

5.6 开环频率特性与控制系统性能的关系

5.6.1 控制系统的性能指标

❖ 时域指标

∞ 稳态指标：稳态误差 e_{ss} ，无差度 ν ，开环放大系数 K 。

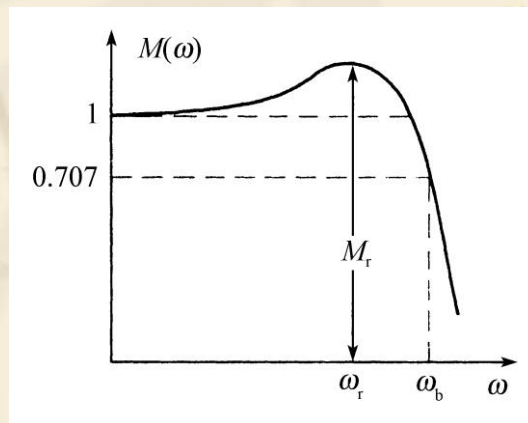
∞ 动态指标：过渡过程时间 t_s ，最大超调 σ_p ，上升时间 t_r ，峰值时间 t_p ，振荡次数 N 。

❖ 频域指标

∞ 开环指标：幅值穿越（剪切）频率 ω_c ，相位裕度 γ ，幅值裕度 K_g 。

∞ 闭环指标：闭环谐振峰值 M_r ，谐振频率 ω_r ，截止频率 ω_b 。

❖ 闭环幅值 $M(\omega) = \frac{A(\omega)}{A(0)}$



5.6.2 二阶系统性能指标间的关系

❖ 准确关系式

$$\begin{cases} \omega_c = \omega_n \sqrt{\sqrt{4\zeta^2 + 1} - 2\zeta^2} \\ \gamma = \arctan \frac{2\zeta}{\sqrt{\sqrt{4\zeta^2 + 1} - 2\zeta^2}} \end{cases}$$

$$\sigma_p = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$\begin{cases} M_r = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1-\zeta^2}} \quad (\zeta < 0.707) \\ \omega_r = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2} \\ \omega_b = \omega_n \sqrt{\sqrt{4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2} - 2\zeta^2 + 1} \end{cases}$$

❖ 阻尼大小: $\zeta, \sigma_p, \gamma, M_r$

❖ 响应速度: $t_s, \omega_c, \omega_r, \omega_b$

$$\omega_b = 1.6\omega_c \quad [\zeta = 0.4],$$

$$\omega_c t_s = \frac{6}{\tan \gamma}$$

5.6.3 高阶系统性能指标间的关系

❖ 经验公式

$$M_r = \frac{1}{\sin \gamma}$$

$$\sigma_p = 0.16 + 0.4(M_r - 1) \quad (1 \leq M_r \leq 1.8)$$

$$t_s = \frac{\pi}{\omega_c} [2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2] \quad (1 < M_r < 1.8)$$

❖ 皆有余量，按此计算，实际指标一般都能保证。

5.6.4 开环对数幅频特性与性能指标间的关系

- ❖ 最小相位系统：无正实部零极点，无延迟环节。
- ❖ 研究开环对数幅频特性。设最低的转折频率是 ω_1 。

❖ **低频段：** $\omega < \omega_1$

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s^v} \Rightarrow$$

$$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{K}{j^v \omega^v} \quad 20\lg|G(j\omega)H(j\omega)| = 20\lg K - 20v\lg \omega$$

直线，斜率 $-20v$ dB/dec，通过 $(\omega = 1, 20\lg|GH| = 20\lg K)$
及 $(\omega = \sqrt[v]{K}, 20\lg|GH| = 0)$

- ❖ 开环对数幅频特性的低频段反映稳态性能。

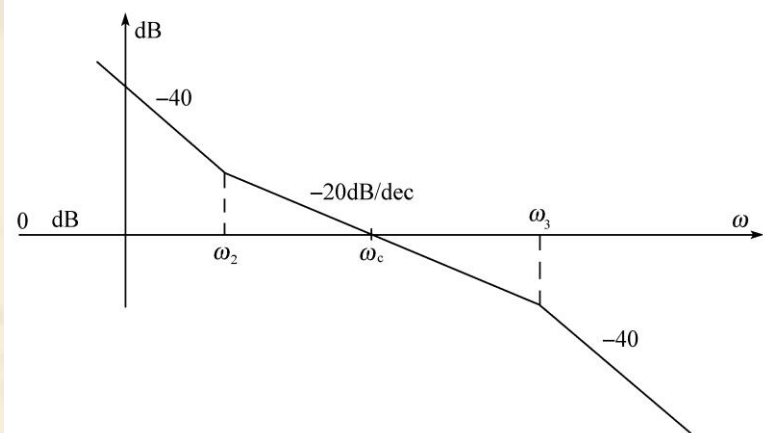
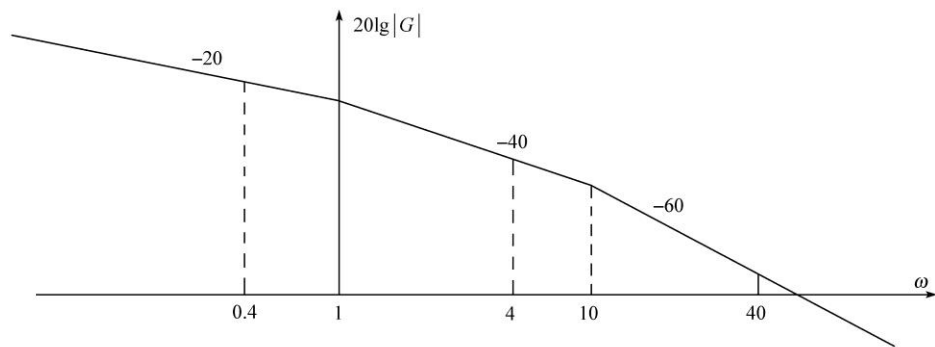
❖ **中频段：** 穿越频率 ω_c 附近。穿越频率大，速度快。

例 $G(s) = \frac{K}{s(s+1)(0.1s+1)}$

$$\gamma = 180^\circ - 90^\circ - \arctan \omega_c - \arctan 0.1\omega_c$$

$$= 90^\circ - \arctan \omega_c - \arctan 0.1\omega_c$$

| | | | | |
|------------|-----|-------|-------|------|
| ω_c | 0.4 | 2 | 4 | 40 |
| 斜率dB/dec | -20 | -40 | -40 | -60 |
| γ | 66° | 15.3° | -7.8° | -75° |



