UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTIN

FACULTAD DE INGENIERÍA DE PRODUCCIÓN Y SERVICIOS

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

GUÍA DE LABORATORIO

MÉTODOS NUMÉRICOS
2017-B
SEMESTRE VI

MAG. CHRISTIAN ALAIN REVILLA ARROYO
MAG. RICHART SMITH ESCOBEDO QUISPE

COMPETENCIAS

- ✓ Aplica de forma transformadora conocimientos de matemática, computación e ingeniería como herramienta para evaluar, sintetizar y mostrar información como fundamento de sus ideas y perspectivas para la resolución de problemas

- ✓ Genera de forma responsable prototipos, experimentos y modelos, con el fin de analizar e interpretar información para la toma de decisiones fundamentadas y objetivas.

Laboratorio

1

Aproximaciones y errores de redondeo

I

OBJETIVOS

- Objetivo 1. Analizar los errores que no están relacionados directamente con el método numérico en sí. Éstos son equivocaciones, errores de formulación o del modelo, y la incertidumbre en la obtención de los datos, entre otros.

II

TEMAS A TRATAR

- Tema 1. Aproximaciones y errores de redondeo

III

MARCO TEÓRICO

Aproximaciones y errores de redondeo.
Los errores de truncamiento representan la diferencia entre una formulación matemática exacta de un problema y su aproximación obtenida por un método numérico. Por último, se analizan los errores que no están relacionados directamente con el método numérico en sí. Éstos son equivocaciones, errores de formulación o del modelo, y la incertidumbre en la obtención de los datos, entre otros.

Cifras Significativas
El concepto de cifras o dígitos significativos se ha desarrollado para designar formalmente la confiabilidad de un valor numérico. Las cifras significativas de un número son aquellas que pueden utilizarse en forma confiable. Se trata del número de dígitos que se ofrecen con certeza, más uno estimado.

Exactitud y Precisión
Los errores en cálculos y medidas se pueden caracterizar con respecto a su exactitud y su precisión. La exactitud se refiere a qué tan cercano está el valor calculado o medido del valor verdadero. La precisión se refiere a qué tan cercanos se encuentran, unos de otros, diversos valores calculados o medidos.

Definiciones de Error

Los errores numéricos surgen del uso de aproximaciones para representar operaciones y cantidades matemáticas exactas. Éstas incluyen los errores de truncamiento que resultan del empleo de aproximaciones como un procedimiento matemático exacto, y los errores de redondeo que se producen cuando se usan números que tienen un límite de cifras significativas para representar números exactos. Para ambos tipos de errores, la relación entre el resultado exacto, o verdadero, y el aproximado está dada por:

Valor verdadero = Valor aproximado + error

IV

ACTIVIDADES

a. Convierta los números siguientes en base 2 a números en base 10: a) 1011101. b) 101.101, y c) 0.01101.

b. En forma similar a la de la figura (líneas abajo), escriba un programa corto para determinar el número más pequeño, $x_{mín}$, que utiliza la computadora que empleará con este libro. Observe que su computadora será incapaz de diferenciar entre cero y una cantidad más pequeña que dicho número.

```
epsilon = 1
DO
  IF (epsilon+1 ≤ 1) EXIT
  epsilon = epsilon/2
END DO
epsilon = 2 × epsilon
```

Figura 1: Seudocódigo para determinar el épsilon de la máquina en una computadora binaria

c. Evalúe e^{-5} con el uso de dos métodos

$$e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

y

$$e^{-x} = \frac{1}{e^x} = \frac{1}{1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \cdots}$$

y compárelo con el valor verdadero de 6.737947 × 10–3. Utilice 20 términos para evaluar cada serie y calcule los errores relativos aproximado y verdadero como términos que se agregaran.

d. Complete lo siguiente

- Evalúe el polinomio

  $$y = x^3 - 7x^2 + 8x + 0.35$$

  en x = 1.37. Utilice aritmética de 3 dígitos con corte. Evalúe el error relativo porcentual.

- Repita el inciso anterior, pero exprese a y como

  $$y = [(x - 7)x + 8]x + 0.35$$

  Evalúe el error y compárelo con el inciso anterior.

e. Determine el número de términos necesarios para aproximar cos x a 8 cifras significativas con el uso de la serie de McLaurin.

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \cdots$$

. Calcule la aproximación con el empleo del valor de x = 0.3p. Escriba un programa para determinar el resultado.

f. ¿Cómo puede emplearse el épsilon de la máquina para formular un criterio de detención es para sus programas? Dé un ejemplo.

Rúbrica de evaluación

Orden			
Excelente: El trabajo maneja una estructura mejor a la solicitada	Bueno: El trabajo maneja una estructura definida y se ve un correcto orden	Regular: La entrega es deficiente, con conserva una estructura	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Aplicación de Temas			
Excelente: Sobrepasa las expectativas, cumple con los enseñado en clase y otros recursos adicionales	Bueno: Aplica todos los conceptos desarrollados en clase	Regular: Aplica los elementos solicitados de manera parcial	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Calidad del Contenido			
Excelente: Sobrepasa las expectativas	Bueno: Los contenidos desarrollados no se están resumidos.	Regular: Aplica los elementos solicitados de manera parcial y se o tiene congruencia lo puesto en el trabajo	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Creatividad			
Excelente: Sobrepasa las expectativas	Bueno: Cumple con los elementos necesarios con variedad en la presentación y usando correctamente los recursos	Regular: Cumple con los elementos necesarios con variedad en la presentación y uso poco variado los recursos	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Cumplimiento			
Excelente: Presenta el mismo día su práctica	Bueno: Entrega dentro de plazo establecido	Regular: Presenta fuera del plazo establecido	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0

V

EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio a. Suponga que se tiene que medir la longitud de un puente y la de un remache, y se obtiene 9 999 y 9 cm, respectivamente. Si los valores verdaderos son 10 000 y 10 cm, calcule a) el error verdadero y b) el error relativo porcentual verdadero en cada caso.

Solución

a) El error en la medición del puente es [ecuación (3.2)]

$$E_t = 10\,000 - 9\,999 = 1 \text{ cm}$$

y en la del remache es de

$$E_t = 10 - 9 = 1 \text{ cm}$$

b) El error relativo porcentual para el puente es [ecuación (3.3)]

$$\varepsilon_t = \frac{1}{10\,000} 100\% = 0.01\%$$

y para el remache es de

$$\varepsilon_t = \frac{1}{10} 100\% = 10\%$$

Por lo tanto, aunque ambas medidas tienen un error de 1 cm, el error relativo porcentual del remache es mucho mayor. Se concluye entonces que se ha hecho un buen trabajo en la medición del puente; mientras que la estimación para el remache dejó mucho que desear.

Ejercicio b. Evalúe los polinomios y utilice corte 3 dígitos, x=1.37
Solución

x= 1.37

a) $y = x^3 - 7x^2 + 8x + 0.35$

	y=	0.743053		
a 3 dígitos es	y=	0.74		
		Error Relativo =	0.41087244	0.411%

b) $y = [(x-7)x + 8]x + 0.35$

	y=	0.743053		
a 3 digitiso es	y=	0.74		
		Error Relativo =	0.41087244	0.411%

VI

EJERCICIOS PROPUESTOS

Desarrollar los ejercicios del a al f.

VII

CUESTIONARIO

1. Indicar la definición de exactitud y presición.

VIII

BIBLIOGRAFÍA

[1] Curtis F. Gerald, Patrick O. Wheatley, Juan Carlos del Valle Sotelo. • Análisis Numérico Con Aplicaciones. Prentice Hall, 2000.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTIN

FACULTAD DE INGENIERÍA DE PRODUCCIÓN Y SERVICIOS

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

MAG. CHRISTIAN ALAIN REVILLA ARROYO
MAG. RICHART SMITH ESCOBEDO QUISPE

GUÍA DE LABORATORIO

MÉTODOS NUMÉRICOS
2017-B
SEMESTRE VI

COMPETENCIAS

- ✓ Aplica de forma transformadora conocimientos de matemática, computación e ingeniería como herramienta para evaluar, sintetizar y mostrar información como fundamento de sus ideas y perspectivas para la resolución de problemas

- ✓ Genera de forma responsable prototipos, experimentos y modelos, con el fin de analizar e interpretar información para la toma de decisiones fundamentadas y objetivas.

Laboratorio

2

Métodos cerrados

I

OBJETIVOS

- Objetivo 1. Analizarár los métodos gráficos para representar tanto las funciones como sus raíces. Además de entender la utilidad de los métodos gráficos para determinar valores iniciales, también son útiles para visualizar las propiedades de las funciones y el comportamiento de los diversos métodos numéricos.

II

TEMAS A TRATAR

- Tema 1. Métodos cerrados

III

MARCO TEÓRICO

EL MÉTODO DE BISECCIÓN
El método de bisección, conocido también como de corte binario, de partición de intervalos o de Bolzano, es un tipo de búsqueda incremental en el que el intervalo se divide siempre a la mitad. Si la función cambia de signo sobre un intervalo, se evalúa el valor de la función en el punto medio. La posición de la raíz se determina situándola en el punto medio del subintervalo, dentro del cual ocurre un cambio de signo.

MÉTODO DE LA FALSA POSICIÓN
Aun cuando la bisección es una técnica perfectamente válida para determinar raíces, su método de aproximación por “fuerza bruta” es relativamente ineficiente. La falsa posición es una alternativa basada en una visualización gráfica.

