

## **Analyse micro-macro d'essais de cisaillement à la boîte de Casagrande. Expérimentation et simulation par éléments discrets 3D**

**Vincent Richefeu, Robert Peyroux, Moulay Saïd El Youssofi & Claude Bohatier**

*Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, UMR UM2-CNRS 5508  
Université Montpellier 2, CC048, Place Eugene Bataillon  
34095 Montpellier cedex 05  
richefeu@lmgc.univ-montp2.fr*

### **Résumé :**

*Le comportement macroscopique de matériaux granulaires cohésifs est étudié par une modélisation numérique 3D en éléments discrets. La confrontation entre résultats macroscopiques de simulations et d'expérimentations, sur des billes de verre dans un essai de cisaillement direct, est présentée. La simulation permet également l'analyse d'informations locales telles que le réseau de forces, l'orientation des contacts, et le champ de déplacement des grains.*

### **Abstract :**

*The macroscopic behavior of cohesive granular materials is studied using a 3D numerical modelling by discrete elements. We present a comparison between macroscopic results of simulations and experiments, on glass beads in a direct shear test. Simulations allow us to analyse local informations such as the forces network, the contacts orientation, and the grains displacements field.*

### **Mots-clefs :**

**Matériaux granulaires, simulations 3D, éléments discrets, cisaillement direct**

## **1 Introduction**

Les sols sont constitués de particules solides en interaction de contact, de frottement, de cohésion... Leur comportement est en général modélisé par des approches basées sur l'hypothèse de continuité de la matière par prise de moyennes à l'échelle d'un volume élémentaire représentatif. Ces approches ont fait leur preuve et trouvent des applications en ingénierie (dimensionnement de fondations, de barrages...), mais ne permettent pas d'appréhender les processus mis en jeu à l'échelle des grains. Les approches en éléments discrets, décrivant un matériau granulaire à l'échelle des grains, offrent ainsi la possibilité d'analyser et de modéliser les phénomènes intervenant à cette échelle. L'utilisation de ces approches trouve également un intérêt dans les applications mettant en œuvre des grandes déformations (scarification des sols, avalanches...), domaine où les méthodes continues sont parfois mises en défaut.

L'objectif de ce travail est d'établir des comparaisons entre simulations numériques 3D et résultats expérimentaux en travaillant sur des échantillons réels et virtuels aussi similaires que possible. A cette fin, des expériences de cisaillement à la boîte de Casagrande [1] ont été réalisées sur des billes de verre. Les simulations numériques visent à retrouver les comportements macroscopiques observés en introduisant des modèles d'interaction entre grains déduits de l'expérience. Enfin, ces simulations donnent accès aux réseaux de contact, de forces et de déplacements à l'échelle microscopique. Ceci permet en particulier d'analyser ces réseaux dans le détail et de mettre en évidence leurs traits caractéristiques.

## 2 Présentation des essais

### 2.1 Principe de l'essai de cisaillement à la boîte de Casagrande

Cet essai consiste à soumettre un échantillon cylindrique à une sollicitation de cisaillement selon un plan prédéterminé. La boîte de Casagrande utilisée dans cette étude est schématisée sur la Figure 1.

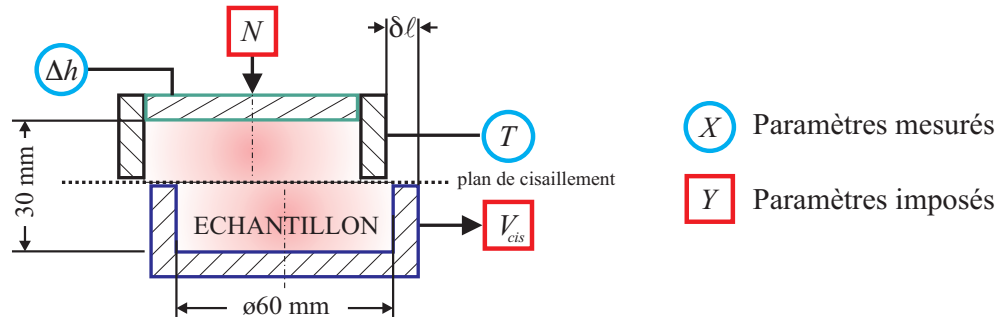


FIG. 1 – Principe de l'essai de cisaillement et géométrie de la boîte de Casagrande.

L'échantillon est comprimé dans la boîte par l'intermédiaire d'une force  $N$  normale au plan de cisaillement. La partie inférieure de la boîte subit ensuite un mouvement de translation horizontale à vitesse constante  $V_{cis}$ . La force  $T$  de résistance au cisaillement ainsi que la variation  $\Delta h$  de la hauteur de l'échantillon sont mesurées au cours de l'essai.