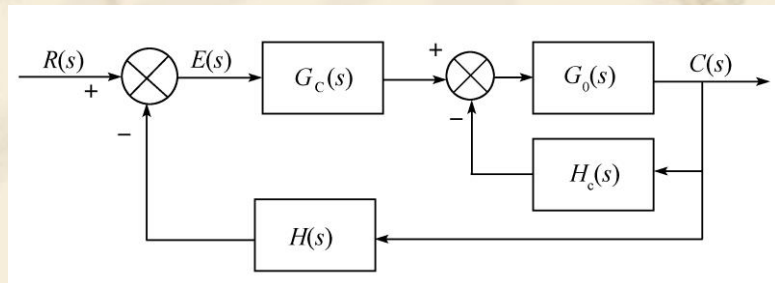
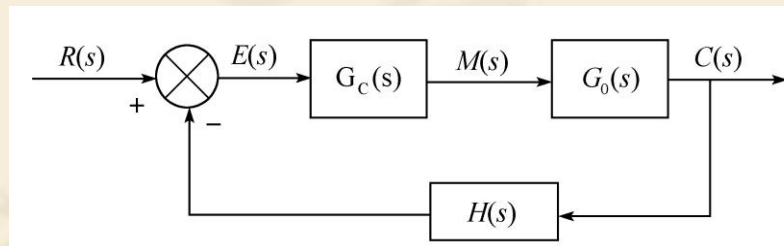
❖ **最好以-20dB/dec过 0 dB线。**

设 $h = \frac{\omega_3}{\omega_2}$ 即 $\lg h = \lg \omega_3 - \lg \omega_2$ 建议 $\omega_2 \leq \omega_c \frac{M_r - 1}{M_r}$ $\omega_3 \geq \omega_c \frac{M_r + 1}{M_r}$ $h \geq \frac{M_r + 1}{M_r - 1}$

❖ **高频段，衰减快。**

5.7 控制系统设计的初步概念

- ❖ 系统设计：选择系统的结构、元部件、补偿元件和线路，设计补偿网络的参数，使系统满足指标。
- ❖ 控制原理的系统设计：选择补偿方法，设计补偿网络的传递函数。也称校正、综合。
- ❖ 基本方法：设计开环对数幅频特性。低频段满足放大系数和型别。中频段穿越频率足够宽，以 -20dB/dec 过 0dB 线并保持足够长度。高频段不特殊设计。

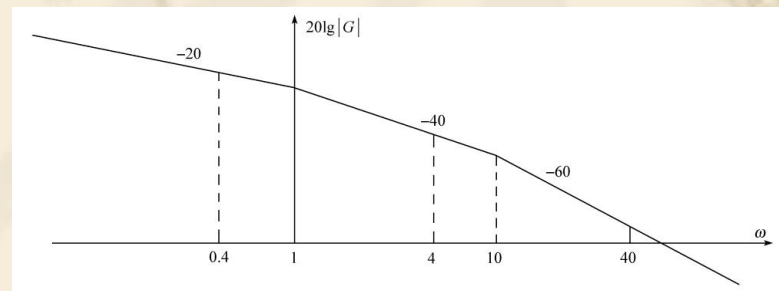
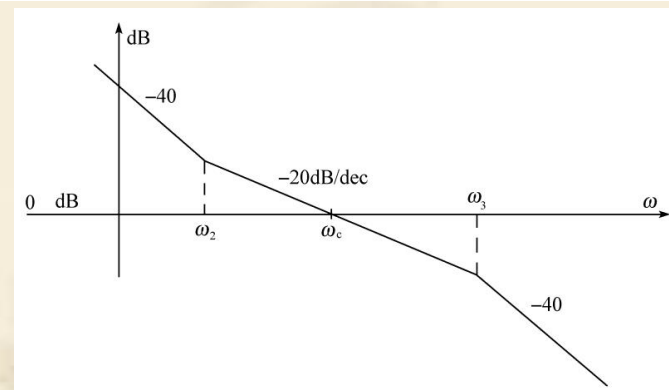
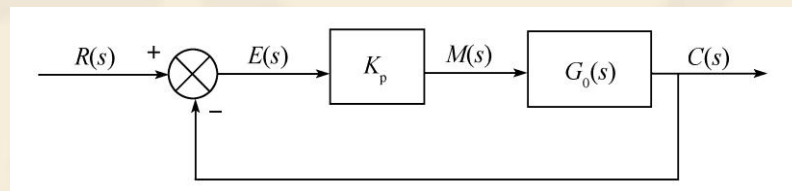


5.8 PID控制器简述

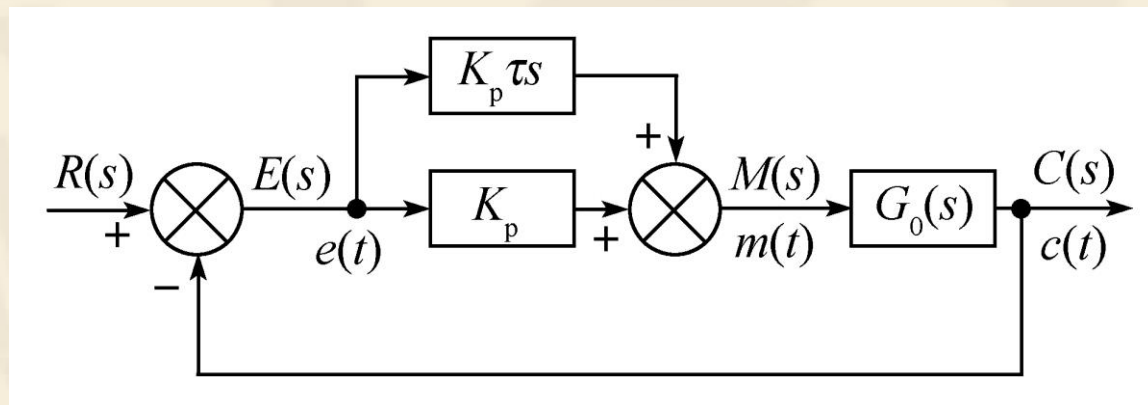
5.8.1 比例（P）控制器

$$G_c(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = K_p, m(t) = K_p e(t)$$

- ❖ 放大器 提高开环放大系数。
- ❖ 提高开环放大系数能减小稳态误差。由Bode图知，对数幅频特性向上平移，可提高频带宽度（提高响应速度），但也可减小稳定裕度甚至使系统不稳定。



5.8.2 比例微分（PD）控制



$$G_c(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = K_p (1 + \tau s), \quad m(t) = K_p e(t) + K_p \tau \dot{e}(t)$$

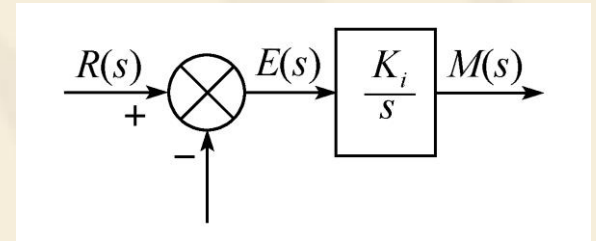
$\angle G_c = \arctan(\tau\omega) > 0$, $\angle(G_c G_0) > \angle G_0$, $\gamma = 180^\circ + \angle(G_c G_0)$ 增加。

