



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
(Университет ИТМО)

Дисциплина: Теория автоматического управления

Отчет
по лабораторной работе №10:
«Линейно-квадратичные радости»

Выполнил:
Самбрано Браво Рикардо Хосе,
студент гр. R33352

Преподаватель:
Пашенко Артем Витальевич,
фак. СУиР

Санкт-Петербург,
2024 г.

Содержание

Линейно-квадратичные радости	3
Задание 1.	3
Задание 2.	9
Задание 3.	13
Задание 4.	24
Заключение.....	31

Линейно-квадратичные радости

Задание 1. Исследование LQR. Возьмите матрицы A и B из таблицы в конце настоящего файла в соответствии с вашим вариантом и рассмотрите систему

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1)$$

Выполните следующие шаги и приведите в отчёте написанный вами программный код, результаты всех вычислений, схемы моделирования, графики и выводы:

Начальные условия в системе выберите самостоятельно. Задайтесь несколькими различными парами матриц (Q, R) , для каждой из них синтезируйте регулятор, минимизирующий функционал качества

$$J = \int_0^{\infty} (x^T(t)Qx(t)) + u^T(t)Ru(t) dt \quad (2)$$

Для каждого случая найдите соответствующее минимальное значение функционала качества по формуле $J = x_0^T P x_0$, где P – решение соответствующего уравнения Риккати. Выполните моделирование и найдите «экспериментальное» значение J в результате моделирования, сравните с рассчитанным. Постройте сравнительные графики компонент вектора состояния системы и управляющих воздействий при различных матрицах Q и R . Постарайтесь, чтобы ваше исследование влияния матриц Q и R на переходные процессы в замкнутой системе было настолько полным, насколько возможно

Решение задач:

Матрица A :

$$A = \begin{bmatrix} -9 & 31 & -22 & 15 \\ 0 & -6 & 4 & 0 \\ 0 & -10 & 6 & 0 \\ -6 & 17 & -13 & 9 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad (3)$$

Матрица B :

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 0 \\ -2 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 2} \quad (4)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5)$$

$$R = \frac{1}{4} > 0 \quad (6)$$

Переходим к решению уравнения Рикатти с использованием функции lqr в Matlab:

```
% We define Matrixes
A = [-9 31 -22 15; 0 -6 4 0; 0 -10 6 0; -6 17 -13 9];
B = [3 0; -1 0; -2 0; 2 0];
Q = [1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1];
R = 1/4;

%Calculation of K and P
[K, P] = lqr(A, B, Q, R)
```

Figure 1 - Код для решения уравнения Рикатти lqr в Matlab

$$A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (7)$$

$$P = \begin{bmatrix} 3.5244 & -0.2693 & -0.1966 & -5.3209 \\ -0.2693 & 22.8234 & -9.2647 & 3.4347 \\ -0.1966 & -9.2647 & 4.2000 & -0.8841 \\ -5.3209 & 3.4347 & -0.8841 & 8.8126 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Вычисляем K:

$$K = -R^{-1}B^T P \quad (9)$$

$$K = -4 \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3.5244 & -0.2693 & -0.1966 & -5.3209 \\ -0.2693 & 22.8234 & -9.2647 & 3.4347 \\ -0.1966 & -9.2647 & 4.2000 & -0.8841 \\ -5.3209 & 3.4347 & -0.8841 & 8.8126 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$K = \begin{bmatrix} -2.3761 & -7.0694 & 5.9733 & 0.0160 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Вычисляем значение критерия качества по формуле:

$$J = x_0^T P x_0 \quad (12)$$

$$J = [1 \ 1] \begin{bmatrix} 3.5244 & -0.2693 & -0.1966 & -5.3209 \\ -0.2693 & 22.8234 & -9.2647 & 3.4347 \\ -0.1966 & -9.2647 & 4.2000 & -0.8841 \\ -5.3209 & 3.4347 & -0.8841 & 8.8126 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$J = 14,3586$$

Eigenvalues:

$$\sigma(A + BK) = \{-5.6036 + 2.1692i, -5.6036 - 2.1692i, -0.3831 + 1.9600i, -0.3831 - 1.9600i\} \quad (14)$$

Теперь приступим к моделированию $J(t)$ в simulink:

$$J(t) = \int_0^t (x^T Q x + u^T R u) d\tau \quad (14)$$

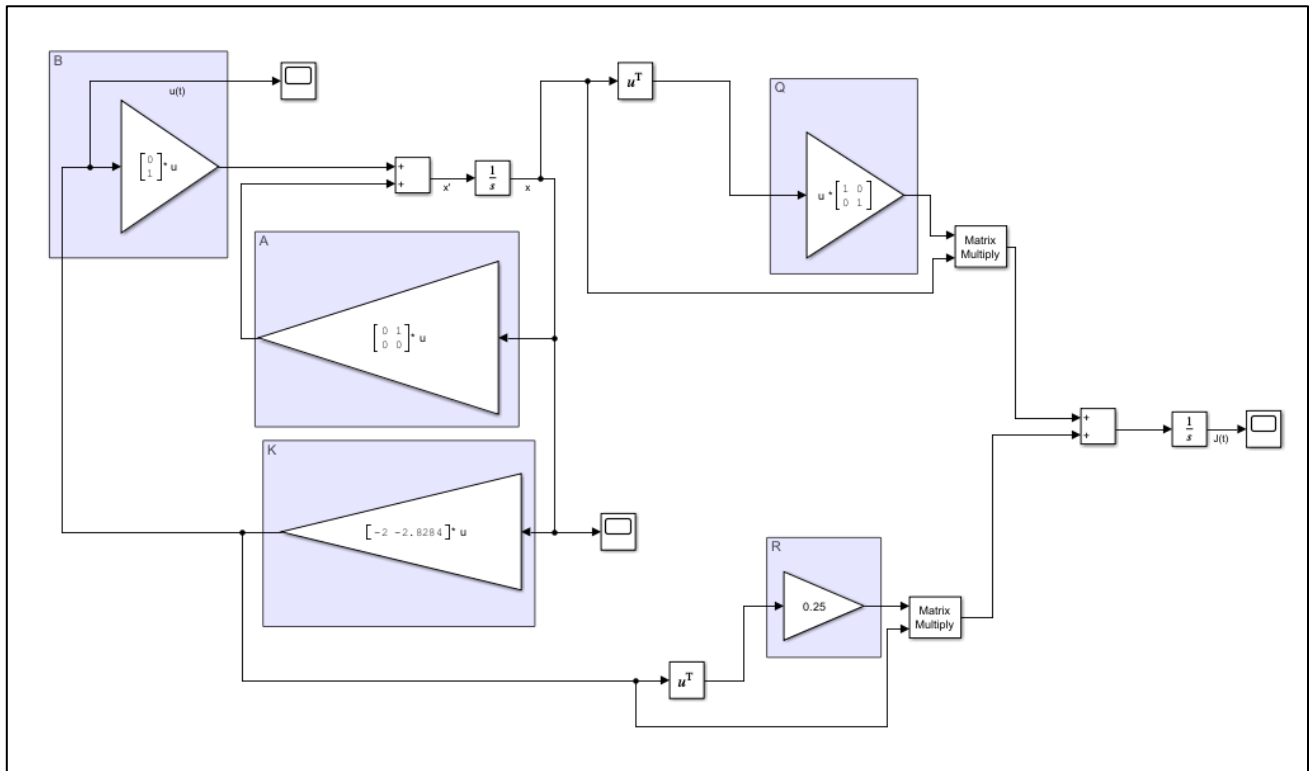


Figure 2 - Схема моделирования с регулятором $u = Kx$

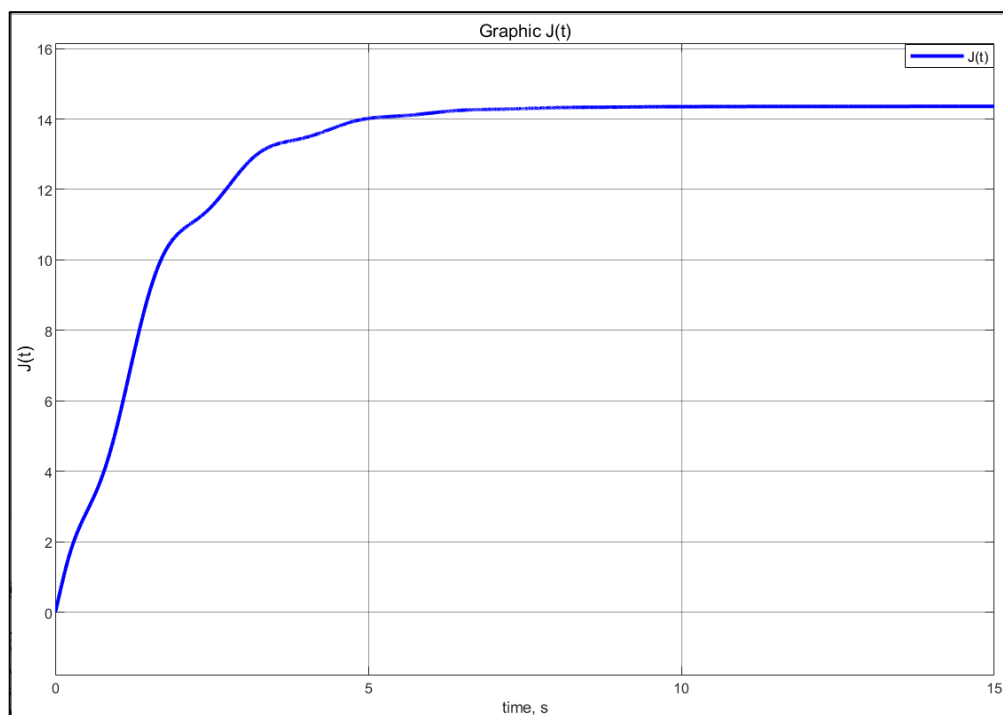


Figure 3 - Графика $J(t)$

Как видно из результатов, расчетный J совпадает со смоделированным J . Теперь построим график компонентов $x(t)$ и $u(t)$:

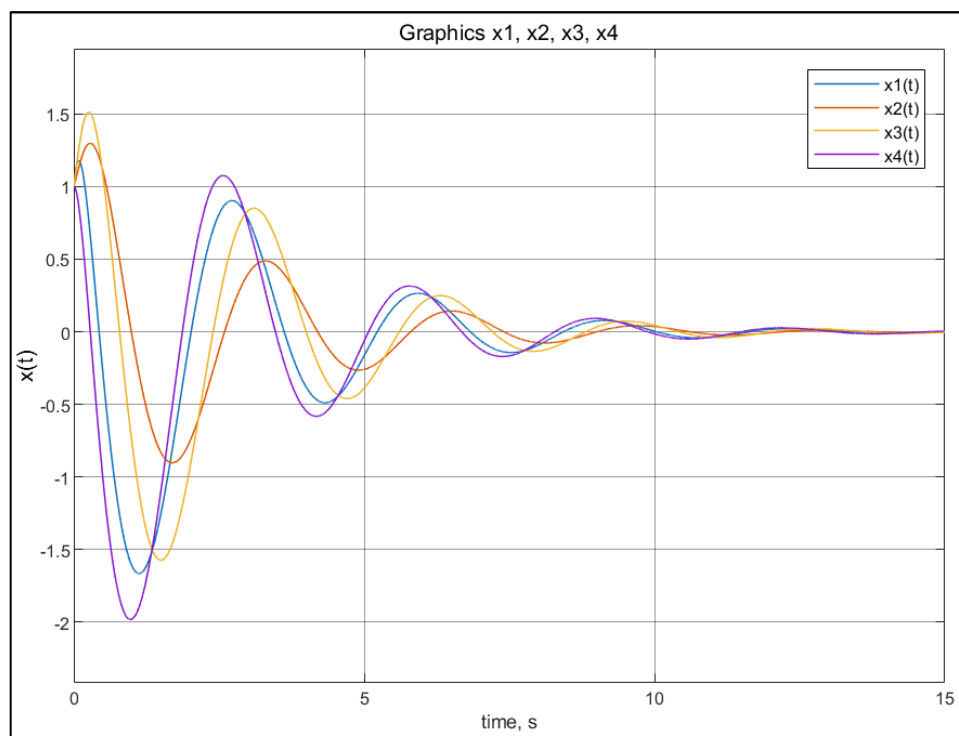


Figure 4 - Графики $x1(t)$, $x2(t)$, $x3(t)$, $x4(t)$

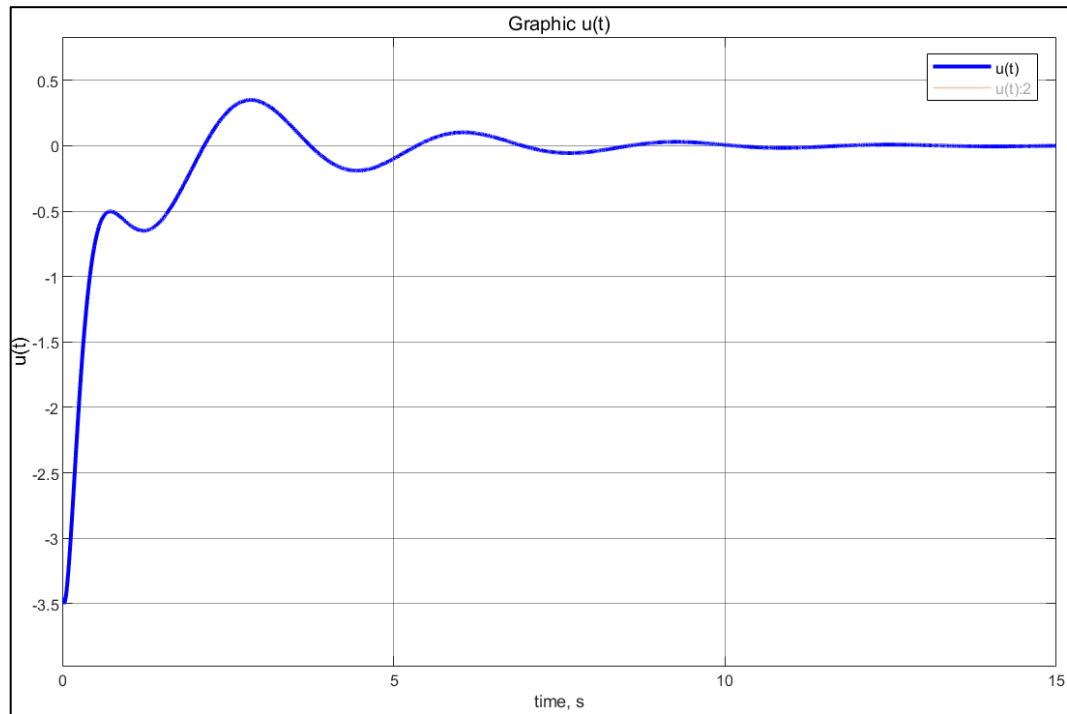


Figure 5 - График $u(t)$

Теперь давайте сделаем еще один пример и будем использовать разные Q и R :

$$Q = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (15)$$

$$R = 5 > 0 \quad (16)$$

$$P = \begin{bmatrix} 8.9330 & -7.0129 & 3.5414 & -13.2339 \\ -7.0129 & 91.7918 & -48.6778 & 20.0727 \\ 3.5414 & -48.6778 & 28.6130 & -10.3644 \\ -13.2339 & 20.0727 & -10.3644 & 22.2844 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$K = \begin{bmatrix} -0.0522 & -4.9341 & 3.7305 & -1.1046 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\sigma(A + BK) = \{-2.0933 + 3.1782i, -2.0933 - 3.1782i, -0.3531 + 1.9508i, -0.3531 - 1.9508i\} \quad (19)$$

$$J = [1 \ 1] \begin{bmatrix} 8.9330 & -7.0129 & 3.5414 & -13.2339 \\ -7.0129 & 91.7918 & -48.6778 & 20.0727 \\ 3.5414 & -48.6778 & 28.6130 & -10.3644 \\ -13.2339 & 20.0727 & -10.3644 & 22.2844 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$J = 40.2724$$

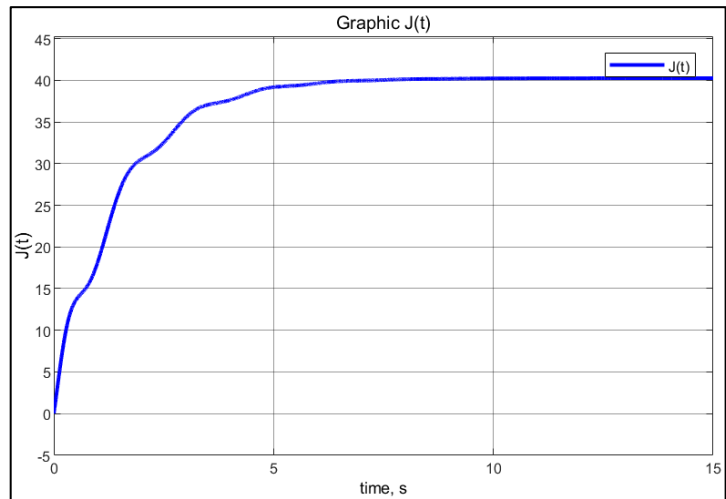


Figure 6 - Графика $J(t)$

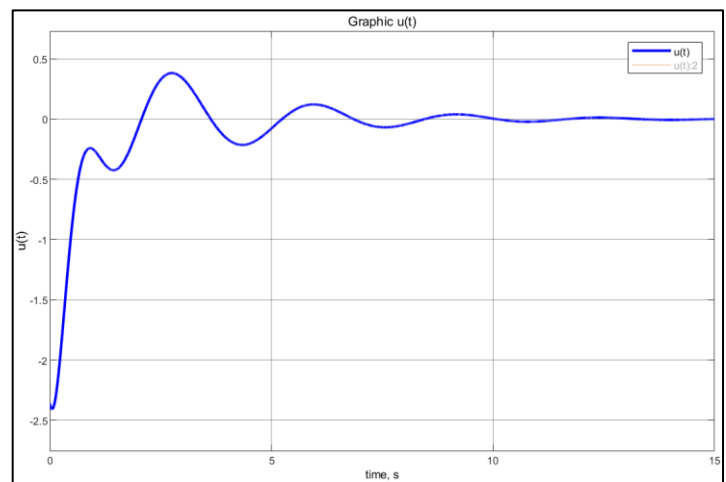


Figure 7 - График $u(t)$

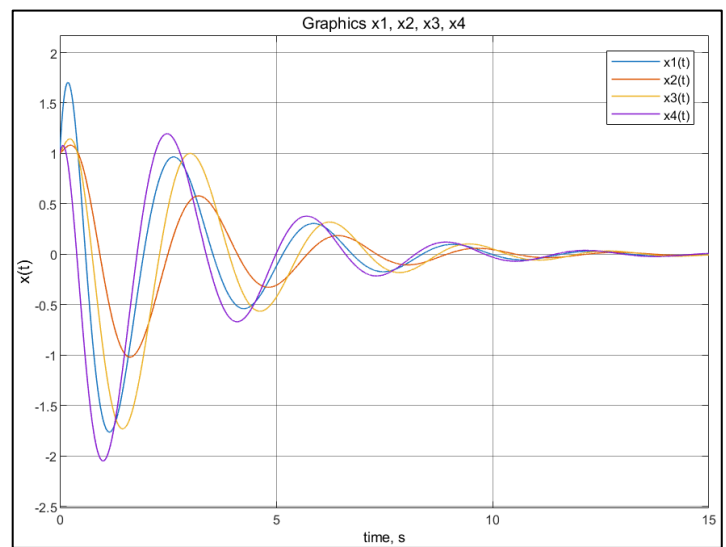


Figure 8 - Графики $x1(t)$, $x2(t)$, $x3(t)$, $x4(t)$

Задание 2. Сравнение LQR с не-LQR. Возьмите какую-нибудь одну пару матриц (Q, R) из предыдущего задания и соответствующий регулятор. Задайте несколько других регуляторов, рассчитанных иным способом (методами модального управления или с помощью LMI). Проведите сравнение переходных процессов при использовании различных регуляторов. Приведите графики величины

$$J(t) = \int_0^t (x^T(\tau)Qx(\tau) + u^T(\tau)Ru(\tau))d\tau \quad (21)$$

и найдите её установившееся значение для каждого случая. Действительно ли LQR даёт наилучший результат?

Решение задач:

Переходим к использованию пары матриц (Q, R) и K из предыдущего упражнения:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \geq 0$$

$$R = \frac{1}{4} > 0$$

$$K = \begin{bmatrix} -2.3761 & -7.0694 & 5.9733 & 0.0160 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Теперь приступаем к созданию трех разных новых регуляторов с разной степенью стабильности, как мы это делали в предыдущей лабораторной работе.

Приступим к определению трех различных степеней устойчивости:

$$\alpha_1 = 0.5$$

$$\alpha_2 = 2$$

$$\alpha_3 = 0.001$$

Чтобы найти K, нам нужно решить следующее неравенство:

$$P(a + BK)^T + (A + BK)P + 2\alpha P < 0 \quad (22)$$

$$PA^T + AP + 2\alpha P + PK^TB^T + BKP < 0 \quad (23)$$

$$P > 0, \quad PA^T + AP + 2\alpha P + Y^T B^T + BY < 0 \quad (24)$$

Для этого мы можем использовать библиотеку Matlab CVX следующим образом:

```
% Define the new matrices A and B
A = [-2 0 0 0; 0 3 0 0; 0 0 1 3; 0 0 -3 1];
B = [0; 5; 0; 2];

cvx_begin sdp
    % Declare optimization variables
    variable P(4,4)
    variable Y(1,4)

    % Add constraints
    P >= 0.0001 * eye(4);
    P*A' + A*P+2*a*P+Y'*B'+B*Y <= 0;

cvx_end

% Calculate controller gain K
K = Y*inv(P)

y = eig(A + (B*K));
disp('eigenvalues A+B*K')
disp(y);
```

Figure 9 - Код Matlab для решения неравенства

Полученные результаты:

$$K_2 = \begin{bmatrix} -3.0177 & -2.9865 & 3.6483 & 2.9577 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ для } \alpha_1 = 0.5 \quad (25)$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} -35.2444 & 64.2947 & -17.6685 & 58.0439 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ для } \alpha_2 = 2 \quad (26)$$

$$K_4 = \begin{bmatrix} 1.5529 & -7.4847 & 5.2547 & -2.9765 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ для } \alpha_3 = 0.001 \quad (27)$$

$$\text{eigenValues}(A + BK)_2 = \begin{Bmatrix} -2.8110 + 3.5738i \\ -2.8110 - 3.5738i \\ -0.9128 + 2.0533i \\ -0.9128 - 2.0533i \end{Bmatrix} \quad (28)$$

$$\text{eigenValues}(A + BK)_3 = \begin{Bmatrix} -6.2571 + 4.5778i \\ -6.2571 - 4.5778i \\ -3.0445 + 1.4805i \\ -3.0445 - 1.4805i \end{Bmatrix} \quad (29)$$

$$\text{eigenValues } (A + BK)_4 = \begin{Bmatrix} -0.2171 + 1.9806i \\ -0.2171 - 1.9806i \\ -1.9425 + 1.0259i \\ -1.9425 - 1.0259i \end{Bmatrix} \quad (30)$$

