

# 2013 算法设计与分析试题

## 一、判断题

- ( ) 1.可计算问题是指该问题存在多项时间算法
- ( ) 2.算法的空间复杂性是指编制算法所需代码量大小
- ( ) 3. $n^3 = O(n^5)$
- ( ) 4.排序问题下界是 $\Omega(1)$
- ( ) 5.解决问题大小为 100 的分治算法需将其分解为 2 个大小为 50 的子问题求解
- ( ) 6.贪心算法比动态规划算法的时间代价小
- ( ) 7.quick sort 算法的最坏时间复杂度为  $O(n^2)$
- ( ) 8.能用贪心算法求解的问题一定能用动态规划求解
- ( ) 9.分支界限算法是多项式时间算法
- ( ) 10.利用最大流算法可以求解任意无向图的最大匹配问题



二

1. 求解递归方程  $T(n) = T(n/2) + n$

2. 名词解释：图的最大匹配

3. 名词解释：时间复杂性

4. 证明或否证：  $O((x+y)^2) = O(x^2) + O(xy)$



三、写出字符串集合 {this, that, there, their} 基于 2-gram 的倒排表, 其中 “this” 的编号为 1, “that” 编号为 2, “there” 编号为 3, “their” 编号为 4.

四、最大部分和问题: 给定一个长度为  $n$  的整数数组  $A[1 \cdots n]$ , 找到下标  $i$  和  $j$  ( $1 \leq i \leq j \leq n$ )

使得公式  $\sum_{k=i}^j A[k]$  的数值最大。

$K=i$

1. 设计一个  $O(n^2)$  的算法求解最大部分和问题
2. 利用分治的思想设计一个  $O(n \log n)$  的算法求解最大部分和问题
3. 证明算法的最坏时间复杂度确实为  $O(n \log n)$



五、一个布尔序列是用“逻辑操作符” $a$ 或 $o$ 分隔的 $0,1$ 序列，其中首尾必须是 $0$ 或 $1$ ，操作符和数字必须交替出现。

例如： $1a1o0$  是一个布尔序列

$1$  是一个布尔序列

$a$  不是一个布尔序列

$11$  不是一个布尔序列

$1a1$  不是一个布尔序列

这里， $a$  表示“逻辑与”，即  $1a1=1, 1a0=0, 0a1=0, 0a0=0$ ;

$o$  表示“逻辑或”，即  $1o1=1, 1o0=1, 0o1=1, 0o0=0$ ;

为布尔序列加“括号对”即可以指定逻辑运算的次序，为布尔序列赋值

例如： $(1a0)=0$

$$(((1a0) o (0a1)) a1) = ((0o (0a1)) a1) = ((0o0) a1) = (0a1) = 0$$

如果一个布尔序列在某个“加括号”策略处理后值为 $1$ ，那么称该“加括号”策略为该布尔序列赋值为 $1$ ；否则称该“加括号”策略为该布尔序列赋值为 $0$ 。

问题：给定一个长度为 $n$ 的布尔序列 $S$ ，设计一个动态规划算法求解为该序列赋值为 $1$ 的“加括号”策略的数目。要求写出递推方程和伪代码，并分析算法时间复杂性。



六、有一个长度为  $L$  的画廊，该画廊可以看作水平坐标从 0 到  $L$  的一条线段，在该画廊中有  $n$  幅名贵展品，其坐标从小到大依次为  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ，假设一个守卫可以监视离他距离最多为 1（包含 1）范围内的展品，且守卫仅允许站在某一展品的坐标处。

1. 请设计一个贪心算法为画廊选择一个需要守卫人数最少的放置方案。
2. 证明算法正确性
3. 分析算法的时间复杂性。