- ❖ 一阶微分环节
- ❖ 放大倍数增加，相位裕度增加，减小振荡。
- ❖ 减小稳态误差，提高稳定性，或使稳定性不变。

5.8.3 积分（I）控制器

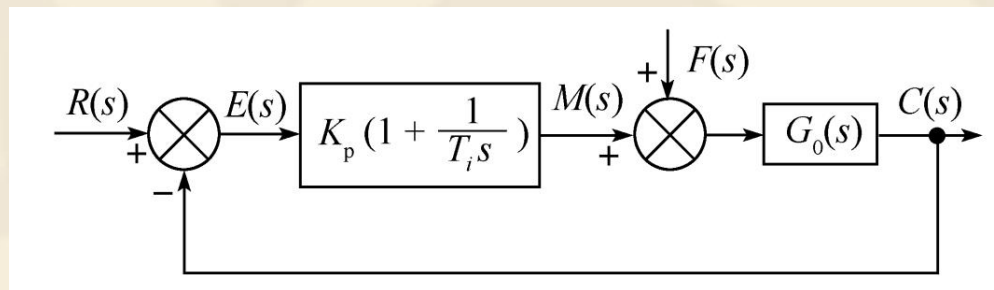
❖ 积分环节

$$G_c(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}, \quad m(t) = K_i \int_0^t e(t) dt$$



- ❖ 提高系统型别，减小误差。相位角是 -90° ，减小相位裕度，甚至使系统不稳定。

5.8.4 比例积分（PI）控制器



$$G_c(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) = \frac{K_p}{T_i s} (1 + T_i s) \quad m(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt$$

$$\angle G_c(j\omega) = -90^\circ + \arctan(T_i \omega)$$

- ❖ 可以在保证稳定性的基础上提高系统型别和开环放大系数，从而减小稳态误差。

❖ 例5-8-1

$$G_0(s) = \frac{K_0}{s(Ts + 1)}, f(t) = 0。$$

分析PI控制器的作用。

❖ 解 1) 稳态性能。

❖ 加P控制器后是1型，加PI控制器后是2型。

$$G(s) = G_c(s)G_0(s) = \frac{K_0 K_p (T_i s + 1)}{T_i s^2 (Ts + 1)}$$

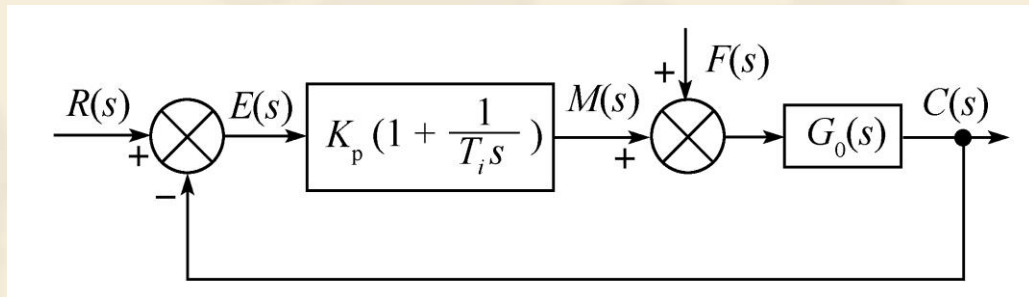
❖ 2) 稳定性。

$$G_c(s) = \frac{K_p}{T_i s} \Rightarrow G(s) = G_c(s)G_0(s) = \frac{K_0 K_p}{T_i s^2 (Ts + 1)}, 1 + G(s) = 0 \Rightarrow$$

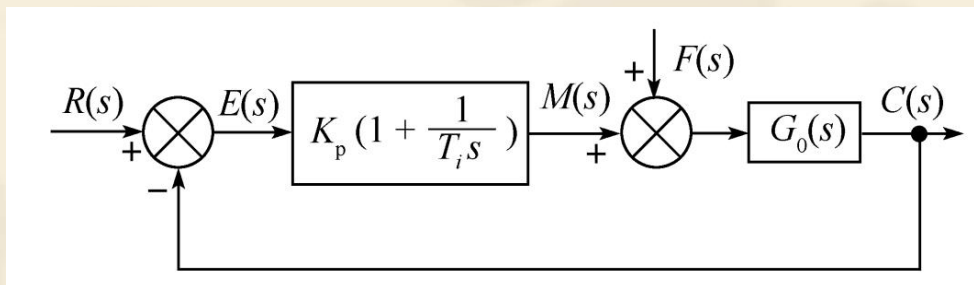
$$T_i s^2 (Ts + 1) + K_0 K_p = T_i T s^3 + T_i s^2 + K_0 K_p = 0 \quad \text{不稳定。}$$

$$G_c(s) = \frac{K_p (T_i s + 1)}{T_i s} \Rightarrow G(s) = G_c(s)G_0(s) = \frac{K_0 K_p (T_i s + 1)}{T_i s^2 (Ts + 1)}, 1 + G(s) = 0 \Rightarrow$$

$$T_i s^2 (Ts + 1) + K_0 K_p (T_i s + 1) = T_i T s^3 + T_i s^2 + K_0 K_p T_i s + K_0 K_p = 0 \quad T_i > T \text{ 时稳定。}$$



❖ 例 5-8-2



$$G_0(s) = \frac{1}{s(Ts + 1)}, f(t) = f_0 \cdot 1(t), r(t) = 0。$$

比较P和PI控制器的 $e_{ssf}(t)$ 。

解 P控制器，闭环稳定。

PI控制器， $T_i > T$ 时闭环稳定

$$e_{ssf}(t) = -\frac{f_0}{K_p}$$

$$e_{ssf}(t) = 0$$

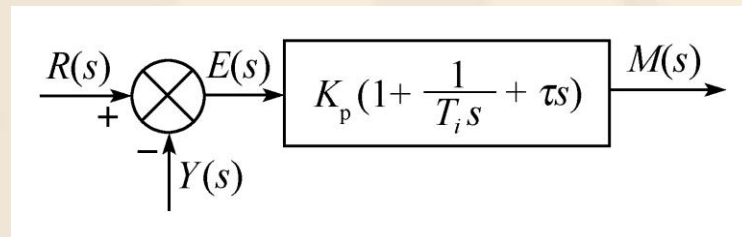
5.8.5 比例积分微分 (PID)控制器

$$G_c(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \tau s \right)$$

$$m(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p \tau \dot{e}(t)$$

$$G_c(s) = \frac{K_p (T_i \tau s^2 + T_i s + 1)}{T_i s}, \frac{4\tau}{T_i} < 1 \Rightarrow G_c(s) = \frac{K_p (\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{T_i s}$$