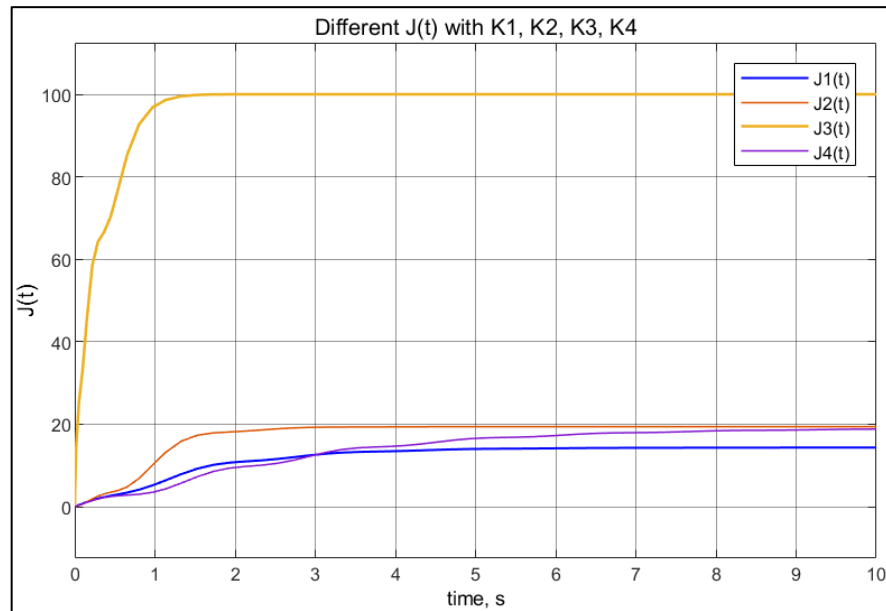


Figure 10 - Сравнение $J(t)$ с разными регуляторами $K1, K2, K3, K4$

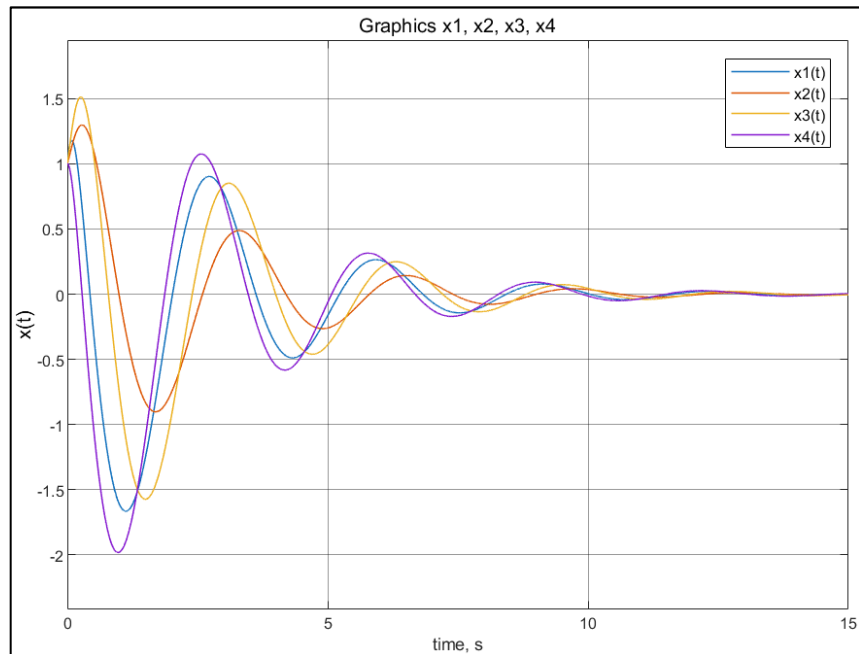


Figure 11 - Графики $x1(t), x2(t), x3(t), x4(t)$ с $K1$

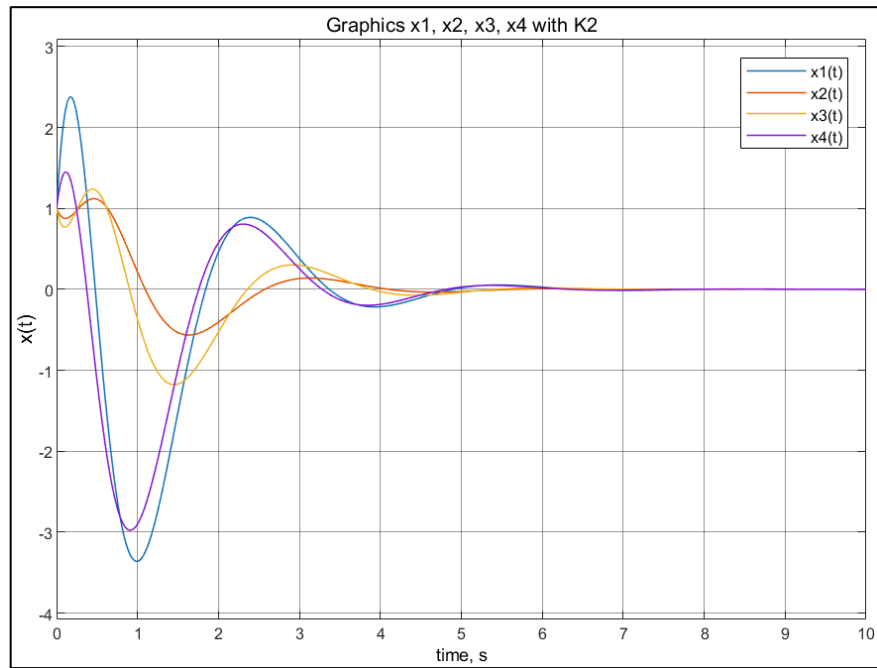


Figure 12 - Графики $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$ с κ_2

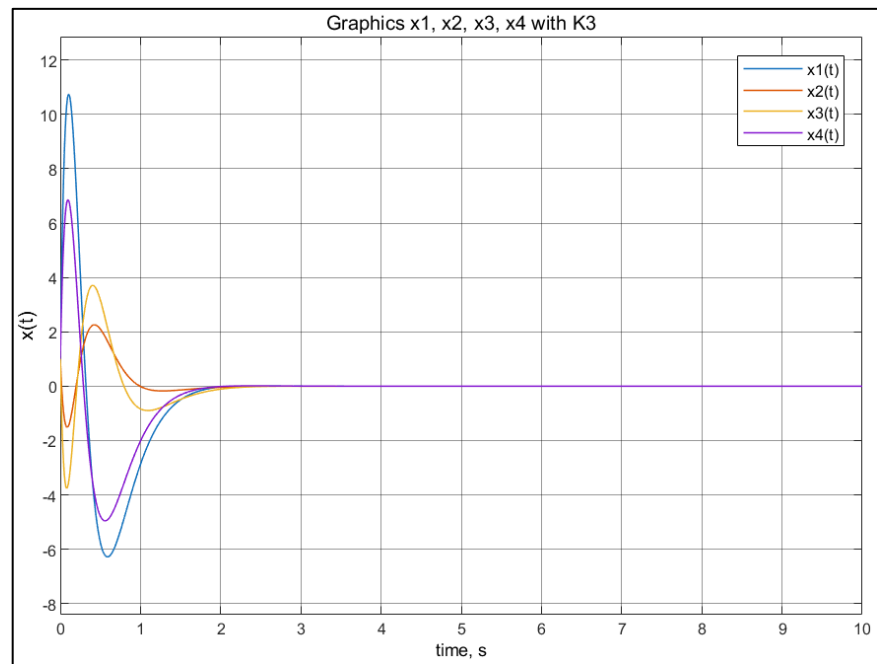


Figure 13 - Графики $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$ с κ_3

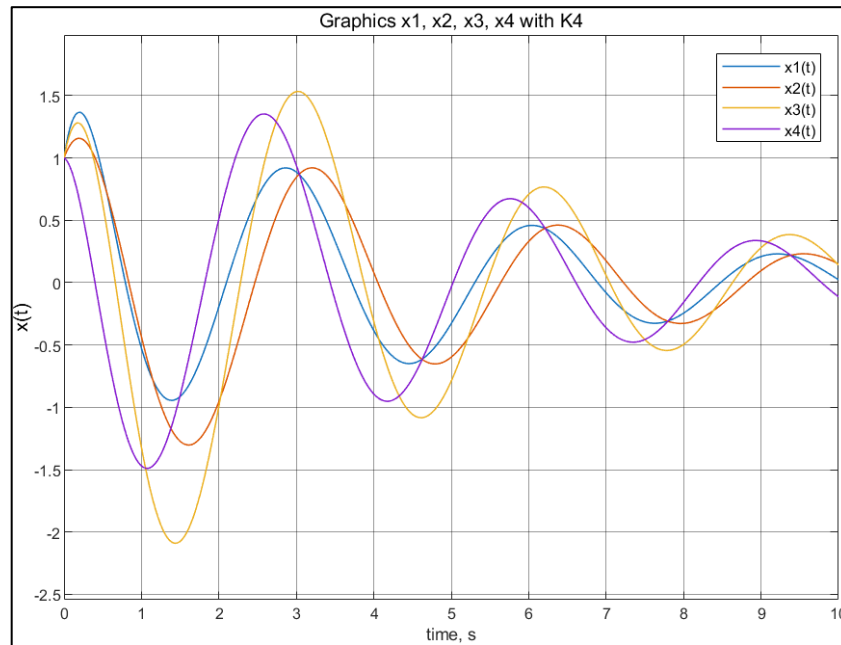


Figure 14 - Графики $x1(t)$, $x2(t)$, $x3(t)$, $x4(t)$ с $K4$

Да, безусловно, наш минимальный J , рассчитанный на основе LQR, является лучшим. (Значение J , сходится к меньшему значению)

Задание 3. Исследование LQE (фильтра Калмана). Возьмите матрицы A и C из таблицы в конце настоящего файла в соответствии с вашим вариантом и рассмотрите систему

$$\dot{x} = Ax + f, \quad y = Cx + \xi \quad (31)$$

где $f(t)$ и $\xi(t)$ – внешние возмущения. Начальные условия в системе выберите самостоятельно. Задайтесь несколькими различными парами матриц (Q, R) , для каждой из них синтезируйте соответствующий LQE (фильтр Калмана). Выполните сравнение работы одного и того же наблюдателя при различных внешних возмущениях. Выполните сравнение работы различных наблюдателей при одинаковых внешних возмущениях. Постройте сравнительные графики интересующих вас величин для всех случаев.

Решение задач:

Матрица A :

$$A = \begin{bmatrix} -9 & 31 & -22 & 15 \\ 0 & -6 & 4 & 0 \\ 0 & -10 & 6 & 0 \\ -6 & 17 & -13 & 9 \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

Матрица C :

$$C = \begin{bmatrix} 2 & -6 & 4 & -2 \\ 0 & 4 & -2 & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

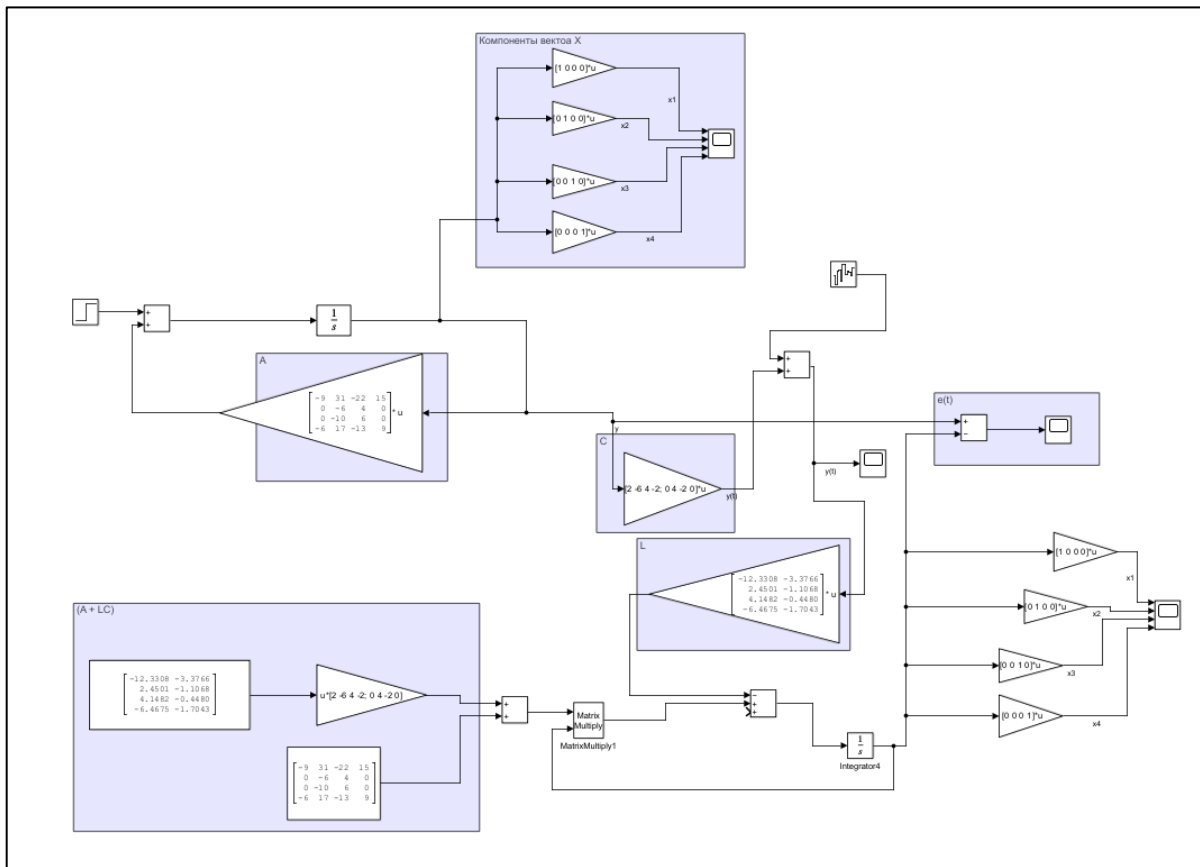


Figure 15 - Схема моделирования с наблюдателем

Переходим к решению уравнения Рикатти с использованием функции lqe в Matlab:

```
% Определение матриц системы
A = [-9 31 -22 15; 0 -6 4 0; 0 -10 6 0; -6 17 -13 9];
C = [2 -6 4 -2; 0 4 -2 0];

% Определение матриц ковариации шума
Q = eye(4);
R = eye(2);
G = eye(4);

% Вычисление lqe
[L,P,E] = lqe(A,G,C,Q,R);
disp(p)
disp(L)
```