IV

ACTIVIDADES

a. Determine las raíces reales de $f(x) = 5x^3 - 5x^2 + 6x - 2$:
- Gráficamente
- Utilizando el método de bisección para localizar la raíz más pequeña. Use los valores iniciales $x_l = 0$ y $x_u = 1$ iterando hasta que el error estimado $\mathcal{E}_a$ se encuentre debajo de $\mathcal{E}_s = 10\%$.

b. Calcule las raíces reales de $f(x) = -12 - 21x + 18x^2 - 2.75x^3$
- Gráficamente
- Empleando el método de la falsa posición con un valor es correspondiente a tres cifras significativas para determinar la raíz más pequeña.

c. Determine la raíz real de $\ln x^2 = 0.7$:
- Gráficamente
- Empleando tres iteraciones en el método de bisección con los valores iniciales $x_l = 0.5$ y $x_u = 2$.
- Usando tres iteraciones del método de la falsa posición, con los mismos valores iniciales de la segunda pregunta.

d. Calcule la raíz cuadrada positiva de 18 usando el método de la falsa posición con $\mathcal{E}_s = 0.5\%$. Emplee como valores iniciales $x_l = 4$ y $x_u = 5$.

e. Encuentre la raíz positiva de $f(x) = x^4 - 8x^3 - 35x^2 + 450x - 1001$, utilizando el método de la falsa posición. Tome como valores iniciales a $x_l = 4.5$ y $x_u = 6$, y ejecute cinco iteraciones. Calcule los errores tanto aproximado como verdadero, con base en el hecho de que la raíz es 5.60979. Emplee una gráfica para explicar sus resultados y hacer el cálculo dentro de un $\mathcal{E}_s = 1.0\%$.

f. Dada $f(x) = -2x^6 - 1.5x^4 + 10x + 2$. Use el método de la bisección para determinar el máximo de esta función. Haga elecciones iniciales de $x_l = 0$ y $x_u = 1$, y realice iteraciones hasta que el error relativo aproximado sea menor que 5%.

g. Desarrolle un programa amigable para el usuario para el método de la falsa posición. La estructura del programa debe ser similar al algoritmo de la bisección que se bosquejó en la figura.

```
FUNCTION Bisect(xl, xu, es, imax, xr, iter, ea)
    iter = 0
    DO
        xrold = xr
        xr = (xl + xu)/2
        iter = iter + 1
        IF xr ≠ 0 THEN
           ea = ABS((xr - xrold) / xr) * 100
        END IF
        test = f(xl) * f(xr)
        IF test < 0 THEN
           xu = xr
        ELSE IF test > 0 THEN
            xl = xr
        ELSE
             ea = 0
        END IF
        IF ea < es OR iter ≥ imax EXIT
    END DO
    Bisect = xr
END Bisect
```

Rúbrica de evaluación

Orden			
Excelente: El trabajo maneja una estructura mejor a la solicitada	Bueno: El trabajo maneja una estructura definida y se ve un correcto orden	Regular: La entrega es deficiente, con conserva una estructura	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Aplicación de Temas			
Excelente: Sobrepasa las expectativas, cumple con los enseñado en clase y otros recursos adicionales	Bueno: Aplica todos los conceptos desarrollados en clase	Regular: Aplica los elementos solicitados de manera parcial	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Calidad del Contenido			
Excelente: Sobrepasa las expectativas	Bueno: Los contenidos desarrollados no se están resumidos.	Regular: Aplica los elementos solicitados de manera parcial y se o tiene congruencia lo puesto en el trabajo	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Creatividad			
Excelente: Sobrepasa las expectativas	Bueno: Cumple con los elementos necesarios con variedad en la presentación y usando correctamente los recursos	Regular: Cumple con los elementos necesarios con variedad en la presentación y uso poco variado los recursos	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Cumplimiento			
Excelente: Presenta el mismo día su práctica	Bueno: Entrega dentro de plazo establecido	Regular: Presenta fuera del plazo establecido	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0

V

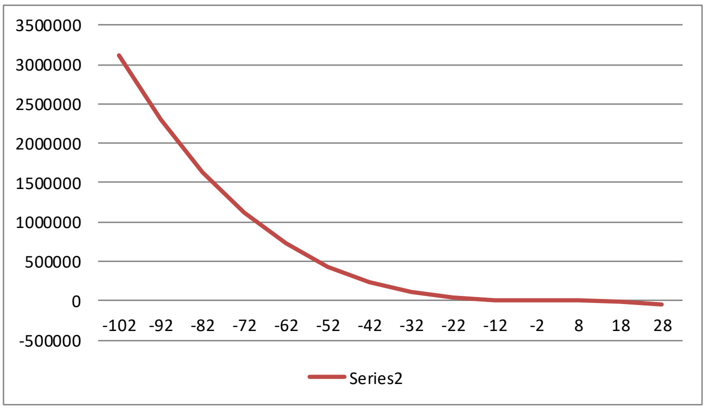
EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio a. Calcule las raíces reales de $f(x) = -12 - 21x + 18x^2 - 2.75x^3$

- Gráficamente
- Empleando el método de la falsa posición con un valor es correspondiente a tres cifras significativas para determinar la raíz más pequeña.

a) Gráficamente

x	f(x)
-102	3107724
-92	2295664
-82	1639004
-72	1121244
-62	725884
-52	436424
-42	236364
-32	109204
-22	38444
-12	7584
-2	124
8	-436
18	-10596
28	-46856



b) Empleando el método de la falsa posición con un valor es correspondiente a tres cifras signifi cativas para determinar la raíz más pequeña.

i	Xl	Xu	_Xr	F(xl	F(xu	F(xr)	e
0	-2.000	8.000	0.214	124.000	-436.000	-15.701	
1	-2	0.214285714	-0.035	124.000	-15.701	-11.252	719.84%
2	-2	-0.0345713	-0.198	124.000	-11.252	-7.113	82.55%
3	-2	-0.19808593	-0.296	124.000	-7.113	-4.141	33.04%
4	-2	-0.29583539	-0.351	124.000	-4.141	-2.296	15.69%
5	-2	-0.35090611	-0.381	124.000	-2.296	-1.238	7.87%
6	-2	-0.38088219	-0.397	124.000	-1.238	-0.658	4.03%

VI

EJERCICIOS PROPUESTOS

Desarrollar los ejercicios propuestos en la guía del a al g.

VII

CUESTIONARIO

1. Indicar las desventajas de los métodos abordados en esta lección.

VIII

BIBLIOGRAFÍA

[1] Curtis F. Gerald, Patrick O. Wheatley, Juan Carlos del Valle Sotelo. • Análisis Numérico Con Aplicaciones. Prentice Hall, 2000.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTIN

FACULTAD DE INGENIERÍA DE PRODUCCIÓN Y SERVICIOS

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

MAG. CHRISTIAN ALAIN REVILLA ARROYO
MAG. RICHART SMITH ESCOBEDO QUISPE

GUÍA DE LABORATORIO

MÉTODOS NUMÉRICOS
2017-B
SEMESTRE VI

COMPETENCIAS

- ✓ Aplica de forma transformadora conocimientos de matemática, computación e ingeniería como herramienta para evaluar, sintetizar y mostrar información como fundamento de sus ideas y perspectivas para la resolución de problemas

- ✓ Genera de forma responsable prototipos, experimentos y modelos, con el fin de analizar e interpretar información para la toma de decisiones fundamentadas y objetivas.

Laboratorio

3

Métodos abiertos

I

OBJETIVOS

- Objetivo 1. Analizar y entender que los métodos abiertos se basan en fórmulas que requieren únicamente de un solo valor de inicio x o que empiecen con un par de ellos, pero que no necesariamente encierran la raíz. Éstos, algunas veces divergen o se alejan de la raíz verdadera a medida que se avanza en el cálculo.

II

TEMAS A TRATAR

- Tema 1. Métodos abiertos

III

MARCO TEÓRICO

ITERACIÓN SIMPLE DE PUNTO FIJO
los métodos abiertos emplean una fórmula para predecir la raíz. Esta fórmula puede desarrollarse como una iteración simple de punto fijo (también llamada iteración de un punto o sustitución sucesiva o método de punto fijo), al arreglar la ecuación f(x) = 0 de tal modo que x esté del lado izquierdo de la ecuación:
x = g(x).
Esta transformación se realiza mediante operaciones algebraicas o simplemente sumando x a cada lado de la ecuación original. Por ejemplo: $x^2 - 2x + 3 = 0$.

$$x = \frac{x^2 + 3}{2}$$

se arregla para obtener
mientras que sen x = 0 puede transformarse en la forma de la ecuación x = g(x), sumando x a ambos lados para obtener x = sen x + x

La utilidad de la ecuación x = g(x) es que proporciona una fórmula para predecir un nuevo valor de x en función del valor anterior de x. De esta manera, dado un valor inicial para la raíz x_i, la ecuación $x = g(x)$ se utiliza para obtener una nueva aproximación x_{i+1}, expresada por la fórmula iterativa

$x_{i+1} = g(x_i)$

Como en otras fórmulas iterativas de este curso, el error aproximado de esta ecuación se calcula usando el error normalizado

$$\varepsilon_a = \left|\frac{x_{i+1} - x_i}{x_{i+1}}\right| 100\%$$

IV

ACTIVIDADES

a. Determine la raíz real más grande de $f(x) = 2x^3 - 11.7x^2 + 17.7x - 5$

En forma gráfica.