$$\angle G_c = -90^\circ + \arctan \tau_1 \omega + \arctan \tau_2 \omega$$



- ❖ 提高开环放大系数，提高型别，从而减小误差，提高响应速度。
- ❖ 可使相位裕度增加，有利稳定，减弱振荡。
- ❖ 广泛应用。

5.9 超前补偿

❖ 超前补偿网络具有正的相位角。如PD控制器。

❖ 5.9.1 超前补偿网络的特性

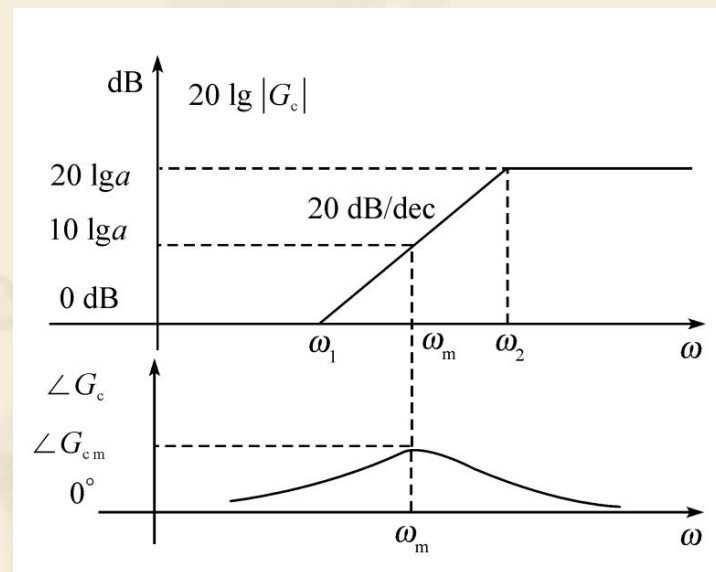
$$G_c(s) = \frac{aTs + 1}{Ts + 1} = \frac{\frac{1}{\omega_1}s + 1}{\frac{1}{\omega_2}s + 1} \quad (a > 1, \omega_1 < \omega_2)$$

$$\omega_1 = \frac{1}{aT}, \quad \omega_2 = \frac{1}{T} = a\omega_1$$

$$\angle G_c(j\omega) = \arctan(aT\omega) - \arctan(T\omega)$$

$$= \arctan \frac{\omega}{\omega_1} - \arctan \frac{\omega}{\omega_2}$$

$$= \arctan \frac{aT\omega - T\omega}{1 + aT^2\omega^2} \quad \angle G_c > 0$$



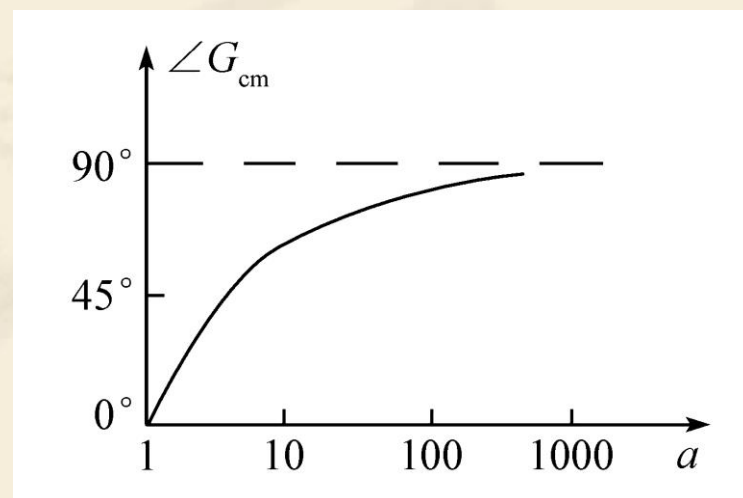
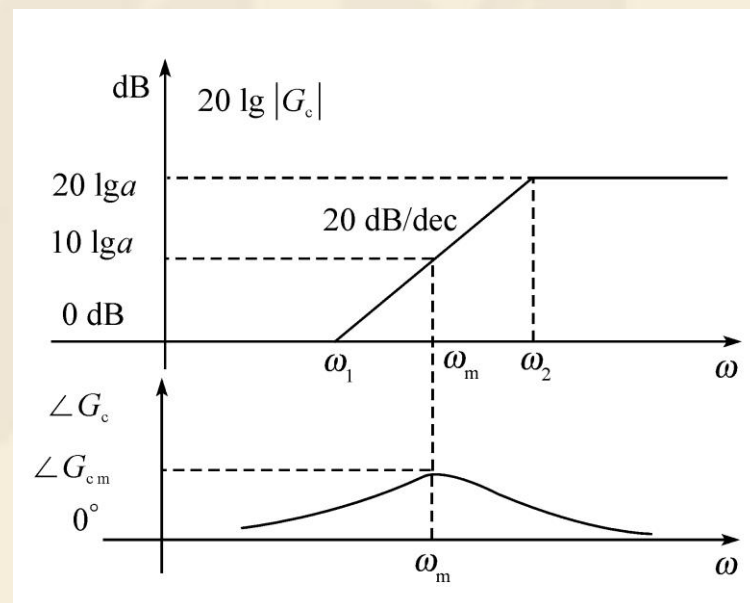
$$\text{令 } \frac{d \angle G_c}{d \omega} = 0 \Rightarrow$$

$$\angle G_{cm} = \arctan \frac{a-1}{2\sqrt{a}} = \arctan \frac{a-1}{a+1}$$

$$\omega_m = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \quad \lg \omega_m = \frac{1}{2} (\lg \omega_1 + \lg \omega_2)$$

$$20 \lg |G_c(j\omega_m)| = 20 \lg \sqrt{a} = 10 \lg a$$

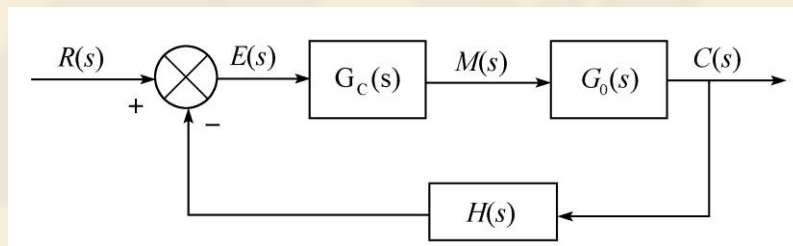
$$a = (5 - -20) \Rightarrow \angle G_{cm} = (40^\circ - -65^\circ)$$



❖ 5.9.2 超前补偿网络设计

❖ 1. 设计原理

❖ 对数幅频特性



$$20\lg|G_e| = 20\lg|G_c G_0 H| = 20\lg|G_c| + 20\lg|G_0 H|$$

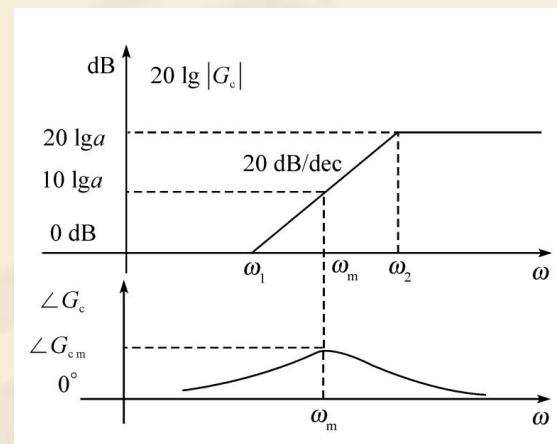
$$G_c(s) = \frac{aTs + 1}{Ts + 1} = \frac{\frac{1}{\omega_1}s + 1}{\frac{1}{\omega_2}s + 1}$$

当 $\omega < \omega_1$ 时, $20\lg|G_c| = 0$;

当 $\omega_1 < \omega < \omega_2$ 时, $20\lg|G_c|$ 的斜率为 20dB/dec ;

