y'(t)+\sin t y(t)=f(t)$，试判断该微分方程表示的系统是线性的还是非线性，是时变的还是非时变。

6. 求$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t}[\delta'(t)+\delta(t)]dt$

7. 已知 $f(t)\leftrightarrow F(jw)$，求信号 $f(3t-5)$ 的傅里叶变换

交作业时间：11月13日

1. 已知系统的微分方程为$\frac{dy(t)}{dt}+2y(t)=\frac{dx(t)}{dt}-2x(t)$

⑴当激励$x(t)=u(t)$时，系统全响应$y(t)=(5e^{-2t}-1)u(t)$，求系统的起始状态 y(0)

⑵画出系统的模拟框图

⑶画出 H(S)的零极点图

答案：（1）系统函数$H(s)=\frac{s-2}{s+2}=1-\frac{4}{s+2}$

冲激响应$h(t)=\delta(t)-4e^{-2t}u(t)$

则阶跃响应为：$G(s)=H(s)\cdot\frac{1}{s}=\frac{s-2}{s+2}\cdot\frac{1}{s}=\frac{-1}{s}+\frac{2}{s+2}$

$$g(t)=(2e^{-2t}-1)u(t)$$

零输入响应为：$y_{zi}(t)=y(t)-g(t)=3e^{-2t}u(t)$

$y(0^-)=3$

（2）$H(s)=\frac{s-2}{s+2}=\frac{1-2s^{-1}}{1+2s^{-1}}$

2. 已知离散系统差分方程表示式$y(n)+\frac{3}{4}y(n-1)+\frac{1}{8}y(n-2)=x(n)+\frac{1}{3}x(n-1)$

⑴求系统函数和单位样值响应

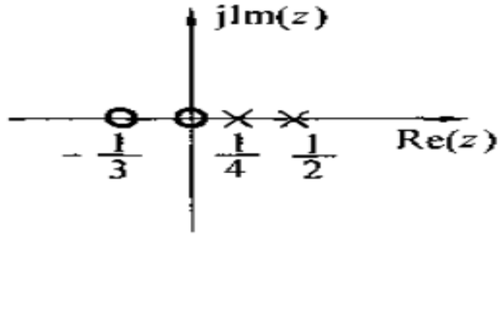
⑵画出系统函数的零、极点分布图

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}=\frac{z\left(z+\frac{1}{3}\right)}{z^2-\frac{3}{4}z+\frac{1}{8}}$$

$$=\frac{10}{3}\left[\frac{z}{z-\frac{1}{2}}\right]-\frac{7}{3}\left[\frac{z}{z-\frac{1}{4}}\right],\left(|z|>\frac{1}{2}\right)$$

$$h(n)=Z^{-1}[H(z)]=\left[\frac{10}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n-\frac{7}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n\right]u(n)$$

（2）零点为：$z_1=0,z_2=-\frac{1}{3}$，极点为：$z_1=\frac{1}{2},z_2=\frac{1}{4}$，零极点图如下：



3. 描述 LTI(线性时不变)系统的微分方程为 $y''(t)+5y'(t)+6y(t)=f(t)$

已知初始状态 $y(0)=1, y'(0)=-1$，激励 $f(t)=e^{-t}\delta(t)$

求：(1)求系统函数 H(S)
(2)求系统的冲激函数
(3)求系统的全响应(零输入响应+零状态响应)

答案：$H(s)=\frac{1}{s^2+5s+6}$

$$h(t)=e^{-2t}-e^{-3t}$$

$$Y_{zs}(s)=H(s)F(s)=\frac{1}{(s+2)(s+3)(s+1)}=\frac{0.5}{s+1}+\frac{-1}{s+2}+\frac{0.5}{s+3}$$

$$y_{zs}(t)=(0.5e^{-t}-e^{-2t}+0.5e^{-3t})\varepsilon(t)$$

$$\mathbf{y}_{zi}(t)=C_1e^{-2t}+C_2e^{-3t}$$

$$y(t)=y_{zi}(t)+y_{zs}(t)=(0.5e^{-t}+e^{-2t}-0.5e^{-3t})\varepsilon(t)$$

4. $y(t)=e^{-t}u(t)x(0)+f(t)\frac{df(t)}{dt}$，其中 x(t)是初始状态，f(t)为激励，y(t)为全响应。试问系统是否是线性。

5. $y'(t)+\sin t y(t)=f(t)$，试判断该微分方程表示的系统是线性的还是非线性，是时变的还是非时变。

微分方程所描述的系统是线性、时变系统：

1）说它是线性的是因为：方程中只含未知函数 y(t)、y'(t)的一次函数；

2）说它是时变的是因为：系统参数含有时间函数：sint 。

6. 求 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t}[\delta'(t)+\delta(t)]dt$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t}[\delta(t)+\delta'(t)]dt=1+1=2$$

7. 已知 $f(t)\leftrightarrow F(jw)$，求信号 $f(3t-5)$ 的傅里叶变换

(1) $f(3t-5)$

根据傅里叶变换的性质

$$f(t \pm t_0) \leftrightarrow e^{\pm j\omega t_0} F(j\omega)$$

$$f(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} F(j\frac{\omega}{a})$$

可得：

$$f(t-5) \leftrightarrow e^{-j\omega 5} F(j\omega)$$

$$f(3t-5) \leftrightarrow \frac{1}{3} e^{-j\omega \frac{5}{3}} F(j\frac{\omega}{3})$$

4.1 判断下列系统的能控性。

1) $$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

2) $$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

3) $$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

4.2 判断下列系统的输出能控性。

1)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

2)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$