信号与系统

Signals and Systems

哈尔滨工业大学

1 引言

- 我们被不同形式的信号所包围
- 从众多信号中提取或增强有用的信息是信号处理的最简单形式
- 信号处理是用来提取、增强、存储和传输有用信息的一种运算
- 信号处理通常取决于应用

信号处理应用广泛

- 获取信息
 - ■通讯、广播电视、互联网
- 军事应用
 - 雷达,声纳,导航
- 医学应用
 - X-Ray, CT, MRI

第一章 绪论

本章主要研究内容:

- 信号与系统研究内容
- 信号描述与信号运算
- 信号分解

- 一、信号
- 1. 概念
- ①消息、 信号、 信息、 函数

Message Signal Information Function

具体内容、表现形式、消息有效成分、 信号表达式(单值函数)

信号:消息的运载工具和表现形式

通过物理过程表示的信息

②消息传递方式的历史:

光信号 声信号 电信号 现代:GPS、网络

- 4
 - 消息(Message) 来自外界的各种报道,反映知识状态的变化
 - 信号(Signal) 信号是信息的物理体现,"包含"一个事件 信息,并通过时间和空间传播的物理量。
 - 信息(Information) 消息中有用的内容 消息使知识状态改变,说明消息中包含信息



■信号的定义与描述

信号是信息的表现形式与传送载体,信息是信号的具体内容。

信号携带某一物理系统有关状态或行为特征,是在人与人、人与机器、机器与机器 之间交换信息。



- 信号通过特定的媒体从一个物理地址传播另一个 物理地址
- 信号可定义为传达某种物理现象特性的信息的一个函数。描述方法:
 - 信号在数学上表示为一个或多个独立变量的函数(一般为时间*t*)
 - 信号可以表示为图形表示的波形



信号:

信号是消息的表现形式,通常体现为随若干变量而变化的某种物理量。在数学上,可以描述为一个或多个独立变量的函数。例如,在电子信息系统中,常用的电压、电流、电荷或磁通等电信号可以理解为是时间t或其他变量的函数;又如在图像处理系统中,描述平面黑白图像像素灰度变化情况的图像信号,可以表示为平面坐标位置(x, y)的函数,等等



信号的特征:

■时间特性

■ 信号表现出一定波形的时间特性,如出现时间的先后、 持续时间的长短、重复周期的大小及随时间变化的快慢 等。

■频率特性

任意信号在一定条件下总可以分解为许多不同频率的正弦分量,即具有一定的频率成分。信号的频谱分析就是研究信号的频率特性。

- 2. 分类
- ①信号函数表达式确定性

确定信号:能表示成时间确定函数,用在控制系统中:

随机信号:不能表示成时间确定函数,只能知道其概率分布,用在通信系统中;

②周期性

周期: $f(t) = f(t \pm nT)$, T为周期;

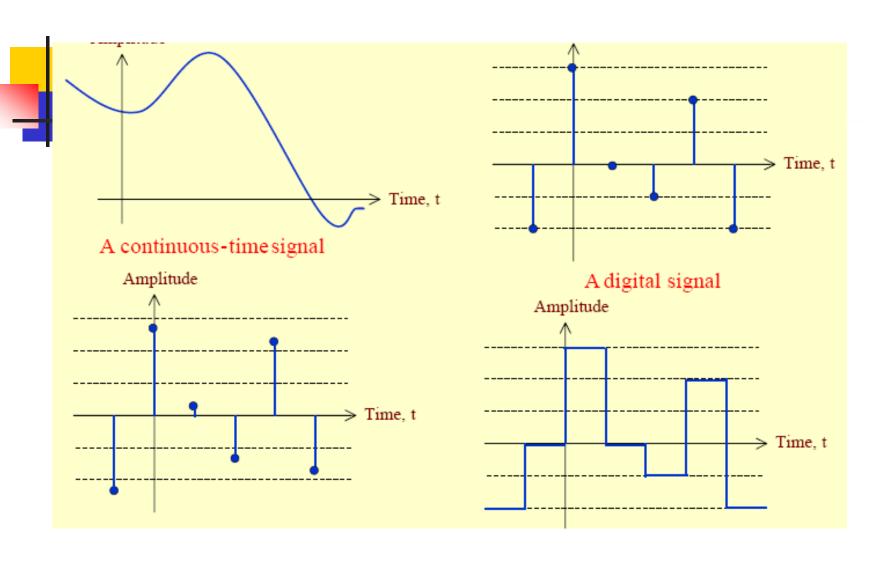
非周期: $T \rightarrow \infty$

伪随机: T很大的周期信号;