当 $\omega > \omega_2$ 时, $20\lg|G_c| = 20\lg a > 0$

$$\gamma = 180^\circ + \angle G_e = 180^\circ + \angle G_c + \angle G_0 H > 180^\circ + \angle G_0 H$$



❖ 2.设计步骤

- ❧ 1)绘制固有(待设计)部分开环幅频特性 $20\lg|G_0H|$ 。
- ❧ 2)确定设计好的系统应满足的频域指标 ω_c, γ 等。
- ❧ 3) 若 $20\lg|G_0H|$ 在要求的 ω_c 频段为-40dB/dec, 可用超前补偿。
- ❧ 4)绘制补偿后的对数幅频特性图 $20\lg|G_e| = 20\lg|G_c G_0H|$ 及补偿网络对数幅频特性图 $20\lg|G_c|$, 并求出补偿网络数 a, T 或 ω_1, ω_2 。
- ❧ 5)校核设计后的系统是否满足指标要求。

❖ 例5-9-1 单位负反馈系统固有部分传递函数 $G_0(s) = \frac{K}{s(0.5s+1)}$;
 $K = 20s^{-1}$; $\gamma(\omega_c) > 50^\circ$ 。设计超前补偿网络。

❖ 解 1) $K=20$ ，绘制固有部分的对数幅频特性图，见图中ABC。

$$\omega_{c0} = 6.3 \text{ rad/s}, \gamma_0 = 180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.5 \times 6.3 = 18^\circ.$$

系统是稳定,但相位裕度不满足要求

❖ 2) 设计后系统 $\gamma > 50^\circ$ ，对 ω_c 没有要求。

❖ 3) $\gamma - \gamma_0 = 50^\circ - 18^\circ = 32^\circ$, 取 $\omega_c > \omega_{c0}$, $\angle G_c > 32^\circ$, 可用超前补偿网络。

❖ 4) 求补偿网络参数。

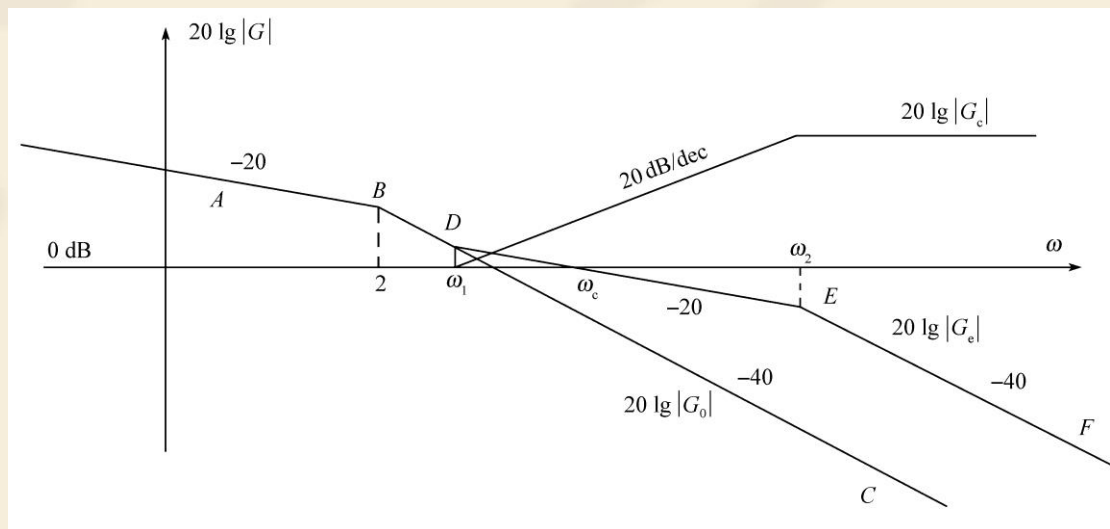
以 -20dB/dec 过 0dB 线。

$2 < \omega_1 < 6$, 取 $\omega_1 = 4 \Rightarrow D$,

$DE: -20\text{dB/dec} \Rightarrow \omega_c = 10$

$E: \omega_2$, $EF: -40\text{dB/dec}$

$20\lg|G_e|: ABDEF$



确定 ω_2 的方法。1) $\angle G_{cm} = \angle G_c \Rightarrow \sqrt{\omega_1 \omega_2} = \omega_c = 10 \Rightarrow \omega_2 = 25$

2) 任取 $20\omega_1 > \omega_2 > \omega_c$, 如取 $\omega_2 = 20$ 。

$20\lg|G_c| = 20\lg|G_e| - 20\lg|G_0| \Rightarrow$ 补偿网络幅频特性图

$$\Rightarrow G_c(s) = \frac{\frac{1}{\omega_1} s + 1}{\frac{1}{\omega_2} s + 1} = \frac{0.25s + 1}{0.05s + 1} \quad G_e(s) = \frac{20(0.25s + 1)}{s(0.5s + 1)(0.05s + 1)}$$

❖ 5)校核

$$K = 20, \omega_c = 10$$

$$\gamma = 180^\circ - 90^\circ + \arctan 0.25 \times 10 - \arctan 0.5 \times 10 - \arctan 0.05 \times 10 = 52.9^\circ$$

$$\text{MATLAB: } \omega_c = 9.57 \text{ rad/s}, \gamma = 53.5^\circ$$

若相位裕度不满足要求, 可增大 ω_2 , 或减小 ω_1 。

❖ 超前补偿提高带宽和响应速度。

5.10 滞后补偿

- ❖ 滞后补偿网络：负的相位角，如I控制器和PI控制器。
- ❖ 5.10.1 滞后补偿网络的特性

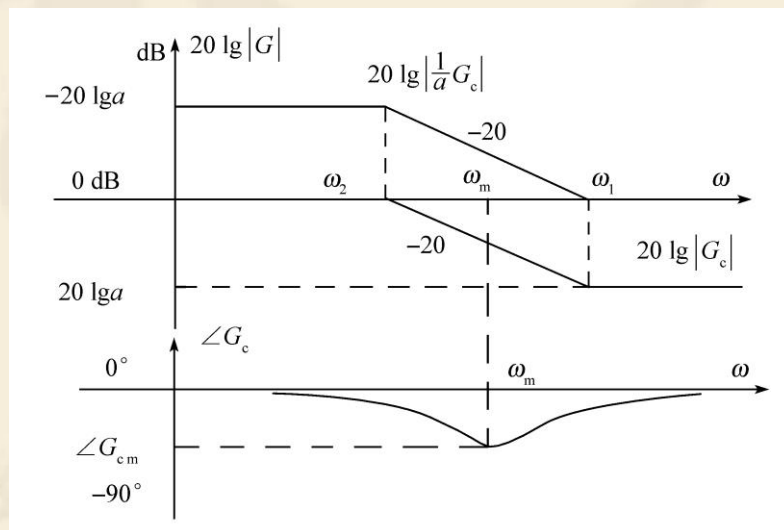
$$G_c(s) = \frac{aTs + 1}{Ts + 1} = \frac{\frac{1}{\omega_1}s + 1}{\frac{1}{\omega_2}s + 1} \quad (a < 1, \omega_1 > \omega_2)$$

$$\text{或} \quad \frac{1}{a} \cdot G_c(s) = \frac{1}{a} \cdot \frac{aTs + 1}{Ts + 1} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\frac{1}{\omega_1}s + 1}{\frac{1}{\omega_2}s + 1}$$

$$\omega_1 = 1/aT, \quad a < 1, \quad \omega_2 = 1/T = a\omega_1.$$

$\omega < \omega_2$ 时, $20\lg|G_c| = 0$; $\omega > \omega_1$ 时, $20\lg|G_c| = 20\lg a < 0$; $\omega_2 < \omega < \omega_1$: -20dB/dec
相位角为

$$\angle G_c(j\omega) = \arctan aT\omega - \arctan T\omega = \arctan \frac{\omega}{\omega_1} - \arctan \frac{\omega}{\omega_2} < 0$$



