Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский университет ИТМО»

(Университет ИТМО)

Дисциплина: Теория автоматического управления

Отчет
по лабораторной работе №6:
«Критерий Найквиста и системы с запаздыванием»

Вариант 12

Выполнил:

Самбрано Браво Рикардо Хосе,

студент гр. R33352

Преподаватель:

Пашенко Артем Витальевич,

фак. СУиР

Санкт-Петербург,

2023 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

1 Выполнение задания №1 «Годограф Найквиста»

1.1 Условие задания №1 «Годограф Найквиста»

В соответствии с вариантом задания (см. таблицу 1) придумайте три такие передаточных функции, которые имеют 5 полюсов, p из которых вещественные, а q - комплексно-сопряженные.

• Первая передаточная функция должна иметь n неустойчивых полюсов у разомкнутой системы и m неустойчивых полюсов у замкнутой.

• Вторая передаточная функция должна иметь 0 неустойчивых полюсов у разомкнутой системы и m у замкнутой.

• Третья передаточная функция должна иметь n неустойчивых полюсов у разомкнутой системы и 0 у замкнутой.

Для полученных систем:

1.1.1 Опишите алгоритм, который вы использовали для составления передаточных функций с необходимыми параметрами, приведите изображения размещения нулей и полюсов разомкнутой и замкнутой систем на комплексной координатной плоскости.

1.1.2 Выполните моделирование и приведите переходные характеристики для замкнутой и разомкнутой систем.

1.1.3 Постройте годограф Найквиста (АФЧХ). Найдите число оборотов годографа по часовой стрелке вокруг точки (-1; 0) и через критерий Найквиста. Сравните результаты.

1.2 Аналитика по полученным графикам и промежуточные результаты по заданию №1 «Годограф Найквиста»

1.2.1 Первая передаточная функция должна иметь 3 неустойчивых полюса у разомкнутой системы и 2 неустойчивых полюсов у замкнутой.

В программе NyQuist.html мы выбираем полюса и ноль передаточной функции, соответствующие нашему варианту.

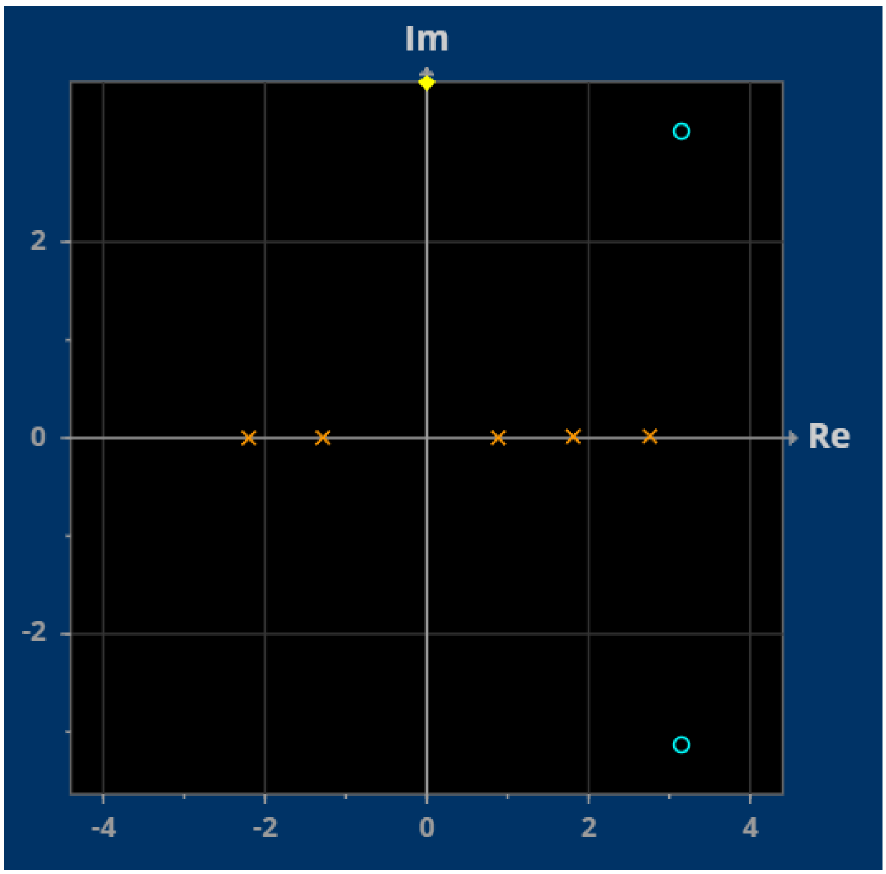

Рисунок 1 - График полюсов и нулей

Как мы видим на рисунке 1, наша система имеет 3 полюса на правой стороне плоскости.

Получаем передаточную функцию для разомкнутой системы

$$W(s) = \frac{((s-3.15)^2 + 3.13^2))}{(s-2.78)(s-1.83)(s+1.28)(s-0.89)(s+2.20)} \tag{1}$$

Теперь построим Step response для неё:

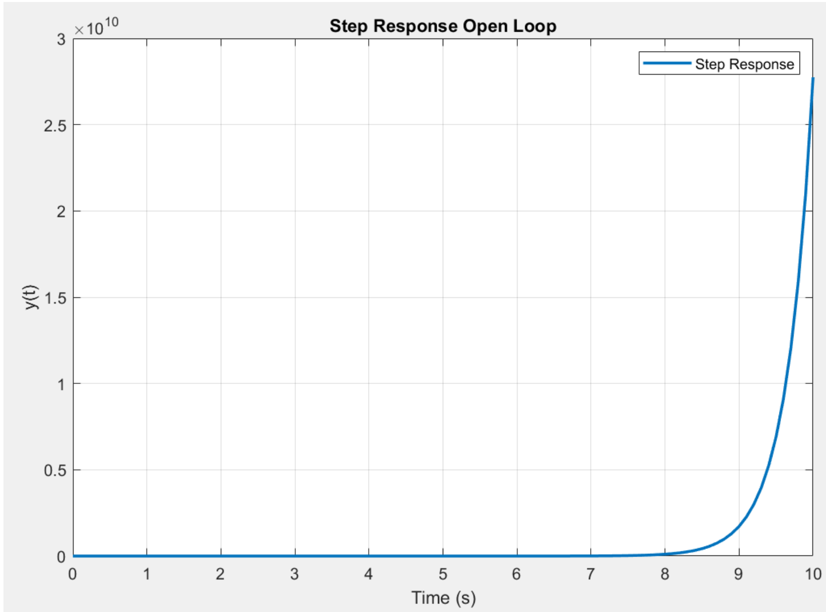

Рисунок 2 - Step Response для разомкнутой системы

Теперь приступим к построению графика полюсов замкнутой системы, как показано на графике ниже:

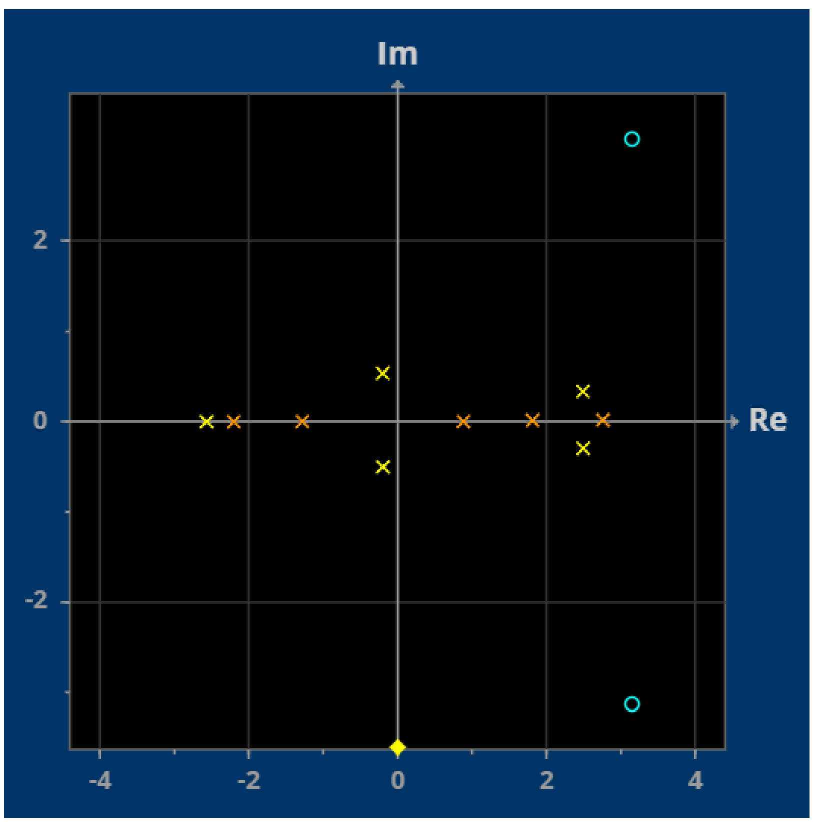

Рисунок 3 - Полюса замкнутой системы (желтые кресты)

Как мы видим из рисунка 3, желтые крестики — это полюса замкнутой системы.

Получаем передаточную функцию для замкнутой системы

$$W(s) = \frac{((s-3.15)^2 + 3.13^2))}{((s+0.19)^2 + 0.53^2))(s+2.57)((s-2.49)^2 + 0.32^2))} \tag{2}$$

Теперь построим Step response для неё:

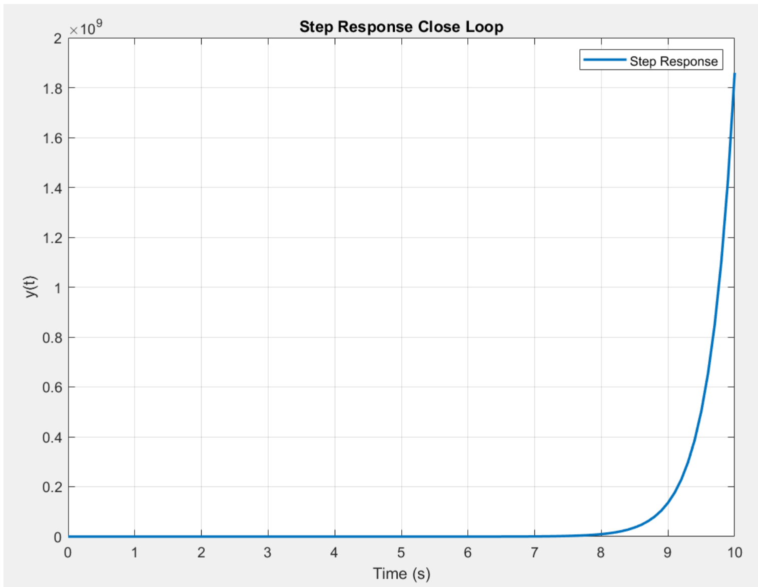

Рисунок 4 - Step response для замкнутой системы

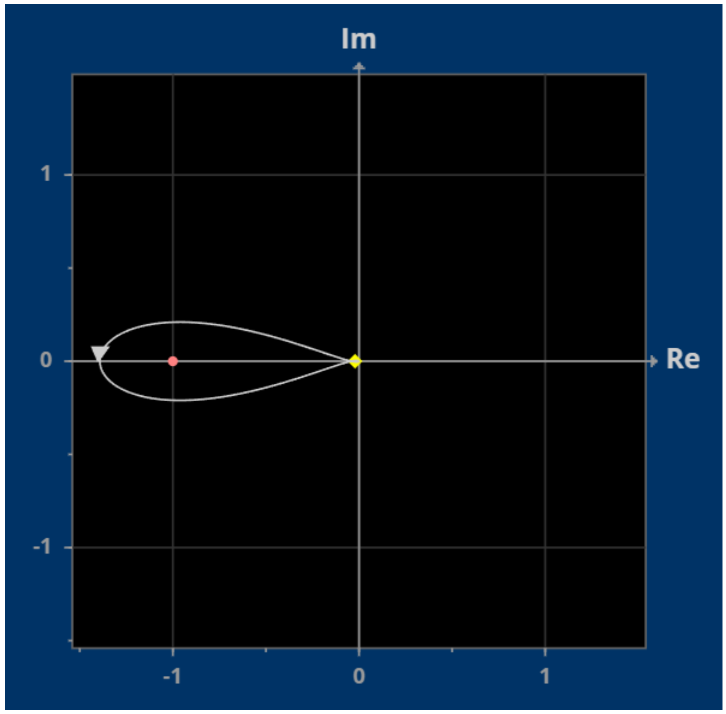

Рисунок 5 – Годограф

Теперь посчитаем количество оборот по часовой стрелке: -1.