- ✓ Con el método de iteración simple de punto fijo (tres iteraciones, $x_0 = 3$). Nota: asegúrese de haber desarrollado una solución que converja a la raíz.
- ✓ Con el método de Newton-Raphson (tres iteraciones, $x_0 = 3$, $\delta = 0.001$).
- ✓ Con el método de la secante (tres iteraciones $x_{-1} = 3$, $x_0 = 4$).
- ✓ Con el método de la secante modifi cado (tres iteraciones, $x_0 = 3$, $\delta = 0.01$). Calcule el porcentaje aproximado de errores relativos para sus soluciones.

b. Determine la raíz real de x3.5 = 80, con el método de la secante modificado dentro de $\varepsilon_s = 0.1\%$, con el uso de una elección inicial de $x_0 = 3.5$ y $\delta = 0.01$.

c. Determine la menor raíz positiva de $f(x) = 8\,\text{sen}(x)e^{-x} - 1$:

- ✓ En forma gráfica.
- ✓ Con el uso del método de Newton-Raphson (tres iteraciones, $x_i = 0.3$).
- ✓ Con el método de la secante (tres iteraciones, $x_{i-1} = 0.5$ y $x_i = 0.3$).
- ✓ Por medio del método de la secante modificado (cinco iteraciones $x_i = 0.3$, $\delta = 0.01$).

d. El balance de masa de un contaminante en un lago bien mezclado se expresa asi

$$V\frac{dc}{dt} = W - Qc - kV\sqrt{c}$$

Dados los valores de parámetros $V = 1 \times 10^6$ m^3, $Q = 1 \times 10^5$ m^3/año y $W = 1 \times 10^6$ g/año, y $k = 0.25$ m$^{0.5}$/año, use el método de la secante modificado para resolver para la concentración de estado estable. Emplee un valor inicial $c = 4$ g/m^3 y $\delta = 0.5$. Realice tres iteraciones y determine el error relativo porcentual después de la tercera iteración.

e. Desarrolle un programa amigable para el usuario para el método de Newton-Raphson, con base en la figura siguiente.

```
FUNCTION Fixpt(x0, es, imax iter, ea)
  xr = x0
  iter = 0
  DO
    xrold = xr
    xr = g(xrold)
    iter = iter + 1
    IF xr ≠ 0 THEN
      ea = |(xr - xrold)/xr| · 100
    END IF
    IF ea < es OR iter ≥ imax EXIT
  END DO
  Fixpt = xr
END Fixpt
```

f. El polinomio $f(x) = 0.0074x^4 – 0.284x^3 + 3.355x^2 – 12.183x + 5$ tiene una raíz real entre 15 y 20. Aplique el método de Newton-Raphson a dicha función con valor inicial $x_0 = 16.15$. Explique sus resultados.

Rúbrica de evaluación

Orden			
Excelente: El trabajo maneja una estructura mejor a la solicitada	Bueno: El trabajo maneja una estructura definida y se ve un correcto orden	Regular: La entrega es deficiente, con conserva una estructura	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Aplicación de Temas			
Excelente: Sobrepasa las expectativas, cumple con los enseñado en clase y otros recursos adicionales	Bueno: Aplica todos los conceptos desarrollados en clase	Regular: Aplica los elementos solicitados de manera parcial	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Calidad del Contenido			
Excelente: Sobrepasa las expectativas	Bueno: Los contenidos desarrollados no se están resumidos.	Regular: Aplica los elementos solicitados de manera parcial y se o tiene congruencia lo puesto en el trabajo	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Creatividad			
Excelente: Sobrepasa las expectativas	Bueno: Cumple con los elementos necesarios con variedad en la presentación y usando correctamente los recursos	Regular: Cumple con los elementos necesarios con variedad en la presentación y uso poco variado los recursos	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Cumplimiento			
Excelente: Presenta el mismo día su práctica	Bueno: Entrega dentro de plazo establecido	Regular: Presenta fuera del plazo establecido	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0

V

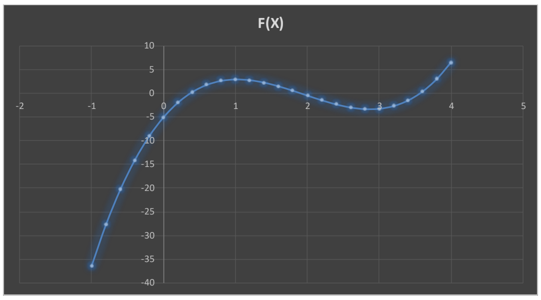
EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio a. Determine la raíz real más grande de $f(x) = 2x^3 - 11.7x^2 + 17.7x - 5$
En forma gráfica.

- ✓ Con el método de iteración simple de punto fijo (tres iteraciones, $x_0 = 3$). Nota: asegúrese de haber desarrollado una solución que converja a la raíz.
- ✓ Con el método de Newton-Raphson (tres iteraciones, $x_0 = 3$, $\delta = 0.001$).
- ✓ Con el método de la secante (tres iteraciones $x_{-1} = 3$, $x_0 = 4$).
- ✓ Con el método de la secante modifi cado (tres iteraciones, $x_0 = 3$, $\delta = 0.01$).
  Calcule el porcentaje aproximado de errores relativos para sus soluciones.

X	F(X)
-1	-36.4
-0.8	-27.672
-0.6	-20.264
-0.4	-14.08
-0.2	-9.024
0	-5
0.2	-1.912
0.4	0.336
0.6	1.84
0.8	2.696
1	3
1.2	2.848
1.4	2.336
1.6	1.56
1.8	0.616
2	-0.4
2.2	-1.392
2.4	-2.264
2.6	-2.92
2.8	-3.264
3	-3.2
3.2	-2.632
3.4	-1.464
3.6	0.4
3.8	3.056
4	6.6

A)



B) PUNTO FIJO

ITERACIONES	X	F(X)	G(X)	ERROR
0	3	-3.2	3.180791	
1	3.180791	-2.71108	3.333959	0.153168
2	3.333959	-1.92194	3.442543	0.108584
3	3.442543	-1.12903	3.50633	0.063787
4	3.50633	-0.56576	3.538294	0.031964
5	3.538294	-0.25512	3.552707	0.014413

C) NEWTON RAPHSON

ITERACIONES	X	F(X)	F'(X)	Xr	ERROR %
0	3	-3.2	1.5	5.133333	
1	5.133333	48.09007	55.68667	4.26975	20.22562
2	4.26975	12.95624	27.17244	3.792934	12.57115
3	3.792934	2.947603	15.26344	3.599819	5.36458
4	3.599819	0.397973	11.21642	3.564338	0.995451
5	3.564338	0.012373	10.52152	3.563162	0.033002

D) SECANTE

ITERACIONES	X0	X1	F(X0)	F(X1)	XR	ERROR%
0	3	4	-3.2	6.6	3.326531	
1	4	3.326531	6.6	-1.96885	3.481273	4.444986
2	3.326531	3.481273	-1.96885	-0.79592	3.586275	2.927903
3	3.481273	3.586275	-0.79592	0.247869	3.56134	0.700163
4	3.586275	3.56134	0.247869	-0.01908	3.563123	0.050024
5	3.56134	3.563123	-0.01908	-0.0004	3.563161	0.001074

E) SECANTE MODIFICADA

ITERACIONES	X0	X+&X	F(X)	F(X+&X)	XR	ERROR
0	3	3.03	-3.2	-3.14928	4.892595	
1	4.892595	4.941521	35.7632	38.09731	4.142949	0.180945
2	4.142949	4.184379	9.73047	10.7367	3.742316	0.107055
3	3.742316	3.779739	2.203063	2.748117	3.591055	0.042122
4	3.591055	3.626965	0.300425	0.709788	3.564701	0.007393
5	3.564701	3.600348	0.016189	0.403901	3.563212	0.000418
6	3.563212	3.598844	0.000539	0.387046	3.563162	1.4E-05

VI

EJERCICIOS PROPUESTOS

Desarrollar los ejercicios del a al f.

VII

CUESTIONARIO

1. Indicar las diferencias entre los métodos abiertos, indicar las desventajas.

VIII

BIBLIOGRAFÍA

[1] Curtis F. Gerald, Patrick O. Wheatley, Juan Carlos del Valle Sotelo. • Análisis Numérico Con Aplicaciones. Prentice Hall, 2000.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTIN

FACULTAD DE INGENIERÍA DE PRODUCCIÓN Y SERVICIOS
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

MAG. CHRISTIAN ALAIN REVILLA ARROYO
MAG. RICHART SMITH ESCOBEDO QUISPE

GUÍA DE LABORATORIO

MÉTODOS NUMÉRICOS
2017-B
SEMESTRE VI

COMPETENCIAS

- ✓ Aplica de forma transformadora conocimientos de matemática, computación e ingeniería como herramienta para evaluar, sintetizar y mostrar información como fundamento de sus ideas y perspectivas para la resolución de problemas

- ✓ Genera de forma responsable prototipos, experimentos y modelos, con el fin de analizar e interpretar información para la toma de decisiones fundamentadas y objetivas.

Laboratorio 4

Raíces de polinomios

I OBJETIVOS

- Objetivo 1. Analizar los métodos para encontrar las raíces de ecuaciones polinomiales de la forma general.

$$f_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

II TEMAS A TRATAR

- Tema 1. Raíces de polinomios

III MARCO TEÓRICO

En matemáticas, una raíz de un polinomio P(X) es un valor α tal que P(α) = 0. Por lo tanto, es una solución de la ecuación polinómica P(x) = 0 para la incógnita x, o también un cero de la función polinómica asociada.
Un polinomio distinto de cero con coeficientes en un determinado cuerpo puede tener raíces solo en un cuerpo «más grande», pero nunca tiene un número de raíces mayor que su grado. Por ejemplo (X2 - 2 = 0), que es de grado 2 y con coeficientes racionales, no tiene raíces racionales, pero tiene dos raíces en los números reales ℝ (y por lo tanto, también en los números complejos ℂ). El teorema fundamental del álgebra indica que cualquier polinomio de grado n con coeficientes complejos admite n raíces complejas (no necesariamente distintas).
La noción de raíz se generaliza, bajo el nombre de cero, a un polinomio de varias variables.

Definición

Definición de raíz:1 Una raíz en A del polinomio P es un elemento α de A tal que, si se sustituye la variable X por el valor α, se obtiene una expresión nula en A.

Así, el polinomio (X^2 - 2 = 0), con coeficientes en ℚ (y por lo tanto, también en ℝ o ℂ), no tiene ninguna raíz en ℚ pero tiene dos en ℝ (√2 y –√2) (y por lo tanto, también en ℂ). De hecho, si se sustituye √2 o –√2 por X en el polinomio, se obtiene 0.
Etimología: El término raíz proviene de las traducciones latinas de Robert de Chester y Gerardo de Cremona del término gizr. La palabra gizr significa 'raíz', y se traduce al latín como radix. El término gizr es utilizado por el matemático de origen persa del siglo VIII Al-Juarismi, en su tratado Kitâb al-jabr wa al-muqâbala, obra que se ocupó por primera vez de forma exhaustiva del cálculo de las raíces reales de la ecuación de segundo grado.