❖ 5.10.2 滞后补偿网络设计

❖ 1. 设计原理

- ❖ 1) 利用对数幅频特性 $20\lg|G_c|$ 中、高频段的衰减作用，使补偿后系统的对数幅频特性曲线以 -20dB/dec 的斜率通过 0dB 线，同时保证低频段的 **Bode** 图不变。
- ❖ 2) 利用 **Bode** 图 $20\lg\left|\frac{G_c}{a}\right|$ 在低频段的放大作用提高系统的开环放大系数，减小稳态误差，改善稳态性能，同时不改变中、高频段的 **Bode** 图，对系统的动态性能改变很小。此法适用场合是系统穿越频率和相角裕度符合要求，但精度不符合要求。
- ❖ 滞后补偿使系统的相角裕度减小。若取 $\omega_1 \ll \omega_c$ ，滞后网络的相角对 γ 的影响就很小。一般取 $\omega_1 = \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{20}\right)\omega_c$
 $\angle G_c(j\omega) = -5^\circ$ 至 -3°

❖ 2. 设计步骤

- ❧ 1) 绘制固有部分的开环对数幅频特性 $20\lg|G_0|$ 。
- ❧ 2) 求出希望的穿越频率 ω_c 及相角裕度 γ 。
- ❧ 3) 绘出补偿后的开环Bode图并求出补偿网络的传递函数 $G_c(s)$ 及参数。

❖ 例5-10-1 单位负反馈系统固有部分的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{K}{s(s+1)(0.5s+1)}$$

要求 $K = 5s^{-1}$, $\gamma \geq 40^\circ$, 求串联滞后补偿网络参数。

❖ 解 1) 按照指标要求的开环放大系数绘制固有部分的对数幅频特性 见图中折线ABC。

$$20\lg|G_0| = 20\lg\left|\frac{5}{s(s+1)(0.5s+1)}\right|$$

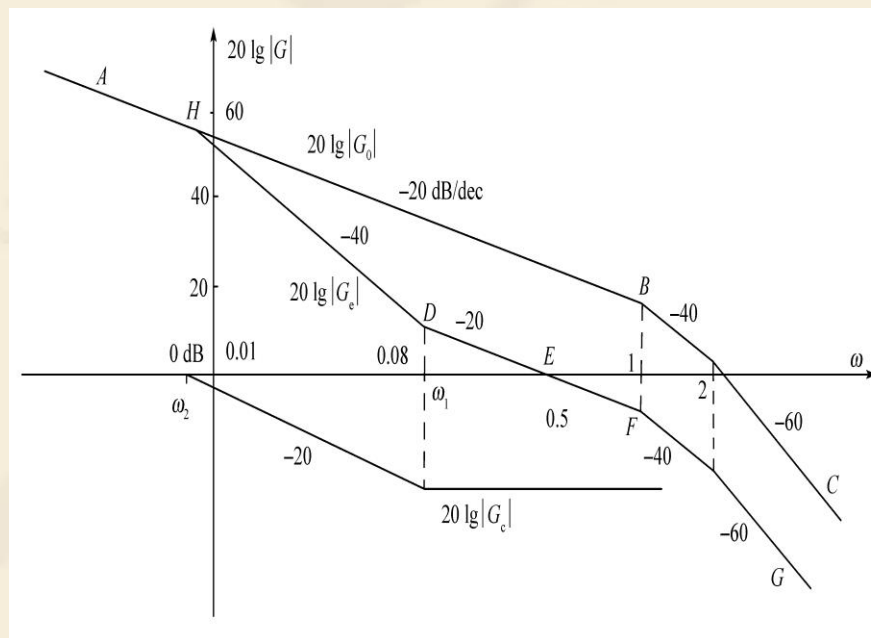
固有部分的幅值穿越频率

$\omega_{c0} = 2.1\text{rad/s}$ ，Bode图以

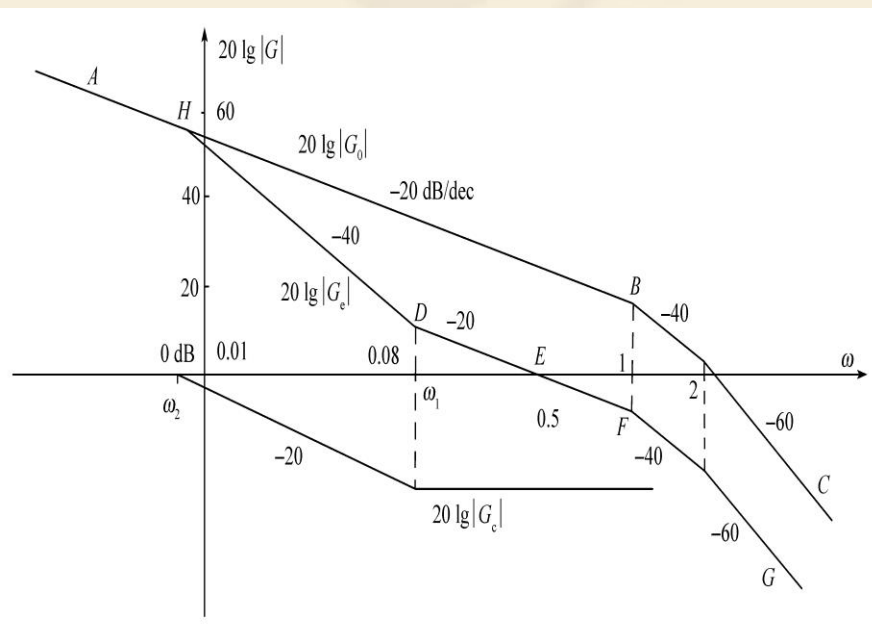
-60dB/dec穿越0dB线。

❖ 相位裕度 $\gamma(\omega_{c0}) = -21^\circ$ 系统不稳定。

❖ 2) 对 ω_c 没有要求。20lg|G₀| 中当 $\omega < 1$ 时斜率为-20dB/dec。这部分作为中频段，取 $\omega_c = 0.5$ 。



