一、填空题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1．设事件 A，B 满足 $P(B|A)=\dfrac{1}{5}$，$P(\bar{B}|\bar{A})=\dfrac{2}{5}$，$P(A)=\dfrac{1}{3}$，则 $P(B)=$ ___________.

2．设随机变量 $X\sim U(-1,1)$，则 $Y=e^{X}$ 的概率密度 $f_Y(y)=$ __________.

3．设随机变量 X,Y 的相关系数为 0.5，若 $Z=X-0.4$，则 Y 与 Z 的相关系数为______________.

4．设一批零件的长度服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ,σ^2 均未知，现从中随机抽取 16 个零件，测得样本均值为 $20(\mathrm{cm})$， 样本标准差为 $1(\mathrm{cm})$，则 μ 的置信度为 0.90 的置信置信区间为_________________________.

5．设随机变量 X,Y 的联合概率密度函数 $f(x,y)=\begin{cases} e^{-(x+y)}, & x>0, y>0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$，则 $D(2X-Y)$______________.

可选用的部分数值：$t_{0.025}(16)=2.1199, t_{0.05}(15)=1.7531,$
$t_{0.025}(14)=2.1448, t_{0.05}(14)=1.7613,$
$\Phi(1.96)=0.975, \Phi(1.645)=0.95.$

二、选择题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1．设随机变量 X 和 Y 独立，且均服从正态分布 $N(0,1)$，则下面错误的是

（A）$Cov(X+Y,X-Y)=0$.
（B）$(X+Y)^2/(X-Y)^2$ 服从 F 分布.
（C）$X+Y$ 和 $(X-Y)^2$ 独立.
（D）$(X+Y)^2+(X-Y)^2$ 服从 $\chi^2(1)$ 分布． 【 】

2．设为连续型随机变量，方差存在，则对任意常数 C 和 ε，必有

（A）$P(|X-C|\geq\varepsilon)\geq 1-DX/\varepsilon^2$.
（B）$P(|X-C|\geq\varepsilon)\leq E|X-C|^2/\varepsilon^2$.
（C）$P(|X-C|\geq\varepsilon)\geq 1-E|X-C|^2/\varepsilon^2$
（D）$P(|X-C|\geq\varepsilon)\leq DX/\varepsilon^2$. 【 】

3．下列函数可作为随机变量的概率密度函数的是

（A）$f(x)=\dfrac{1}{2}e^{-|x|}, x\in R$.
（B）$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}, & x>0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$.

（C） $f\left(x\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}arctan(x), x\in R$

（D） $f(x)=\frac{1}{1+x^2}, x\in R$.　　　　　　　　　　【　　】

4. 设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自 X 的样本，$\overline{X}$ 为样本均值，则 $E\overline{X}^2=$

（A） $\frac{\lambda}{n}$.　　　　　　　　　　（B） λ^2 .

（C） $\frac{\lambda}{n}+\lambda^2$.　　　　　　　　　　（D） $\frac{\lambda^2}{n}+\lambda$.

【　　】

5. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本， 其中 $\overline{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差，S^{*2} 为样本的二阶中心矩，则

（A） $\sqrt{n}(X_n-\mu)\Big/\sqrt{\sum_{i=1}^{n-1}(X_i-\mu)^2}\sim t(n-1)$.

（B） $\frac{\overline{X}-\mu}{S^*}\sqrt{n-1}\sim t(n-1)$.

（C） $(\frac{n}{2}-1)\sum_{i=1}^{2}X_i^2\Big/\sum_{i=3}^{n}X_i^2\sim F(2,\ n-2)$.

（D） $\frac{\overline{X}-\mu}{S}\sqrt{n-1}\sim t(n-1)$.　　　　　　　　　　【　　】

三、（9 分）假设有两箱同种零件，第一箱内装 50 件，其中有 10 件一等品；第二箱内装 30 件，其中有 18 件一等品。现从两箱中任挑一箱，然后从该箱中先后取出两个零件（不放回），试求（1）先取出的零件是一等品的概率；

（2）在先取出的零件是一等品的条件下，第二次取出的仍然是一等品的概率.

四、（9 分）设总体 X 服从区间 $[1,\theta]$ 上的均匀分布，$\theta>1$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是总体 X 的样本.（1）求统计量 $X_{(n)}=\max\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$ 的概率密度函数；（2）求 $X_{(n)}$ 的期望和方差.

五、（9 分）设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} x\mathrm{e}^{-y}, & 0<x<y, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

求（1）$M=\max(X,Y)$ 的概率密度；（2）$Z=\max(X,Y)+\min(X,Y)$ 的概率密度；(3) $P(X+Y<1)$.

六、（9 分） 设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} \lambda^2 xe^{-\lambda x}, & x>0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$，其中参数 $\lambda(\lambda>0)$ 未知，$X_1,X_2,\ldots X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本.（1）求参数 λ 的矩估计量；（2）求参数 λ 的最大似然估计量.

七、(4 分)设某商场在任意的 $[t_0,t_0+t]$ $(t>0)$ 的时间间隔内顾客人数 $N(t)$ 服从参数为 λt 的泊松分布，求(1)相邻到来的两位顾客之间的等待时间 X 的分布（分布函数或者概率密度）；(2) 已经一个小时没有顾客的情况下，接下来的一个小时仍然没有顾客光临的概率？