



**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«Национальный исследовательский университет ИТМО»**  
**(Университет ИТМО)**

Дисциплина: Теория автоматического управления

Отчет  
по лабораторной работе №3:  
«Вынужденное движение и Качество переходных процессов»

Вариант 12

Выполнил:  
Самбрано Браво Рикардо Хосе,  
студент гр. R33352

Преподаватель:  
Пашенко Артем Витальевич,  
фак. СУиР

Санкт-Петербург,  
2023 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

Основная часть .....	3
1.Выполнение задания №1 «Вынужденное движение» .....	3
1.1 Условие задания №1 «Вынужденное движение» .....	3
1.2 Аналитика по полученным графикам и промежуточные результаты по заданию №1 «Вынужденное движение» .....	3
1.3 Выводы по заданию №1 «Вынужденное движение» .....	10
2.Выполнение задания №2 «Качество переходных процессов» .....	10
2.1 Условие задания №2 «Качество переходных процессов» .....	10
2.2 Аналитика по полученным графикам и промежуточные результаты по заданию №2 «Качество переходных процессов» .....	12
2.3 Выводы по заданию №2 «Качество переходных процессов» .....	24
Заключение.....	25

# ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

## 1. Выполнение задания №1 «Вынужденное движение»

### 1.1 Условие задания №1 «Вынужденное движение»

Дана система 2-го порядка, представленная в форме Вход-Выход

$$\ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_0 y = u \quad (1)$$

Самостоятельно придумайте три набора коэффициентов ( $a_0$ ,  $a_1$ ), соответствующих приведенным ниже парам мод:

5. нейтральной и пропорциональной времени  $t$  моде;
6. паре консервативных мод;
7. паре устойчивых колебательных мод;

Для каждого входного воздействия  $u(t)$  осуществите моделирование вынужденного движения системы при  $t \geq 0$  с начальными условиями  $y(0) = -1; 0; 1$  и  $\dot{y}(0) = 0$ . Входные сигналы  $u(t)$  возьмите из таблицы 2 в соответствии со своим вариантом. В отчёте приведите графики выходных сигналов  $y(t)$ . Сделайте выводы.