3–1 = 2. И в замкнутой системе у нас 2 неустойчивых полюса. Как видим, критерий Найквиста соблюден.

1.2.2 Вторая передаточная функция должна иметь 0 неустойчивых полюсов у разомкнутой системы и 2 у замкнутой.

В программе NyQuist.html мы выбираем полюса и ноль передаточной функции, соответствующие нашему варианту.

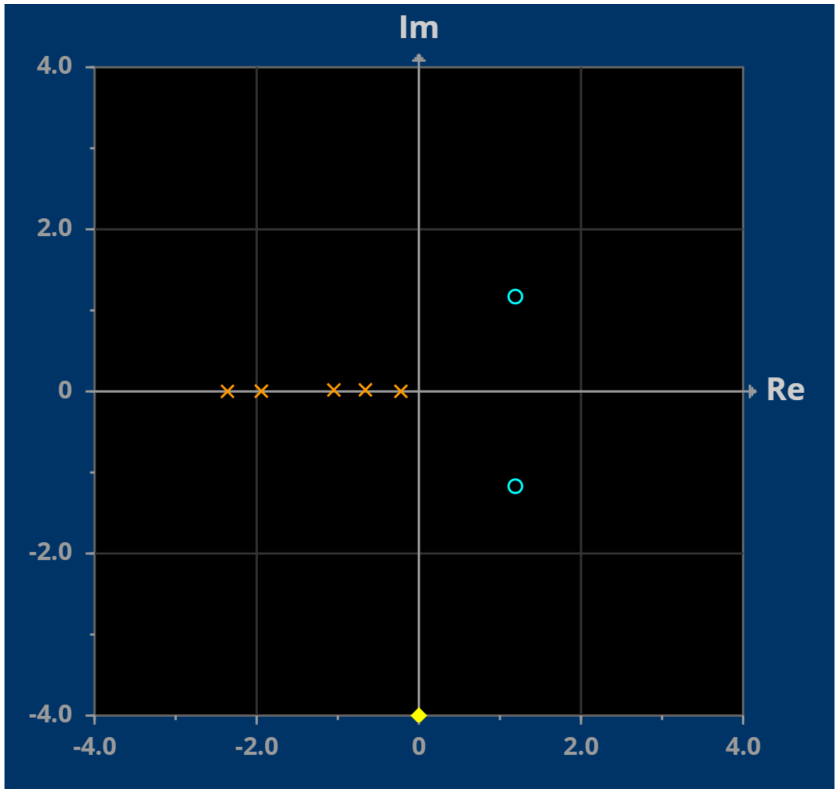

Рисунок 6 - График полюсов и нулей

Как мы видим на рисунке 1, наша система имеет 0 полюса на правой стороне плоскости.

Получаем передаточную функцию для разомкнутой системы:

$$W(s) = \frac{((s-1.19)^2 + 1.17^2))}{(s+1.94)(s+0.22)(s+2.36)(s+0.64)(s+1.03)} \tag{3}$$

Теперь построим Step response для неё:

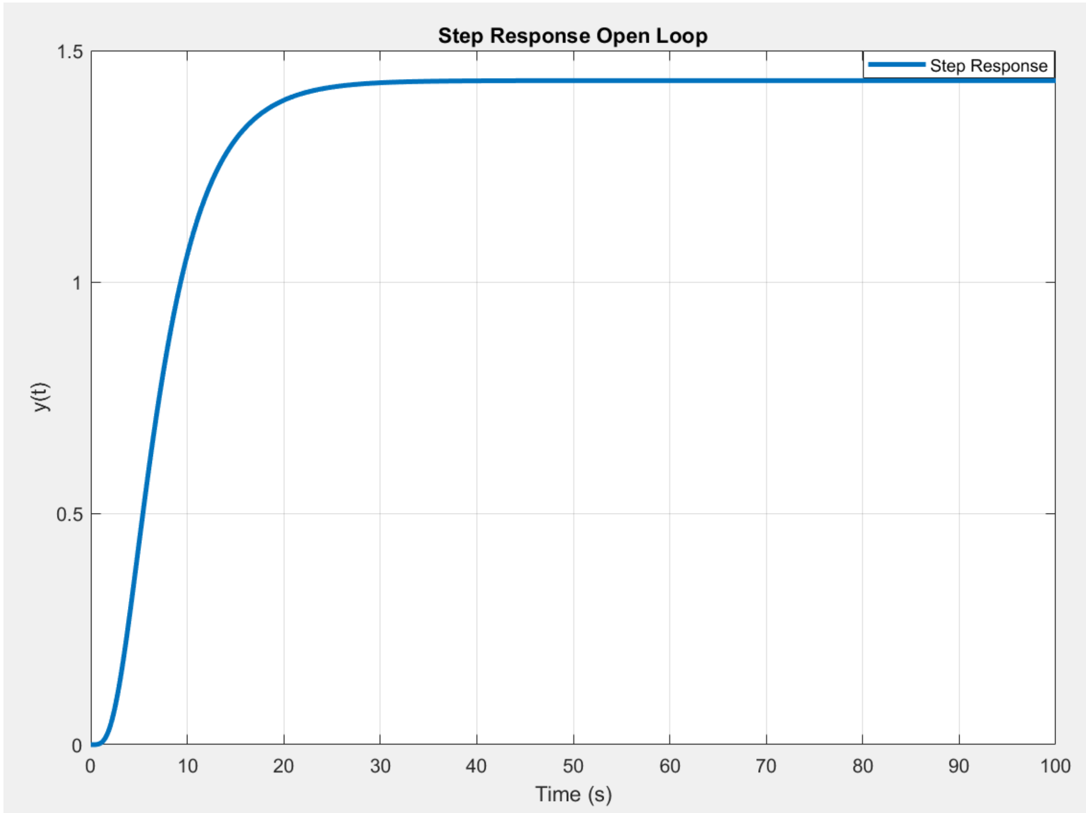

Рисунок 7 - Step Response для разомкнутой системы

Теперь приступим к построению графика полюсов замкнутой системы, как показано на графике ниже:

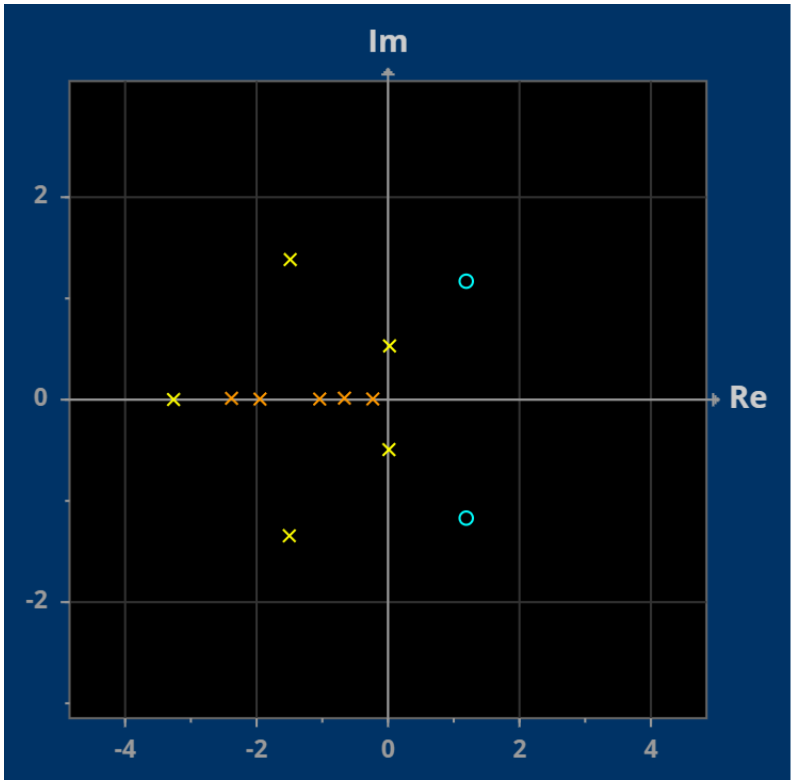

Рисунок 8 - Полюса замкнутой системы (желтые кресты)

Как мы видим из рисунка 3, желтые крестики — это полюса замкнутой системы.

Получаем передаточную функцию для замкнутой системы

$$W(s) = \frac{((s-1.19)^2 + 1.17^2))}{(s+3.28)((s+1.49)^2 + 1.38^2))((s+0.03)^2 + 0.52^2))} \quad (4)$$

Теперь построим Step response для неё:

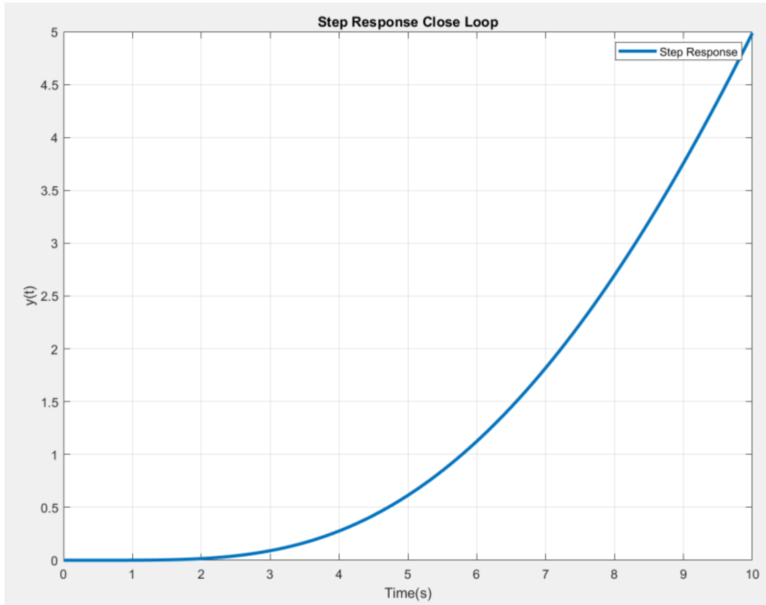

Рисунок 9 - Step Response для замкнутой системы

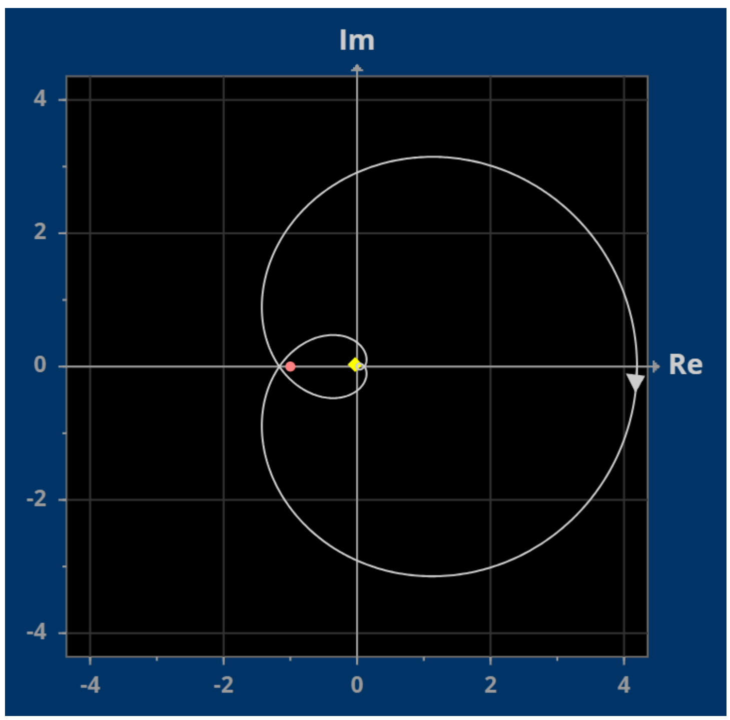

Рисунок 10 - Годограф

0 + 2 = 2. И в замкнутой системе у нас 2 неустойчивых полюса. Как видим, критерий Найквиста соблюден.

1.2.3 Третья передаточная функция должна иметь 3 неустойчивых полюса у разомкнутой системы и 0 у замкнутой.

В программе NyQuist.html мы выбираем полюса и ноль передаточной функции, соответствующие нашему варианту.