Figure 16 -Код для решения уравнения Рикатти lqe в Matlab

Переходим к вычислению значения L и Q с разными парами матриц (Q, R) :

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (33)$$

$$R = 1 > 0 \quad (34)$$

$$AP + PA^T + Q - PC^T R^{-1} CP = 0 \quad (35)$$

$$P = \begin{bmatrix} 32.8269 & -4.8747 & -11.4377 & 18.4102 \\ -4.8747 & 2.6638 & 4.7742 & -2.0927 \\ -11.4377 & 4.7742 & 9.3243 & -5.0375 \\ 18.4102 & -2.0927 & -5.0375 & 11.3795 \end{bmatrix} > 0 \quad (36)$$

$$L = -PC^T R^{-1} \quad (37)$$

$$L = \begin{bmatrix} -12.3308 & -3.3766 \\ 2.4501 & -1.1068 \\ 4.1482 & -0.4480 \\ -6.4675 & -1.7043 \end{bmatrix} \quad (38)$$

f = Функция Хевисайда

ξ = какой – то шум

Уровень шума, используемый в системе: 0,01

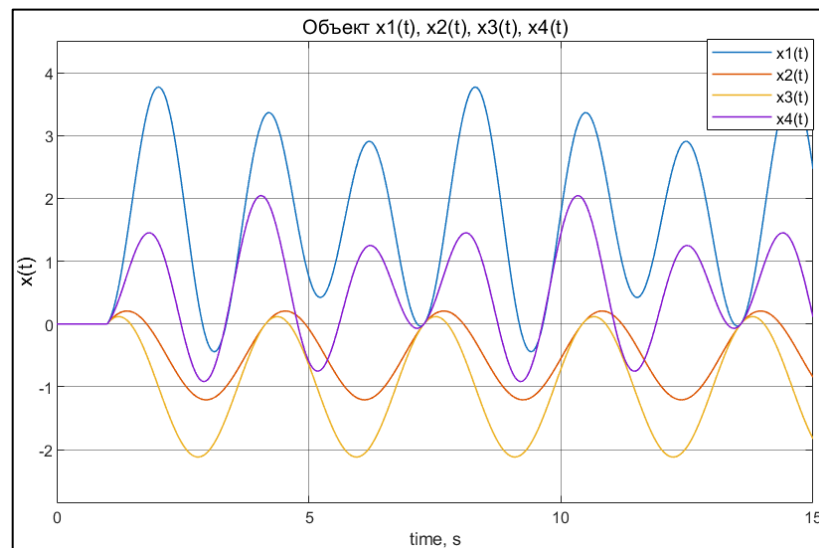


Figure 17 - Графики $x1(t)$, $x2(t)$, $x3(t)$, $x4(t)$

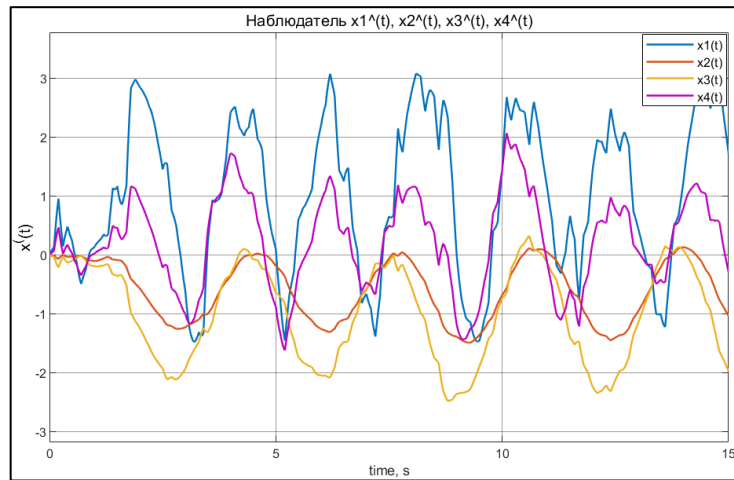


Figure 18 - Графики наблюдателей $x^1(t)$, $x^2(t)$, $x^3(t)$, $x^4(t)$

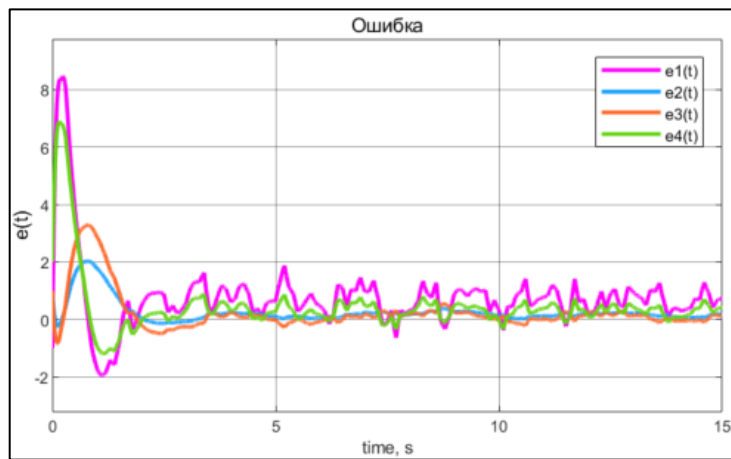


Figure 19 - Графики ошибок $e(t)$

Теперь приступим к исследованию системы, но изменим $f(t)$

$$f = \sin(t)$$

ξ = какой – то шум 0.01

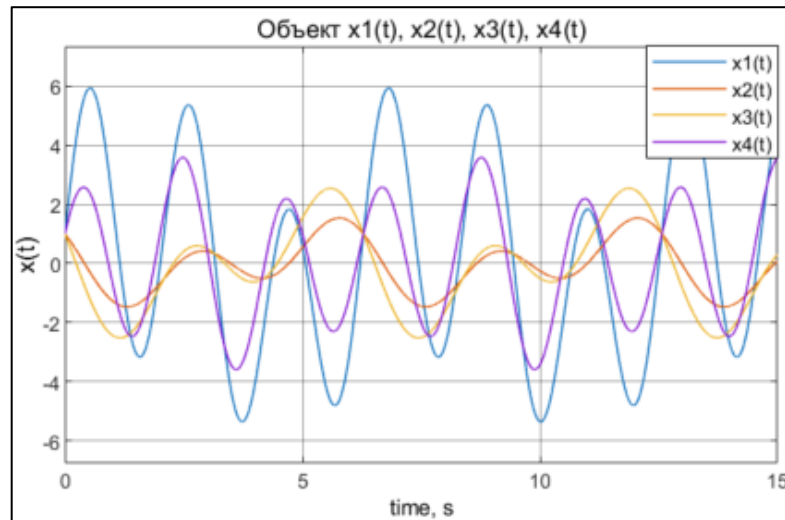


Figure 20 - Графики $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$

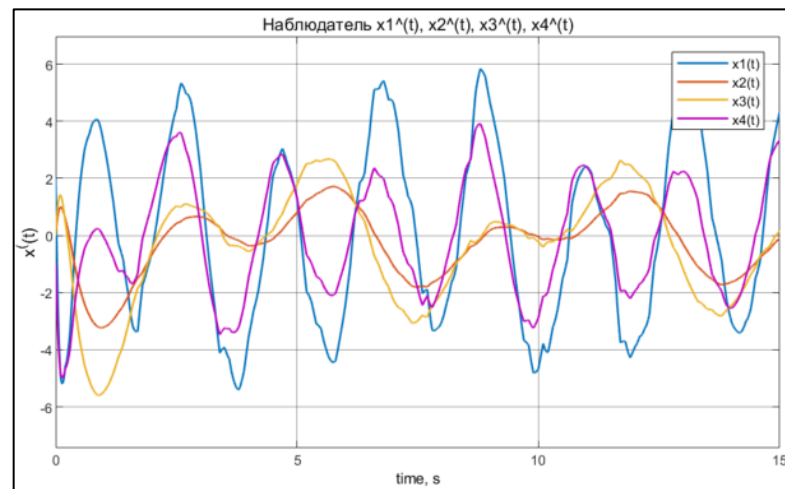


Figure 21 - Графики наблюдателей $x_1^{\wedge}(t)$, $x_2^{\wedge}(t)$, $x_3^{\wedge}(t)$, $x_4^{\wedge}(t)$

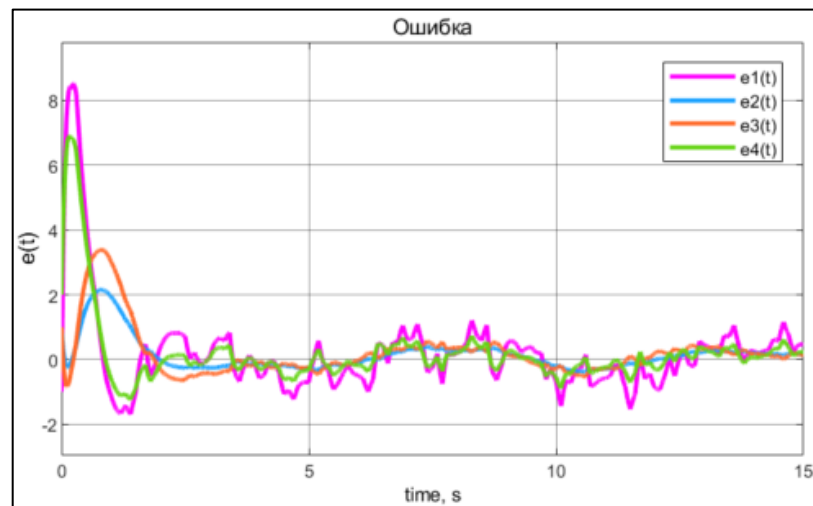


Figure 22 - Графики ошибок $e(t)$

Переходим к использованию другой пары матриц (Q, R) и повторяем предыдущие шаги:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (39)$$

$$R = 100 > 0 \quad (40)$$

$$P = \begin{bmatrix} 212.8272 & -0.1961 & -17.5923 & 109.0433 \\ -0.1961 & 24.9482 & 38.2152 & 8.2538 \\ -17.5923 & 38.2152 & 64.6542 & 10.2985 \\ 109.0433 & 8.2538 & 10.2985 & 74.1140 \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$L = \begin{bmatrix} -1.3838 & -0.3440 \\ 0.1373 & -0.2336 \\ 0.2646 & -0.2355 \\ -0.6153 & -0.1242 \end{bmatrix} \quad (42)$$