IV

ACTIVIDADES

a. Divida el polinomio $f(x) = x^4 – 7.5x^3 + 14.5x^2 + 3x – 20$ entre el monomio x – 2. ¿Es x = 2 una raíz?.
b. Emplee el método de Müller o MATLAB para determinar las raíces reales y complejas de
   - $f(x) = x^3 – x^2 + 3x – 2$
   - $f(x) = 2x^4 + 6x^2 + 10$
   - $f(x) = x^4 – 2x^3 + 6x^2 – 8x + 8$

c. Utilice el método de Bairstow para determinar las raíces de
   - $f(x) = –2 + 6.2x –4x^2 + 0.7x^3$
   - $f(x) = 9.34 – 21.97x + 16.3x^2 –3.704x^3$
   - $f(x) = x^4 – 3x^3 + 5x^2 – x – 10$
d. Desarrolle un programa para implementar el método de Müller.
e. Desarrolle un subprograma para resolver cuáles son las raíces de un polinomio, el cual utilice las rutinas IMSL o ZREAL, o la librería o paquete de su elección.
f. Un cilindro circular de dos dimensiones se coloca en un flujo de velocidad alta y uniforme. Se desprenden vórtices del cilindro a frecuencia constante, la cual detectan sensores de presión en la superficie posterior del cilindro por medio de calcular qué tan seguido oscila la presión. Dados tres puntos de los datos, use el método de Müller para encontrar el momento en que la presión fue igual a cero.

Tiempo	0.60	0.62	0.64
Presión	20	50	60

Rúbrica de evaluación

Orden			
Excelente: El trabajo maneja una estructura mejor a la solicitada	Bueno: El trabajo maneja una estructura definida y se ve un correcto orden	Regular: La entrega es deficiente, con conserva una estructura	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Aplicación de Temas			
Excelente: Sobrepasa las expectativas, cumple con los enseñado en clase y otros recursos adicionales	Bueno: Aplica todos los conceptos desarrollados en clase	Regular: Aplica los elementos solicitados de manera parcial	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Calidad del Contenido			
Excelente: Sobrepasa las expectativas	Bueno: Los contenidos desarrollados no se están resumidos.	Regular: Aplica los elementos solicitados de manera parcial y se o tiene congruencia lo puesto en el trabajo	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Creatividad			
Excelente: Sobrepasa las expectativas	Bueno: Cumple con los elementos necesarios con variedad en la presentación y usando correctamente los recursos	Regular: Cumple con los elementos necesarios con variedad en la presentación y uso poco variado los recursos	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Cumplimiento			
Excelente: Presenta el mismo día su práctica	Bueno: Entrega dentro de plazo establecido	Regular: Presenta fuera del plazo establecido	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0

V

EJERCICIOS RESUELTOS

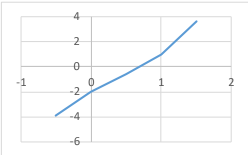
Ejercicio a. Emplee el método de Müller o MATLAB para determinar las raíces reales y complejas de

- $f(x) = x3 – x2 + 3x – 2$
- $f(x) = 2x4 + 6x2 + 10$
- $f(x) = x4 – 2x3 + 6x2 – 8x + 8$

Saque las raíces reales

a) $f(x) = x^3 - x^2 + 3x - 2$

x	f(x)	
-0.5	-3.875	
0	-2	
0.5	-0.625	Hay una raíz
1	1	
1.5	3.625	

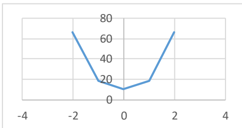


iteración	x0	x1	x2	f(x0)	f(x1)	f(x2)	h0	h1	&0	&1	a	b	c	x3	error
1	0	0.5	1	-2	-0.625	1	0.5	0.5	2.75	3.25	0.5	3.5	1	0.7015621	
2	0.5	1	0.70156212	-0.625	1	-0.042202	0.5	-0.2984379	3.25	3.4921894	1.201562	3.133598	-0.0422016	0.7149607	0.0187404
3	1	0.7015621	0.71496074	1	-0.042202	-0.000821	-0.2984379	0.01339862	3.492189	3.0884248	1.416523	3.107404	-0.000821	0.7152249	0.0003693
4	0.701562	0.7149607	0.71522491	-0.0422016	-0.000821	-1.03E-06	0.01339862	0.00026416	3.088425	3.1038876	1.131748	3.104187	-1.028E-06	0.7152252	4.629E-07
5	0.714961	0.7152249	0.71522524	-0.000821	-1.03E-06	1.196E-12	0.00026416	3.3111E-07	3.103888	3.1041906	1.145405	3.104191	1.196E-12	0.7152252	5.386E-13
6	0.715225	0.7152252	0.71522524	-1.028E-06	1.196E-12	0	3.3111E-07	-3.852E-13	3.104191	3.1043228	399.2654	3.104323	0	0.7152252	0

Ya que el error es 0 se puede afirmar que una raíz es: 0.71522524

b) $f(x) = 2x^4 + 6x^2 + 10$

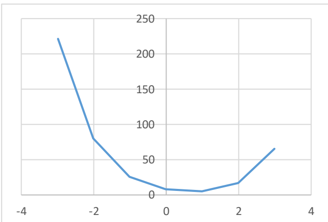
x	f(x)
-2	66
-1	18
0	10
1	18
2	66



NO TIENE RAICES REALAES

c) $f(x) = x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 8x + 8$

x	f(x)
-3	221
-2	80
-1	25
0	8
1	5
2	16
3	65



NO TIENE RAICES REALES

VI

EJERCICIOS PROPUESTOS

Desarrollar los ejercicios de la a al f.

VII

CUESTIONARIO

1. Indicar para que tipo de ejercicios podría utilizar el método de Müller.

VIII

BIBLIOGRAFÍA

[1] Curtis F. Gerald, Patrick O. Wheatley, Juan Carlos del Valle Sotelo. • Análisis Numérico Con Aplicaciones. Prentice Hall, 2000.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTIN

FACULTAD DE INGENIERÍA DE PRODUCCIÓN Y SERVICIOS

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

MAG. CHRISTIAN ALAIN REVILLA ARROYO
MAG. RICHART SMITH ESCOBEDO QUISPE

GUÍA DE LABORATORIO

MÉTODOS NUMÉRICOS
2017-B
SEMESTRE VI

COMPETENCIAS

- ✓ Aplica de forma transformadora conocimientos de matemática, computación e ingeniería como herramienta para evaluar, sintetizar y mostrar información como fundamento de sus ideas y perspectivas para la resolución de problemas

- ✓ Genera de forma responsable prototipos, experimentos y modelos, con el fin de analizar e interpretar información para la toma de decisiones fundamentadas y objetivas.

Laboratorio
5

Eliminación de Gauss

I
OBJETIVOS

- Objetivo 1. Conocer y analizar la eliminación de Gauss, ya que implica una combinación de ecuaciones para eliminar las incógnitas. Aunque éste es uno de los métodos más antiguos para resolver ecuaciones lineales simultáneas, continúa siendo uno de los algoritmos de mayor importancia, y es la base para resolver ecuaciones lineales en muchos paquetes de software populares.

II
TEMAS A TRATAR

- Tema 1. Eliminación de Gauss

III
MARCO TEÓRICO

En matemáticas, la eliminación de Gauss-Jordan, llamada así debido a Carl Friedrich Gauss y Wilhelm Jordan, es un algoritmo del álgebra lineal para determinar las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales, encontrar matrices e inversas.

Un sistema de ecuaciones se resuelve por el método de Gauss cuando se obtienen sus soluciones mediante la reducción del sistema dado a otro equivalente en el que cada ecuación tiene una incógnita menos que la anterior. El método de Gauss transforma la matriz de coeficientes en una matriz triangular superior.

El método de Gauss-Jordan continúa el proceso de transformación hasta obtener una matriz diagonal.

IV

ACTIVIDADES

a. Escriba en forma matricial el conjunto siguiente de ecuaciones:
$50 = 5x_3 + 2x_2$
$10 - x_1 = x_3$
$3x_2 + 8x_1 = 20$
Escriba la transpuesta de la matriz de coeficientes.

b. Se definen tres matrices como sigue

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 10 \\ 7 & 4 \end{bmatrix} \quad [B] = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0.5 & 2 \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

- ✓ Ejecute todas las multiplicaciones que sea posible calcular entre parejas de las matrices.
- ✓ Justificar por qué no se puede multiplicar a las demás parejas.
- ✓ Emplee los resultado del primer guión para ilustrar por qué es importante el orden de la multiplicación.

c. Use el método gráfico para resolver el sistema siguiente
$4x_1 - 8x_2 = -24$
$x_1 + 6x_2 = 34$

Compruebe el resultado por medio de sustituirlo en las ecuaciones.

d. Dadas las ecuaciones

$2x_1 - 6x_2 - x_3 = -38$
$-3x_1 - x_2 + 7x_3 = -34$
$-8x_1 + x_2 - 2x_3 = -20$

- ✓ Resuelva por eliminación de Gauss con pivoteo parcial. Efectúe todos los pasos del cálculo.
- ✓ Sustituya los resultados en las ecuaciones originales para comprobar sus respuestas.

e. Emplee la eliminación de Gauss-Jordan para resolver el sistema siguiente:

$2x_1 + x_2 - x_3 = 1$
$5x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -4$
$3x_1 + x_2 + x_3 = 5$

No utilice pivoteo. Compruebe sus respuestas con la sustitución
en las ecuaciones originales.

f. Resuelva el sistema

$$\begin{bmatrix} 3+2i & 4 \\ -i & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2+i \\ 3 \end{Bmatrix}$$

Rúbrica de evaluación

Orden			
Excelente: El trabajo maneja una estructura mejor a la solicitada	Bueno: El trabajo maneja una estructura definida y se ve un correcto orden	Regular: La entrega es deficiente, con conserva una estructura	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Aplicación de Temas			
Excelente: Sobrepasa las expectativas, cumple con los enseñado en clase y otros recursos adicionales	Bueno: Aplica todos los conceptos desarrollados en clase	Regular: Aplica los elementos solicitados de manera parcial	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Calidad del Contenido			
Excelente: Sobrepasa las expectativas	Bueno: Los contenidos desarrollados no se están resumidos.	Regular: Aplica los elementos solicitados de manera parcial y se o tiene congruencia lo puesto en el trabajo	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Creatividad			
Excelente: Sobrepasa las expectativas	Bueno: Cumple con los elementos necesarios con variedad en la presentación y usando correctamente los recursos	Regular: Cumple con los elementos necesarios con variedad en la presentación y uso poco variado los recursos	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Cumplimiento			
Excelente: Presenta el mismo día su práctica	Bueno: Entrega dentro de plazo establecido	Regular: Presenta fuera del plazo establecido	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0

V

EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio a. Se definen tres matrices como sigue

$$[A]=\begin{bmatrix}1 & 6\\ 3 & 10\\ 7 & 4\end{bmatrix} \quad [B]=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 0.5 & 2\end{bmatrix} \quad [C]=\begin{bmatrix}2 & -2\\ -3 & 1\end{bmatrix}$$

- ✓ Ejecute todas las multiplicaciones que sea posible calcular entre parejas de las matrices.
- ✓ Justificar por qué no se puede multiplicar a las demás parejas.
- ✓ Emplee los resultado del primer guión para ilustrar por qué es importante el orden de la multiplicación.