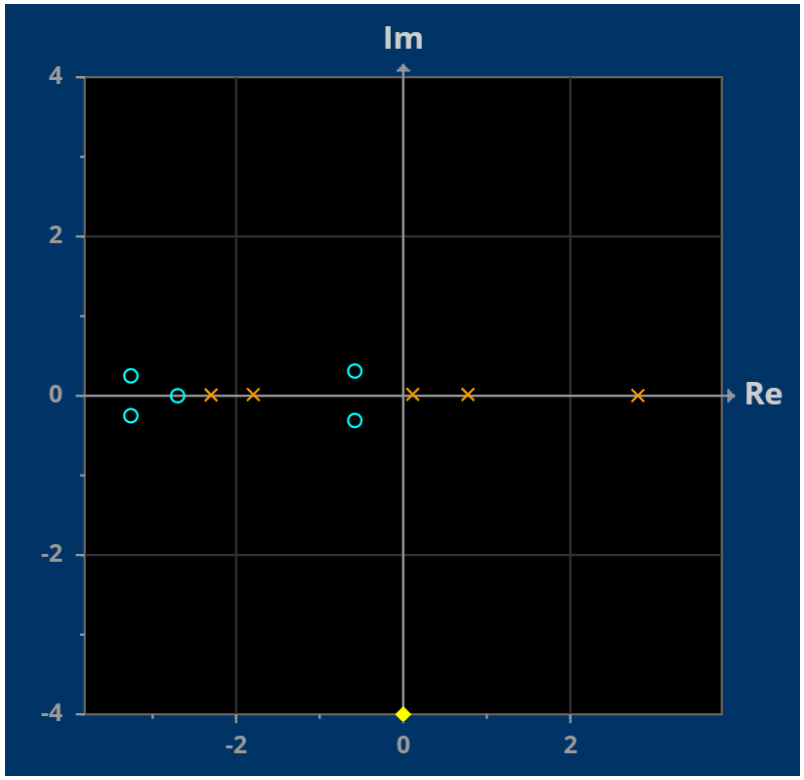

Рисунок 11 - График полюсов и нулей

Как мы видим на рисунке 1, наша система имеет 3 полюса на правой стороне плоскости.

Получаем передаточную функцию для разомкнутой системы:

$$W(s) = \frac{((s+0.58)^2 + 0.31^2))((s+3.26)^2 + 0.25^2))(s+2.70)}{(s+2.29)(s-0.79)(s+1.78)(s-2.81)(s-0.13)} \qquad (5)$$

Теперь построим Step response для неё:

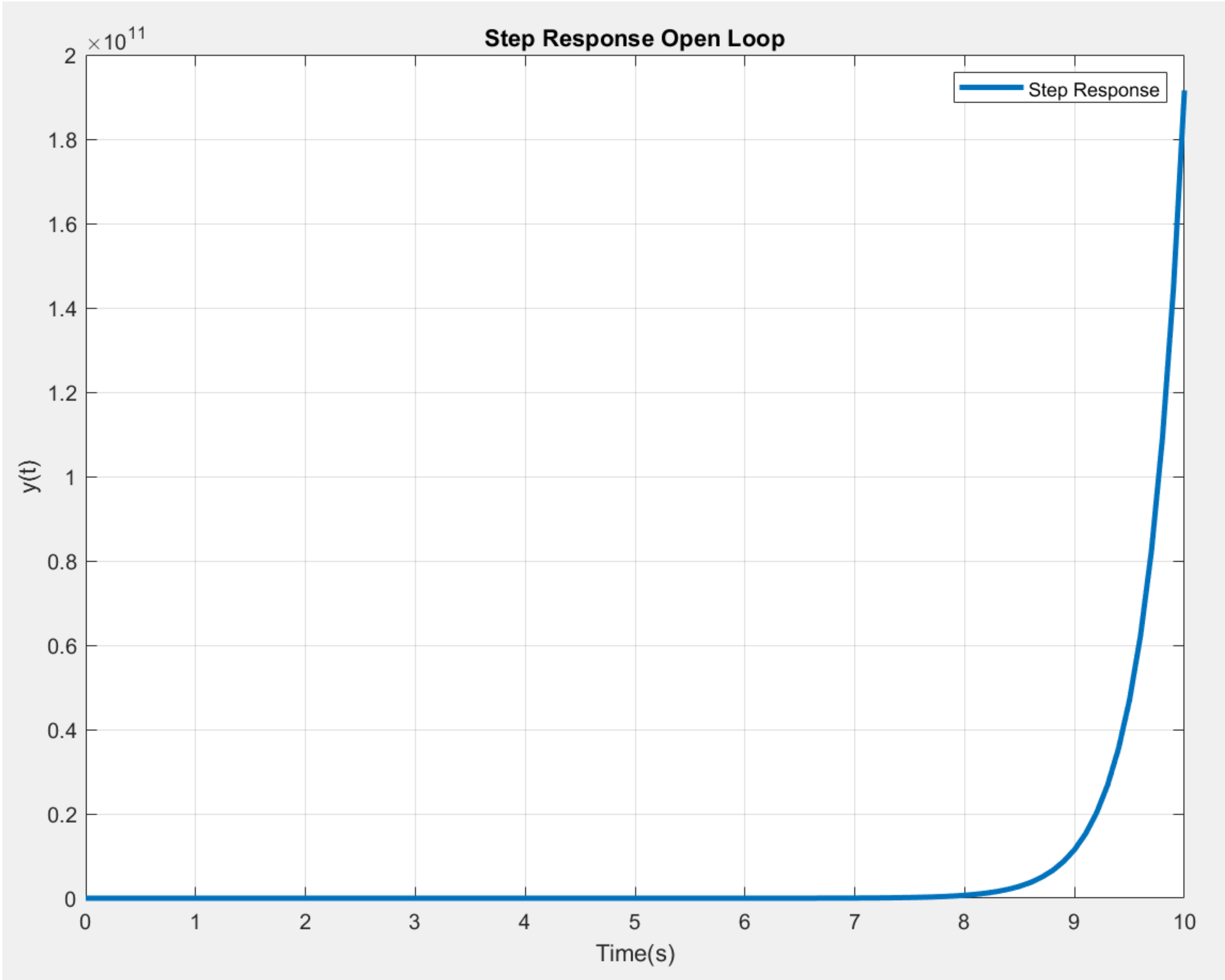

Рисунок 12 - Step Response для разомкнутой системы

Теперь приступим к построению графика полюсов замкнутой системы, как показано на графике ниже:

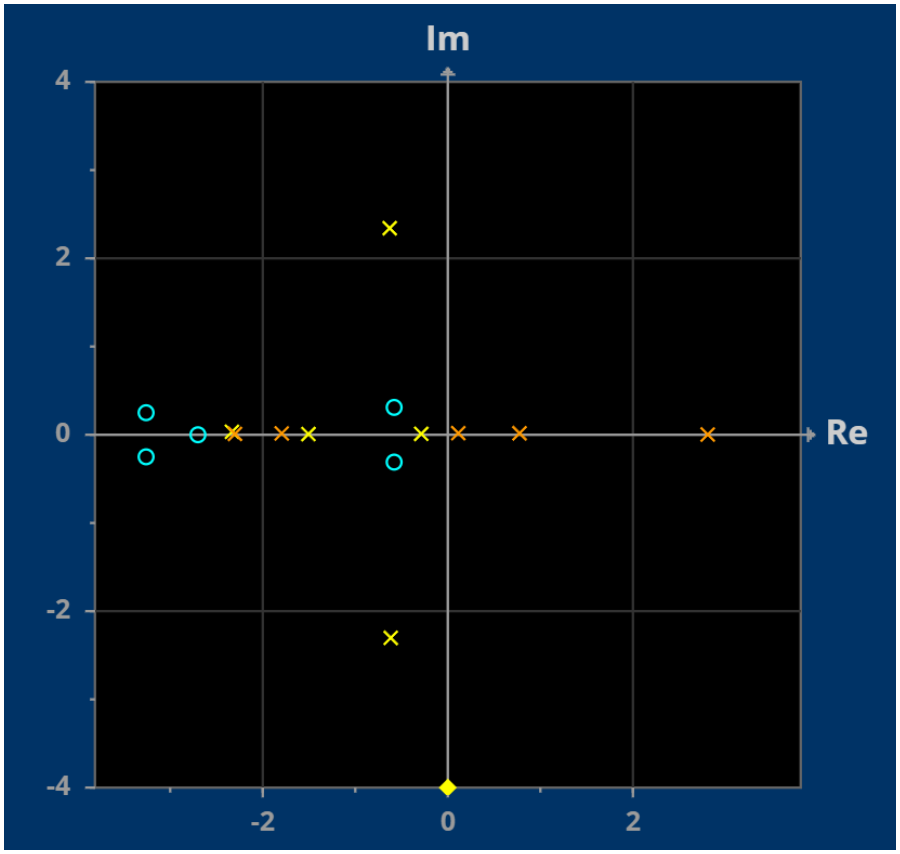

Рисунок 13 - Полюса замкнутой системы (желтые кресты)

Как мы видим из рисунка 13, желтые крестики — это полюса замкнутой системы.

Получаем передаточную функцию для замкнутой системы

$$W(s) = \frac{((s+0.58)^2 + 0.31^2))((s+3.26)^2 + 0.25^2))(s+2.70)}{((s+0.64)^2 + 2.33^2))(s+0.29)(s+1.51)(s+2.36)} \tag{6}$$

Теперь построим Step response для неё:

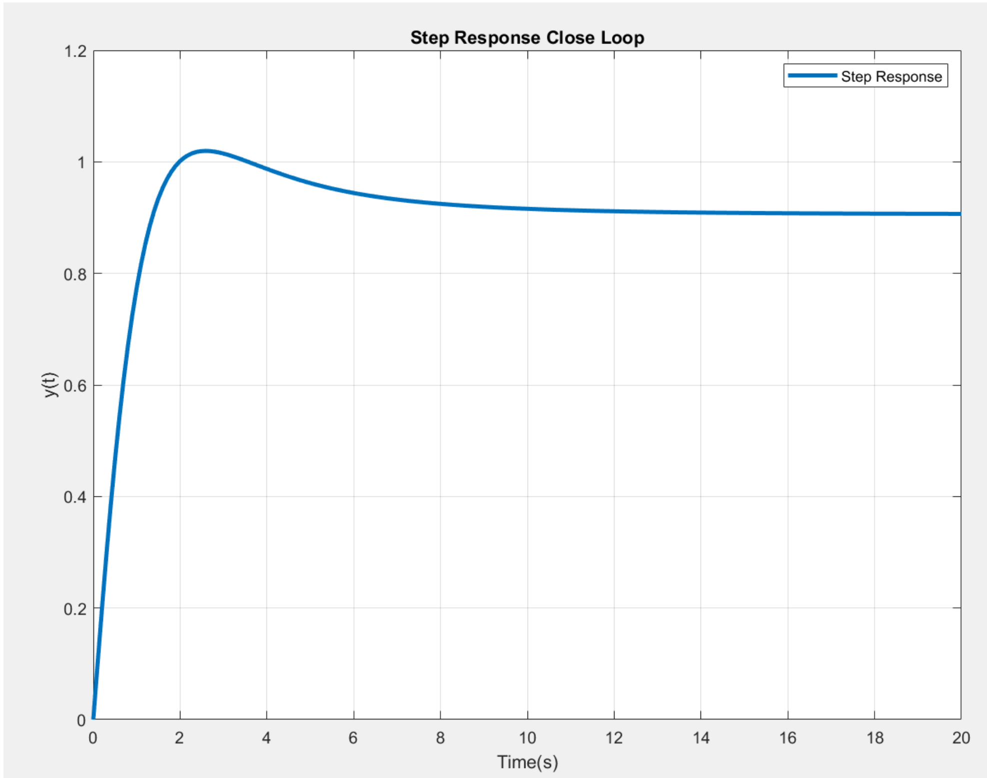

Рисунок 14 - Step Response для замкнутой системы

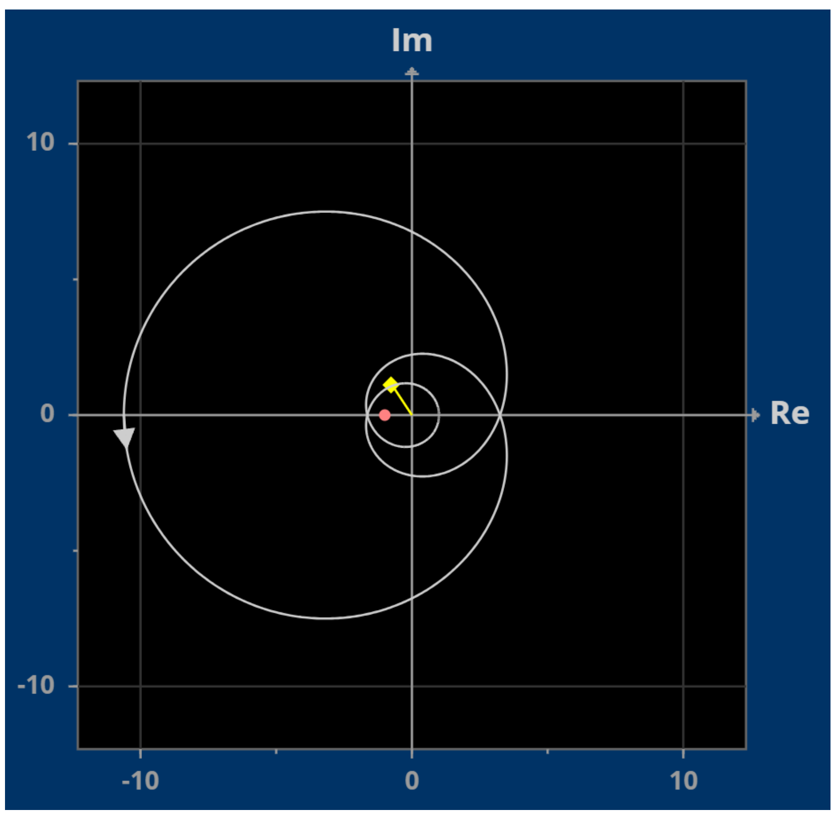

Рисунок 15 - Годограф

2 Выполнение задания №2 «Коэффициент усиления»

2.1 Условие задания №2 «Коэффициент усиления»

В соответствии с вариантом задания возьмите значение i (см. таблицу 1) и соответствующие ему передаточные функции $W_1\ (s)$ и $W_2(s)$ (см. таблицу 2). Добавьте к каждой функции коэффициент усиления k. Для полученных систем:

2.1. Постройте годограф Найквиста для значения коэффициента усиления k = 1.

2.2. Рассмотрите, как влияет коэффициент усиления k на кривую Годогрофа.

2.3. Найдите зависимость количества неустойчивых полюсов замкнутой системы относительно значений коэффициента усиления k. Определите значение запаса устойчивости по амплитуде. Найдите пределы значений коэффициента усиления k относительно которых система устойчива.

2.4. Выполните моделирование и приведите переходные характеристики замкнутой системы при значениях коэффициента k для устойчивого и неустойчивого случаев.

2.2 Аналитика по полученным графикам и промежуточные результаты по заданию №2 «Коэффициент усиления»

Учитывая передаточную функцию:

$$W_1(s) = \frac{s-3}{s^2+3s+1} \tag{7}$$

Мы можем увидеть, как коэффициент усиления K влияет на устойчивость системы через годограф.

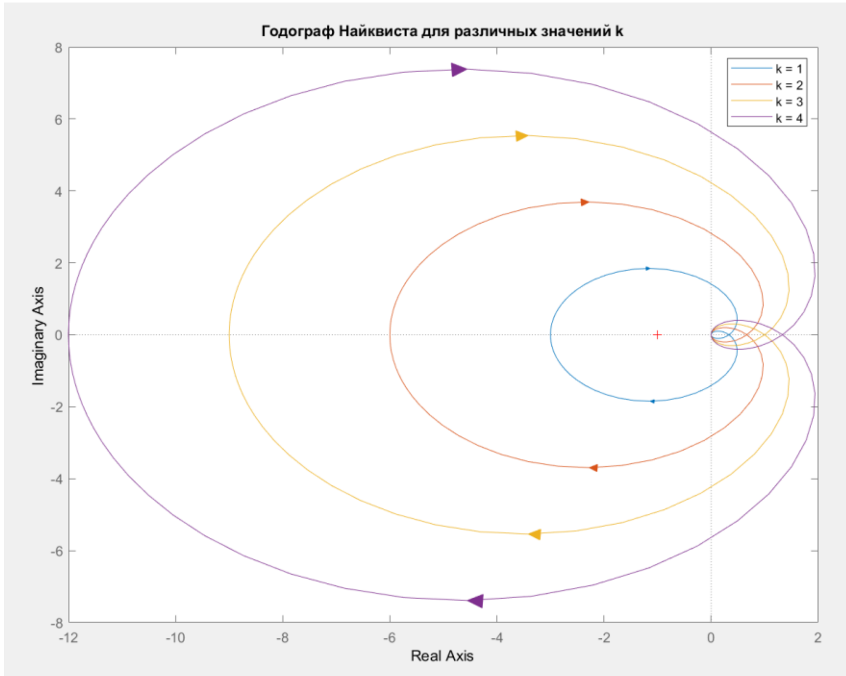

Рисунок 16 - Годограф Найквиста с различными коэффициентами

Как мы видим на графике 16, видно, что коэффициент «растягивает» или «увеличивает» график

Найдем функцию замкнутой системы:

$$W_{CL} = \frac{k(s-3)}{s^2 + 3s + 1 + ks - 3k} \quad (8)$$

$$W_{CL} = \frac{k(s-3)}{s^2 + (3+k)s + 1 - 3k}$$

С помощью теоремы Гурвица мы можем обнаружить, что система неустойчива, когда K> 1/3

Теперь посмотрим на частотные характеристики функции разомкнутой системы:

$$W(jw) = \frac{6w^2 - 3}{w^4 + 7w^2 + 1} - j\frac{w^3 - 10w}{w^4 + 7w^2 + 1} \quad (9)$$

$$A(w) = \sqrt{\left(\frac{6w^2 - 3}{w^4 + 7w^2 + 1}\right)^2 + \left(\frac{-w^3 + 10w}{w^4 + 7w^2 + 1}\right)^2} \tag{10}$$

$$\varphi(w) = atan2\left(\frac{-w^3 + 10w}{w^4 + 7w^2 + 1}, \frac{6w^2 - 3}{w^4 + 7w^2 + 1}\right) \tag{11}$$

$$\varphi(0) = -180$$

$$A(0) = 3$$

$$K_{max} = A_з = \frac{1}{A(0)} = \frac{1}{3}$$

Из предыдущих расчетов мы можем определить, что максимальный K равен 1/3

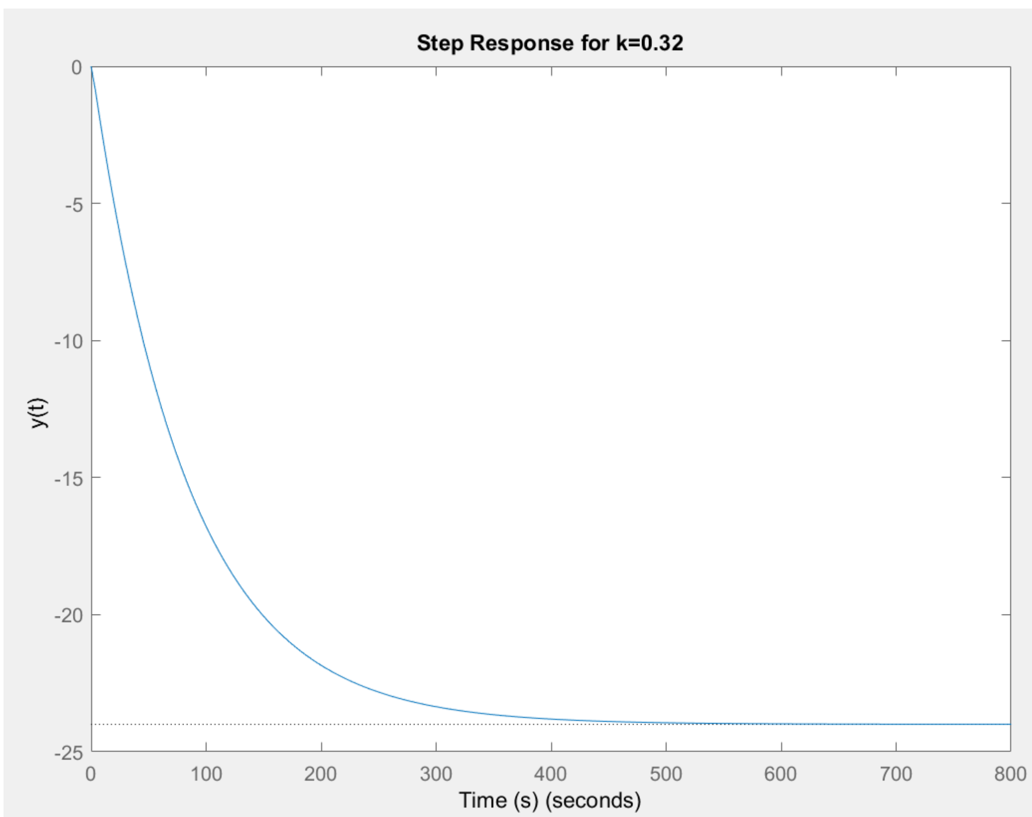

Рисунок 17 - Переходная функция системы при стабильном коэффициенте

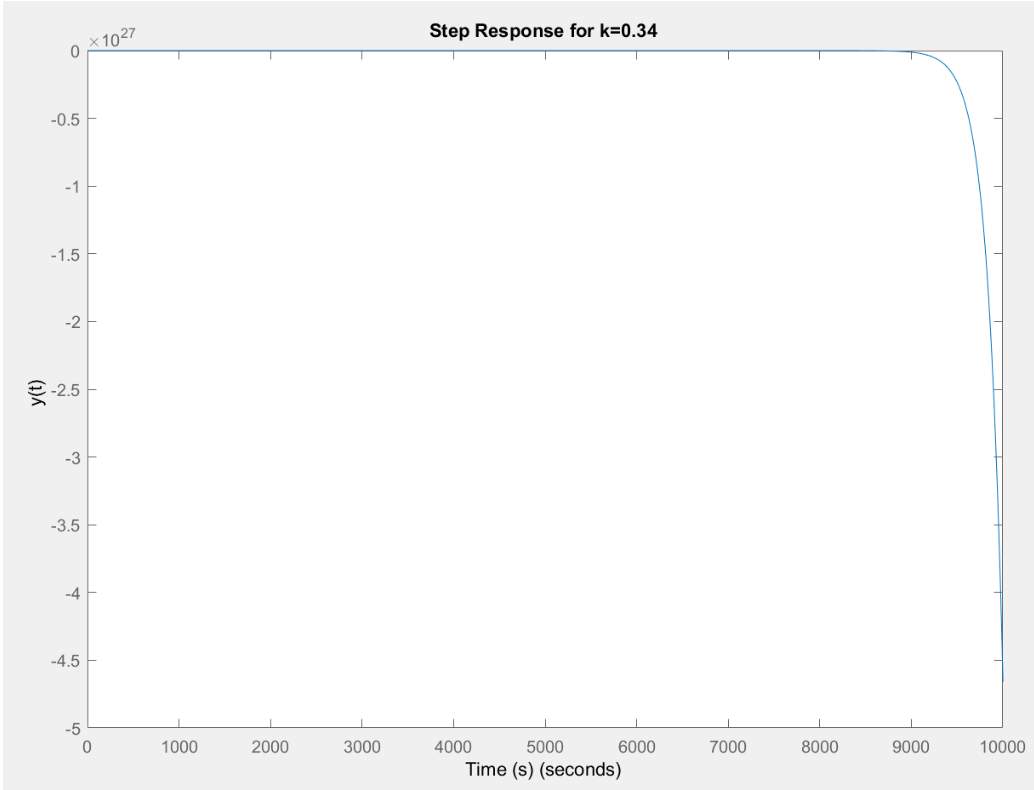

Рисунок 18 - Переходная функция системы при нестабильном коэффициенте

Для расчета критического коэффициента K передаточной функции $W_2(s)$ необходимо проделать те же действия, которые мы выполнили ранее:

$$W(s) = \frac{10s^3 - 13s^2 + 10s - 2}{10s^3 + 14s^2 + 5s + 0.5} \tag{12}$$

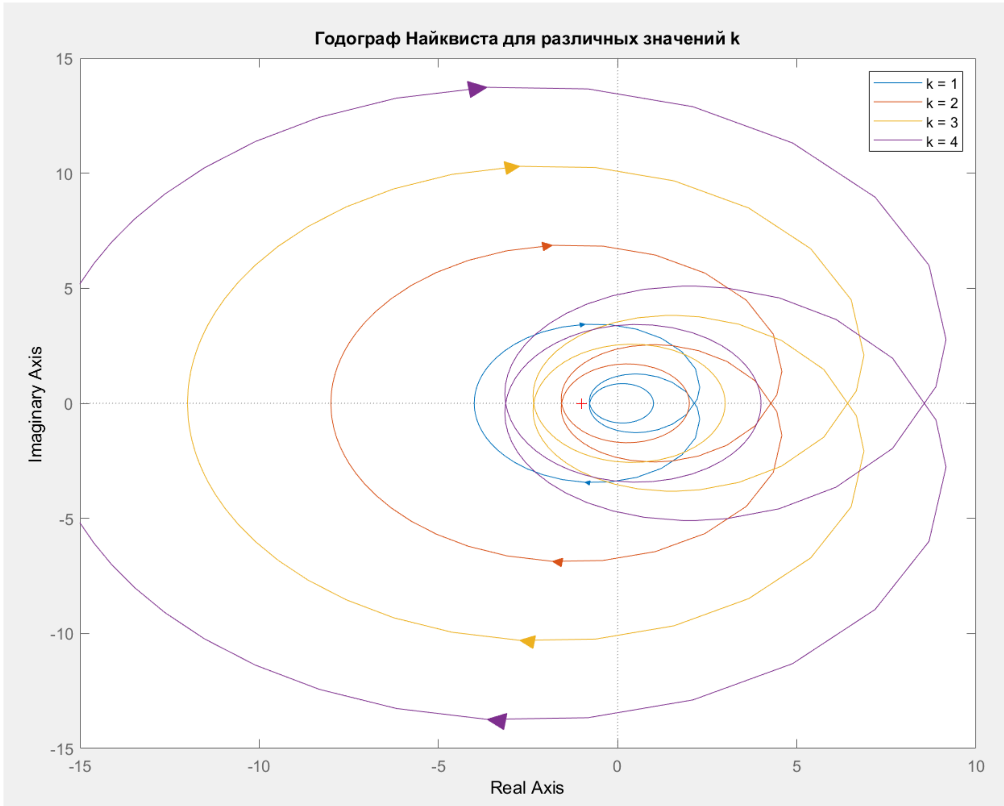

Рисунок 19 - Годограф Найквиста с различными коэффициентами

Посмотрим на частотные характеристики функции разомкнутой системы:

$$W(jw) = \frac{10000(w^6 + 0.4^5 - 0.44w^4 + 0.006w^2 - 0.00003)}{10000(w^6 - 1.2w^5 + 0.48w^4 - 0.072w^3 + 0.0036w^2 + 0.0001)} - \frac{0.013w^3 + 0.0082w^2 + 0.00118w}{w^6 - 1.2w^5 + 0.48w^4 - 0.072w^3 + 0.0036w^2 + 0.0001} j \quad (13)$$

$$A(w) = \frac{\sqrt{\left((w^6 + 0.4w^5 - 0.44w^4 + 0.006w^2 - 0.00003)\right)^2 + (0.013w^3 + 0.0082w^2 + 0.00118w)^2}}{w^6 - 1.2w^5 + 0.48w^4 - 0.072w^3 + 0.0036w^2 + 0.0001} \quad (14)$$

$$\varphi(w) = atan2\left(\frac{0.013w^3 + 0.0082w^2 + 0.00118}{w^6 - 1.2w^5 + 0.48w^4 - 0.072w^3 + 0.0036w^2 + 0.0001}, \frac{10000(w^6 + 0.4^5 - 0.44w^4 + 0.006w^2 - 0.00003)}{10000(w^6 - 1.2w^5 + 0.48w^4 - 0.072w^3 + 0.0036w^2 + 0.0001)}\right) \quad (15)$$

$$\varphi(0) = 540$$

$$A(0) = 0.3$$

$$K_{кр} = A_з = \frac{1}{A(0)} = \frac{1}{0.3} = 3.33$$

При частоте 0 арктангенс равен 540, что является оборотом на -180 градусов от полного поворота в 720, амплитуда при этом равна 0.3, соответственно критический коэффициент коэффициент $K = 3.33$. Теперь построим step responses для устойчивого и неустойчивого коэффициентов:

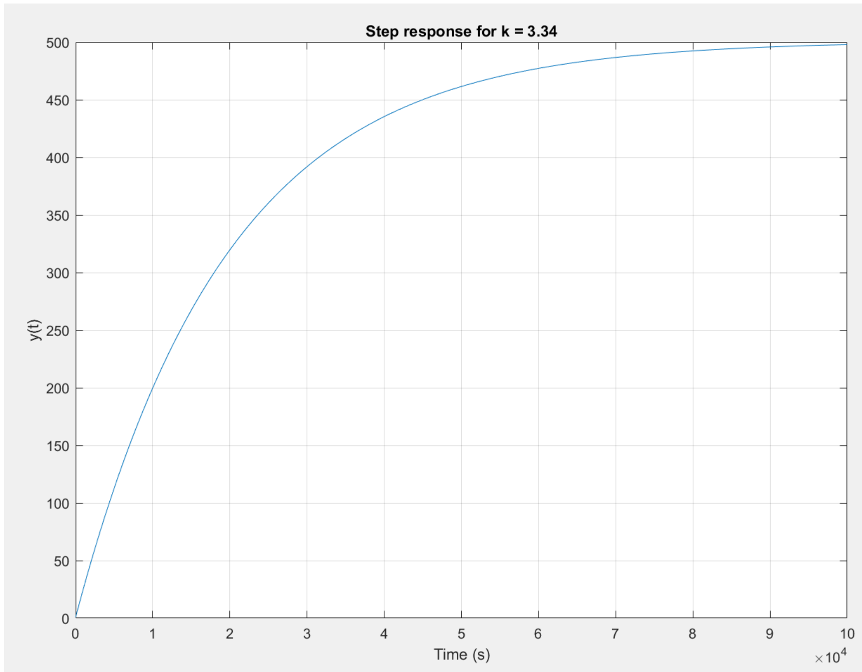

Рисунок 20 - Переходная функция системы при стабильном коэффициенте

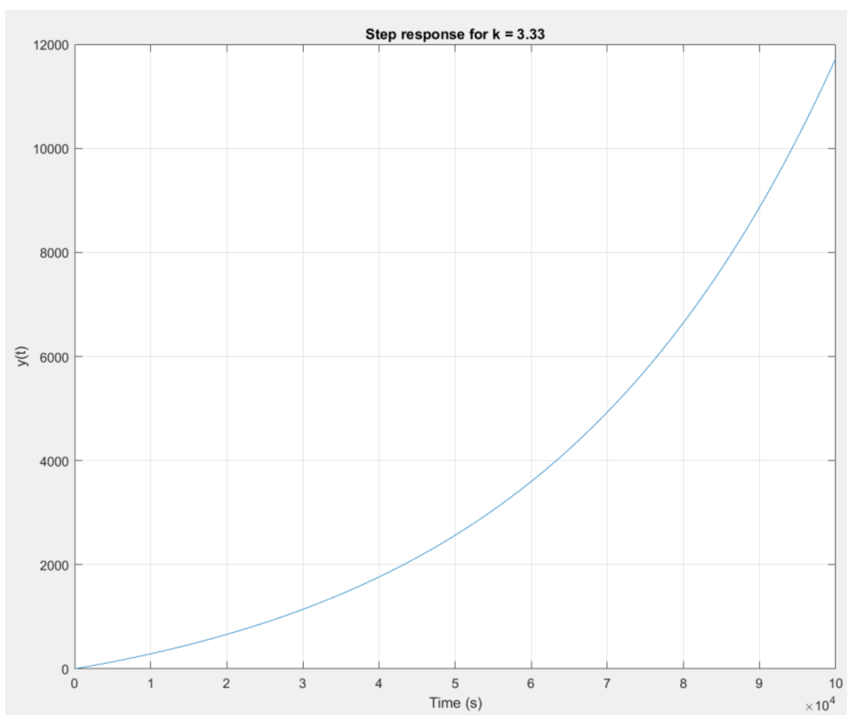

Рисунок 21 - Переходная функция системы при нестабильном коэффициенте

3 Выполнение задания №3 «Запаздывание»

3.1 Условие задания №3 «Запаздывание»

В соответствии с вариантом задания возьмите значение j (см. таблицу 1) и соответствующие ему передаточные функции $W_3(s)$ и $W_4(s)$ (см. таблицу 3). Добавьте к каждой функции звено чистого запаздывания $e^{-\tau s}$. Для полученных систем:

3.1. Постройте годограф Найквиста для значения коэффициента запаздывания $\tau = 0$ и $\tau = 0.5$.

3.2. Рассмотрите, как влияет коэффициент запаздывания τ на кривую годогрофа.

3.3. Найдите зависимость неустойчивости замкнутой системы относительно значений коэффициента запаздывания τ. Определите значение запаса устойчивости по фазе. Найдите пределы значений коэффициента запаздывания τ относительно которых система устойчива.

3.4. Выполните моделирование и приведите переходные характеристики замкнутой системы при значениях коэффициента τ для устойчивого и неустойчивого случаев.

3.2 Аналитика по полученным графикам и промежуточные результаты по заданию №3 «Запаздывание»

Для функции W_3(s):