f = Функция Хевисайда

ξ = какой – то шум

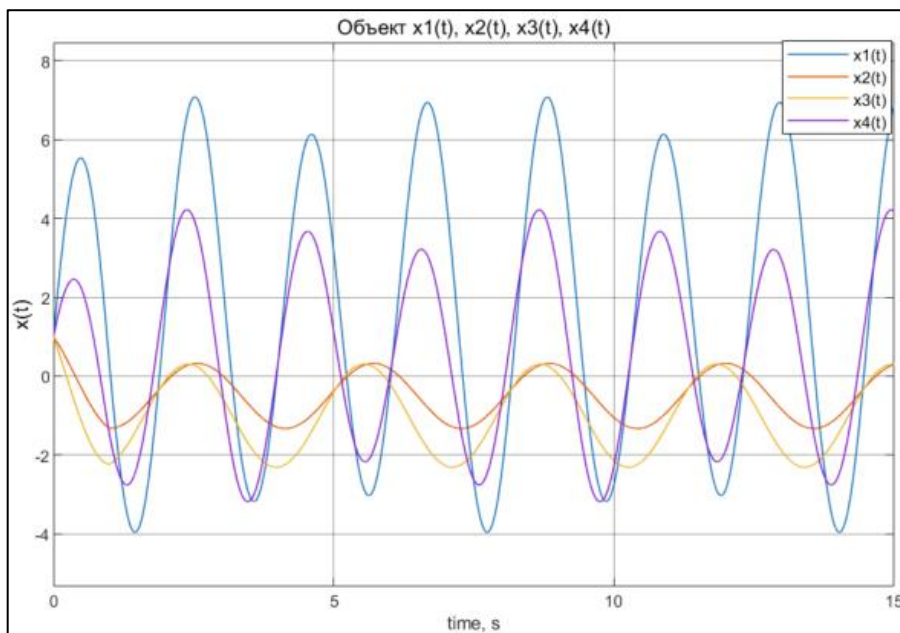


Figure 23 - Графики $x1(t)$, $x2(t)$, $x3(t)$, $x4(t)$

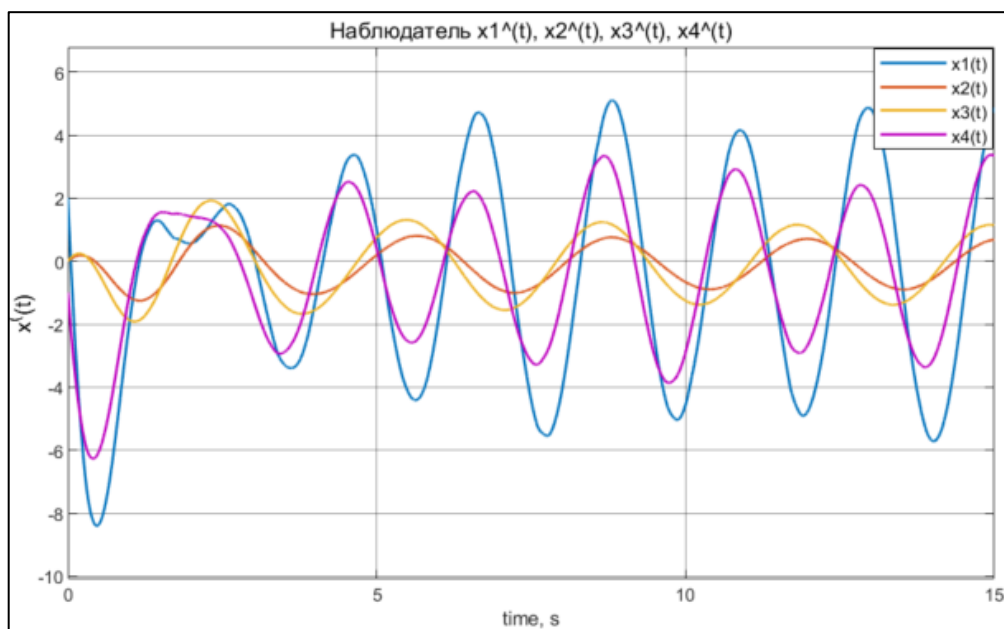


Figure 24 - Графики наблюдателей $x^1(t)$, $x^2(t)$, $x^3(t)$, $x^4(t)$

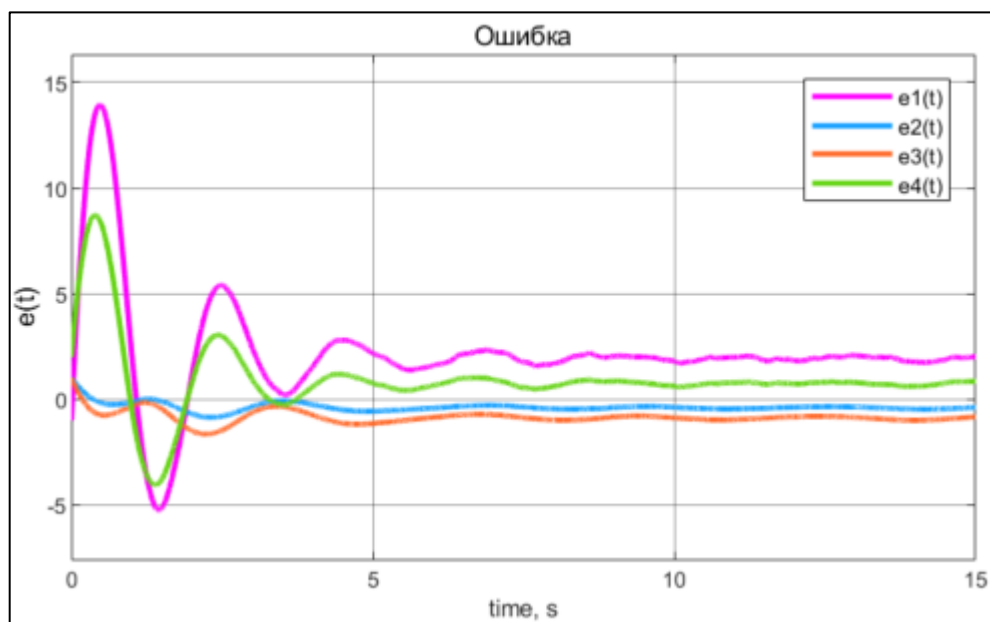


Figure 25 - Графики ошибок $e(t)$

$$f = \sin(t)$$

ξ = какой – то шум 0.01

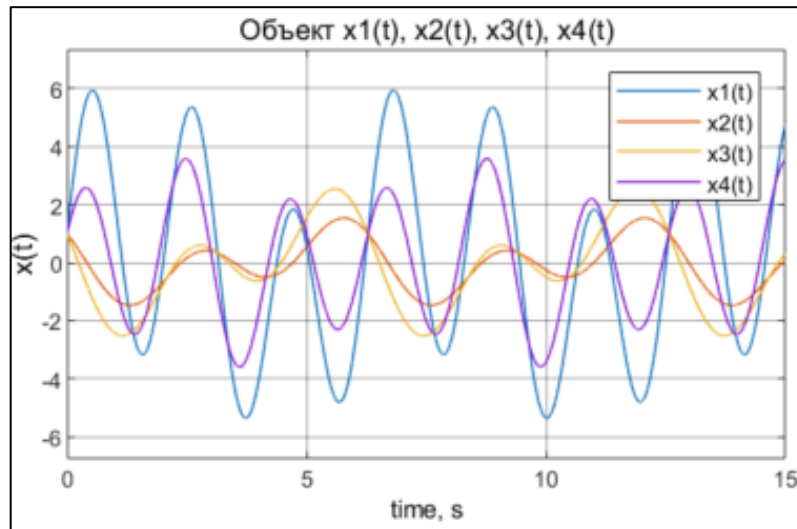


Figure 26 - Графики $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$

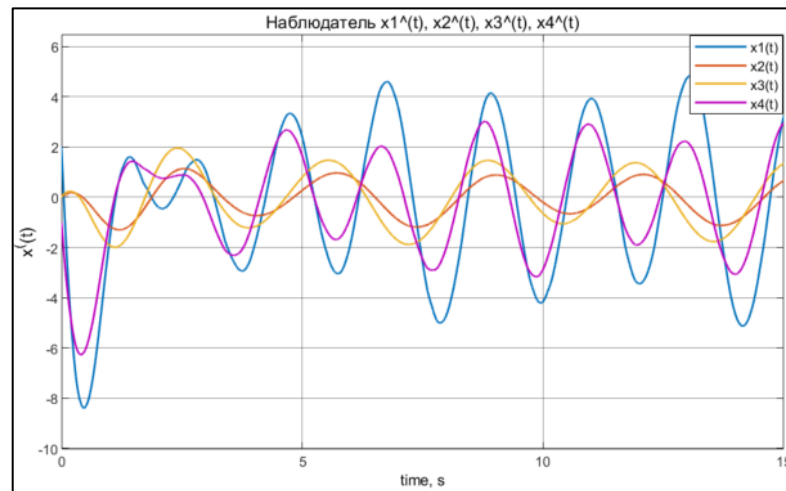


Figure 27 - Графики наблюдателей $x^1(t)$, $x^2(t)$, $x^3(t)$, $x^4(t)$

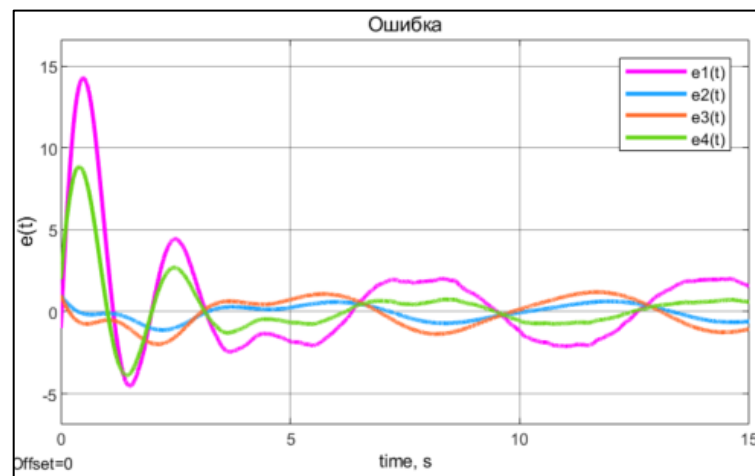


Figure 28 - Графики ошибок $e(t)$

Переходим к использованию другой пары матриц (Q, R) и повторяем предыдущие шаги:

$$P = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (43)$$

$$R = 1 > 0 \quad (44)$$

$$P = \begin{bmatrix} 871.9567 & -249.1425 & -518.7189 & 542.0329 \\ -249.1425 & 137.5242 & 271.6999 & -106.2900 \\ -518.7189 & 271.6999 & 545.3033 & -225.9264 \\ 542.0329 & -106.2900 & -225.9264 & 386.1680 \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$L = \begin{bmatrix} -79.8273 & -40.8676 \\ 24.0511 & -6.6973 \\ 34.5709 & 3.8071 \\ -45.7641 & -26.6928 \end{bmatrix} \quad (46)$$