Solución

Se define las siguientes matrices

$$A=\begin{vmatrix}1 & 6\\ 3 & 10\\ 7 & 4\end{vmatrix} \quad B=\begin{vmatrix}1 & 3\\ 0.5 & 2\end{vmatrix} \quad C=\begin{vmatrix}2 & -2\\ -3 & 1\end{vmatrix}$$

a)Ejecute todas las multiplicaciones que se pueden lograr con estas matrices

Por Dimensiones se puede multiplicar AxB AxC BxC CxB

$$AxB=\begin{vmatrix}1 & 6\\ 3 & 10\\ 7 & 4\end{vmatrix} X \begin{vmatrix}1 & 3\\ 0.5 & 2\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}4 & 15\\ 8 & 29\\ 9 & 29\end{vmatrix}$$

$$AxC=\begin{vmatrix}1 & 6\\ 3 & 10\\ 7 & 4\end{vmatrix} X \begin{vmatrix}2 & -2\\ -3 & 1\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}-16 & 4\\ -24 & 4\\ 2 & -10\end{vmatrix}$$

$$BxC=\begin{vmatrix}1 & 3\\ 0.5 & 2\end{vmatrix} X \begin{vmatrix}2 & -2\\ -3 & 1\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}-7 & 1\\ -5 & 1\end{vmatrix}$$

$$CxB=\begin{vmatrix}2 & -2\\ -3 & 1\end{vmatrix} X \begin{vmatrix}1 & 3\\ 0.5 & 2\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}1 & 2\\ -2.5 & -7\end{vmatrix}$$

b) Porque no se puede multiplicar a las demas parejas

Porque las dimensiones (2do valor son diferentes

A=	3	2	BxA	2x2	3x2	Diferentes valores
B=	2	2	CxA	2x2	3x2	Diferentes valores
C=	2	2				

c)Por que es importante el orden de los resultados

Es importante porque el orden altera el resultado en caso de las matrices como se puede apreciar en el ejercicio 1. BxC es diferente a CxB

VI

EJERCICIOS PROPUESTOS

Desarrollar los ejercicios del a al f.

VII

CUESTIONARIO

1. Indicar que aplicaciones podría tener el uso del método de Eliminación de Gauss

VIII

BIBLIOGRAFÍA

[1] Curtis F. Gerald, Patrick O. Wheatley, Juan Carlos del Valle Sotelo. • Análisis Numérico Con Aplicaciones. Prentice Hall, 2000.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTIN

FACULTAD DE INGENIERÍA DE PRODUCCIÓN Y SERVICIOS

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

MAG. CHRISTIAN ALAIN REVILLA ARROYO
MAG. RICHART SMITH ESCOBEDO QUISPE

GUÍA DE LABORATORIO

MÉTODOS NUMÉRICOS
2017-B
SEMESTRE VI

COMPETENCIAS

- ✓ Aplica de forma transformadora conocimientos de matemática, computación e ingeniería como herramienta para evaluar, sintetizar y mostrar información como fundamento de sus ideas y perspectivas para la resolución de problemas

- ✓ Genera de forma responsable prototipos, experimentos y modelos, con el fin de analizar e interpretar información para la toma de decisiones fundamentadas y objetivas.

Laboratorio 6

Regresión por mínimos cuadrados

I OBJETIVOS

- Objetivo 1. Entender la estrategia más apropiada en tales casos consiste en obtener una función de aproximación que se ajuste a la forma o a la tendencia general de los datos, sin coincidir necesariamente en todos los puntos como la regresión por mínimos cuadrados.

II TEMAS A TRATAR

- Tema 1. Regresión por mínimos cuadrados

III MARCO TEÓRICO

El método de los mínimos cuadrados se utiliza para calcular la recta de regresión lineal que minimiza los residuos, esto es, las diferencias entre los valores reales y los estimados por la recta. Se revisa su fundamento y la forma de calcular los coeficientes de regresión con este método.

IV ACTIVIDADES

a. Dados los datos

8.8	9.5	9.8	9.4	10.0
9.4	10.1	9.2	11.3	9.4
10.0	10.4	7.9	10.4	9.8
9.8	9.5	8.9	8.8	10.6
10.1	9.5	9.6	10.2	8.9

Determine a) la media, b) la desviación estándar, c) la varianza, d) el coeficiente de variación, y e) el intervalo de confianza del 95% para la media.

b. Utilice la regresión por mínimos cuadrados para ajustar una línea recta a

x	0	2	4	6	9	11	12	15	17	19
y	5	6	7	6	9	8	7	10	12	12

Además de la pendiente y la intersección, calcule el error estándar de la estimación y el coeficiente de correlación. Haga una gráfica de los datos y la línea de regresión. Después repita el problema, pero ahora efectúe la regresión de x versus y, es decir, intercambie las variables. Interprete sus resultados.

c. Dados los datos

x	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
y	17	24	31	33	37	37	40	40	42	41

use regresión por mínimos cuadrados para ajustar a) una línea recta, b) una ecuación de potencias, c) una ecuación de tasa de crecimiento de saturación, y d) una parábola. Grafique los datos junto con todas las curvas. ¿Alguna de las curvas es superior a las demás? Si así fuera, justifíquelo.

d. Ajuste una ecuación cúbica a los datos siguientes:

x	3	4	5	7	8	9	11	12
y	1.6	3.6	4.4	3.4	2.2	2.8	3.8	4.6

Además de los coeficientes, determine r^2 y $S_{y/x}$.

e. Un objeto se suspende en un túnel de viento y se mide la fuerza para varios niveles de velocidad del viento. A continuación están tabulados los resultados. Use la regresión por mínimos cuadrados para ajustar una línea recta a estos datos.

v, m/s	10	20	30	40	50	60	70	80
F N	25	70	380	550	610	1 220	830	1 450

Rúbrica de evaluación

Orden			
Excelente: El trabajo maneja una estructura mejor a la solicitada	Bueno: El trabajo maneja una estructura definida y se ve un correcto orden	Regular: La entrega es deficiente, con conserva una estructura	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Aplicación de Temas			
Excelente: Sobrepasa las expectativas, cumple con los enseñado en clase y otros recursos adicionales	Bueno: Aplica todos los conceptos desarrollados en clase	Regular: Aplica los elementos solicitados de manera parcial	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Calidad del Contenido			
Excelente: Sobrepasa las expectativas	Bueno: Los contenidos desarrollados no se están resumidos.	Regular: Aplica los elementos solicitados de manera parcial y se o tiene congruencia lo puesto en el trabajo	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Creatividad			
Excelente: Sobrepasa las expectativas	Bueno: Cumple con los elementos necesarios con variedad en la presentación y usando correctamente los recursos	Regular: Cumple con los elementos necesarios con variedad en la presentación y uso poco variado los recursos	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Cumplimiento			
Excelente: Presenta el mismo día su práctica	Bueno: Entrega dentro de plazo establecido	Regular: Presenta fuera del plazo establecido	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0

V

EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio a. Dados los datos

8.8	9.5	9.8	9.4	10.0
9.4	10.1	9.2	11.3	9.4
10.0	10.4	7.9	10.4	9.8
9.8	9.5	8.9	8.8	10.6
10.1	9.5	9.6	10.2	8.9

Determine a) la media, b) la desviación estándar, c) la varianza, d) el coeficiente de variación, y e) el intervalo de confianza del 95% para la media.

Solución

Datos

8.8	9.5	9.8	9.4	10
9.4	10.1	9.2	11.3	9.4
10	10.4	7.9	10.4	9.8
9.8	9.5	8.9	8.8	10.6
10.1	9.5	9.6	10.2	8.9

Determine

a) La media

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n}$$

Sumatoria: 241.3
n: 25
La media es: 9.652

b) Desviacion estandar

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(xi-\mu)^2}{N-1}}$$

μ 9.652
N 25

Los valores de Xi - μ al cuadrado son:

0.725904	0.023104	0.021904	0.063504	0.121104
0.063504	0.200704	0.204304	2.715904	0.063504
0.121104	0.559504	3.069504	0.559504	0.021904
0.021904	0.023104	0.565504	0.725904	0.898704
0.200704	0.023104	0.002704	0.300304	0.565504

Sumatoria 11.8624
N-1 24
La desviacion estandar es: 0.70304101

c) La varianza

$$\sigma^2 = \frac{\sum(xi-\mu)^2}{N-1}$$

Como es igual a los datos anteriores solo reemplazamos
La varianza es: 0.494266667

d) Coeficiente de variacion

$$C.V. = \frac{S}{\bar{X}}$$

S es la desviación estandar = 0.49426667
X es el promedio = 9.652
El coeficiente de variacion es: 0.05120873

e) Intervalo de confianza del 95% para la media

$$\mu = \bar{X} \pm \frac{z\sigma}{\sqrt{n}}$$

X es el promedio 9.652
z es la distribucion de las medias En este caso %95 equivale 1.96
σ Es la desviacion estandar 0.70304101
n es la cantidad de elementos 25

Reemplazando los valores obtenemos que

$\mu^+ =$ 9.92759208
$\mu^- =$ 9.37640792

VI

EJERCICIOS PROPUESTOS

Desarrollar los ejercicios restantes del a al e.

