

§ 3.2 自然语句形式化

引言: 使用谓词逻辑来描述和推理 以自然语句表达的问题,首先需要 形式化。该形式化的过程即先将问 题分解成一些原子谓词,引入谓词 符号,进而使用量词、函词、逻辑 联结词来构成合式公式。

例1 1.任意的有理数都是实数。

2. 有的实数是有理数。

P(x):x是有理数

R(x):x是实数

则:

$$1. \, \forall x [P(x) \to R(x)]$$

$$2. \exists x (R(x) \land P(x))$$

- 例2 1)人终究会死的;
 - 2) 苏格拉底是人;
 - 3) 所以苏格拉底终究会死的。

M(x):x是人,D(x):x是要死的

则: $1) \forall x (M(x) \rightarrow D(x))$

- 2)M(苏格拉底)
- 3)D(苏格拉底)

例3 1) 所有实数的平方都是非负的;

- 2) -3是一个实数;
- 3) 所以-3的平方是非负的。

R(x):x是实数

N(x):x是非负的

f(x):x的平方

则:

- 1) $\forall x (R(x) \rightarrow N(f(x)))$
- 2) R(-3)
- 3) N(f(-3))

例3

并非所有在哈尔滨工作的人都是哈尔滨人.

w(x):x是在哈尔滨工作的人

H(x): x是哈尔滨人

则:

$$\neg \forall x \big(w(x) \to H(x) \big)$$

例4 过平面上的两个不同点,有且仅有一条直线通过。

D(x): x为平面上的点.

G(x): x为平面上的直线.

L(x, y, z): z通过x, y.

E(x,y):x与y相等.

 $\forall x \forall y \{D(x) \land D(y) \land \neg E(x,y) \rightarrow$

 $\exists z \{G(z) \land L(x, y, z) \land$

 $\forall u[G(u) \land L(x, y, u) \rightarrow E(u, z)]\}$

例5大学里的学生不是本科生就是研究生。 有的学生是高材生。John不是研究生, 但是高材生。则如果John是大学里的学 生必是本科生。

S(x):x是大学里的学生; B(x):x是本科生

G(x): x是研究生; P(x): x是高材生.

则: $1. \forall x [S(x) \rightarrow B(x) \lor G(x)]$

 $2.\exists x(S(x) \land P(x))$

 $3.\neg G(John) \land P(John)$

 $4.S(John) \rightarrow B(John)$

- 例6 Sam, Clyde和Oscar是大象:
 - 1)Sam是粉红色;
 - 2)Clyde是灰色的且喜欢Oscar;
 - 3)0scar是粉红色或者是灰色(但不是两种颜色)且喜欢Sam;
- 则存在一个灰色大象喜欢一个粉红色大象。
- 1) *P*(*Sam*)
- 2) $G(Clyde) \land L(Clyde, Oscar)$
- $3)[P(Oscar) \lor G(Oscar)] \land L(Oscar, Sam)$
- $4)\exists x\exists y[G(x)\land P(y)\land L(x,y)]$

例7 每个自然数不是偶数就是奇数。 自然数为偶数当且仅当它能被2整除。 并不是所有的自然数都能被2整除。 所以有的自然数为奇数。

1)
$$\forall x [N(x) \rightarrow (E(x) \lor O(x))]$$

2)
$$\forall x [N(x) \rightarrow (E(x) \leftrightarrow G(x))]$$

$$3) \neg \forall x [N(x) \rightarrow G(x)]$$

$$4) \exists x [N(x) \land O(x)]$$