La contrainte moyenne de résistance au cisaillement est donnée par  $\tau = T/S$ , et la contrainte normale est donnée par  $\sigma = N/S$ ,  $S$  étant la section de l'échantillon. Les changements de volume en contraction ou en dilatation sont déduits de la variation de hauteur de l'échantillon.

Une série d'essais à différentes contraintes normales permet d'évaluer les paramètres de l'enveloppe de résistance au cisaillement. Cette enveloppe peut être approchée par l'expression linéaire de la loi de Mohr-Coulomb :

$$\tau = \tan(\varphi)\sigma + C \quad (1)$$

où  $C$  est la cohésion macroscopique et  $\varphi$  l'angle de frottement interne.

### 2.2 Matériaux utilisés

Les matériaux utilisés dans nos essais sont constitués d'environ 3600 billes de verre de  $3,0 \pm 0,1$  mm de diamètre. On y incorpore de l'eau pour assurer une certaine cohésion. Nous avons testé quatre teneurs en eau correspondant à des degrés de saturation de 0%, 5,9%, 11,8% et de 100%.

L'échantillon réalisé a une compacité  $c$  (fraction volumique solide) de  $0,60 \pm 0,01$ , valeur obtenue en insérant la quantité nécessaire de billes dans la boîte. On comprime ensuite l'échantillon par l'intermédiaire de la paroi supérieure jusqu'à obtention du volume désiré. Les essais sont effectués avec des valeurs de contrainte normale de 50, 86, 120 et 155 kPa.

### 3 Modélisation numérique

#### 3.1 Méthode

On utilise un code de calcul tridimensionnel en éléments discrets basé sur la méthode de dynamique moléculaire. Les détails sur cette méthode peuvent être trouvés dans de nombreuses références de la littérature [2, 3, 4]. Un programme de post-traitement, et en particulier de visualisation 3D, a également été mis au point.

L'approche en éléments discrets met en œuvre des forces d'interaction entre les éléments de type attraction-répulsion pour la composante normale au contact, et de type frottement pour la composante tangentielle.

#### 3.2 Préparation des échantillons numériques

Les paramètres de la loi d'interaction sont choisis de la manière suivante. La raideur normale de répulsion (paramètre essentiellement numérique) est choisie égale à  $10^6$  N/m. Les coefficients de frottement bille/bille et bille/paroi, déduits de mesures expérimentales, sont respectivement pris égaux à 0,3 et 0,15. Enfin, le pas de temps retenu pour les simulations est égal à  $10^{-6}$  seconde.

Nous avons construit des échantillons numériques de 3614 billes en respectant des fractions granulaires de l'échantillon réel :

Diamètre	2,92 mm	2,96 mm	3,00 mm	3,04 mm	3,08 mm
Fraction	9,6%	19,2%	47,9%	19,2%	4,1%

L'état initial de l'échantillon est obtenu par une phase de sédimentation (dépot sous gravité, Figure 2a, 2b et 2c) suivie d'une phase de compression sous la force normale  $N$  permettant d'atteindre une compacité de 0,58 (Figure 2d).

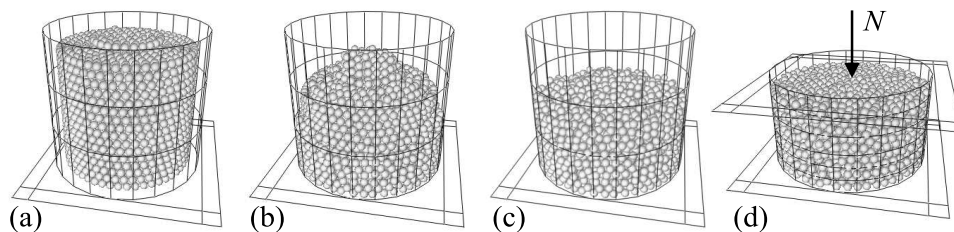


FIG. 2 – Réalisation d'un échantillon numérique par sédimentation et compaction.

Afin d'obtenir la compacité désirée avec une bonne précision, l'échantillon est densifié en appliquant la force normale  $N$  sur le plateau supérieur tout en diminuant le coefficient de frottement entre les billes. Lorsque la compacité visée est atteinte, le coefficient de frottement est remis à sa valeur réelle.

Cette procédure a été utilisée pour préparer quatre échantillons numériques ayant respectivement des compacités de 0,590, de 0,595, de 0,600 et de 0,605. Ces compacités ont été choisies

pour tenir compte de l'incertitude sur la valeur de la compacité mesurée sur les échantillons réels.

Les conditions aux limites ainsi que le chargement sont choisis de façon à reproduire au mieux les conditions de l'essai réel.