VII

CUESTIONARIO

1. Indicar posibles aplicaciones al método de regresión de mínimos cuadrados.

VIII

BIBLIOGRAFÍA

[1] Curtis F. Gerald, Patrick O. Wheatley, Juan Carlos del Valle Sotelo. • Análisis Numérico Con Aplicaciones. Prentice Hall, 2000.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTIN

FACULTAD DE INGENIERÍA DE PRODUCCIÓN Y SERVICIOS
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

GUÍA DE LABORATORIO

MÉTODOS NUMÉRICOS
2017-B
SEMESTRE VI

MAG. CHRISTIAN ALAIN REVILLA ARROYO
MAG. RICHART SMITH ESCOBEDO QUISPE

COMPETENCIAS

- ✓ Aplica de forma transformadora conocimientos de matemática, computación e ingeniería como herramienta para evaluar, sintetizar y mostrar información como fundamento de sus ideas y perspectivas para la resolución de problemas
- ✓ Genera de forma responsable prototipos, experimentos y modelos, con el fin de analizar e interpretar información para la toma de decisiones fundamentadas y objetivas.

Laboratorio 7

Fórmulas de integración de Newton-Cotes

I OBJETIVOS

- Objetivo 1. Analizar y entender el uso de las fórmulas de Newton-Cotes que son los tipos de integración numérica más comunes. Se basan en la estrategia de reemplazar una función complicada o datos tabulados por un polinomio de aproximación que es fácil de integrar:

$$I = \int_a^b f(x)\, dx \cong \int_a^b f_n(x)\, dx$$

donde fn(x) = un polinomio de la forma

$$f_n(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$$

donde n es el grado del polinomio.

II TEMAS A TRATAR

- Tema 1. Fórmulas de integración de Newton-Cotes

III MARCO TEÓRICO

FÓRMULAS DE INTEGRACIÓN DE NEWTON COTES
Las fórmulas de Newton - Cotes son los tipos de integración numérica más comunes. Se basan en la estrategia de reemplazar una función complicada o datos tabulados por un polinomio de aproximación que es fácil de integrar:

$$I = \int_a^b f(x) \cdot dx \approx \int_a^b f_n(x) \cdot dx$$

donde fn(x) es un polinomio de la forma

$$f_n(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \cdots + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + a_n \cdot x^n$$

donde n es el grado del polinomio. Por ejemplo, en la Figura 1 se utiliza un polinomio de primer grado como una aproximación, mientras que en la Figura 2, se emplea una parábola con el mismo propósito.

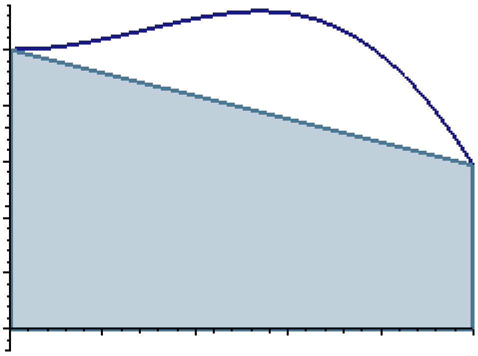


Figura 1

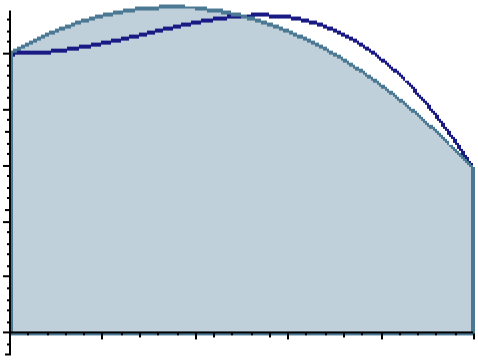


Figura 2

La integral también se puede aproximar usando un conjunto de polinomios aplicados por pedazos a la función o datos, sobre segmentos de longitud constante. Así, en la Figura 3, se usan tres segmentos de línea recta para aproximar la integral.

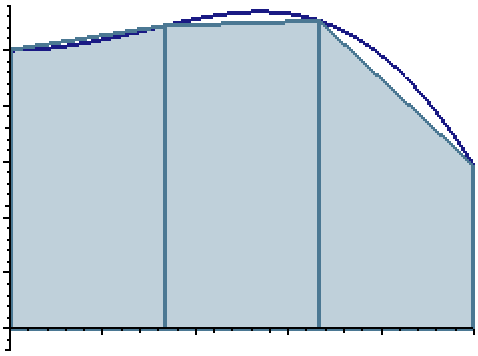


Figura 3

Existen formas cerradas y abiertas de las fórmulas de Newton - Cotes. En esta sección sólo se analizarán las formas cerradas. En ellas, se conocen los datos al inicio y al final de los límites de integración.

IV

ACTIVIDADES

a. Evalúe la integral siguiente:

$$\int_0^{\pi/2} (6+3\cos x)\,dx$$

a) en forma analítica; b) con una sola aplicación de la regla del trapecio; c) con aplicación múltiple de la regla del trapecio, con n = 2 y 4; d) con una sola aplicación de la regla de Simpson 1/3; e) con aplicación múltiple de la regla de Simpson 1/3, con n = 4; f) con una sola aplicación de la regla de Simpson 3/8; y g) con aplicación múltiple de la regla de Simpson, con n = 5. Para cada una de las estimaciones numéricas de los incisos b) a g), determine el error relativo porcentual con base en el inciso a).

b. Integre la función siguiente en forma analítica y con el empleo de la regla del trapecio, con n = 1, 2, 3 y 4:

$$\int_1^2 (x+2/x)^2\,dx$$

c. Evalúe la integral de los datos tabulados a continuación, con a) la regla del trapecio, y b) las reglas de Simpson:

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$f(x)$	1	8	4	3.5	5	1

d. Desarrolle un programa de computadora amigable para el usuario para la aplicación múltiple de la regla del trapecio, con base en la figura siguiente.

***a)* Un solo segmento**

```
FUNCTION Trap (h, f0, f1)
  Trap = h * (f0 + f1)/2
END Trap
```

***b)* Segmentos múltiples**

```
FUNCTION Trapm (h, n, f)
  sum = f0
  DOFOR i = 1, n − 1
    sum = sum + 2 * fi
  END DO
  sum = sum + fn
  Trapm = h * sum/2
END Trapm
```

e. Determine la distancia recorrida para los datos siguientes:

t, min	1	2	3.25	4.5	6	7	8	9	9.5	10
v, m/s	5	6	5.5	7	8.5	8	6	7	7	5

a) Use la regla del trapecio, b) la mejor combinación de las reglas del trapecio y de Simpson, y c) la integración analítica de polinomios de segundo y tercer orden, determinados por regresión.

Rúbrica de evaluación

Orden			
Excelente: El trabajo maneja una estructura mejor a la solicitada	Bueno: El trabajo maneja una estructura definida y se ve un correcto orden	Regular: La entrega es deficiente, con conserva una estructura	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Aplicación de Temas			
Excelente: Sobrepasa las expectativas, cumple con los enseñado en clase y otros recursos adicionales	Bueno: Aplica todos los conceptos desarrollados en clase	Regular: Aplica los elementos solicitados de manera parcial	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Calidad del Contenido			
Excelente: Sobrepasa las expectativas	Bueno: Los contenidos desarrollados no se están resumidos.	Regular: Aplica los elementos solicitados de manera parcial y se o tiene congruencia lo puesto en el trabajo	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Creatividad			
Excelente: Sobrepasa las expectativas	Bueno: Cumple con los elementos necesarios con variedad en la presentación y usando correctamente los recursos	Regular: Cumple con los elementos necesarios con variedad en la presentación y uso poco variado los recursos	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Cumplimiento			
Excelente: Presenta el mismo día su práctica	Bueno: Entrega dentro de plazo establecido	Regular: Presenta fuera del plazo establecido	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0

V

EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio a. Evalúe la integral siguiente:

$$\int_0^{\pi/2} (6+3\cos x)\,dx$$

a) en forma analítica; b) con una sola aplicación de la regla del trapecio; c) con aplicación múltiple de la regla del trapecio, con n = 2 y 4; d) con una sola aplicación de la regla de Simpson 1/3; e) con aplicación múltiple de la regla de Simpson 1/3, con n = 4; f) con una sola aplicación de la regla de Simpson 3/8; y g) con aplicación múltiple de la regla de Simpson, con n = 5. Para cada una de las estimaciones numéricas de los incisos b) a g), determine el error relativo porcentual con base en el inciso a).

