一、填空题（每小题 **3** 分，共 **5** 小题，满分 **15** 分）

1. 设事件 A, B 满足 $P(AB)=P(\bar{A}\,\bar{B})$，且 $P(A)=p$，则 $P(B)=$____________.

2. 设二维随机变量 (X,Y) 的分布列为

$Y \backslash X$	-1	0	1
-1	a	0	0.2
0	0.1	b	0.1
1	0	0.2	c

且 $P(XY\neq 0)=0.4$， $P(Y\le 0|X\le 0)=2/3$，则 $(a,b,c)=$_____________.

3. 设随机变量 X 和 Y 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} A\mathrm{e}^{-(2x+3y)}, & x>0,\ y>0, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

则 $E(XY)=$____________.

4. 设二维随机变量 (X,Y) 服从正态分布 $N(\mu_1,\mu_2;\sigma_1^2,\sigma_2^2;\rho)$，其中 $\mu_1=1$，$\mu_2=2$，$\sigma_1^2=2$，$\sigma_2^2=8$，$\rho=0.2$， 则 $X-2Y$ 服从的分布为_________________.

5. 某旅行社随机访问了 25 名游客，得知其平均消费额 $\bar{x}=80$ 元，样本标准差 $s=12$ 元，若已知旅行者消费额服从正态分布，则评价消费额 μ 的 95%置信区间为_____________.

($t_{0.025}(24)=2.0639$，$t_{0.025}(25)=2.0595$；$t_{0.05}(25)=1.7081$)

二、选择题（每小题 **3** 分，共 **5** 小题，满分 **15** 分）

1. 设 $0<P(A)<1$， $P(B)>0$，且 $P(B|A)=P(B|\bar{A})$，则必有（　　）

（A） $P(A|B)=P(\bar{A}|B)$；　　（B） $P(A|B)\neq P(\bar{A}|B)$；

（C） $P(AB)=P(A)P(B)$；　　（D） $P(AB)\neq P(A)P(B)$.

2. 下列函数可作为连续型随机变量概率密度的是（　　）.

（A） $f(x)=\begin{cases}\sin x, & \pi\le x\le 3\pi/2 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$；　　（B） $g(x)=\begin{cases}-\sin x, & \pi\le x\le 3\pi/2 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$；

（C） $\varphi(x)=\begin{cases}\cos x, & \pi\le x\le 3\pi/2 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$；　　（D） $h(x)=\begin{cases}1-\cos x, & \pi\le x\le 3\pi/2 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$.

3. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则随着 σ 的增大，概率 $P(|X-\mu|<\sigma)$ 将（　　）.

（A）单调增大；　　　　　　（B）单调减少；

（C）保持不变；　　　　　　（D）增减不定.

4. 设随机变量 X 服从指数分布，$Y=\begin{cases} X, & 2<X<5 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ 的分布函数（　　）.

（A）是连续函数；　　　　　（B）至少有两个间断点；

（C）是阶梯函数；　　　　　（D）恰好有一个间断点.

5. 设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$\overline{X}$ 和 S^2 分别为样本均值和样本方差，下列不是无偏估计的是（　　）

（A）$\overline{X}$；　　（B）$\frac{2}{3}\overline{X}-\frac{1}{3}S^2$；　　（C）$\frac{1}{2}\overline{X}+\frac{1}{2}S^2$；　　（D）$\frac{4}{3}\overline{X}-\frac{1}{3}S^2$.

三、（8 分）甲袋中有 2 个白球 3 个黑球，乙袋中有 3 个白球 2 个黑球，从甲袋中取出一个放入乙袋，再从乙袋中任取一个，若放入乙袋的球和从乙袋中取出的球是同色的，求放入乙袋的是黑球的概率.

四、（8 分）设二维连续型随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} \mathrm{e}^{-y}, & 0<x<y; \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

求（1）在 $X=x$ 条件下，Y 的条件概率密度；（2）$Z=Y-X$ 的概率密度.

五、（8 分）设随机变量 X 与 Y 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} 24xy, & (x,y)\in G; \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

其中 G 为坐标轴与直线 $x+y-1=0$ 所围的三角形区域，计算 $E(X)$，$D(X)$，以及 X 与 Y 的相关系数 ρ.

六、（12 分）设总体 X 的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases} 3\mathrm{e}^{-3(x-\theta)}, & x>\theta; \\ 0, & x\le\theta, \end{cases}$$

$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自此总体的样本，求（1）θ 的矩估计 $\widehat{\theta}_1$ 与最大似然估计 $\widehat{\theta}_2$；（2）判断 $\widehat{\theta}_1$ 与 $\widehat{\theta}_2$ 是否为无偏估计，如果不是请分别相应给出修正后的无偏估计；（3）比较（2）中无偏估计的有效性.

七、（4 分）某射手的射击命中率为 3/4， 现对一目标连续射击，直到第二次命中为止，令 X 表示第二次为止所用的射击次数，求 X 的概率分布，并计算 X 的期望.