#### 4 Comparaison des résultats expérimentaux et numériques

Les essais expérimentaux permettent de déterminer la cohésion macroscopique et l'angle de frottement interne pour les différents degrés de saturation. On obtient des valeurs de cohésion macroscopique quasiment nulles et des valeurs d'angle de frottement interne de l'ordre de 30 degrés. L'influence de l'eau n'étant pas significative, les essais numériques sont effectués sans cohésion.

##### 4.1 Analyse des résultats macroscopiques

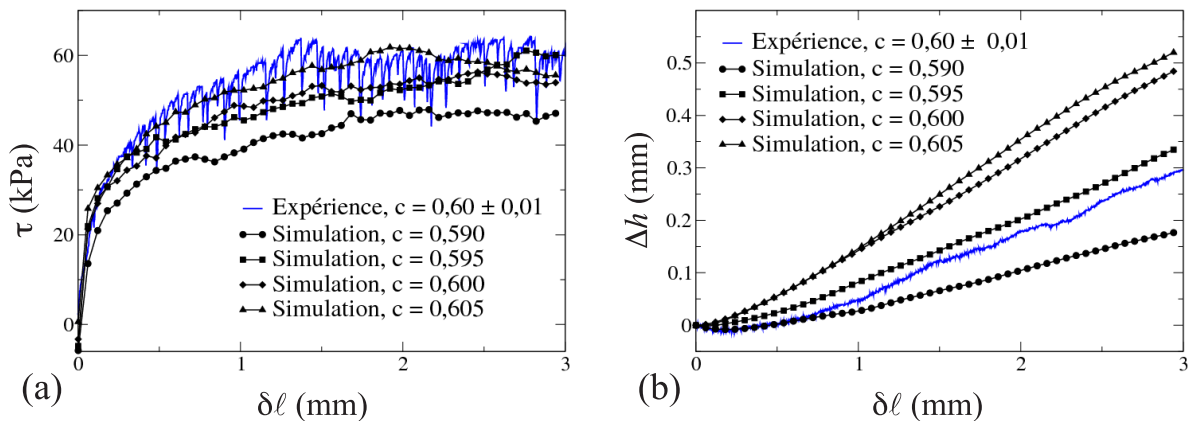


FIG. 3 – Courbes numériques de cisaillement pour différentes compacités initiales ( $\sigma = 120$  kPa). Comparaison aux courbes expérimentales.

La Figure 3a montre les courbes de résistance au cisaillement obtenues numériquement sur les échantillons de compacités différentes. Les résultats numériques et expérimentaux sont en concordance aussi bien qualitative que quantitative. En particulier, la simulation utilisant l'échantillon de compacité 0,605 donne les contraintes de cisaillement qui se rapprochent le plus de celles issues des mesures expérimentales.

La Figure 3b montre les variations de volume de l'échantillon. Les résultats numériques reflètent correctement ce qui se passe expérimentalement bien que la phase initiale de contraction soit inexistante pour les échantillons les plus denses. L'état de compaction initiale de l'échantillon détermine donc grandement l'évolution de son volume. En effet, une variation extrêmement faible de la compacité initiale peut modifier de façon significative le comportement du matériau.

## 4.2 Etude des champs locaux

On analyse, dans cette section, la distribution des forces de contact et le champ de déplacement des grains qui sont des données rendues disponibles par les simulations numériques.

### 4.2.1 Réseau de forces de contact

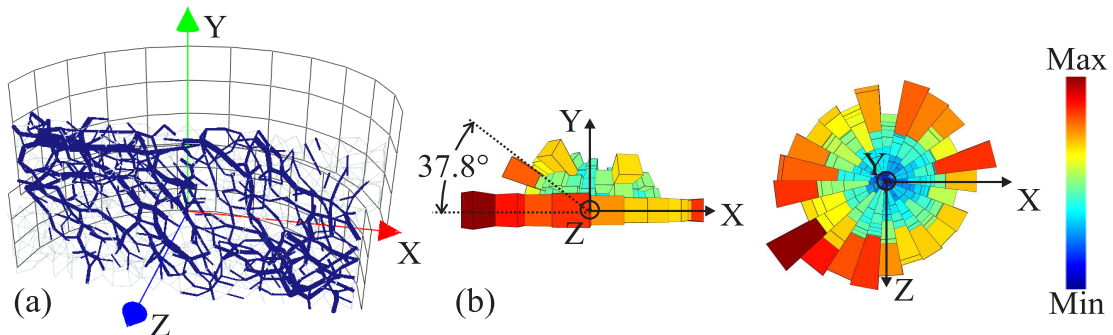


FIG. 4 – (a) Représentation du réseau de forces de contact dans une section verticale de l'échantillon au temps 2,22 secondes. (b) Diagramme polaire 3D des directions de contact et de leur intensité (longueur et code couleur des barres).