- ❖ 3) 将 $20\lg|G_0|$ 在 $\omega > 0.5$ 的频段向下平移，使 $\omega_c = 0.5\text{rad/s}$ 。即在 0dB 线上取 $\omega_c = 0.5$ 的点 E，过 E 作 -20dB/dec 的直线至 F，点 F 的角频率 $\omega = 1\text{rad/s}$ 。过 F 作斜率 -40dB/dec 的直线至 $\omega = 2\text{rad/s}$ 处，再作斜率为 -60dB/dec 的直线形成折线 EFG。
- ❖ 延长 FE 至 D，点 D 的角频率就是滞后补偿网络的转折频率 ω_1 。选 $\omega_1 = 0.08\text{rad/s}$ 。过 D 作斜率为 -40dB/dec 的直线交 $20\lg|G_0|$ 于点 H，点 H 的角频率就是滞后补偿网络的转折频率 ω_2 ，由图知 $\omega_2 = 0.009\text{rad/s}$ 。
- ❖ AHDEFG 就是设计后开环幅频特性 $20\lg|G_e|$ 。



$$G_e = \frac{5\left(\frac{1}{0.08}s + 1\right)}{s(s+1)(0.5s+1)\left(\frac{1}{0.009}s + 1\right)}; \quad G_c = \frac{G_e}{G_0} = \frac{\frac{1}{0.08}s + 1}{\frac{1}{0.009}s + 1}$$

❖ 4) $K=5$, $\omega_c = 0.5$

$$\begin{aligned} \gamma &= 180^\circ - 90^\circ + \arctan \frac{0.5}{0.08} - \arctan 0.5 - \arctan 0.5 \times 0.5 - \arctan \frac{0.5}{0.009} \\ &= 41^\circ \end{aligned}$$

❖ 若相位裕度偏小，则可减小 ω_1 或同时减小 ω_1 和 ω_c 。

❖ 例5-10-2 系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{0.5}{s(s+1)(0.1s+1)}$$

要求 $K = 10$, 最大超调 $\sigma_p = 25\%$, 过渡过程时间 $t_s \leq 16.5s$, 设计滞后补偿网络。

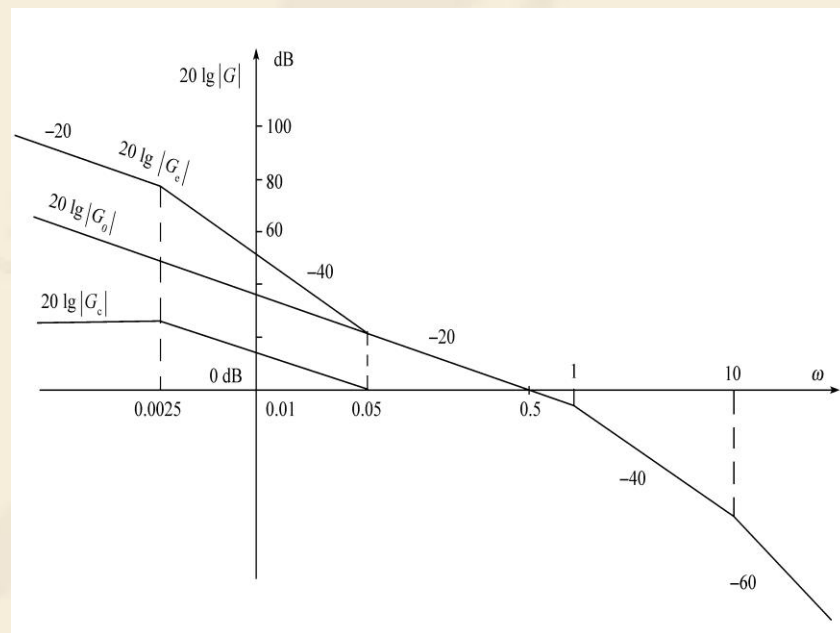
❖ 解 1) 绘出原有系统的开环对数幅频特性 $20\lg|G_0|$, $K = 0.5$, $\omega_{c0} = 0.5$
 $\gamma_0 = 180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.5 - \arctan 0.1 \times 0.5 = 60^\circ$

$$M_r = \frac{1}{\sin \gamma_0} = 1.15, \sigma_p = 0.16 + 0.4(M_r - 1) = 22\%$$

$$t_s = \frac{\pi}{\omega_c} [2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2] = 14.3s$$

系统动态性能指标满足要求,
但开环放大系数太小。

❖ 2) 系统动态性能符合要求, 不改变Bode图中的中、高频段, 利用滞后补偿提高低频段的放大系数。
于是 $\omega_{c0} = 0.5 \text{ rad/s}$ 。



❖ 3)为减少补偿网络滞后角对 ω_c 处相位的影响，取补偿网络的转折频率 $\omega_1 = 0.05\text{rad/s}$, $\omega_1 / \omega_c = 1/10$ 。

❖ 设计后系统的开环传递函数的放大系数 $K = \frac{1}{a} \times 0.5$, $a = \frac{0.5}{K} = \frac{0.5}{10} = 0.05$

补偿网络的另一个转折频率 $\omega_2 = a\omega_1 = 0.0025\text{rad/s}$

$$\frac{1}{a}G_c(s) = \frac{1}{0.05} \cdot \frac{\frac{1}{0.05}s+1}{\frac{1}{0.0025}s+1} = 20 \frac{20s+1}{400s+1}; \quad G_e = G_0 \frac{1}{a}G_c = \frac{10(20s+1)}{s(400s+1)(s+1)(0.1s+1)}$$

❖ 系统的开环放大系数已满足要求，穿越频率 $\omega_c = 0.5\text{rad/s}$

$$\gamma = 180^\circ - 90^\circ + \arctan 20 \times 0.5 - \arctan 400 \times 0.5 - \arctan 0.5 - \arctan 0.1 \times 0.5 = 55.1^\circ$$

❖ 与 γ_0 相比，滞后网络使相位裕度减少5度。

$$M_r = \frac{1}{\sin \gamma} = 1.22, \quad \sigma_p = 0.16 + 0.4(M_r - 1) = 24.8\%$$

$$t_s = \frac{\pi}{\omega_c} [2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2] = 15.4 \text{ s}$$

5.11 滞后超前网络

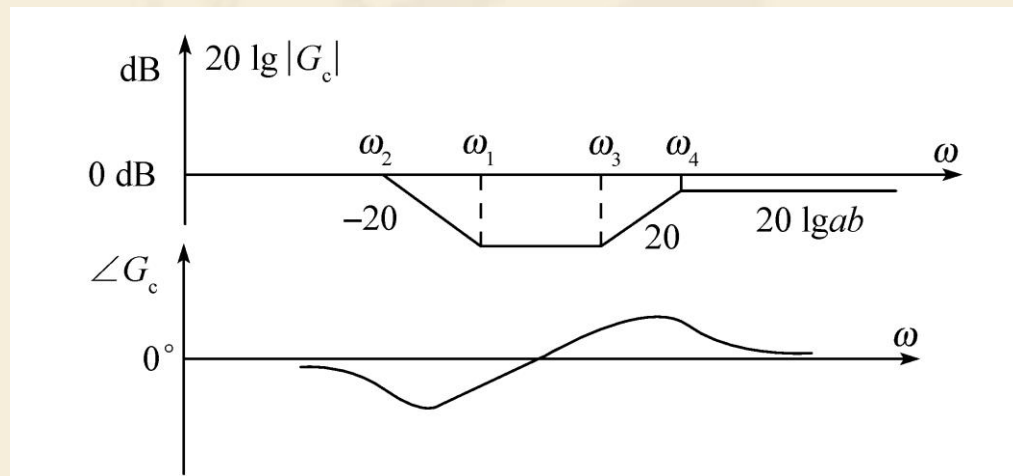
滞后网络与超前网络串联。只用一种网络不行时用此网络。
低频段相角为负，高频段相角为正。如PID控制器。

