2013 年概率统计期末考试题

一、填空题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1．设随机事件 A, B, C 相互独立，且 $P(A)=0.5,\ P(B)=0.25,\ P(C)=0.2$，则随机事件 A, B, C 至少有一个不发生的概率为______________ .

2．设随机变量 X 服从正态分布 $N(0,1)$，则随机变量 $Y=|X|$ 的概率密度

$f_Y(y)=$

______________________________ .

3．设 X，Y 是随机变量， $EX=2,\ DX=25,\ EY=1,\ DY=16,\ \rho_{XY}=0.4$ 则

$$E(2X-3Y+4)^2=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.$$

4．设某种溶液中杂质的浓度服从 $N(\mu,\sigma^2)$，今取样 4 次，测得平均值 $\bar{x}=0.834$，样本标准差 $s=0.0003$，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为_______________________.

5．设随机变量 X，Y 相互独立，且均服从参数为 8 的指数分布，则

$$P\{\min(X,Y)\le 1\}=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .$$

注：可选用的部分数值：$t_{0.05}(4)=2.1318,\ t_{0.025}(3)=3.1824,\ t_{0.025}(4)=2.7764,$

$$\Phi(1.96)=0.975,\ \Phi(1.645)=0.95 .$$

二、选择题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1．设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $P(X=1)=P(Y=1)=p,\ P(X=0)=P(Y=0)=1-p$，$(0<p<1)$，令 $Z=\begin{cases}1, & X+Y\text{为偶数}\\ 0, & X+Y\text{为奇数}\end{cases}$，要使 X 与 Z 独立，则 p 的值应等于

（A）$1/2$.　　（B）$1/4$.　　（C）$1/3$.　　（D）$2/3$.　　【　　】

2．下列函数可作为概率密度函数的是

（A）$f(x)=\begin{cases}2(1-|x|), & |x|\le 1\\ 0, & |x|>1\end{cases}$.　　（B）$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases}$ $(\sigma>0)$.

（C）$f(x)=\begin{cases}x, & -1<x<0\\ 3x/4, & 0\le x<2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$.　　（D）$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$ $(\lambda>0)$.　　【　　】

3．设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本， 其中 $\bar{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差， S^{*2} 为样本的二阶中心矩，则

（A） $\dfrac{(n-1)S^{*2}}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$． （B） $\dfrac{\bar{X}-\mu}{S^*}\sqrt{n-1} \sim t(n-1)$．

（C）$\dfrac{nS^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$． （D）$\dfrac{\bar{X}-\mu}{S}\sqrt{n-1} \sim t(n-1)$． 【 】

4．设随机变量 $X \sim U[1,\ 7]$ ，$Y \sim B(8,\ 0.5)$，且 $\rho_{XY} = 1/\sqrt{6}$，则根据切比雪夫不等式有

$$P(X-3<Y<X+3) \geq \_\_\_\_\_\_\_\_\_.$$

（A）$\dfrac{1}{4}$． （B）$\dfrac{1}{6}$． （C）$\dfrac{2}{3}$． （D）$\dfrac{5}{6}$． 【 】

5．设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 $N(0,\ 1)$ 的简单随机样本，则下列统计量的分布中不正确的是

（A） $\sum\limits_{i=1}^{n} X_i^2 \sim \chi^2(n)$． （B） $\sqrt{n-1}X_n \Big/ \sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n-1} X_i^2} \sim t(n-1)$．

（C）$\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} X_i \sim N(0,\ 1)$． （D）$(\dfrac{n}{2}-1)\sum\limits_{i=1}^{2} X_i^2 \Big/ \sum\limits_{i=3}^{n} X_i^2 \sim F(2,\ n-2)$． 【 】

三、（9 分）今从装有一等品 2 件，二等品 4 件的甲箱子中任取 2 件产品，然后将 2 件产品放入含有 3 件一等品 2 件二等品的乙箱中，再从乙箱中任取 1 件产品，求：

（1）从乙箱中取到 1 件一等品的概率；

（2）已知从乙箱中取出 1 件一等品的条件下，从甲箱中取出 1 件一等品和 1 件二等品的概率。

四、（9 分）设随机变量 X 和 Y 的联合分布在以点 $(0,\ 1)$，$(1,\ 0)$，$(1,\ 1)$ 为顶点的三角形区域内服从均匀分布。求：(1) 随机变量 $Z = 2X+Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$；(2) 方差 DZ ．

五、（9 分）在区间 $[0,\ 1]$ 上任取 n 个点 $X_1, X_2, \cdots, X_n$，记 $X_{(1)} = \min\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$，$X_{(n)} = \max\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$， $X = X_{(n)} - X_{(1)}$． 求 EX ．

六、（9 分）设总体 X 的概率密度为

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \theta^2 x^{-3} \mathrm{e}^{-\theta/x}, & x>0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 为未知参数， $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本。求：

（1）θ的矩估计量；（2）θ的最大似然估计量。

七、（4 分）在x轴上有一个质点可以在整个数轴的整数点上游动，记X_n表示时刻n时质点的位置。该质点移动的规则是：每隔单位时间，分别以概率 p 及概率

$q=1-p$ $(0<p<1)$向正

的及负的方向移动一个单位。假设质点在时刻$t=0$时，位于a，即$X_0=a$ $(a>0)$，而在0和$a+b$ $(b>0)$处各有一个吸收壁（即质点移动到0和$a+b$时，将不能再移动）。求质点的初始位置为a而最终在$a+b$被吸收的概率u_a.

（提示：$u_n=pu_{n+1}+qu_{n-1}$，$n=1,2,\cdots,a+b-1$．$u_0=0$, $u_{a+b}=1$）