L'analyse du réseau des forces de compression entre les billes permet de caractériser l'organisation des chaînes de forces (Figure 4a). Au cours de l'essai, on assiste à une évolution du réseau des forces de contact entre un état initial où les efforts sont essentiellement verticaux et une phase stabilisée de l'essai où la direction des efforts est majoritairement oblique dans le plan XY. Les directions privilégiées des contacts sont représentées sur la Figure 4b. Les contacts verticaux sont quasiment inexistantes tout au long de l'essai et on note la présence d'un certain nombre de contacts horizontaux. Ces derniers sont révélateurs du réarrangement des billes qui se fait par des contournements dans des plans globalement horizontaux. Cette caractéristique est essentiellement liée à la nature tridimensionnelle de l'échantillon. L'analyse du tenseur de texture [5] permet de déduire la direction principale d'anisotropie du matériau qui, dans notre cas, forme un angle de l'ordre de  $37,8^\circ$  par rapport à l'horizontale et est située dans le plan XY. Cette direction correspond également à une forte densité de contact.

### 4.2.2 Déplacement des billes

Si on s'intéresse au parcours des billes au sein du matériau, on peut distinguer deux modes de déplacement (Figure 5). Sur les bords de la boîte, des couches obliques de billes glissent les unes sur les autres. Au centre de la boîte, le réarrangement granulaire est plus important et on observe des contournements de billes.

On ne note pas de localisation de la déformation au sens strict mais plutôt une plastification du matériau sur toute sa hauteur. La quantité de billes contenue dans l'échantillon est insuffisante pour qu'une bande de localisation puisse apparaître. En effet, les bandes de localisation ont typiquement des épaisseurs de 10 à 20 billes [6].

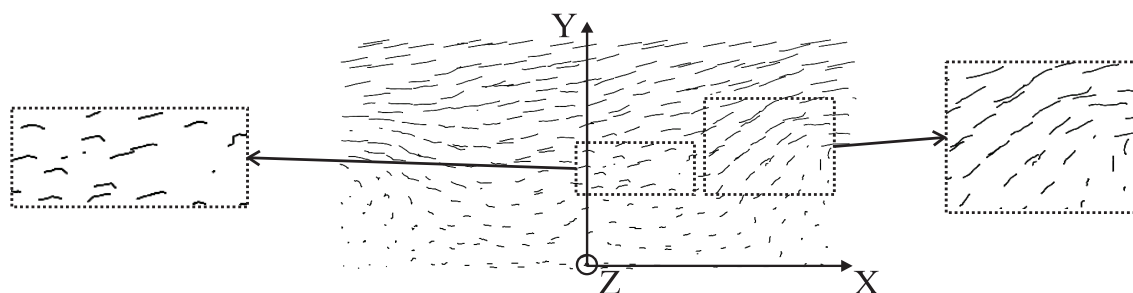


FIG. 5 – Trajectoire des centres des billes situées dans une section verticale d'échantillon d'environ 2 billes d'épaisseur.

## 5 Conclusions

L'approche en éléments discrets 3D a permis de modéliser de manière satisfaisante des essais expérimentaux de cisaillement à la boîte de Casagrande réalisés sur un matériau modèle. Les simulations s'appuient sur un modèle simple d'interaction dont les paramètres sont déterminés à partir d'essais expérimentaux à l'échelle des billes. La cohésion entre grains peut être activée dans le modèle. Une bonne estimation qualitative et quantitative des résultats macroscopiques a été obtenue mettant en évidence l'effet dominant de la compacité initiale. Les simulations ont par ailleurs permis d'étudier des champs locaux (réseau de forces de contact et déplacement des billes). L'étude des relations entre les phénomènes microscopiques et les traits de comportement macroscopiques est actuellement envisagée, avec pour objectif la définition d'un modèle granulaire équivalent.

## Références

- [1] R.D. Holtz and W.D. Kovacs. *Introduction à la Géotechnique (version française)*. Editions de l'École Polytechnique de Montréal, 1991.
- [2] P.A. Cundall and O.D.L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1) :47–65, 1979.
- [3] B.N. Asmar, P.A. Langston, A.J. Matchett, and J.K. Walters. Validation tests on a distinct element model of vibrating cohesive particle systems. *Computers and Chemical Engineering*, 26 :785–802, 2002.
- [4] B. Cambou and M. Jean. *Micromécanique des matériaux granulaires*. collection Mécanique et Ingénierie des Matériaux. Hermès science publications, Paris, 2001.
- [5] M. Oda and K. Iwashita. *Mechanics of granular materials : an introduction*. A.A. Balkema, 1999.
- [6] H.B. Mühlhaus and I. Vardoulakis. The thickness of shear bands in granular materials. *Géotechnique*, 37(3) :271–283, 1987.