5.11.1 滞后超前网络特性

$$G_c(s) = \frac{(aT_1s+1)(bT_2s+1)}{(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{(\frac{1}{\omega_1}s+1)(\frac{1}{\omega_3}s+1)}{(\frac{1}{\omega_2}s+1)(\frac{1}{\omega_4}s+1)} \quad (a < 1, b > 1)$$

$$\omega_1 = \frac{1}{aT_1}, \omega_2 = \frac{1}{T_1}, \omega_3 = \frac{1}{bT_2}, \omega_4 = \frac{1}{T_2}。$$

通常 $T_1 > T_2, \omega_2 < \omega_1 < \omega_3 < \omega_4$ 。



5.11.2 补偿原理与步骤

- ❖ 1) 用 $G_c(s)$ 。待补偿的开环传递函数（放大系数满足要求）幅频特性穿越频率高于要求值，且在要求的穿越频率附近的斜率是 -40dB/dec 。先用滞后补偿使幅频特性以 -40dB/dec 过 0dB 线，穿越频率稍低于要求值。再用超前补偿使幅频特性以 -20dB/dec 过 0dB 线，使穿越频率满足要求。
- ❖ 用 $G_c(s)/a$ 。当放大系数低于要求值，用超前补偿满足动态指标，相位裕度留 $3^\circ \sim 5^\circ$ 余量。再用滞后补偿满足放大系数指标。滞后补偿转折频率应远远低于穿越频率。

❖ 例 5-11-1

$$G_0(s) = \frac{K}{s(s+1)(0.1s+1)}$$

$$K \geq 60, \sigma_p \leq 17\%, t_s \leq 2s$$

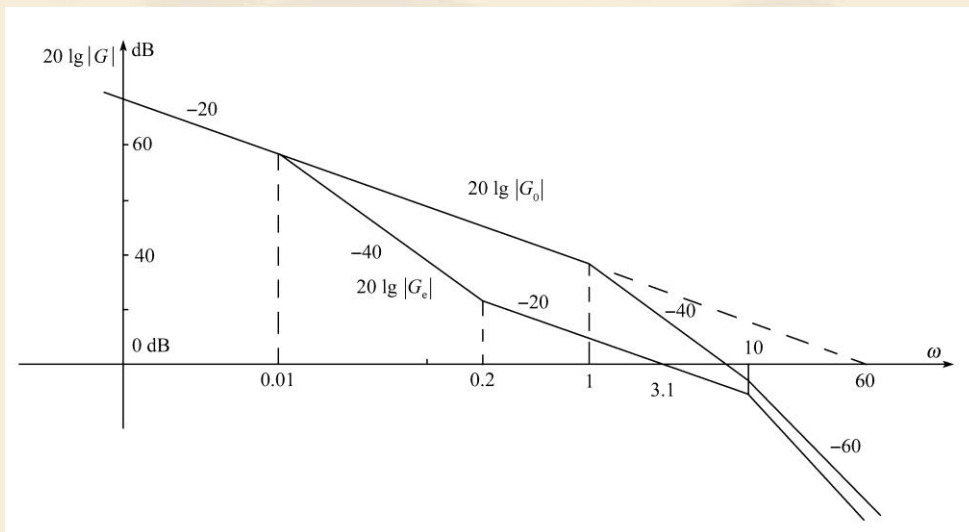
解 $K = 60, 20\lg|G_0|$ 见图。

$$0.17 = 0.16 + 0.4(M_r - 1)$$

$$\Rightarrow M_r - 1 = 0.025$$

$$\omega_c t_s = \pi[2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2] \Rightarrow \omega_c = 3.2 \text{ rad/s}$$

- ❖ $20\lg|G_0|$ 的中频段向下平移 **26dB/dec**，穿越频率 **1~2rad/s**，斜率 **-40**。然后再加超前补偿。取 $20\lg a = -26 \rightarrow a = 1/20$ 。



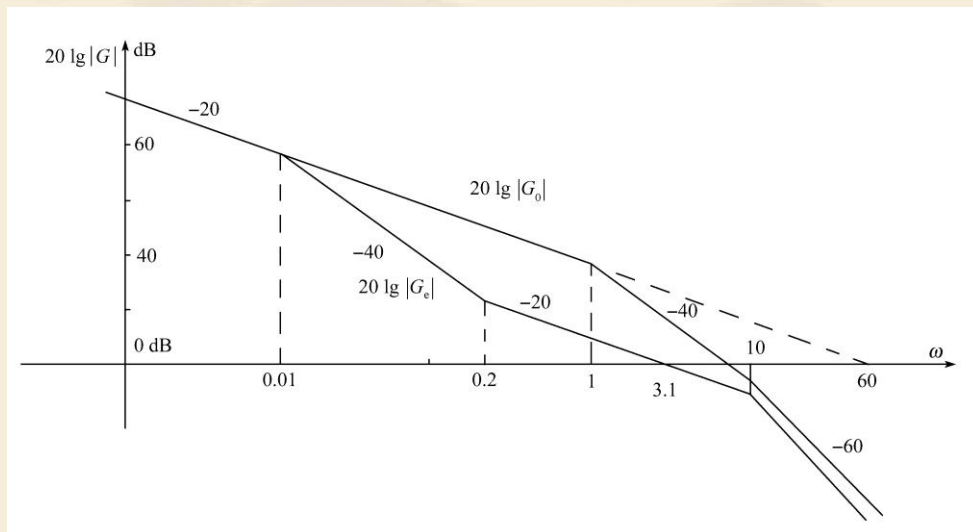
滞后网络取 $\omega_1 = 0.2 \text{ rad/s}$,

$\omega_2 = a\omega_1 = 0.01 \text{ rad/s}$ 。

超前网络取 $\omega_3 = 1 \text{ rad/s}$,

$\omega_4 = 10 \text{ rad/s}$ 。

$20 \lg |G_e|$ 见图。 $\omega_c = 3.1 \text{ rad/s}$ 。



$$G_c(s) = \frac{\frac{1}{\omega_1} s + 1}{\frac{1}{\omega_2} s + 1} \cdot \frac{\frac{1}{\omega_3} s + 1}{\frac{1}{\omega_4} s + 1} = \frac{(5s + 1)(s + 1)}{(100s + 1)(0.1s + 1)}$$

$$G_e(s) = \frac{60(5s + 1)}{s(100s + 1)(0.1s + 1)^2}$$

MATLAB: $\sigma_p = 15.5\%$, $t_s = 1.67 \text{ s}$, $\omega_c = 2.79 \text{ rad/s}$, $\gamma = 54.9^\circ$ 。