第3章 信号流图

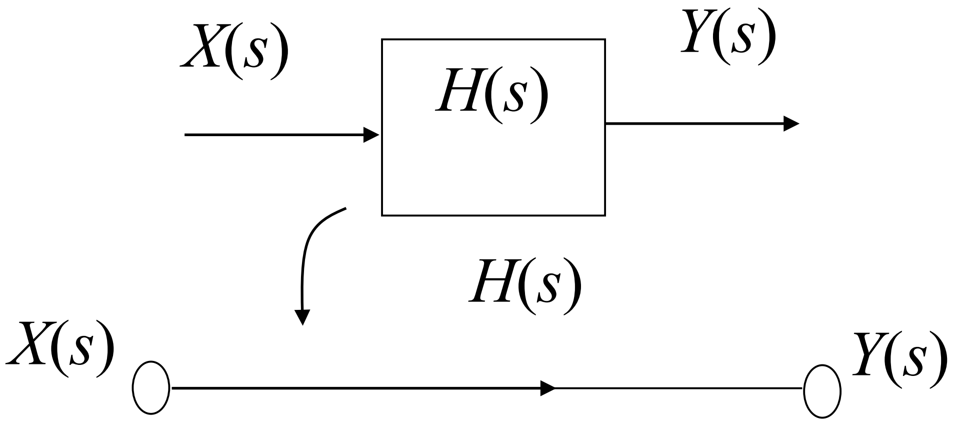
§ 3.1 信号流图

一、基本术语

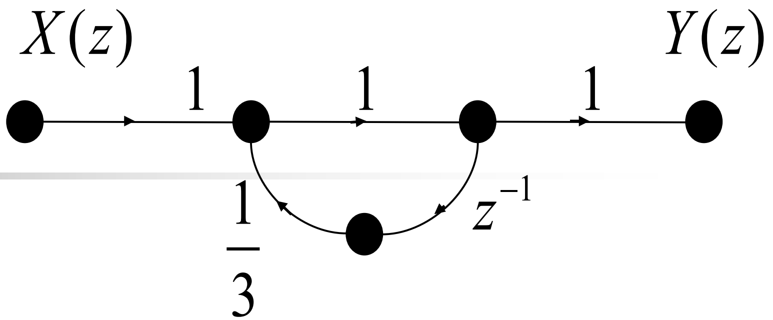
1．概述

系统框图→系统的信号流图；

信号流图：用一些点和支路来描述系统，进一步简化系统的描述方法。



§ 3.1 信号流图



2．术语

（1）**结点：**表示系统中变量或信号的点；

（2）**转移函数：**两个结点之间的增益；

（3）**支路：**连接两个结点之间的定向线段；

（4）**输入结点或源点：**只有输出支路的结点，
它对应的是自变量（输入信号）；

（5）**输出结点或阱点：**只有输入支路的结点，
它对应的是因变量（输出信号）；

（6）**混合结点：**既有输入支路又有输出支路的结点；

§ 3.1 信号流图

（7）**通路：** 沿支路箭头方向通过各相连支路的途径（不允许有相反方向支路存在）；

（8）**开通路：** 通路与任一结点相交不多于一次；

（9）**闭通路：** 如果通路的终点就是通路的起点，并且与任何其他结点相交不多于一次，又称为环路；

（10）**环路增益：** 环路中各支路转移函数的乘积；

（11）**不接触环路：** 两环路之间没有任何公共结点；

（12）**前向通路：** 从输入结点（源点）到输出结点（阱点）方向的通路上，通过任何结点不多于一次的全部路径；

（13）**前向通路增益：** 前向通路中，各支路转移函数的乘积。

§3.1 信号流图