混沌(Chaos)信号

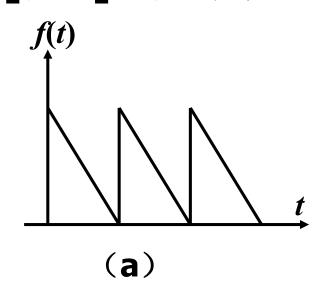
③时间函数取值连续性

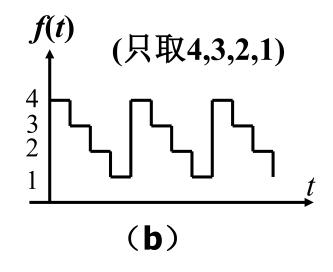
模拟 信号 抽样 <u>信号</u> 量化 <u>微字</u> 信号 <u>6号</u>





[例1]: 判断信号类型(习题1-1)





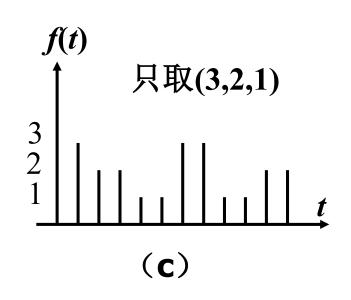
连续时间信号 模拟信号

连续时间离散幅度信号

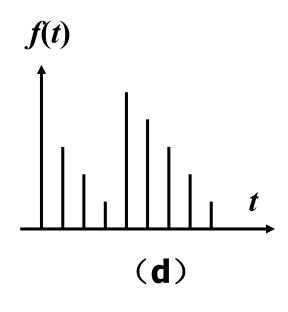
4

§ 1.1 信号与系统研究内容

[例1]: 判断信号类型(习题1-1)



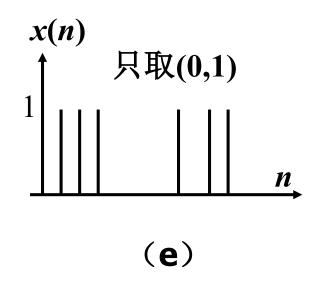
离散时间信号 数字信号



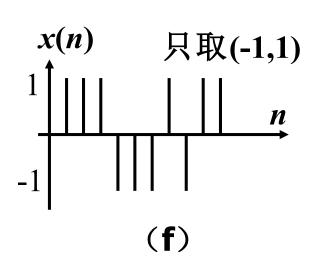
离散时间信号 抽样信号



[例1]: 判断信号类型(习题1-1)



离散时间信号 数字信号



离散时间信号 数字信号

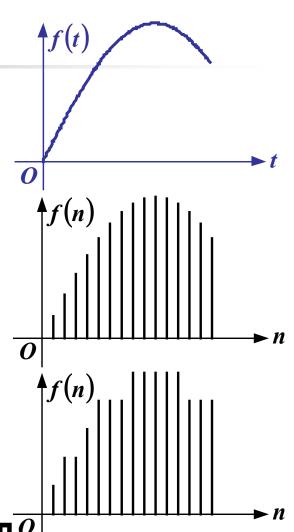
•模拟信号:时间和幅值均为连续

•抽样信号:时间离散的,幅值 连续的信号。

•数字信号:时间和幅值均为离散 的信号。

讨论确定性信号。

先连续,后离散;先周期,后非周期。



④自变量个数

 一维: 语音f(t)

 二维: 图像f(x, y)

 多维
 三维: 视频f(x, y, t)

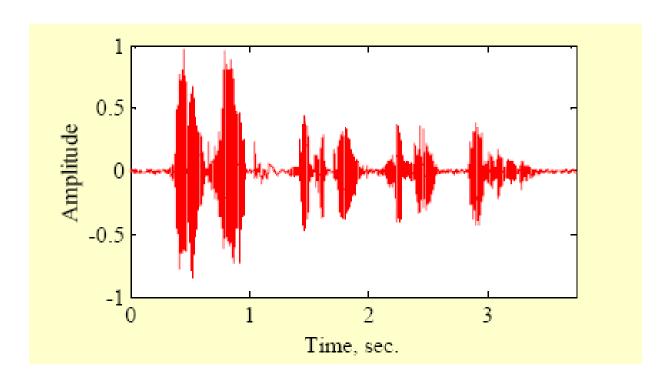
 四维: 电磁波f(x, y, z, t)



一维信号:

只由一个自变量描述的信号,如语音信号。

0



平面图像

• 信号表示为两个空间变量的亮度函数,二维信号 f(x,y)









视频信号

是一个图像序列,两个空间坐标和一个时间的函数,三维信号

I(x,y,t)

⑤能量和功率特性

能量:
$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt < +\infty$$
(连续);
$$E = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x(n)|^2 < +\infty$$
(离散)
功率: $0 < \overline{P} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)|^2 dt < +\infty$;
$$0 < \overline{P} = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{+N} |x(n)|^2 < +\infty$$
非能量非功率: $E \to +\infty$; $\overline{P} \to +\infty$