$$W(s) = \frac{9s + 3}{s^2 + 3s + 5} \tag{16}$$

Приступаем к изучению системы при запаздывании 0 и при 0.5

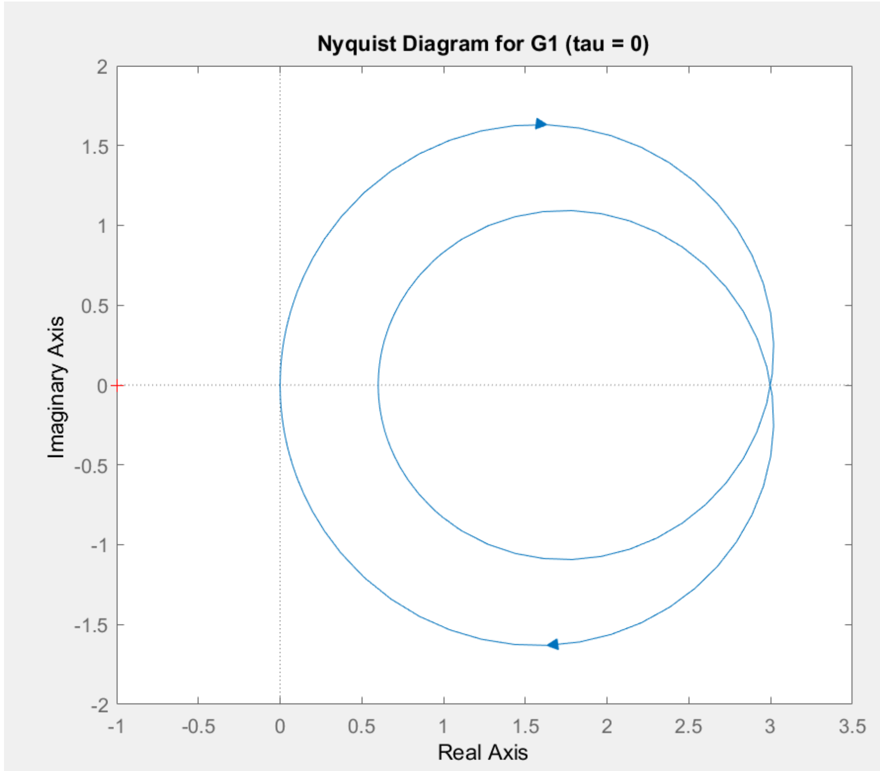

Рисунок 22 - Система при тау = 0

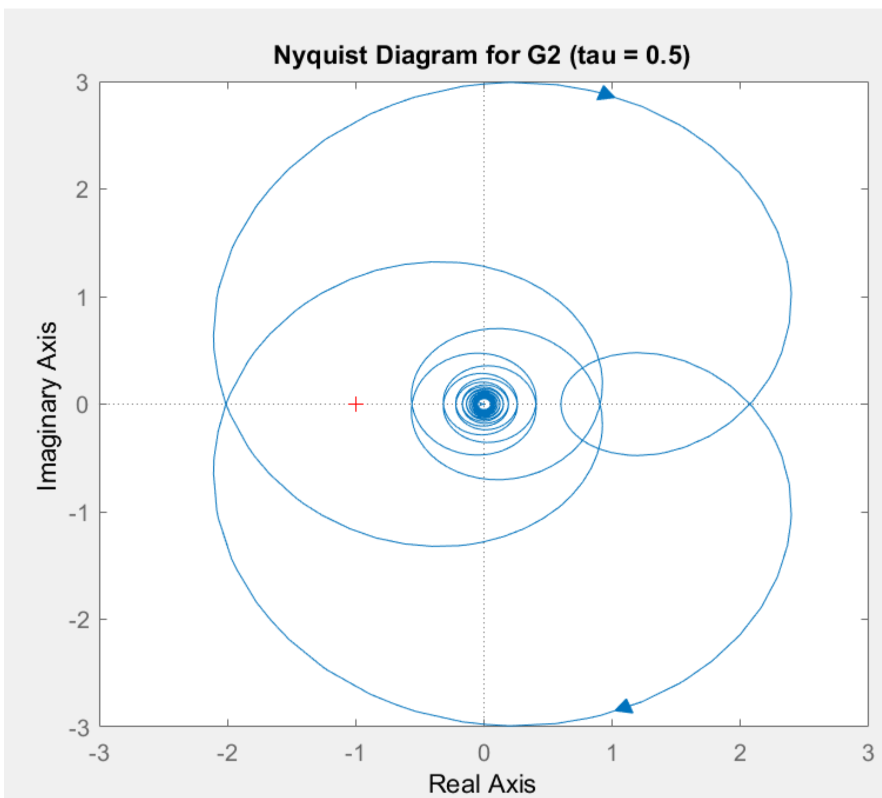

Рисунок 23 - Система при тау = 0.5

Приступаем к построению графика ФЧХ и АЧХ, чтобы проанализировать, на какой частоте амплитуда равна 1:

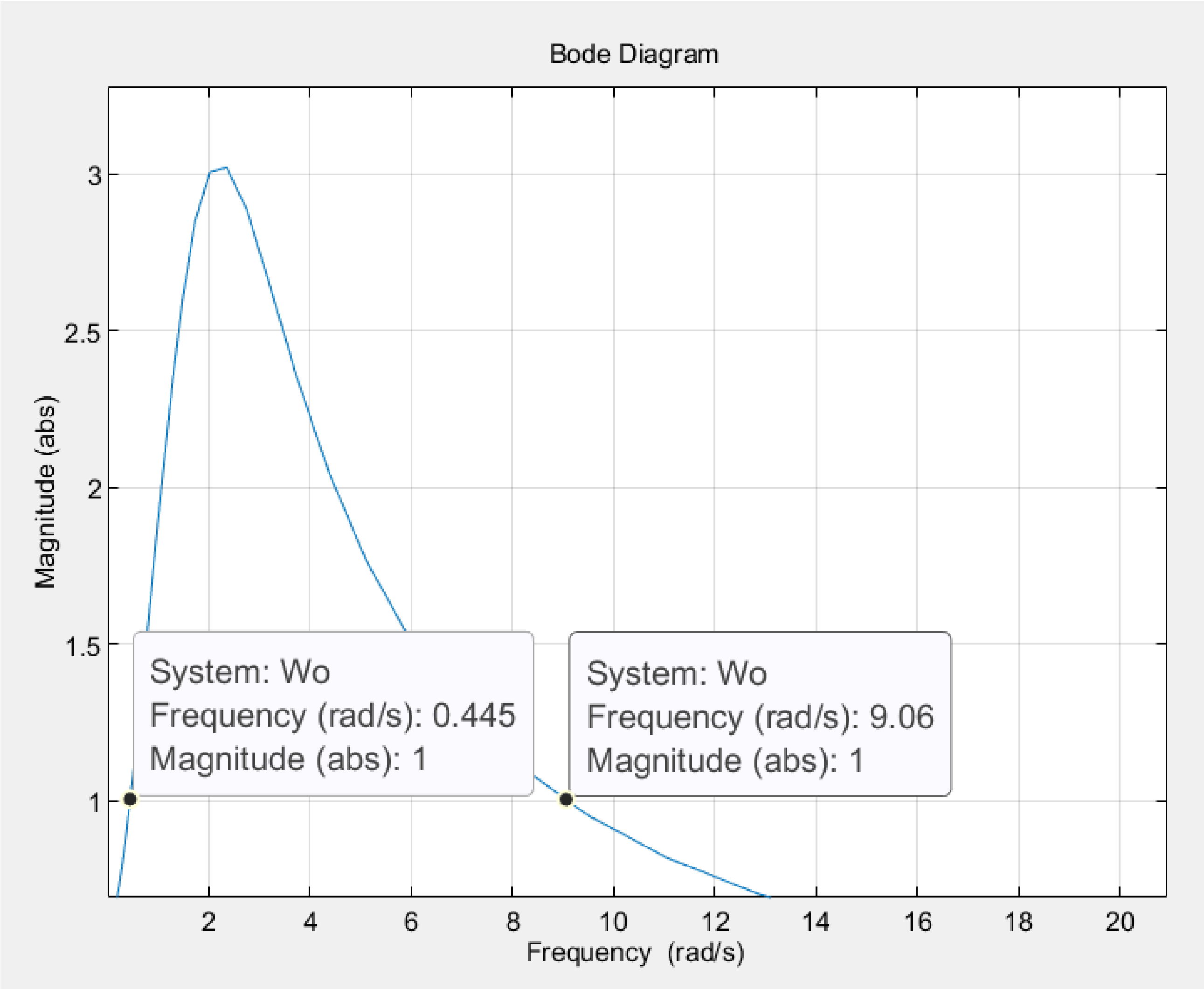

Рисунок 24 - АЧХ

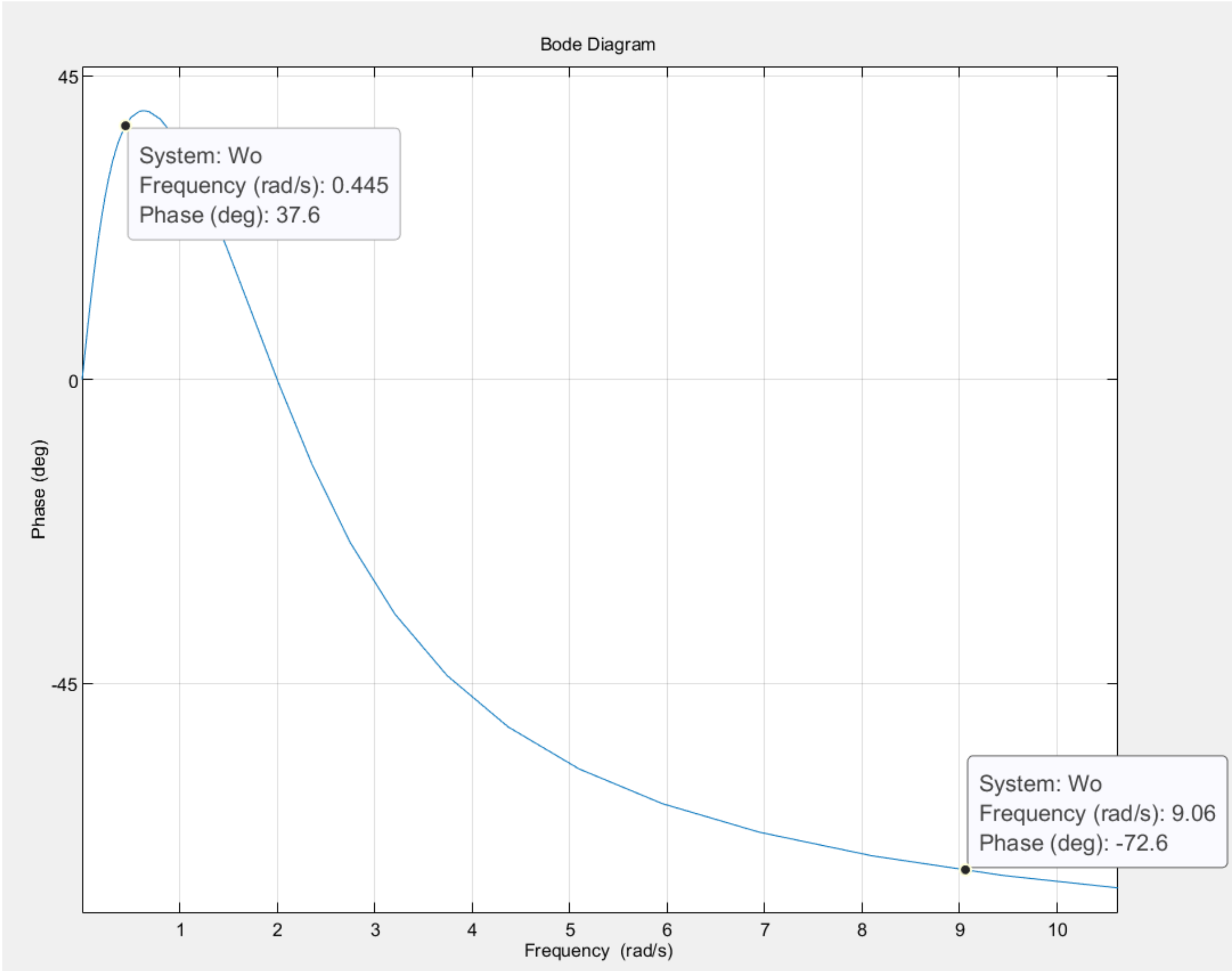

Рисунок 25 – ФЧХ

Получаем, что от 0 до частоты w = 9.06 система устойчива. Теперь найдем запас устойчивости фазы:

$$\tau_{max} = \frac{(180 - 72.6)\pi}{180 * 9.07} = 0.20 \quad (17)$$

$$0 < \tau < 0.20$$

Посмотрим переходные функции при устойчивом и неустойчивом временах запаздывания:

