2015 年哈工大概率统计试题

一、填空题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1．设 $P(A)+P(B)=0.7$，且 A,B 只发生一个的概率为 0.5，则 A,B 都发生的概率为

______________ .

2．设随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$，则随机变量 $Y=e^X$ 的概率密度为

$f_Y(y)=$

______________________________ .

3．设随机变量 X，Y 的相关系数为 0.5，$EX=EY=0, EX^2=EY^2=2$，则

$E(X+Y)^2=$______________.

4．生产一个零件所需时间 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，观察 25 个零件的生产时间得 $\bar{x}=5.5$ 秒，样本标准差 $s=1.73$ 秒，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为________________________.

5．设随机变量 X，Y 相互独立，且均服从区间 $[0,3]$ 上的均匀分布，则

$$P\{\max(X,Y)\le 1\}=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .$$

注：可选用的部分数值：$t_{0.05}(24)=1.7109$, $t_{0.025}(24)=2.0639$, $t_{0.025}(25)=2.0595$,

$$\Phi(1.96)=0.975,\ \Phi(1.645)=0.95.$$

二、选择题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1．设 $0<P(B)<1$, $P(A|B)+P(\bar{A}|\bar{B})=1$，则

（A）A,B 互不相容 .　　　（B）A,B 互为对立事件.

（C）A,B 相互独立 .　　　（D）A,B 不独立.　　　【　　】

2．下列函数可作为随机变量的分布函数的是

（A）$F(x)=\dfrac{1}{1+x^2}, -\infty<x<+\infty$.　　（B）$F(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{1+x}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$.

（C）$F(x)=e^{-x}, -\infty<x<\infty$.　　（D）$F(x)=\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{2\pi}\arctan x, -\infty<x<\infty$.　　【　　】

3．设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 $N(1,2^2)$ 的一个样本，其中 $\bar{X}$ 为样本均值，则下列结论中正确的是

（A）$\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-1\right)^2\sim\chi^2\left(n\right)$.　　（B）$\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-1\right)^2\sim F(n,1)$.

（C）$\frac{\overline{X}-1}{\sqrt{2}/\sqrt{n}}\sim N\left(0,1\right)$.　　（D）$\frac{\overline{X}-1}{2/\sqrt{n}}\sim t(n)$.　　【　　】

4. 设随机变量 $X\sim U[0,\ 6]$，$Y\sim B(12,\ \frac{1}{4})$，且 X,Y 相互独立，则根据切比雪夫不等式有

$P(X-3<Y<X+3)\geq$_________.

（A）$\frac{1}{4}$.　　（B）$\frac{3}{5}$.　　（C）$\frac{3}{4}$.　　（D）$\frac{5}{12}$.　　【　　】

5. 设 $X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n$ 是来自总体 $N(\mu,\ \sigma^2)$ 的简单随机样本，$\bar{X}$ 与 S^2 分别为其样本均值和样本方差，则下列结论正确的是

（A）$2X_2-X_1\sim N(\mu,\sigma^2)$.　　（B）$\frac{n\left(\overline{X}-\mu\right)^2}{S^2}\sim F(1,n-1)$.

（C）$\frac{S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2\left(n-1\right)$.　　（D）$\frac{\overline{X}-\mu}{S}\sqrt{n-1}\sim t(n-1)$.　　【　　】

三、(9 分)某人外出可以乘坐飞机，火车，轮船，汽车四种交通工具，其概率依次为0.05,0.15,0.30,0.5，而乘坐这几种交通工具能如期到达的概率依次为0.80,0.70,0.60,0.90，求：

（1）该人如期到达的概率；（2）已知该人误期到达，求他是乘坐火车的概率。

四、（9 分）设二维随机向量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{6}\mathrm{e}^{-(\frac{x}{2}+\frac{y}{3})}, & x\geq 0, y\geq 0\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$,

求：（1）(X,Y) 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$，并问 X,Y 是否相互独立？ 为什么？

（2）$Z=X+Y$ 的概率密度.

五、（9 分）设随机向量 (X,Y) 服从区域 $G=\{(x,y)|0\leq x\leq 2,0\leq y\leq 2\}$ 上二维均匀分布，

$U=|X-Y|$，求（1）U 的概率密度 $f_U(u)$；（2）U 的期望 EU 和方差 DU .

六、（9 分）设总体 X 的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{1}{1-\theta}, & \theta\le x\le 1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

其中 θ 为未知参数，X_1, X_2, $\cdots$, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本。求：

（1）θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_1$ 和最大似然估计量 $\hat{\theta}_2$；（2）讨论 $\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2$ 无偏性。

七、(4 分)设某商店每月销售某种商品的数量服从参数为 6 的泊松分布，问在月初要库存多少此种商品才能保证当月不脱销的概率为 0.99117？ (泊松分布表见下图表)

m \ λ	4	5	6	7	8
11	0.00284	0.01370	0.04362	0.09852	0.018411
12	0.00092	0.00545	0.02009	0.05335	0.11192
13	0.00027	0.00202	0.00883	0.02700	0.06380

$$\sum_{k=m}^{\infty}\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$