Solución

Evalue

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (6+3\ \cos x)\,dx$$

a) Forma Analítica

Integrando esa función sería: $[6x+3senx]_0^{\pi/2}$

pi/2= 1.57079633

Reemplazando

x= 1.57079633 y= 12.42477796

x= 0 y= 0

Entonces la integral es : 12.424778 (VALOR REAL DE LA INTEGRACION)

b) Trapecio 1 aplicación

$$I = (b-a)\frac{f(a)+f(b)}{2}$$

a= 0 b= 1.57079633 f(a)= 9 f(b)= 6

Reemplazando

I= 11.7809725 Con un error de : 0.64380551 Er= 5.18162588

c) Una aplicación multiple del trapecio con n=2 y 4

n=	x0=	x1=	x2=	
2	0	0.78539816	1.57079633	
	f(x0)	f(x1)	f(x2)	SUMA
	9	8.12132034	6	31.24264069

h= 1.57079633

I= 12.2689563 Con un error de : 0.155821653 Er= 1.25412022

n=	x0=	x1=	x2=	x0=	x1=	
4	0	0.39269908	0.78539816	1.178097245	1.57079633	
	f(x0)	f(x1)	f(x2)	f(x0)	f(x1)	SUMA
	9	8.7716386	8.12132034	7.148050297	6	63.08201848

h= 1.57079633

I= 12.3861254 Con un error de : 0.038652597 Er= 0.31109286

d) Regla 1 aplicación de Simpson

n=	x0=	x1=	x2=	
2	0	0.78539816	1.57079633	
	f(x0)	f(x1)	f(x2)	
	9	8.12132034	6	47.48528137

h= 1.57079633

I= 12.4316176 Con un error de : -0.00683963 Er= 0.05504833

e) Regla de Simpson 1/3 n= 4

n=	x0=	x1=	x2=	x3=	x4=	
4	0	0.39269908	0.78539816	1.178097245	1.57079633	
	f(x0)	f(x1)	f(x2)	f(x0)	f(x1)	SUMA
	9	8.7716386	8.12132034	7.148050297	6	94.92139627

h= 1.57079633

I= 12.4251817 Con un error de : -0.00040375 Er= 0.00324959

f) Regla de Simpson 3/8

n=	x0=	x1=	x2=	x3=	
3	0	0.52359878	1.04719755	1.570796327	
	f(x0)	f(x1)	f(x2)	f(x2)	
	9	8.59807621	7.5	6	63.2942286

h= 1.57079633

I= 12.4277927 Con un error de : -0.00301477 Er= 0.02426418

g) Regla de Simspson n= 5

n=	x0=	x1=	x2=	x3=	x4=	x5=
5	0	0.31415927	0.62831853	0.942477796	1.25663706	1.570796327
	f(x0)	f(x1)	f(x2)	f(x0)	f(x1)	f(x1)
	9	8.85316955	8.42705098	7.763355757	6.92705098	6
	Simpson 1/3					
			Simpson 3/8			

I S1/3= 5.5333635

I S3/8= 6.89166521

I= 12.4250287 Con un error de : -0.00025075 Er= 0.00201818

VI

EJERCICIOS PROPUESTOS

Desarrollar el resto de ejercicios del a al e.

VII

CUESTIONARIO

1. Indicar las posibles aplicaciones de Fórmulas De Integración De Newton-Cotes .

VIII

BIBLIOGRAFÍA

[1] Curtis F. Gerald, Patrick O. Wheatley, Juan Carlos del Valle Sotelo. • Análisis Numérico Con Aplicaciones. Prentice Hall, 2000.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTIN

FACULTAD DE INGENIERÍA DE PRODUCCIÓN Y SERVICIOS

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

MAG. CHRISTIAN ALAIN REVILLA ARROYO
MAG. RICHART SMITH ESCOBEDO QUISPE

GUÍA DE LABORATORIO

MÉTODOS NUMÉRICOS
2017-B
SEMESTRE VI

COMPETENCIAS

- ✓ Aplica de forma transformadora conocimientos de matemática, computación e ingeniería como herramienta para evaluar, sintetizar y mostrar información como fundamento de sus ideas y perspectivas para la resolución de problemas

- ✓ Genera de forma responsable prototipos, experimentos y modelos, con el fin de analizar e interpretar información para la toma de decisiones fundamentadas y objetivas.

Laboratorio

8

Métodos de Runge-Kutta

I

OBJETIVOS

- Objetivo 1. Analizar y comprender posibles soluciones a problemas basado en la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias de la forma

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y)$$

II

TEMAS A TRATAR

- Tema 1. Métodos de Runge-Kutta

III

MARCO TEÓRICO

En esta sección nos limitamos a describir uno de los métodos de tipo Runge-Kutta más utilizados en la práctica y cuyo orden de convergencia es 4 (lo que equivaldría a utilizar un método basado en el desarrollo de Taylor hasta h^4). Este método suele denominarse método de Runge-Kutta clásico. El método se describe como sigue:

$$\boxed{\begin{array}{l} y_0 = y(a) \\ \\ \text{para } \ \text{k} = 0, 1, ... \\ y_{k+1} = y_k + \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \end{array}}$$

donde las cantidades K_i se calculan de forma sucesiva como sigue:

$$\boxed{\begin{array}{l} K_1 = f(x_k, y_k) \\ \downarrow \\ K_2 = f\left(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{h}{2}K_1\right) \\ \downarrow \\ K_3 = f\left(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{h}{2}K_2\right) \\ \downarrow \\ K_4 = f(x_k + h, y_k + hK_3) \end{array}}$$

IV

ACTIVIDADES

a. Resuelva en forma analítica el problema de valores iniciales siguiente, en el intervalo de x = 0 a 2:

$$\frac{dy}{dx} = yx^2 - 1.1y$$

donde y(0) = 1. Grafique la solución.

b. Utilice el método de Euler con h = 0.5 y 0.25, para resolver el problema anterior. Grafique los resultados en la misma gráfica para comparar en forma visual la exactitud de los dos tamaños de paso.

c. Solucione en forma numérica el problema siguiente, de t = 0 a 3:

$$\frac{dy}{dt} = -y + t^2 \qquad y(0) = 1$$

Utilice el método de RK de tercer orden, con un tamaño de paso de 0.5.

d. Use los métodos de a) Euler, y b) RK de cuarto orden, para resolver:

$$\frac{dy}{dx} = -2y + 4e^{-x}$$

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{yz^2}{3}$$

en el rango de x = 0 a 1, con un tamaño de paso de 0.2, con y(0) = 2, y z(0) = 4.

e. Realice un programa de computadora amistoso para el usuario para sistemas de ecuaciones, con el empleo del método de RK de cuarto orden..

Rúbrica de evaluación

Orden			
Excelente: El trabajo maneja una estructura mejor a la solicitada	Bueno: El trabajo maneja una estructura definida y se ve un correcto orden	Regular: La entrega es deficiente, con conserva una estructura	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Aplicación de Temas			
Excelente: Sobrepasa las expectativas, cumple con los enseñado en clase y otros recursos adicionales	Bueno: Aplica todos los conceptos desarrollados en clase	Regular: Aplica los elementos solicitados de manera parcial	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Calidad del Contenido			
Excelente: Sobrepasa las expectativas	Bueno: Los contenidos desarrollados no se están resumidos.	Regular: Aplica los elementos solicitados de manera parcial y se o tiene congruencia lo puesto en el trabajo	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Creatividad			
Excelente: Sobrepasa las expectativas	Bueno: Cumple con los elementos necesarios con variedad en la presentación y usando correctamente los recursos	Regular: Cumple con los elementos necesarios con variedad en la presentación y uso poco variado los recursos	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Cumplimiento			
Excelente: Presenta el mismo día su práctica	Bueno: Entrega dentro de plazo establecido	Regular: Presenta fuera del plazo establecido	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0

V

EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio a. Resuelva en forma analítica el problema de valores iniciales siguiente, en el intervalo de x = 0 a 2:

$$\frac{dy}{dx} = yx^2 - 1.1y$$

donde y(0) = 1. Grafique la solución.

Solución

y(0)= 1

Grafique

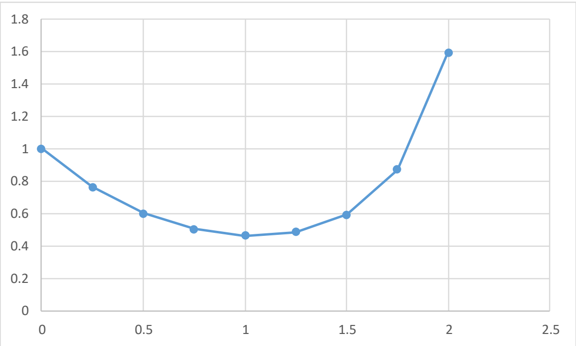
$$\frac{dy}{dx} = yx^2 - 1.1y$$

$$\ln y = \frac{x^3}{3} - 1.1x$$

$$y = e^{\left(\frac{x^3}{3} - 1.1x\right)}$$

x	y
0	1
0.25	0.76353855
0.5	0.60149724
0.75	0.50440538
1	0.46455902
1.25	0.48482934
1.5	0.59155536
1.75	0.87062697
2	1.59466976

x	y
0	1
0.5	0.60149724
1	0.46455902
1.5	0.59155536
2	1.59466976



Ejercicio b. Utilice el método de Euler con h = 0.5 y 0.25, para resolver el problema anterior. Grafique los resultados en la misma gráfica para comparar en forma visual la exactitud de los dos tamaños de paso.

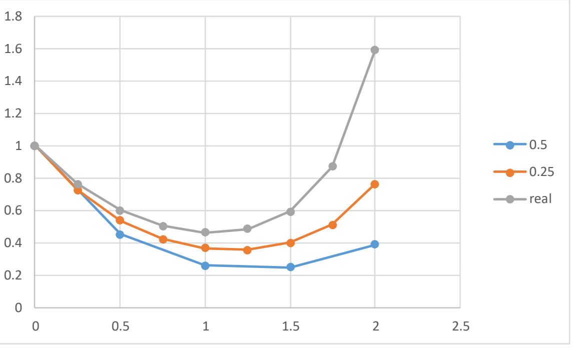
Solución

Utilize Euler h= 0.5 0.25 Del ejercicio 1 $\frac{dy}{dx} = yx^2 - 1.1y$

y(0)= 1

h=0.5			
x	y	Real	Error
0	1	1	0
0.5	0.45	0.60149724	0.15149724
1	0.25875	0.46455902	0.20580902
1.5	0.2458125	0.59155536	0.34574286
2	0.38715469	1.59466976	1.20751507

h=0.25			
x	y	Real	Error
0	1	1	0
0.25	0.725	0.76353855	0.03853855
0.5	0.53695313	0.60149724	0.06454411
0.75	0.42285059	0.50440538	0.0815548
1	0.36603004	0.46455902	0.09852898
1.25	0.35687929	0.48482934	0.12795005
1.5	0.39814346	0.59155536	0.19341191
1.75	0.5126097	0.87062697	0.35801728
2	0.76410883	1.59466976	0.83056093



VI

EJERCICIOS PROPUESTOS

Desarrollar los ejercicios faltantes del a al e.