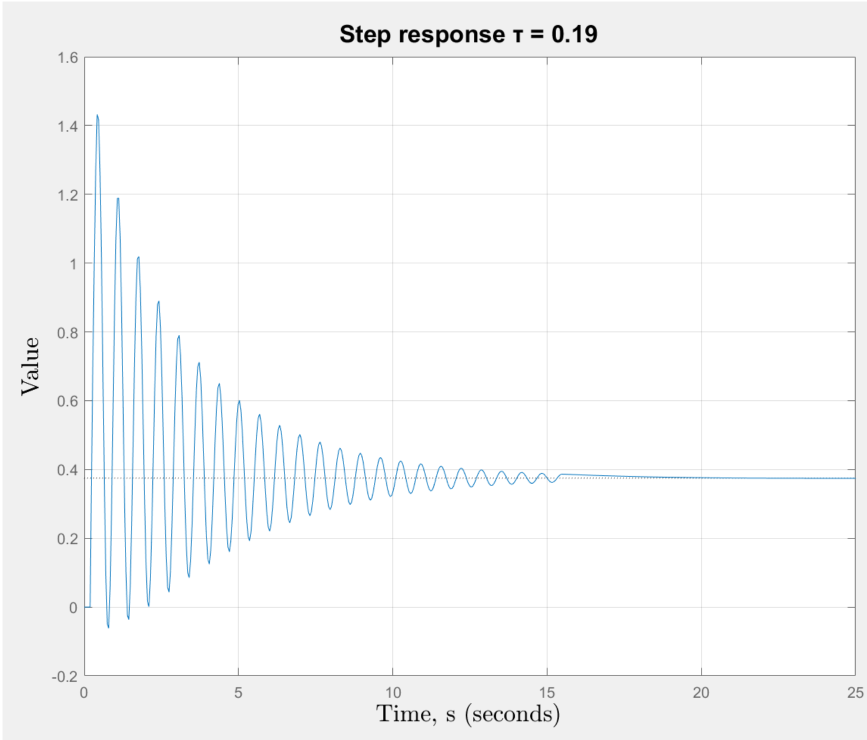

Рисунок 26 - Устойчивое время запаздывания

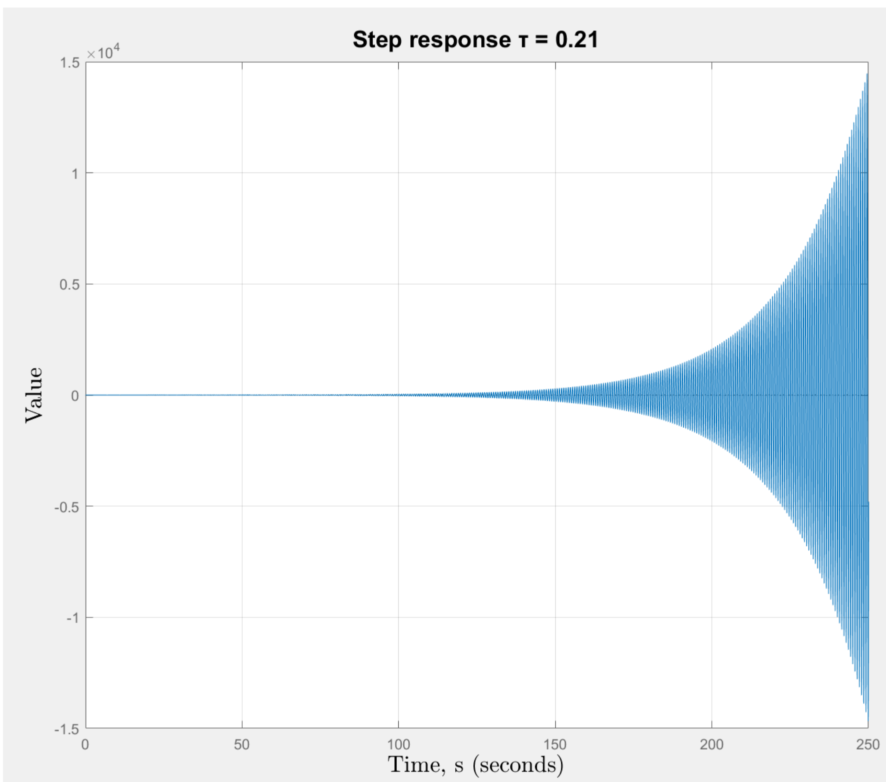

Рисунок 27 - Неустойчивое время запаздывания

Для функции W_4(s):

$$W(s) = \frac{10s^2 - 6s + 11}{10s^3 - s^2 + 38s + 20} \tag{18}$$

Приступаем к изучению системы при запаздывании 0 и при 0.5

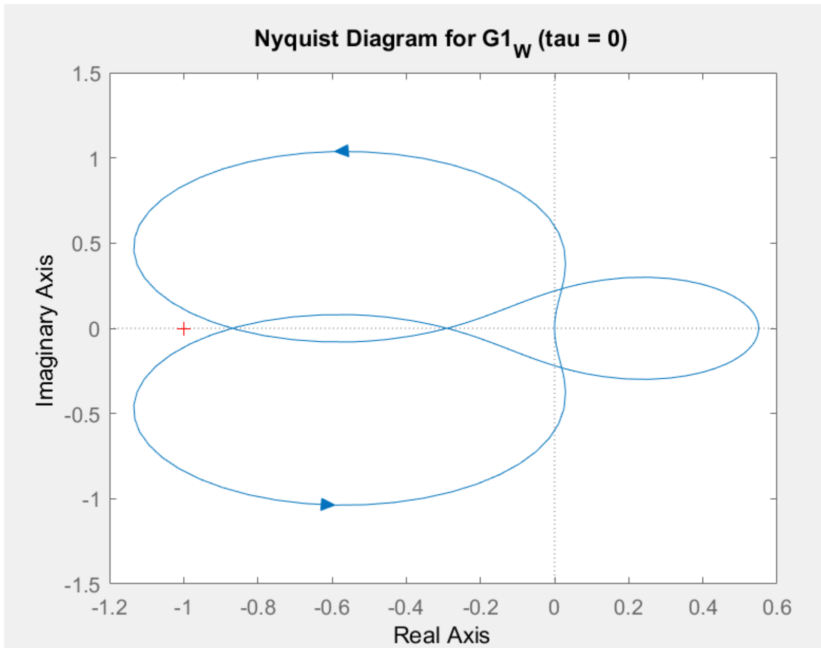

Рисунок 28 - Система при тау = 0

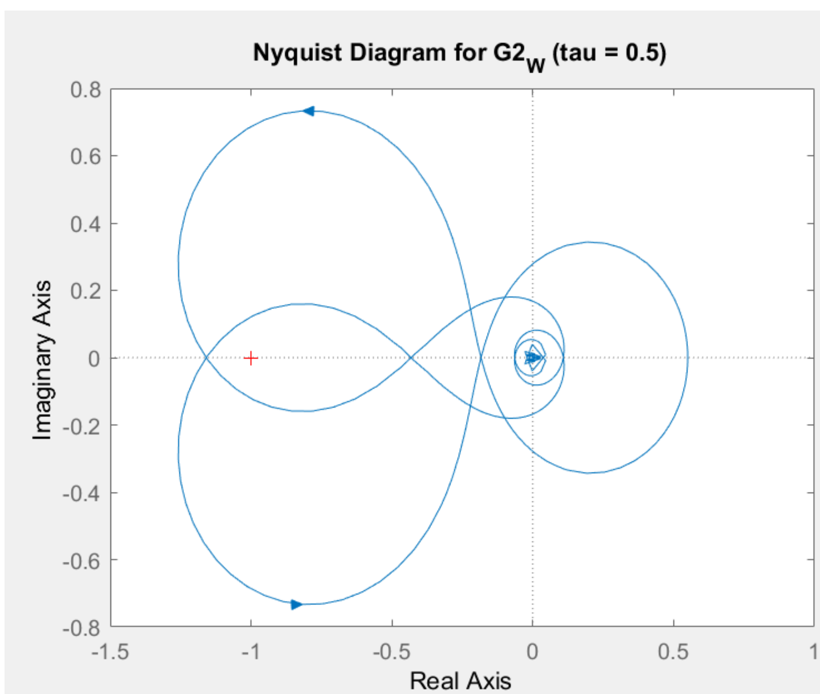

Рисунок 29 - Система при тау = 0.5

Приступаем к построению графика ФЧХ и АЧХ, чтобы проанализировать, на какой частоте амплитуда равна 1:

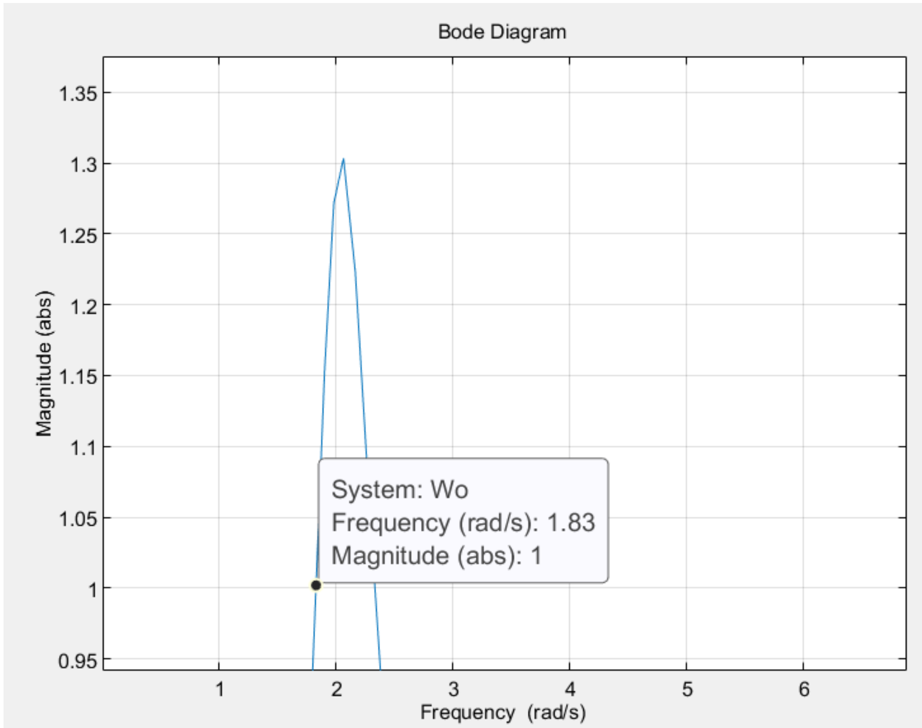

Рисунок 30 – АЧХ 1

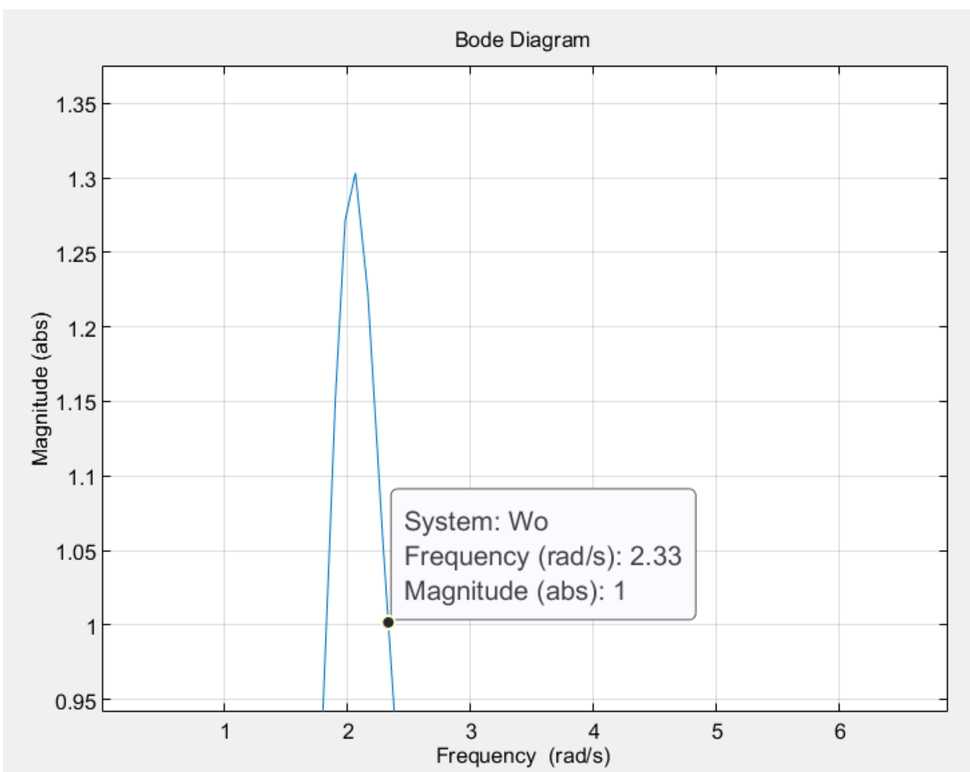

Рисунок 31 - АЧХ 2

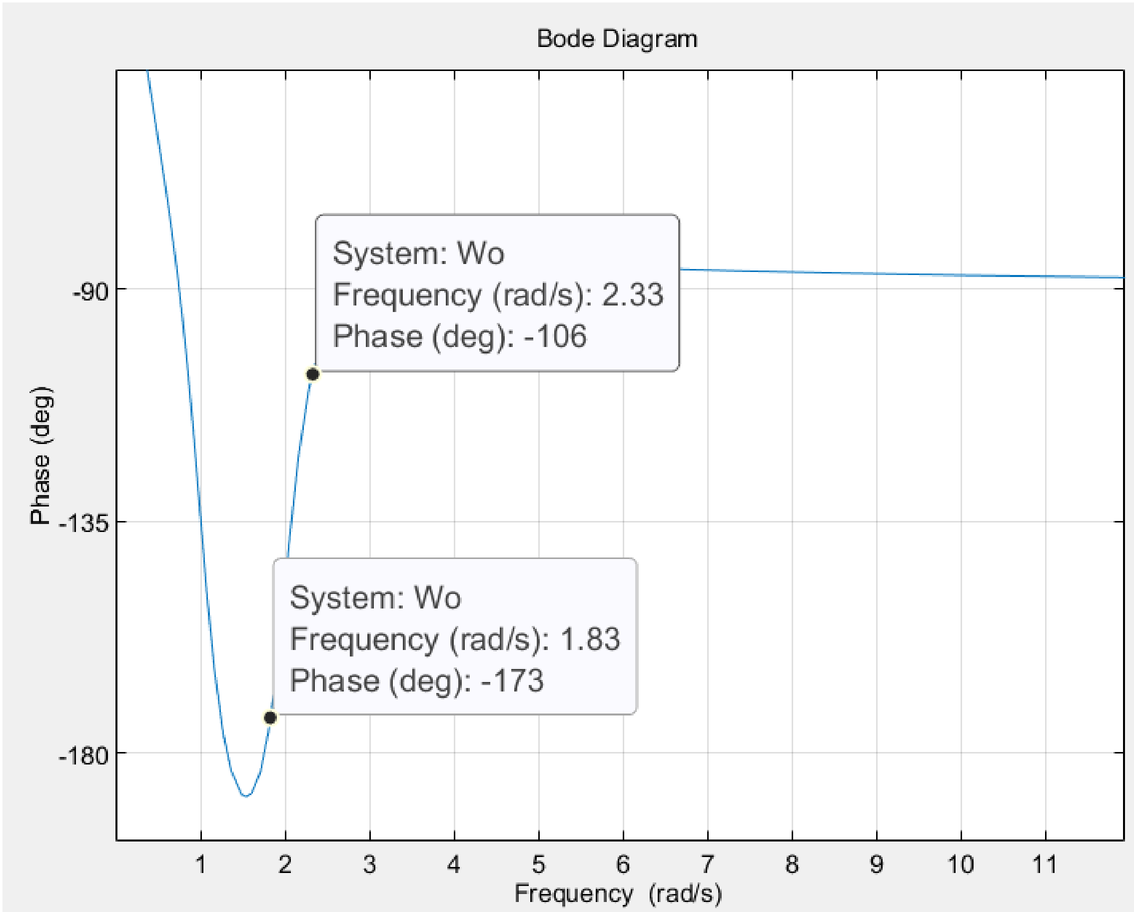

Рисунок 32 - ФЧХ

Получили 2 частоты: w_1 =1.83 и w_2 = 2.33

Теперь можем найти граничные значения времени запаздывания:

$$\tau_{min} = \frac{(180-173)\pi}{180*1.83} = 0.06$$

$$\tau_{max} = \frac{(180-106)}{180*2.33} = 0.54$$

$$0.06 < \tau < 0.54$$

Проверим графиками:

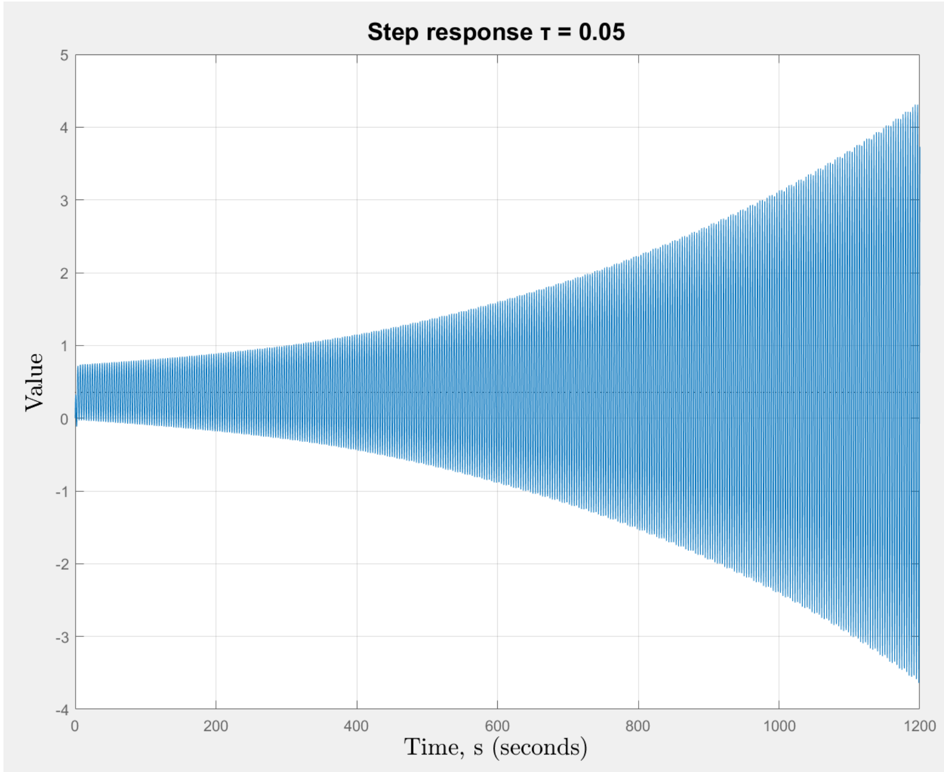

Рисунок 33 - - Нестабильное время до диапазона

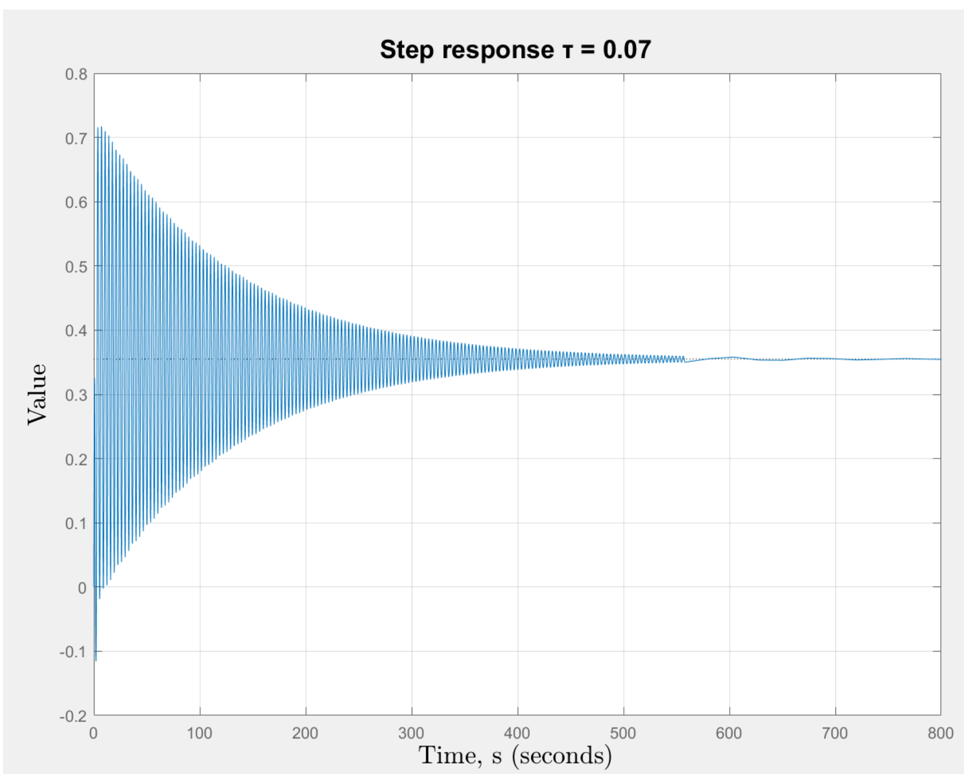

Рисунок 34 - Стабильное время в начале диапазона

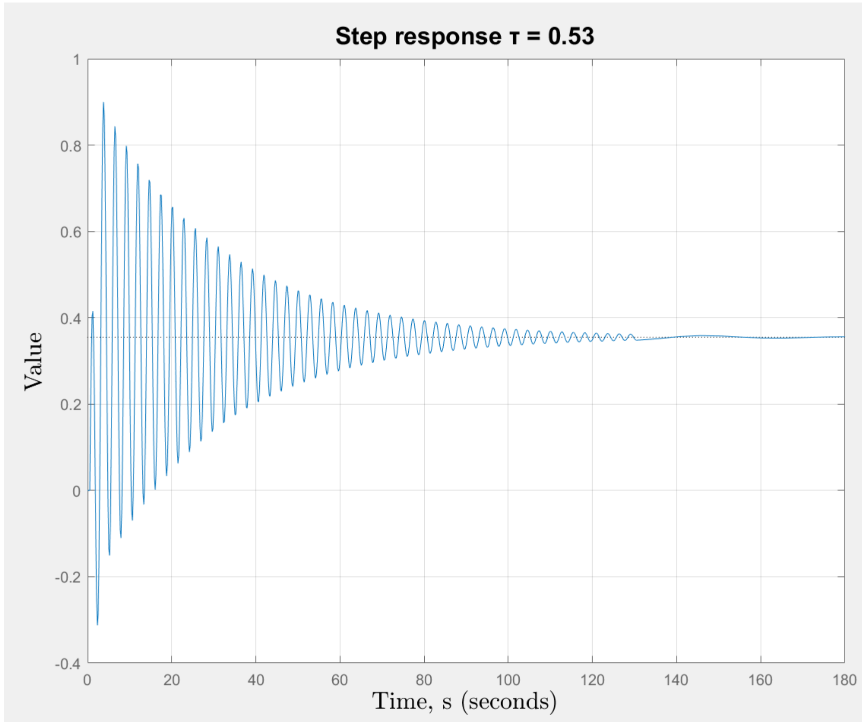

Рисунок 35 - Стабильное время в конце диапазона

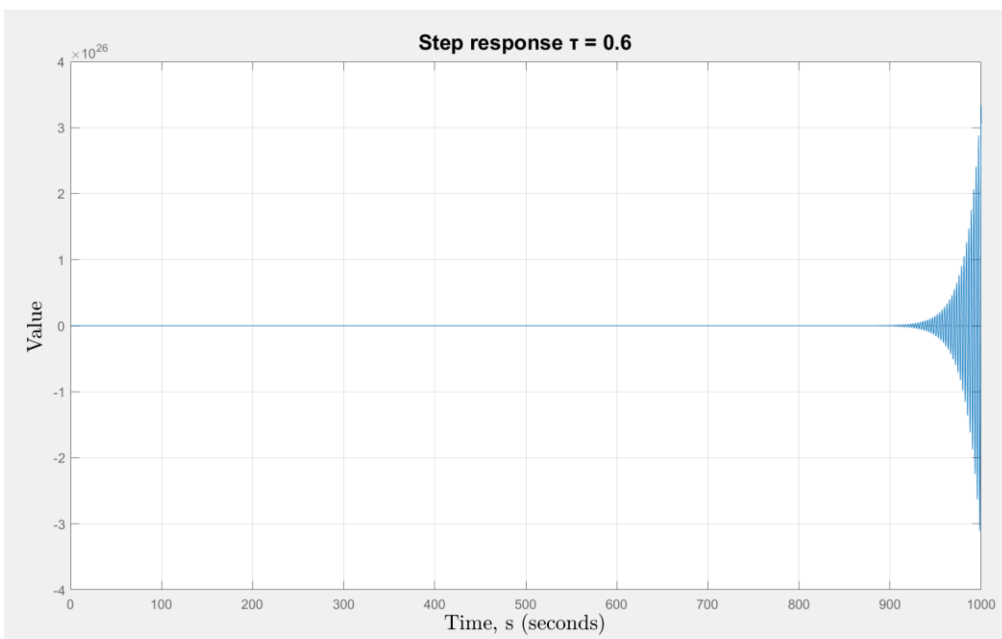

Рисунок 36 - Нестабильное время после диапазона

Видно, что рассчитанный диапазон совпадает с полученными графиками. Кроме того, при увеличении переменной t увеличивается размер и количество "кругов" системы, как видно на диаграмме

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения лабораторной работы мы изучили критерий Найквиста и системы с запаздыванием. Первое задание позволило поверхностно рассмотреть функциональное назначение годографа и критерия Найквиста. Более того, первое упражнение предоставило возможность вычислить количество неустойчивых полюсов в системе с замкнутым контуром.

Второе задание подчеркнуло воздействие коэффициента усиления на устойчивость системы. Годограф, в свою очередь, предоставил более оперативный и точный метод исследования диапазона допустимых коэффициентов по сравнению с аналитическим решением и даже Критерием Гурвица. Это также позволило более глубоко постигнуть отображение сочетанных амплитуд и фаз.

Третье задание, несмотря на схожесть с вторым, включало единственное дополнение: в отличие от коэффициента усиления, который увеличивает амплитуду и обычно имеет единственное граничное значение, смещение фазы может предоставить более увлекательные и неожиданные диапазоны из-за своего заворачивающегося характера. Этот аспект добавил богатство в понимание взаимосвязи между амплитудой и фазой в динамических системах. В итоге, эксперименты в этих трех областях значительно расширили наше понимание динамических систем и их устойчивости, предоставив более полное и детальное представление о факторах, влияющих на их поведение.