

概率论与数理统计 试 题

(注：需用到的标准正态分布表， $t$ -分布表见第四页末尾处。)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
分数											

一、填空题（每题 3 分，共计 15 分）

1. 若事件  $A, B$  满足  $P(B|A) = P(\bar{B}|A)$ ，则  $P(B|A) =$ \_\_\_\_\_.
2. 已知  $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$ ,  $P(AB) = 0$ ,  $P(AC) = P(BC) = \frac{1}{16}$ ，则  $A, B, C$  都不发生概率为\_\_\_\_\_.
3. 设 r. v  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} 2x, 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，对  $X$  进行三次独立重复观察，用  $Y$  表示事件  $(X \leq \frac{1}{2})$  出现的次数，则  $P(Y = 2) =$ \_\_\_\_\_.
4. 已知一批零件长度  $X \sim N(\mu, 16)$ ,  $\mu$  未知，从中随机地抽取 9 个零件，得样本均值  $\bar{X} = 30$ ，则  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信区间是\_\_\_\_\_.
5. 设随机变量  $X, Y$  相互独立，且都服从区间  $[0, 1]$  的均匀分布，则  $P(X + Y \leq 1) =$ \_\_\_\_\_.

二、单项选择题（每题 3 分，共计 15 分）

1. 设  $A, B$  为两个事件， $P(A) \neq P(B) > 0$ ，且  $B \subset A$ ，则一定成立  
(A)  $P(B|A) = 1$ ； (B)  $P(A|B) = 1$ ； (C)  $P(B|\bar{A}) = 1$ ； (D)  $P(A|\bar{B}) = 0$ . 【    】
2. 设  $A, B, C$  三个事件两两独立，则  $A, B, C$  相互独立的充分必要条件是  
(A)  $AB$  与  $AC$  独立； (B)  $AB$  与  $A \cup C$  独立； (C)  $A$  与  $BC$  独立； (D)  $A \cup B$  与  $A \cup C$  独立 【    】
3. 设 r. v  $X, Y$  独立同分布， $X \sim U[0, 1]$ ，则下列 r. v 中服从均匀分布的是（    ）.  
(A)  $(X, Y)$ ； (B)  $X + Y$ ； (C)  $X^2$ ； (D)  $X - Y$ . 【    】
4. 设随机变量  $X$  服从参数为 3 的泊松分布， $Y \sim N(-3, 9)$ ，且  $\rho_{XY} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ，根据切比晓夫不等式有： $P(|X + Y| \leq 6) \geq$   
(A)  $\frac{1}{8}$ . (B)  $\frac{1}{2}$ . (C)  $\frac{1}{4}$ . (D)  $\frac{2}{9}$ . 【    】
5. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  的样本， $EX = \mu$ ,  $DX = \sigma^2$ ， $\bar{X}$  是样本均值， $S^2$  是样本方差， $S^{*2}$  为样本的二阶中心矩，则  
(A)  $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2)$ . (B)  $\frac{(n-1)S^{*2}}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$ .  
(C)  $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$  是  $\sigma^2$  的无偏估计. (D)  $\frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n} \sim t(n-1)$ . 【    】

草 纸

（草纸内不得答题）

装  
订  
线  
内  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
不  
得  
答  
题

主管领导 审核签字

注意行为规范  
遵守考场纪律

专业班级
考生姓名
学    号
任课教师

装订线内 不得答题

三. (10 分) 三个箱子, 第一个箱子中有 4 个黑球, 1 个白球; 第二个箱子中有 3 个黑球, 3 个白球; 第三个箱子中有 3 个黑球, 5 个白球. 现随机地取一个箱子, 再从这个箱子中取出一个球, 求该球是白球的概率?

四、(10分) 设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

试求随机变量  $Z = X - Y$  的分布函数与概率密度.

草 纸

(草紙內不得答題)

试题:

专业班级
考生姓名
学    号
任课教师

装订线内 不得答题

试题:

五、(10 分) 已知随机变量  $X$  和  $Y$  分别服从  $N(1, 3^2)$  和  $N(0, 4^2)$ ，且  $X$  和  $Y$  的相关系

数  $\rho_{XY} = -\frac{1}{2}$ , 设  $Z = \frac{X}{3} + \frac{Y}{2}$ , (1) 求  $EZ$  和  $DZ$  (2) 求  $\rho_{XZ}$

草 纸

(草纸内不得答题)

专业班级
考生姓名
学    号
任课教师

试题:

$$f(x; \lambda) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{1}{\lambda}x}, & x > 0, \lambda > 0, \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

草 纸

第 4 页 (共 5 页)

专业班级
考生姓名
学    号
任课教师

装订线内 不得答题

试题:

七 (6分) 设  $X \sim N(0,1)$ , 且  $P(Y=0)=P(Y=1)=\frac{1}{2}$ ,  $X$  与  $Y$  独立,  $Z=XY$

求(1) 随机变量 $Z = XY$ 的分布函数 $F_Z(z)$ ; (2) 讨论 $F_Z(z)$ 的连续性。

草 纸

(草纸内不得答题)

$$(t_{0.025}(8) = 2.3060, t_{0.05}(8) = 1.8595, t_{0.05}(9) = 1.8331, t_{0.025}(9) = 2.2622$$
$$\Phi(1.96)=0.975, \quad \Phi(1.645)=0.95)$$