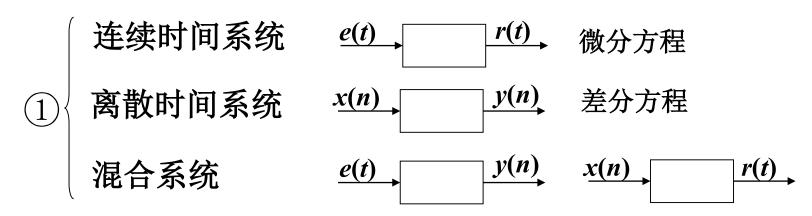
- 3. 信号分析:信号描述、运算、分解、频谱分析、相关分析、信号检测
- 4. 信号变换(源自信号的正交分解): 傅氏变换、拉氏变换、Z变换、DTFT、 DFT
- 5. 信号处理(信号变换是其中一部分,服务于信号传输):变换、滤波、压缩、增强、分割

4

- 二、系统
- 1. 概念
 - ①系统:若干相互作用和相互依赖的事物所组成的具有特定功能的整体 e(t) r(t)
 - ②系统、电路(网络)
 - i)系统强调功能与特性,关心全局;
 - ii)电路强调结构与参数,关心局部
 - ③广义系统分类 物理、非物理;自然、人工



- 2. 信号与系统关系 相辅相成
 - ①离开信号,系统无存在必要
 - ②信号必须通过系统得以传输和处理
- 3. 分类





即时系统:输出决定于同时刻输入

R 代数方程

动态系统:输出与历史输入有关

L,C 微分、差分方程

集总参数: 只含集总参数元件

R,L,C 微分方程

分布参数:含有分布参数元件

传输线、波导 偏微分方程

(3)



线性系统:叠加性、均匀性

$$4$$
 $e_1(t)$ $e_2(t)$? $a_1e_1(t)+a_2e_2(t)$ $r_2(t)$ $r_2(t)$ $r_2(t)$ $r_2(t)$ $r_2(t)$ $r_2(t)$ $r_2(t)$

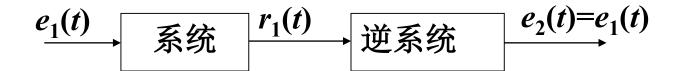
时变: 参数随时间变化 $e(t) \xrightarrow{r(t)} ? e(t-t_0)$ 时不变. 参数不随时间变化



因果: 输出变化出现在输入变化之后 $t=t_0$ 时刻输出只与 $t=t_0$ 及 $t < t_0$ 时刻输入有关,如 r(t)=e(t-1) 非因果 r(t)=e(t+1)

$$r(t) = 5e(t)$$

如
$$r(t) = e^2(t)$$



4

§ 1.1 信号与系统研究内容

- 4. 线性时不变系统(Linear Time Invariant, LTI)----LTI系统
- ②满足均匀性:

$$e(t) \rightarrow r(t) \Rightarrow ae(t) \rightarrow ar(t)$$

③ 满足时不变特性:

$$e(t) \rightarrow r(t) \Rightarrow e(t - t_0) \rightarrow r(t - t_0)$$

⑤ 满足微(积)分特性:

$$e(t) \to r(t) \Rightarrow \frac{de(t)}{dt} \to \frac{dr(t)}{dt}$$
$$e(t) \to r(t) \Rightarrow \int_{-\infty}^{t} e(\tau) d\tau \to \int_{-\infty}^{t} r(\tau) d\tau$$

⑥ 因果特性:

若 $t < t_0$ 不存在激励,且 t_0 起始状态为0,则线性常系数微分方程描述的系统满足因果性,即:线性时不变系统未必就满足因果性

[例2]: 判断下列系统特性(因果、线性、时不变、稳定)

①
$$r(t) = e(t-2)$$

i) 线性:

$$e_1(t) \to r_1(t) = e_1(t-2)$$
 $e_2(t) \to r_2(t) = e_2(t-2)$

$$\Rightarrow ae_1(t) + be_2(t) \rightarrow ae_1(t-2) + be_2(t-2) = ar_1(t) + br_2(t)$$

ii) 时不变:

$$e(t) \to r(t) = e(t-2) \Rightarrow e_1(t) = e(t-t_0) \to r_1(t) = e(t-t_0-2) = r(t-t_0)$$

①
$$r(t) = e(t-2)$$

iii) 因果:

 $t_0 - 2$ 时刻输入决定 t_0 时刻输出

iv) 稳定:

$$|e(t)| \le M \Longrightarrow |e(t-2)| \le M$$

$$2 r(t) = e(-t)$$

i) 线性:

$$e_1(t) \to r_1(t) = e_1(-t)$$
 $e_2(t) \to r_2(t) = e_2(-t)$
 $\Rightarrow ae_1(t) + be_2(t) \to ae_1(-t) + be_2(-t) = ar_1(t) + br_2(t)$