VII

CUESTIONARIO

1. Mencionar 3 aplicaciones en las que podría usar el método de Runge-Kutta.

VIII

BIBLIOGRAFÍA

[1] Curtis F. Gerald, Patrick O. Wheatley, Juan Carlos del Valle Sotelo. • Análisis Numérico Con Aplicaciones. Prentice Hall, 2000.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTIN

FACULTAD DE INGENIERÍA DE PRODUCCIÓN Y SERVICIOS

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

MAG. CHRISTIAN ALAIN REVILLA ARROYO

MAG. RICHART SMITH ESCOBEDO QUISPE

GUÍA DE LABORATORIO

MÉTODOS NUMÉRICOS

2017-B

SEMESTRE VI

COMPETENCIAS

- ✓ Aplica de forma transformadora conocimientos de matemática, computación e ingeniería como herramienta para evaluar, sintetizar y mostrar información como fundamento de sus ideas y perspectivas para la resolución de problemas

- ✓ Genera de forma responsable prototipos, experimentos y modelos, con el fin de analizar e interpretar información para la toma de decisiones fundamentadas y objetivas.

Laboratorio

9

Métodos de Runge-Kutta (Repaso)

I

OBJETIVOS

- Objetivo 1. Reforzar los conocimientos para el análisis y comprensión de posibles soluciones a problemas basado en la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias de la forma

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

II

TEMAS A TRATAR

- Tema 1. Métodos de Runge-Kutta (Repaso)

III

MARCO TEÓRICO

En esta sección nos limitamos a describir uno de los métodos de tipo Runge-Kutta más utilizados en la práctica y cuyo orden de convergencia es 4 (lo que equivaldría a utilizar un método basado en el desarrollo de Taylor hasta h^4). Este método suele denominarse método de Runge-Kutta clásico. El método se describe como sigue:

$$y_0 = y(a)$$

$$\text{para } \ k = 0, 1, \ldots.$$

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)$$

donde las cantidades K_i se calculan de forma sucesiva como sigue:

Mag. Christian Alain Revilla Arroyo
Mag. Richart Smith Escobedo Quispe

$$K_1 = f\left(x_k, y_k\right)$$
$$\downarrow$$
$$K_2 = f\left(x_k + \tfrac{h}{2}, y_k + \tfrac{h}{2}K_1\right)$$
$$\downarrow$$
$$K_3 = f\left(x_k + \tfrac{h}{2}, y_k + \tfrac{h}{2}K_2\right)$$
$$\downarrow$$
$$K_4 = f\left(x_k + h, y_k + hK_3\right)$$

IV

ACTIVIDADES

a. Resuelva el problema siguiente con el método de RK de cuarto orden:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 0.6\frac{dy}{dx} + 8y = 0$$

donde y(0) = 4 y y'(0) = 0. Resuelva de x = 0 a 5 con h = 0.5. Grafique sus resultados.

b. Desarrolle un programa de computadora amistoso para el usuario para el método clásico de RK de cuarto orden.

Rúbrica de evaluación

Orden			
Excelente: El trabajo maneja una estructura mejor a la solicitada	Bueno: El trabajo maneja una estructura definida y se ve un correcto orden	Regular: La entrega es deficiente, con conserva una estructura	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Aplicación de Temas			
Excelente: Sobrepasa las expectativas, cumple con los enseñado en clase y otros recursos adicionales	Bueno: Aplica todos los conceptos desarrollados en clase	Regular: Aplica los elementos solicitados de manera parcial	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Calidad del Contenido			
Excelente: Sobrepasa las expectativas	Bueno: Los contenidos desarrollados no se están resumidos.	Regular: Aplica los elementos solicitados de manera parcial y se o tiene congruencia lo puesto en el trabajo	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Creatividad			
Excelente: Sobrepasa las expectativas	Bueno: Cumple con los elementos necesarios con variedad en la presentación y usando correctamente los recursos	Regular: Cumple con los elementos necesarios con variedad en la presentación y uso poco variado los recursos	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0
Cumplimiento			
Excelente: Presenta el mismo día su práctica	Bueno: Entrega dentro de plazo establecido	Regular: Presenta fuera del plazo establecido	Deficiente: No presenta la tareas propuesta
4	3	2	0

V

EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio a. Resuelva el problema siguiente con el método de RK de cuarto orden:

$$\frac{d^2y}{dx^2}+0.6\frac{dy}{dx}+8y=0$$

donde y(0) = 4 y y’(0) = 0. Resuelva de x = 0 a 5 con h = 0.5. Grafique sus resultados.

$$\frac{d^2y}{dx^2}+0.6\frac{dy}{dx}+8y=0$$

=> y''+0,6*y'+8y=0

Ecuacion diferencial de orden superior con rk cuanrto orden

y' = u
u'= -0,6*y'-8*y

y(0)=4 y(0)'=0

x= 0 a 5 h=0,5

de iteracion : **10**

	x	y	y'
0	0	4	0
1	0.5	1.03666667	-9.28866667
2	1	-2.42755957	-3.19688815
3	1.5	-1.55710591	5.3654491
4	2	1.15388343	4.07194497
5	2.5	1.48101498	-2.33337736
6	3	-0.29348167	-3.63751042
7	3.5	-1.13192385	0.37230982
8	4	-0.18528625	2.66016372
9	4.5	0.72414792	0.65639055
10	5	0.37820603	-1.62579623

$y=y_0+(h/6)*(m_1+2m_2+2m_3+m_4)$		=	1.03666667
$u=u_0+(h/6)*(k_1+2k_2+2k_3+k_4)$		=	-9.28866667
m_1	0	k_1	-32
m_2	-8	k_2	-27.2
m_3	-6.8	k_3	-11.92
m_4	-5.96	k_4	-1.224

$y=y_0+(h/6)*(m_1+2m_2+2m_3+m_4)$		=	-1.13192385
$u=u_0+(h/6)*(k_1+2k_2+2k_3+k_4)$		=	0.37230982
m_1	-3.63751042	k_1	4.53035965
m_2	-2.50492051	k_2	11.1258265
m_3	-0.85605379	k_3	7.87132669
m_4	0.29815292	k_4	5.59317678

$y=y_0+(h/6)*(m_1+2m_2+2m_3+m_4)$		=	-2.42755957
$u=u_0+(h/6)*(k_1+2k_2+2k_3+k_4)$		=	-3.19688815
m_1	-9.28866667	k_1	-2.72013333
m_2	-9.9687	k_2	16.26522
m_3	-5.22236167	k_3	14.7774837
m_4	-1.89992483	k_4	13.7360682

$y=y_0+(h/6)*(m_1+2m_2+2m_3+m_4)$		=	-0.18528625
$u=u_0+(h/6)*(k_1+2k_2+2k_3+k_4)$		=	2.66016372
m_1	0.37230982	k_1	8.8320049
m_2	2.58031104	k_2	6.76258452
m_3	2.06295595	k_3	2.65699513
m_4	1.70080738	k_4	-0.21691744

$y=y_0+(h/6)*(m_1+2m_2+2m_3+m_4)$		=	1.48101498
$u=u_0+(h/6)*(k_1+2k_2+2k_3+k_4)$		=	-2.33337736
m_1	4.07194497	k_1	-11.6742344
m_2	1.15338635	k_2	-18.0669892
m_3	-0.44480234	k_3	-11.2709588
m_4	-1.56353442	k_4	-6.51373747

$y=y_0+(h/6)*(m_1+2m_2+2m_3+m_4)$		=	-1.55710591
$u=u_0+(h/6)*(k_1+2k_2+2k_3+k_4)$		=	5.3654491
m_1	-3.19688815	k_1	21.3386094
m_2	2.13776421	k_2	24.5315943
m_3	2.93601043	k_3	13.3833419
m_4	3.49478279	k_4	5.57956515

$y=y_0+(h/6)*(m_1+2m_2+2m_3+m_4)$		=	0.72414792
$u=u_0+(h/6)*(k_1+2k_2+2k_3+k_4)$		=	0.65639055
m_1	2.66016372	k_1	-0.11380823
m_2	2.63171166	k_2	-5.41706443
m_3	1.30589761	k_3	-4.56467189
m_4	0.37782777	k_4	-3.9679971

$y=y_0+(h/6)*(m_1+2m_2+2m_3+m_4)$		=	-0.29348167
$u=u_0+(h/6)*(k_1+2k_2+2k_3+k_4)$		=	-3.63751042
m_1	-2.33337736	k_1	-10.4480934
m_2	-4.94540072	k_2	-4.21412471
m_3	-3.38690854	k_3	0.0748267
m_4	-2.29596401	k_4	3.07709269

$y=y_0+(h/6)*(m_1+2m_2+2m_3+m_4)$		=	1.15388343
$u=u_0+(h/6)*(k_1+2k_2+2k_3+k_4)$		=	4.07194497
m_1	5.3654491	k_1	9.23757781
m_2	7.67484355	k_2	-2.87895707
m_3	4.64570983	k_3	-5.68026574
m_4	2.52531623	k_4	-7.64118181

$y=y_0+(h/6)*(m_1+2m_2+2m_3+m_4)$		=	0.37820603
$u=u_0+(h/6)*(k_1+2k_2+2k_3+k_4)$		=	-1.62579623
m_1	0.65639055	k_1	-6.18701768
m_2	-0.89036387	k_2	-6.57174614
m_3	-0.98654598	k_3	-3.42052803
m_4	-1.05387346	k_4	-1.21467535

VI

EJERCICIOS PROPUESTOS

Desarrollar los ejercicios faltantes del a y el b.

VII

CUESTIONARIO

1. Mencionar que ventaja sobre otro método tendría Runge-Kutta.

VIII

BIBLIOGRAFÍA

[1] Curtis F. Gerald, Patrick O. Wheatley, Juan Carlos del Valle Sotelo. • Análisis Numérico Con Aplicaciones. Prentice Hall, 2000.