二、信号流图性质

1．支路：表示了一个信号与另一个信号的函数关系，
信号只能沿着支路上的箭头方向通过；

2．结点：可以把所有输入支路上的信号叠加，并把总和
信号传送到所有输出支路；

3．混合结点→输出结点：具有输入和输出支路的混合结点，
通过增加一个具有单位传输的支路，
可以把它变成输出结点；

4．给定系统，信号流图不唯一；
同一系统的方程可表示成不同形式

5．流图转置：转置后，其转移函数保持不变；
转置就是把流图中的各支路的信号传输方向给以调转，
同时把输入输出结点对换。

§ 3.1 信号流图

例1：系统模型为 $\frac{d}{dt}y(t)+a_0y(t)=b_1\frac{d}{dt}x(t)+b_0x(t)$

试画出它的信号流图。

解：利用算子符号，以p表示微分，$\frac{1}{p}$表示积分，则

$$(p+a_0)y(t)=(b_1p+b_0)x(t)$$

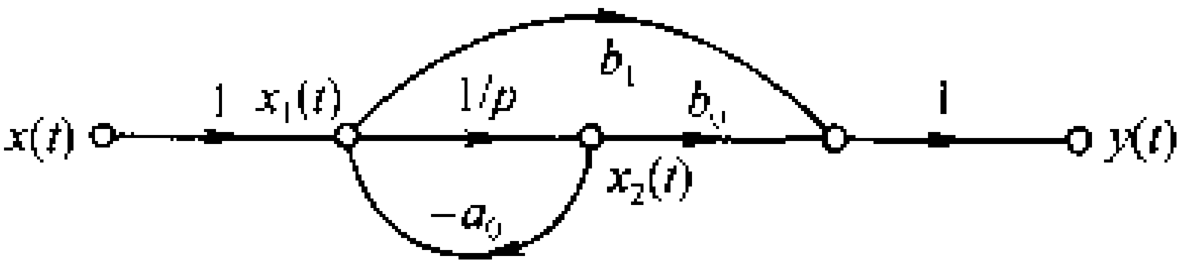
解得

$y(t)=\dfrac{b_1}{1+\frac{a_0}{p}}x(t)+\dfrac{\frac{b_0}{p}}{1+\frac{a_0}{p}}x(t)$，按照此式画出信号流图如（a）所示。

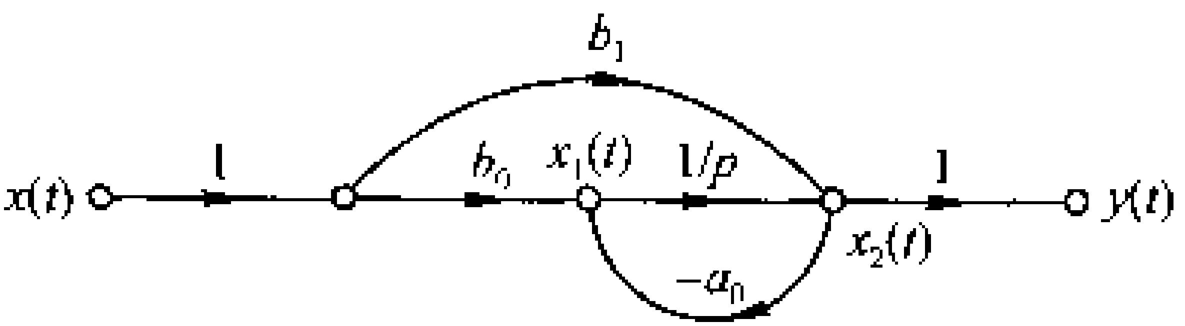
另外

$y(t)=b_1x(t)+\frac{1}{p}[b_0x(t)-a_0y(t)]$，按照此式画出信号流图如（b）所示。

§ 3.1 信号流图



(a)



(b)