f = Функция Хевисайда

ξ = какой – то шум

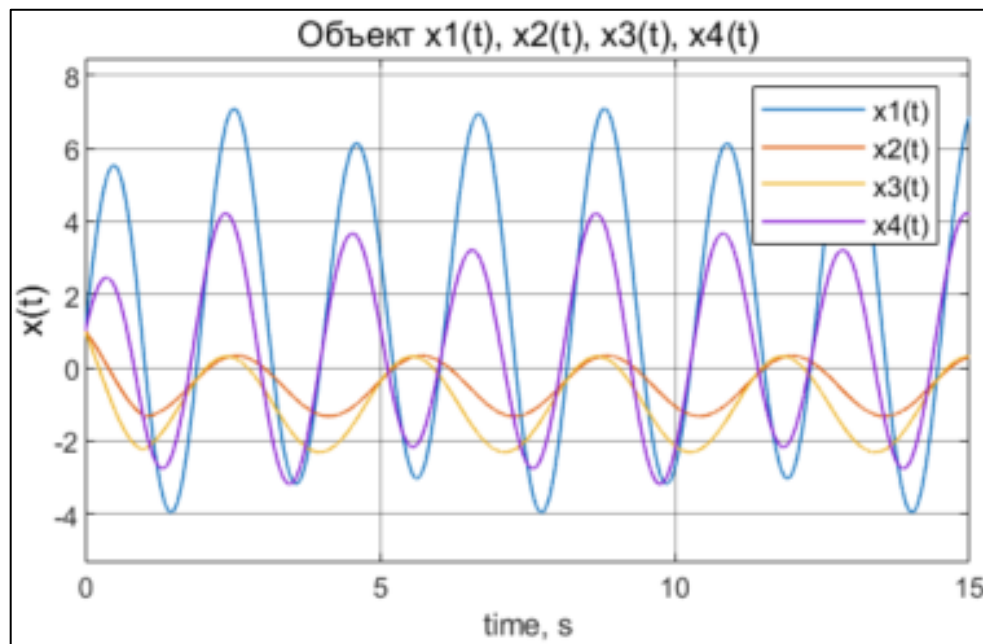


Figure 29 - Графики $x1(t)$, $x2(t)$, $x3(t)$, $x4(t)$

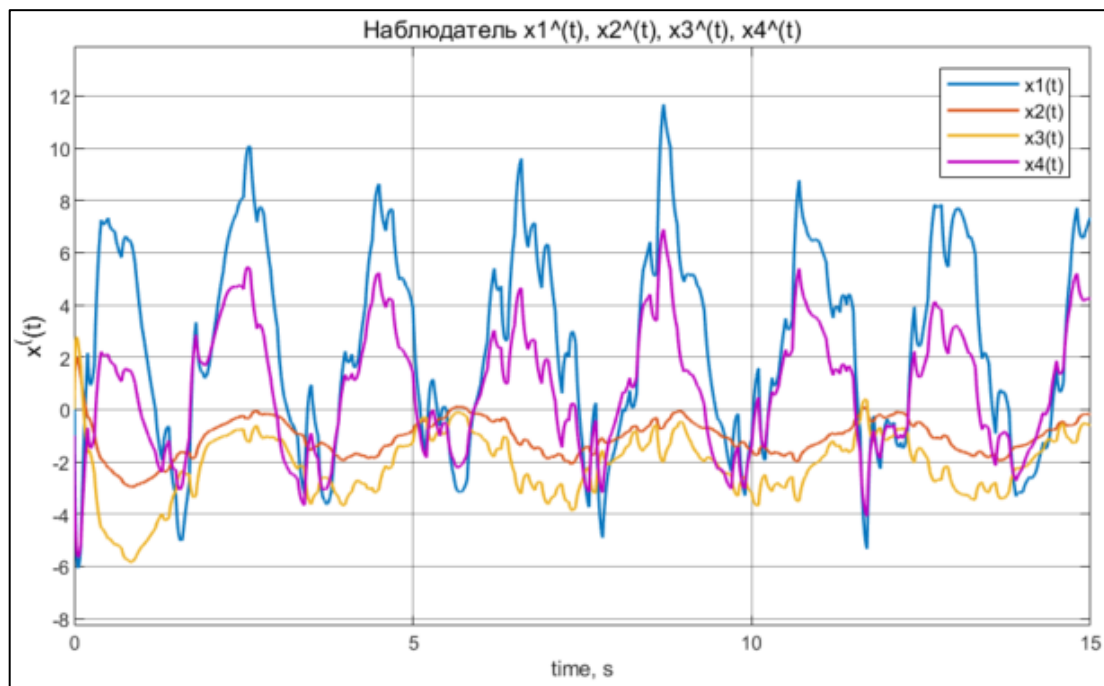


Figure 30 - Графики наблюдателей $x^1(t)$, $x^2(t)$, $x^3(t)$, $x^4(t)$

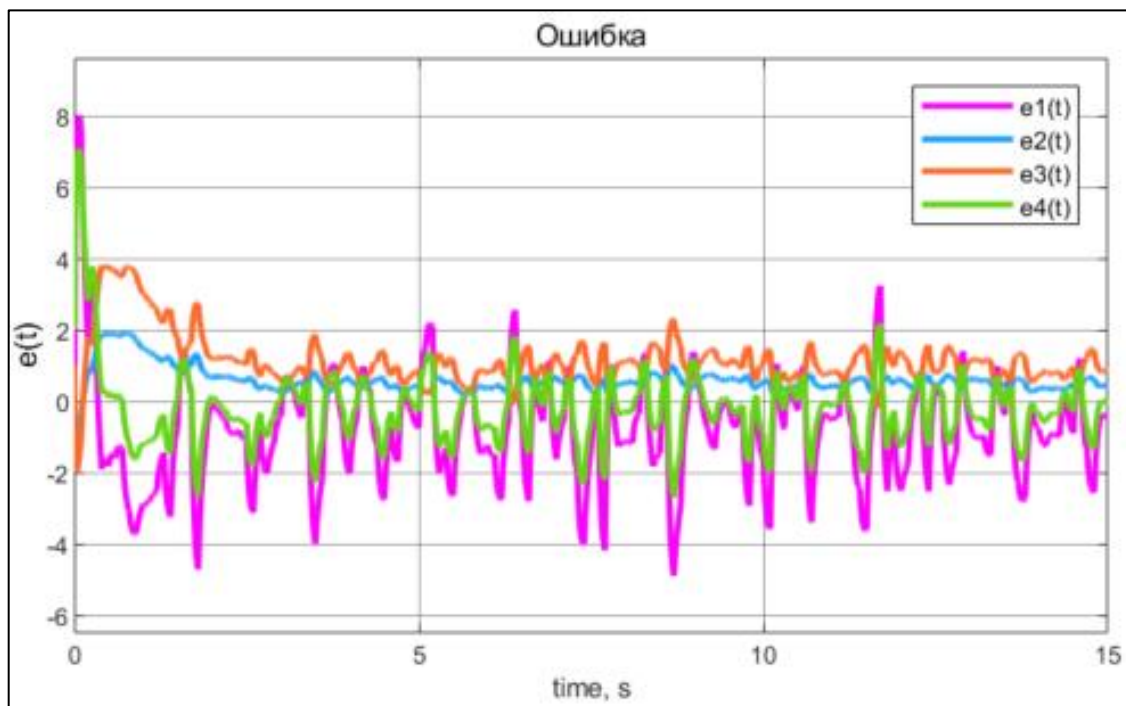


Figure 31 - Графики ошибок $e(t)$

$$f = \sin(t)$$

ξ = какой – то шум 0.01

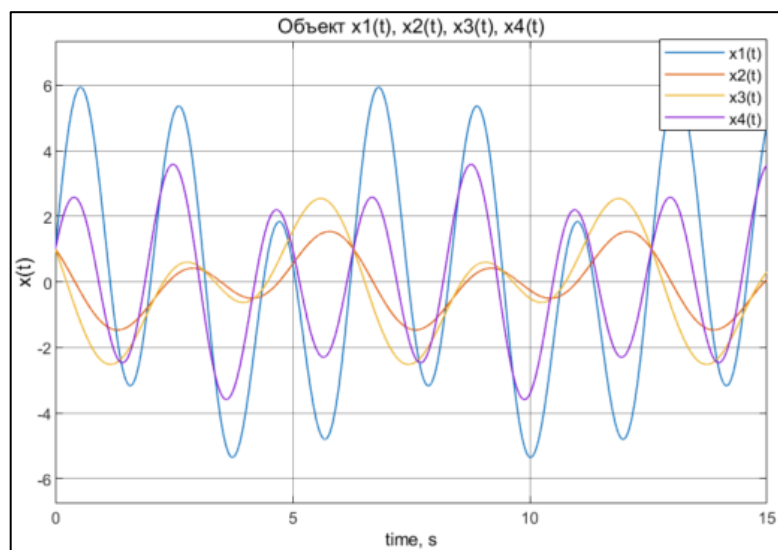


Figure 32 - Графики $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$

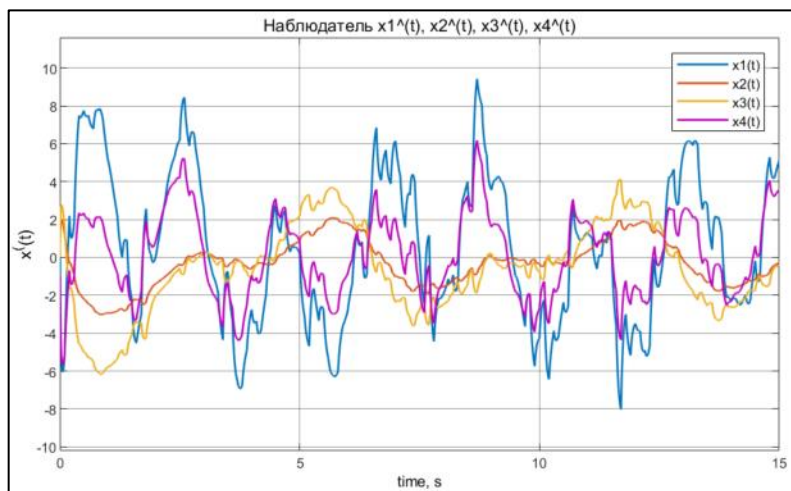


Figure 33 - Графики наблюдателей $x_1^{(t)}$, $x_2^{(t)}$, $x_3^{(t)}$, $x_4^{(t)}$

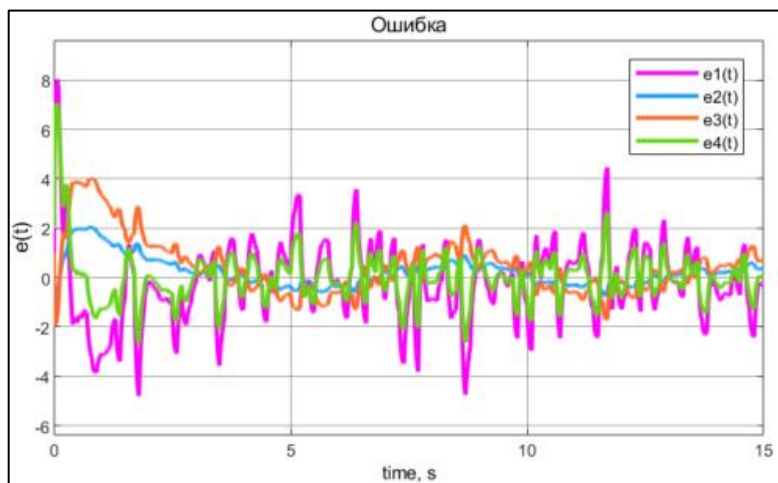


Figure 34 - Графики ошибок $e(t)$

Задание 4. Синтез LQG. Возьмите матрицы A, B, C, D из таблицы в конце настоящего файла в соответствии с вашим вариантом и рассмотрите систему

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + f \\ y = Cx + Du + \xi \end{cases} \quad (47)$$

Задайте сигналы f и ξ как белый шум. Синтезируйте соответствующий LQG-регулятор, включающий в себя LQR и фильтр Калмана. Выполните моделирование работы полученной системы.

Решение задач:

Матрица A:

$$A = \begin{bmatrix} -9 & 31 & -22 & 15 \\ 0 & -6 & 4 & 0 \\ 0 & -10 & 6 & 0 \\ -6 & 17 & -13 & 9 \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

Матрица B:

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 0 \\ -2 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 2}$$

Матрица C:

$$C = \begin{bmatrix} 2 & -6 & 4 & -2 \\ 0 & 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Матрица D:

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \quad (48)$$

Из лекции мы можем узнать, что если мы возьмем расчеты из упражнения 1 для контроллера и расчеты из упражнения 3 для наблюдателя и сложим их, мы получим регулятор LQG

