§3.5 FC的性质定理

一阶谓词演算系统FC的系统特性的重要元定理，包括FC的合理性、一致性及完备性定理。

定理1 FC是合理的：

即对FC的公式 A 若 $\vdash_{FC} A$ 则 $\models_T A$

FC的合理性可以推广到更一般的情况：

定理2 设 Γ 为FC的公式集，A 为FC的公式

若 $\Gamma \vdash_{FC} A$ 则 $\Gamma \models_T A$

由FC的合理性定理可给出如下推论：

推论1 对FC中的公式 A, B 若 $A \vdash\dashv B$

即 A, B 演绎等价：$A \vdash B$ 且 $B \vdash A$

则有 A, B 逻辑等价，即 $A \models_T B$ 且 $B \models_T A$

推论2 在FC中，若 A' 是 A 的改名式，且 A' 改用的变元不在 A 中出现，则 A, A' 逻辑等价。

推论3 设 A, B 为FC的公式，且满足 $A \vdash\dashv B$，A 是 C 的子公式，D 是将公式 C 中若干个(未必全部) A 的出现换为公式 B 所得的公式，则 C，D 逻辑等价。

定理3 FC是一致性的：

即FC中不存在公式 A 与 $\neg A$ 均为FC的定理，即不存在公式 A 使得 $\vdash A$ 及 $\vdash \neg A$ 同时成立。

定理4 FC是完备的：

对FC中任一公式 A，若 $\models_T A$

则 A必为FC的定理，即有 $\vdash_{PC} A$

一般地，对FC的公式集 Γ 若 $\Gamma \models_T A$

则 $\Gamma \vdash_{PC} A$