§3.1 信号流图

三、信号流图的代数运算规则

①只有一个输入支路的结点值等于输入信号乘以支路增益；

②支路串联的化简：串联支路总增益=各支路增益乘积，

串联支路可合并为单一支路

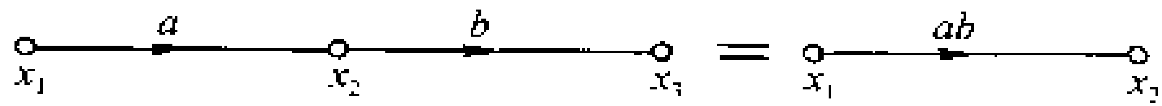
①支路并联的化简并联相加合并为单一支路；

②混合结点的消除：可以图式方式消除；

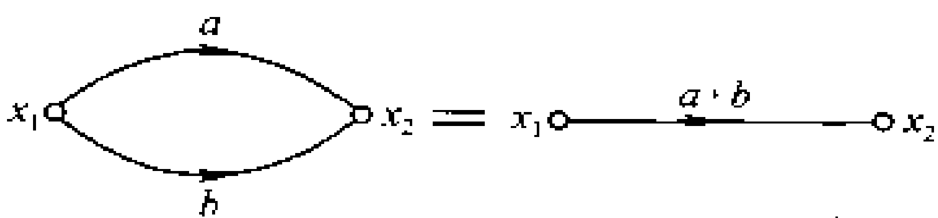
③环路消除；


x_1
a
x_2
$x_2 = a x$

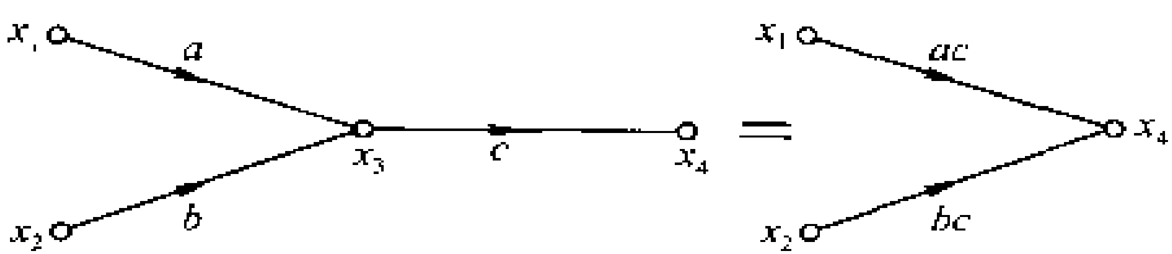
(a)


a
b
x_1
x_2
x_3
$=$
ab
x_1
x_2

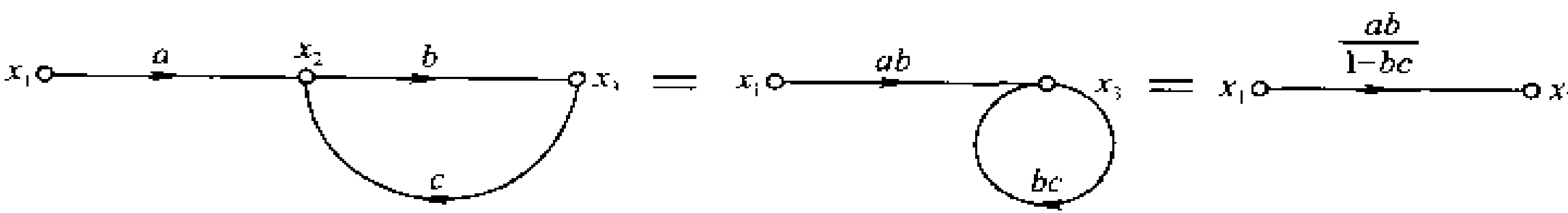
(b)


a
b
x_1
x_2
$=$
$a+b$
x_1
x_2

(c)


x_1
a
x_2
b
x_3
c
x_4
$=$
x_1
ac
x_4
x_2
bc

(d)


x_1
a
x_2
b
x_3
c
$=$
x_1
ab
x_3
bc
$=$
x_1
$\frac{ab}{1-bc}$
x_3

(e)