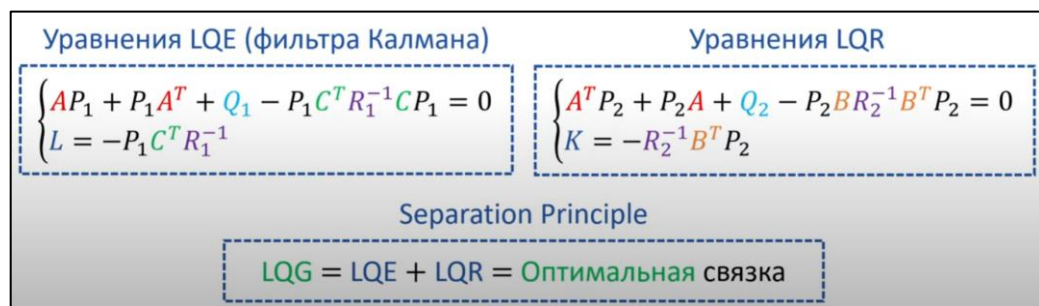


Figure 35 - Расчеты регулятора LQG взяты из лекции

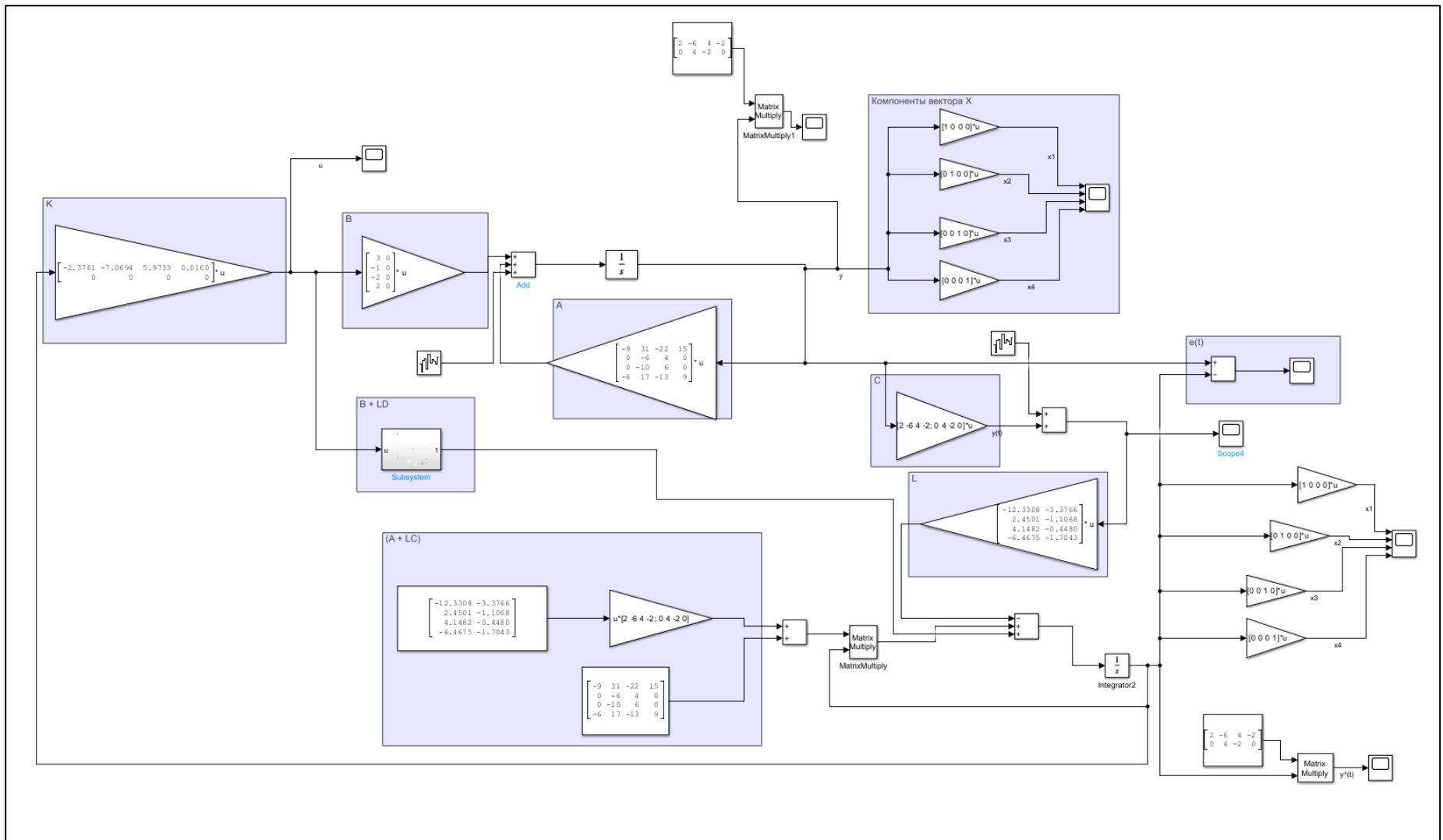


Figure 36 - Схема моделирования с регулятором и наблюдателем

Начальные условия:

$$x(0) = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]^T \quad (49)$$

$$\hat{x}(0) = [2 \quad 0 \quad 0 \quad -1]^T \quad (50)$$

$$f = \text{шум } 0,01$$

$$\xi = \text{шум } 0,01$$

$$K = \begin{bmatrix} -2.3761 & -7.0694 & 5.9733 & 0.0160 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} -12.3308 & -3.3766 \\ 2.4501 & -1.1068 \\ 4.1482 & -0.4480 \\ -6.4675 & -1.7043 \end{bmatrix}$$

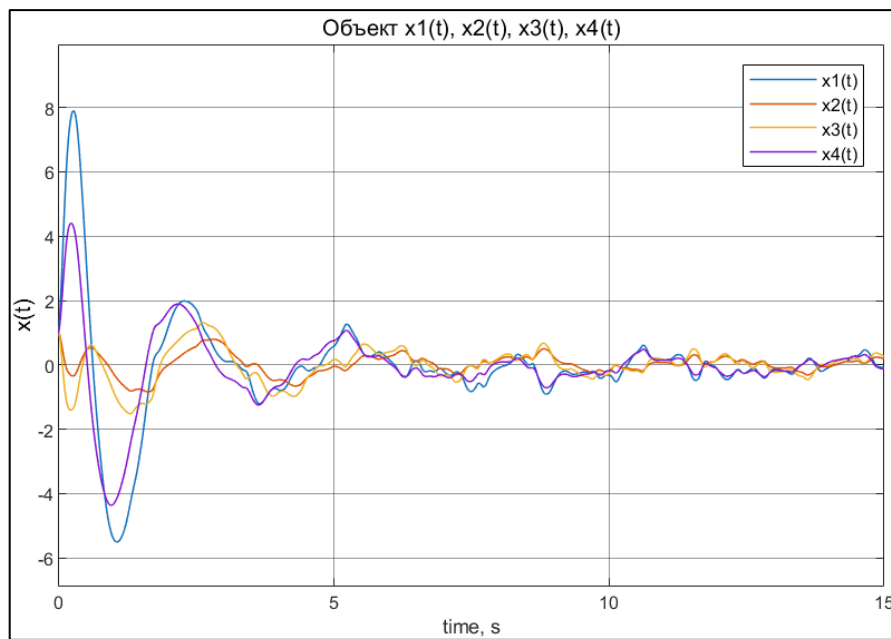


Figure 37 Графики $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$

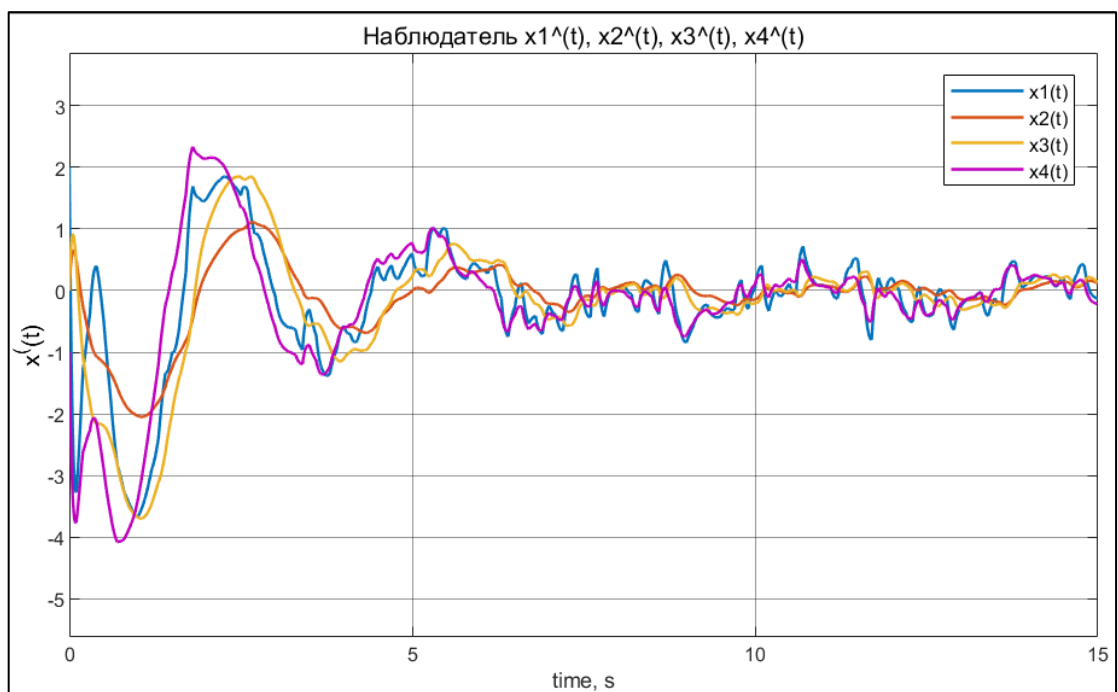


Figure 38 - Графики наблюдателей $x^1(t)$, $x^2(t)$, $x^3(t)$, $x^4(t)$

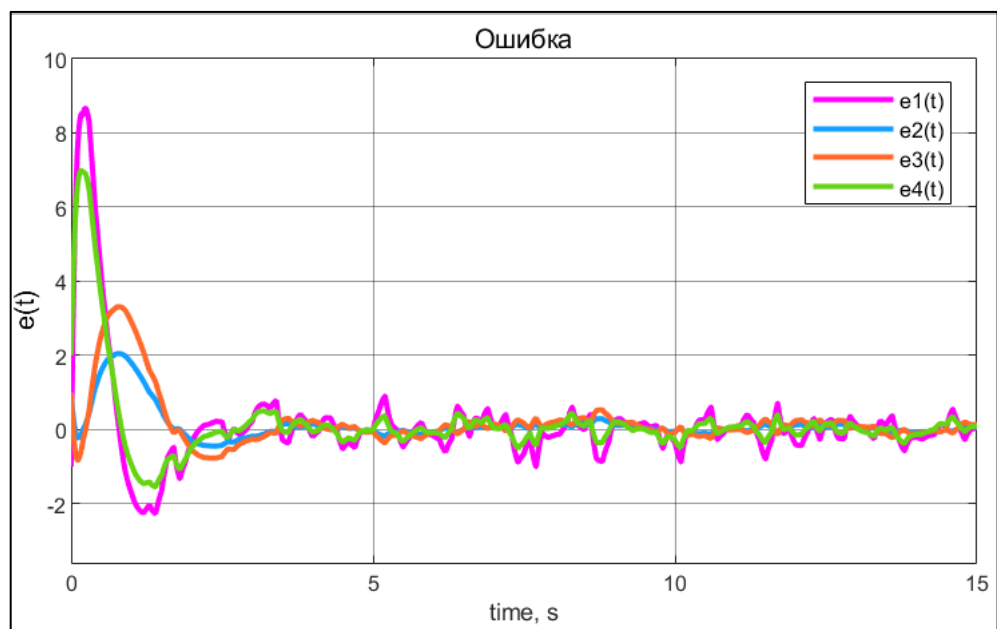


Figure 39 - Графики ошибок $e(t)$

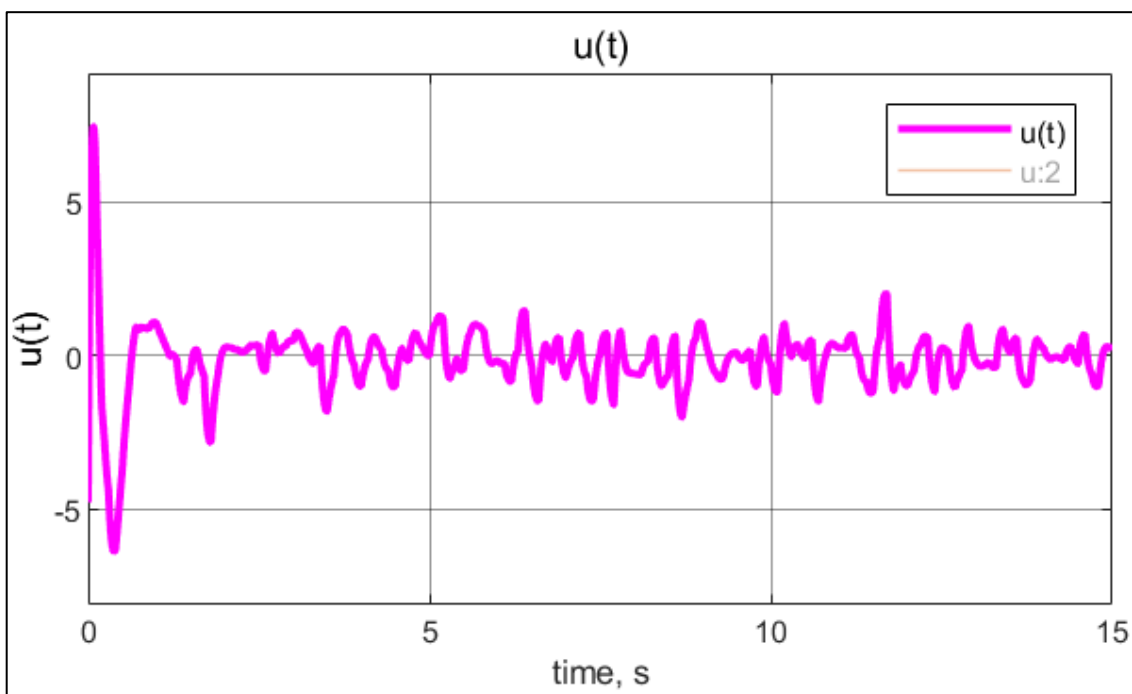


Figure 40 - График $u(t)$

Мы переходим к использованию другого наблюдателя L , который мы вычислили ранее:

$$K = \begin{bmatrix} -2.3761 & -7.0694 & 5.9733 & 0.0160 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} -1.3838 & -0.3440 \\ 0.1373 & -0.2336 \\ 0.2646 & -0.2355 \\ -0.6153 & -0.1242 \end{bmatrix}$$