②
$$r(t) = e(-t)$$

ii) 时变:

$$e(t) \rightarrow r(t) = e(-t) \Rightarrow e_1(t) = e(t - t_0) \rightarrow$$
$$r_1(t) = e(-t - t_0) \neq r(t - t_0)$$

iii) 非因果:

t = -2时刻输出由2时刻输入决定

iV) 稳定:

$$|e(t)| \le M \Longrightarrow |e(-t)| \le M$$

③
$$r(t)=e(t)\cos(t)$$

i)线性:
 $e_1(t) \to r_1(t) = e_1(t)\cos(t)$ $e_2(t) \to r_2(t) = e_2(t)\cos(t)$
 $\Rightarrow ae_1(t) + be_2(t) \to [ae_1(t) + be_2(t)]\cos(t) = ar_1(t) + br_2(t)$
ii)时变:
 $e(t) \to r(t) = e(t)\cos(t)$
 $\Rightarrow e_1(t) = e(t - t_0) \to r_1(t) = e_1(t)\cos(t) = e(t - t_0)\cos(t)$
 $\neq e(t - t_0)\cos(t - t_0) = r(t - t_0)$

$$\Im r(t) = e(t)\cos(t)$$

iii)因果:

 $t = t_0$ 时刻的响应只决定于 $t = t_0$ 时刻的激励

iv)稳定:

$$|e(t)| \le M \Longrightarrow |e(t)\cos(t)| \le M$$

$$4r(t)=a^{e(t)}$$

i)非线性:

$$e_1(t) + e_2(t) \rightarrow a^{e_1(t) + e_2(t)} = r_1(t) \cdot r_2(t) \neq r_1(t) + r_2(t)$$

ii)时不变:

$$e_1(t) = e(t - t_0) \rightarrow r_1(t) = a^{e(t - t_0)} = r(t - t_0)$$

iii)因果:

 $t = t_0$ 时刻的响应只决定于 $t = t_0$ 时刻的激励

iv)稳定:
$$|e(t)| \le M \Rightarrow |a^{e(t)}| \le K$$

4

- 5. 系统分析: 已知e(t)和系统求响应r(t) $e(t) \rightarrow \boxed{\text{系统}} \nearrow r(t)$? ①步骤
- i)建立数学模型:用框图或数学表达式描述
- ii)求解数学模型:已知数学模型或输入激励
- ②方法
- i)描述方法:输入—输出描述法、状态变量描述法
- ii)求解方法: 时域(经典、卷积、数值)和变换域(频域、
- 复频域、Z域、FFT)
 - iii) 非线性方法(人工神经网、遗传算法、模糊理论)

- ③框图中三种基本单元
 - i)相加
 - ii)倍乘
 - iii)积分

$$\underbrace{e_1(t)}_{\Sigma} \underbrace{r(t)}_{P_2(t)} \qquad e(t) \quad a \quad r(t) = ae(t) \qquad \underbrace{e(t)}_{P_2(t)} \underbrace{r(t)}_{P_2(t)} \qquad r(t) = \underbrace{e(t)}_{P_2(t)} \qquad r(t) = \underbrace{f}_{P_2(t)} e(\tau) d\tau$$

[例3]:根据图写微分方程或根据微分方程画框图

1 $e(t) - \frac{a_0}{b_0} r(t) = \frac{1}{b_0} \frac{dr(t)}{dt}$ $\frac{dr(t)}{\partial t} + a_0 r(t) = b_0 e(t)$

-

$$e(t) \xrightarrow{\sum_{x(t)}} \int \xrightarrow{t} \int x(t) dt = r(t) \cdot \cdots \cdot (1)$$

$$\begin{cases} bx(t) + \int x(t) dt = r(t) \cdot \cdots \cdot (1) \\ a \int x(t) dt + e(t) = x(t) \cdot \cdots \cdot (2) \end{cases}$$

$$(1) \times a - (2) \Rightarrow abx(t) - e(t) = ar(t) - x(t) \Rightarrow x(t) = \frac{ar(t) + e(t)}{ab + 1}$$

$$b \cdot \frac{ar(t) + e(t)}{ab + 1} + \frac{a \int r(t) dt + \int e(t) dt}{ab + 1} = r(t)$$

$$abr(t) + be(t) + a \int r(t) dt + \int e(t) dt = abr(t) + r(t) \Rightarrow \frac{dr(t)}{dt} - ar(t) = b \frac{de(t)}{dt} + e(t)$$

系统?

- 6. 系统综合
- ①已知激励和响应, 求系统
- ②关系:分析是综合的基础 e(t) \checkmark
- 7. 系统工程学:

利用系统理论设计和优化系统工程