§3.1 信号流图

四、梅森（Mason）公式

梅森公式形式为 $H=\dfrac{1}{\Delta}\sum\limits_{k} g_k \Delta_k$

式中：Δ——流图的特征行列式

$$\Delta = 1-(\text{所有不同环路的增益之和})+(\text{每两个互不接触环路增益之和})$$

$$-(\text{每三个互不接触环路增益之和})+\cdots$$

$$=1-\sum_{a} L_a+\sum_{b,c} L_b L_c-\sum_{d,e,f} L_d L_e L_f+\cdots$$

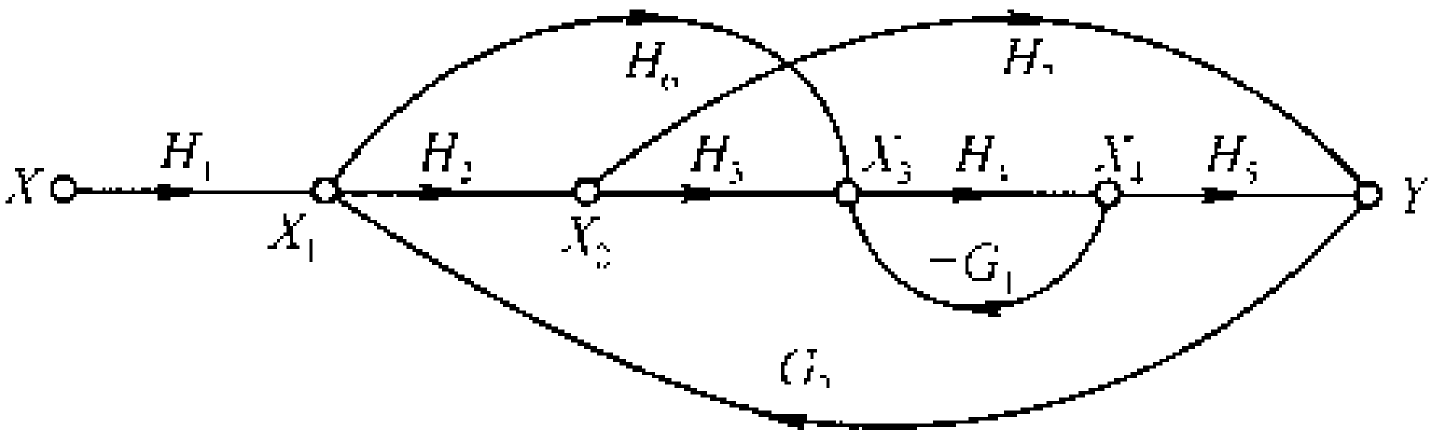
k——表示有源点到阱点之间的第 k条前向通路的标号

g_k——表示有源点到阱点之间的第 k 条前向通路的增益

Δ_k——称为对于第k条前向通路特征行列式的余子式；
它是除去与第k条前向通路相接触的环路外，
余下的特征行列式。

§ 3.1 信号流图

例2：求图示信号流图的转移函数



§3.1 信号流图

解：（1）先求Δ

a）环路：

$$L_1=(X_3\to X_4\to X_3)=-H_4G_1$$
$$L_2=(X_2\to Y\to X_1\to X_2)=-H_7G_2H_2$$
$$L_3=(X_1\to X_3\to X_4\to Y\to X_1)=-H_6H_4H_5G_2$$
$$L_4=(X_1\to X_2\to X_3\to X_4\to Y\to X_1)=-H_2H_3H_4H_5G_2$$

b）两两不接触环路

$$L_1\cdot L_2=H_2H_4H_7G_1G_2$$

由此得出

$$\Delta=1+(H_4G_1+H_7G_2H_2+H_6H_4H_5G_2+H_2H_3H_4H_5G_2)$$
$$+H_2H_4H_7G_1G_2$$

§ 3.1 信号流图

（2）前向通路：3条

第一条：$X \to X_1 \to X_2 \to X_3 \to X_4 \to Y$

$$g_1 = H_1 H_2 H_3 H_4 H_5$$

没有与第一条通路不接触的环路，所以 $\Delta_1 = 1$

第二条：$X \to X_1 \to X_3 \to X_4 \to Y$

$$g_2 = H_1 H_6 H_4 H_5$$

没有与第二条通路不接触的环路，所以 $\Delta_2 = 1$

第三条：$X \to X_2 \to Y$

$$g_2 = H_1 H_2 H_7$$

与第三条通路不接触的环路是 L_1 所以 $\Delta_3 = 1 + H_4 G_1$

§ 3.1 信号流图

（3）最后得到转移函数为

$$H=\frac{Y}{X}$$

$$=\frac{H_1H_2H_3H_4H_5+H_1H_6H_4H_5+H_1H_2H_7(1+H_4G_1)}{1+(H_4G_1+H_7G_2H_2+H_6H_4H_5G_2+H_2H_3H_4H_5G_2)+H_2H_4H_7G_1G_2}$$