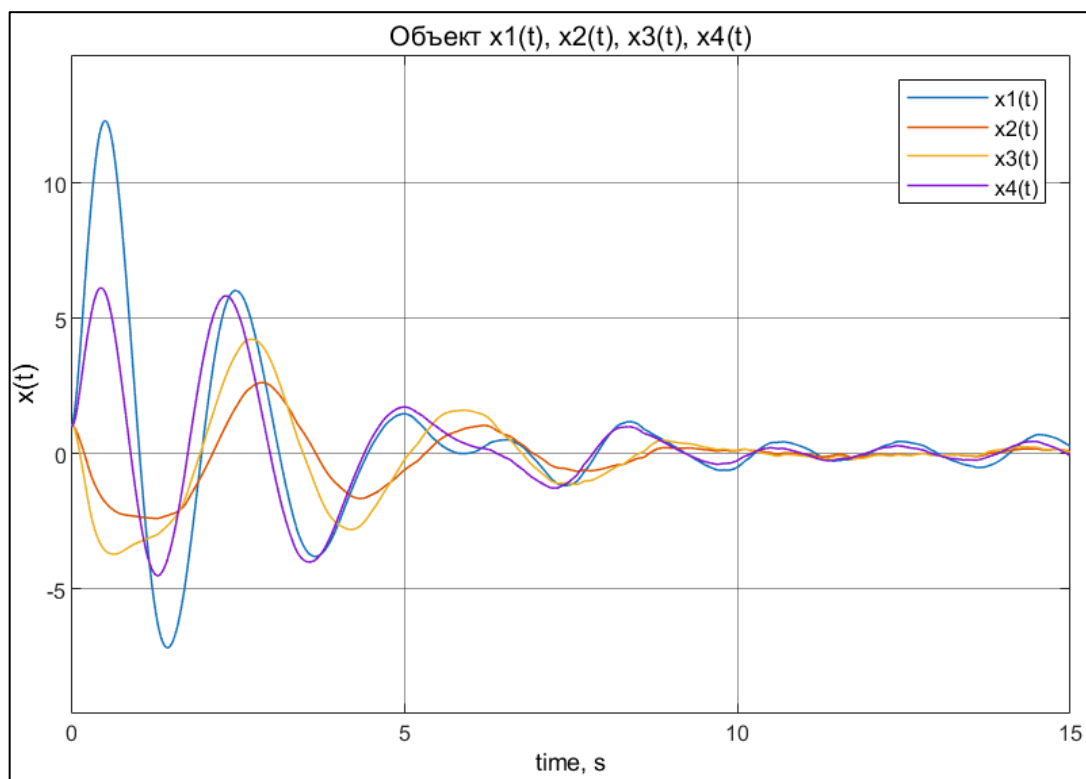


Figure 41 - Графики $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$

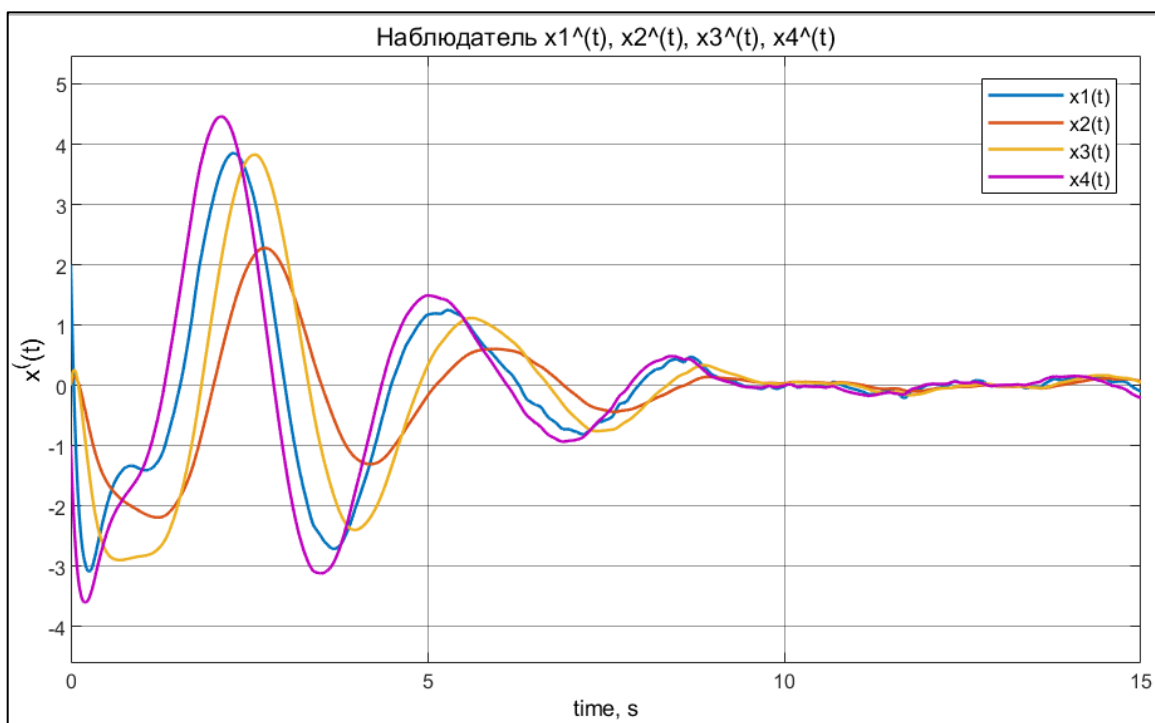


Figure 42 - Графики наблюдателей $x_1^{\wedge}(t)$, $x_2^{\wedge}(t)$, $x_3^{\wedge}(t)$, $x_4^{\wedge}(t)$

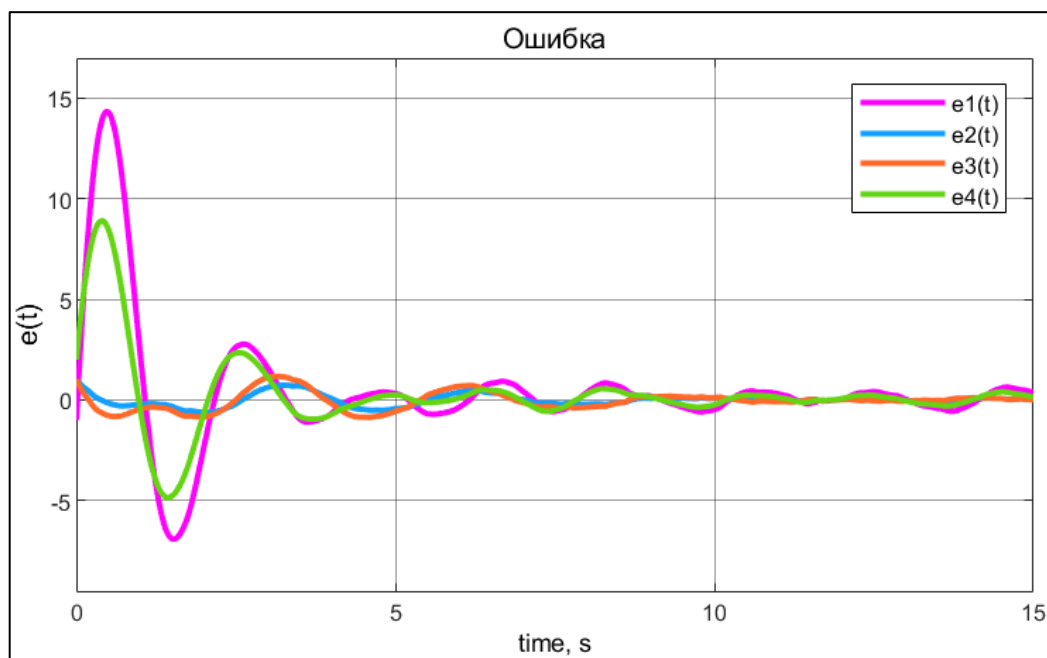


Figure 43 - Графики ошибок $e(t)$

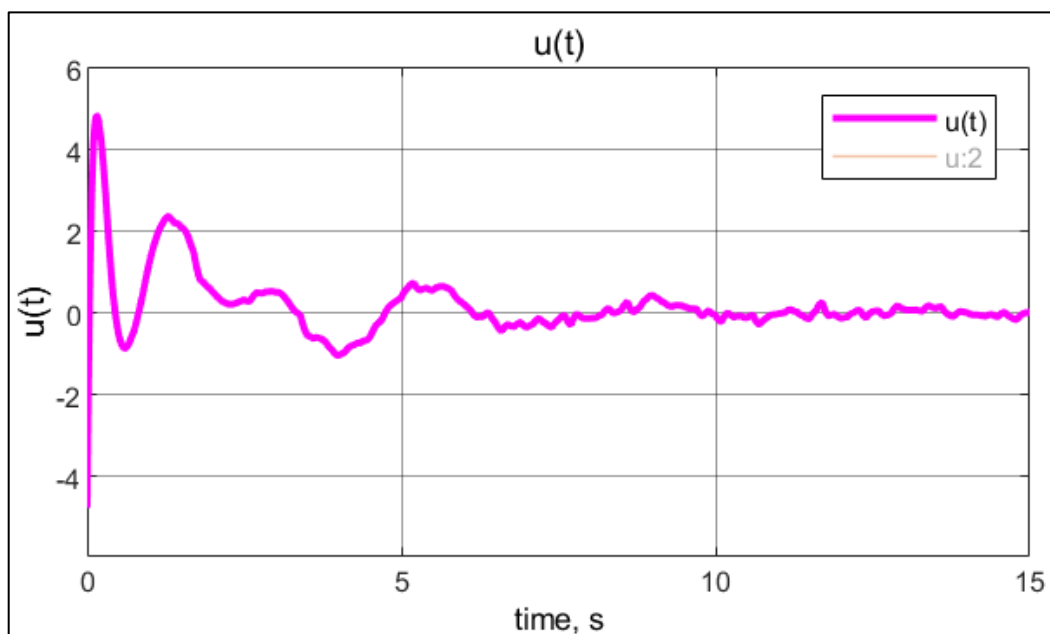


Figure 44 - График $u(t)$

Проведен синтез LQG-регулятора, включающего в себя LQR и фильтр Калмана, для системы с матрицами A, B, C, D, заданными в соответствии с условиями. После моделирования работы системы можно сделать вывод о ее эффективности и соответствии заданным требованиям

Заключение

Проведённая лабораторная работа позволила глубоко исследовать различные аспекты линейно-квадратичного регулирования (LQR) и фильтра Калмана (LQE), а также их комбинацию в системе LQG.

В рамках первой задачи были проведены эксперименты с различными параметрами матриц Q и R для синтеза регулятора LQR. Результаты моделирования показали, что выбор этих параметров существенно влияет на поведение системы и её качество управления.

Третья задача посвящена исследованию фильтра Калмана (LQE) при различных внешних возмущениях. Было показано, что при корректном подборе параметров этот метод способен эффективно учитывать внешние шумы и обеспечивать точную оценку состояния системы.

В заключительной части работы был выполнен синтез LQG-регулятора, включающего в себя как регулятор LQR, так и фильтр Калмана. Моделирование данной системы подтвердило её эффективность и способность к управлению в условиях наличия шумов и возмущений.