### 1.2 Аналитика по полученным графикам и промежуточные результаты по заданию №1 «Вынужденное движение»

$$\ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_0 y = u$$

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$$

5. нейтральной и пропорциональной времени  $t$  моде

$$(\lambda + 0)(\lambda + 0) = u \quad (2)$$

$$a_0, a_1 = 0$$

$$\lambda^2 = u$$

$$y'' = u \quad (3)$$

$$y(0) = -1; 0; 1$$

$$y(0)' = 0$$

$$u = 2,5$$

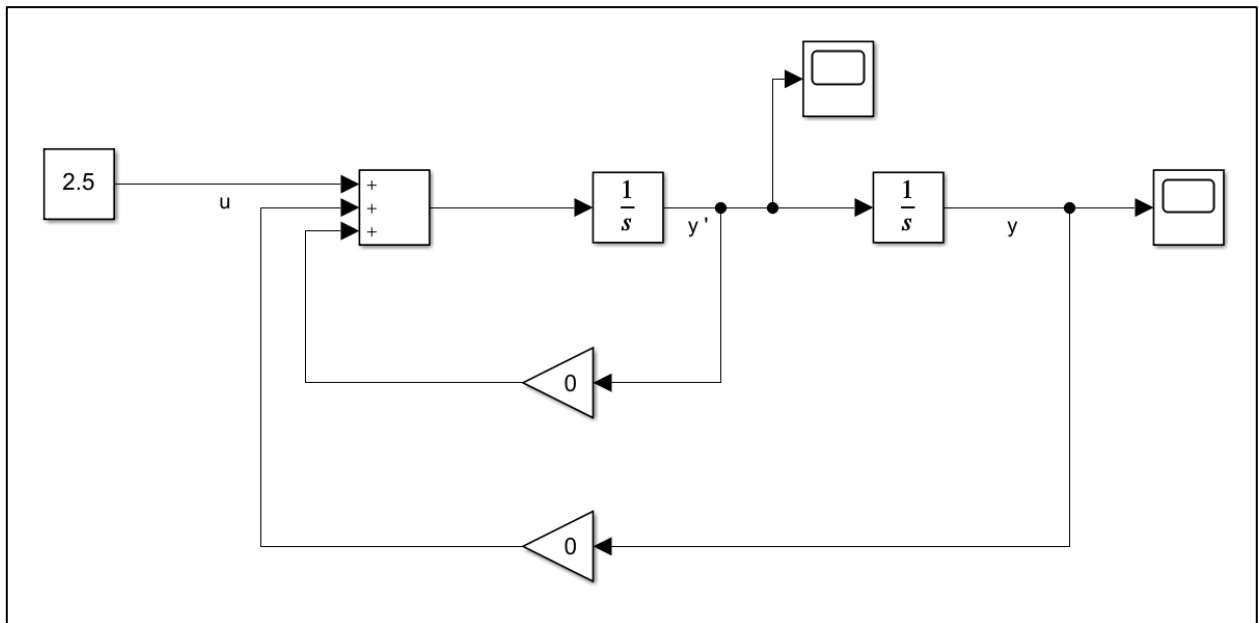


Рисунок 1 – Схема Simulink: Решение дифференциального уравнения  $y'' = u$

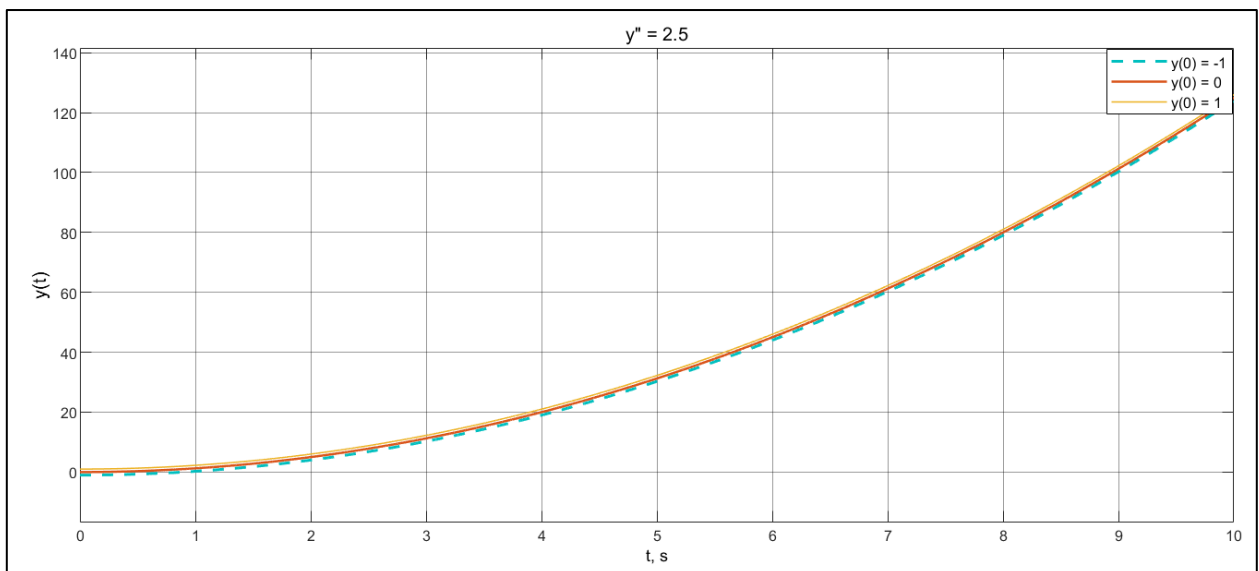


Рисунок 2 - График вывода функции  $y(t)$  при  $u = 2.5$

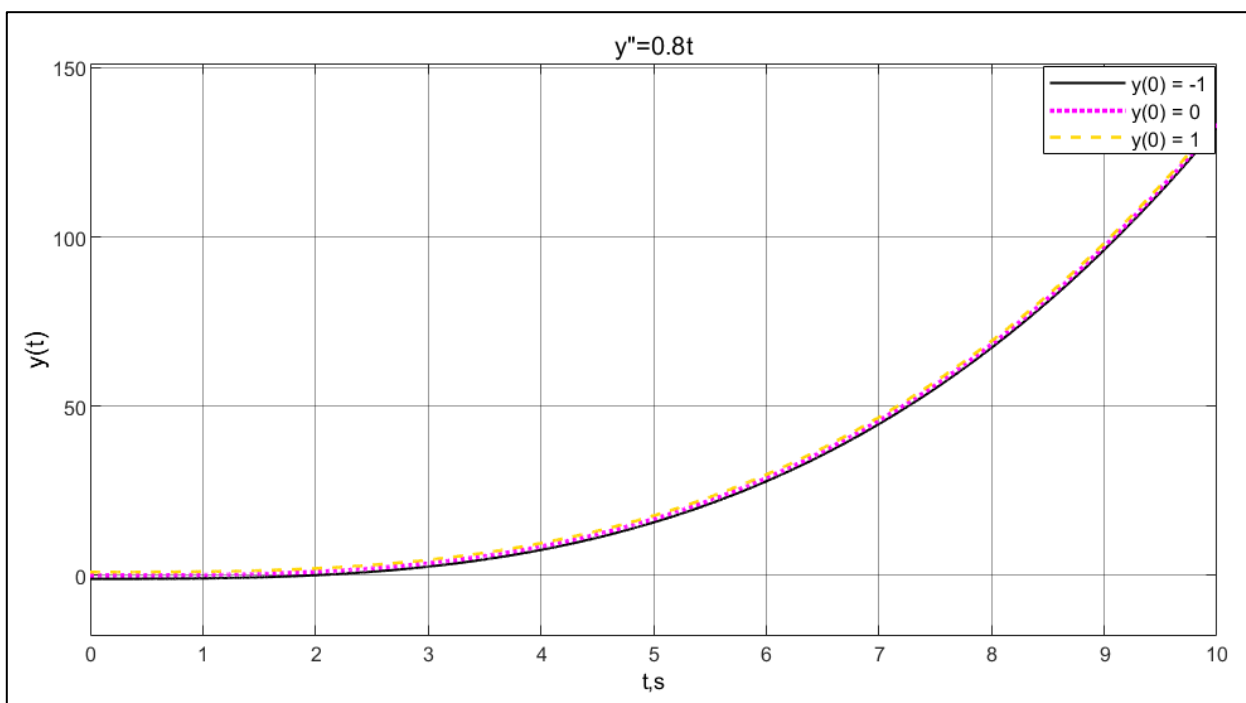


Рисунок 3 - График вывода функции  $y(t)$  при  $u = 0.8 t$

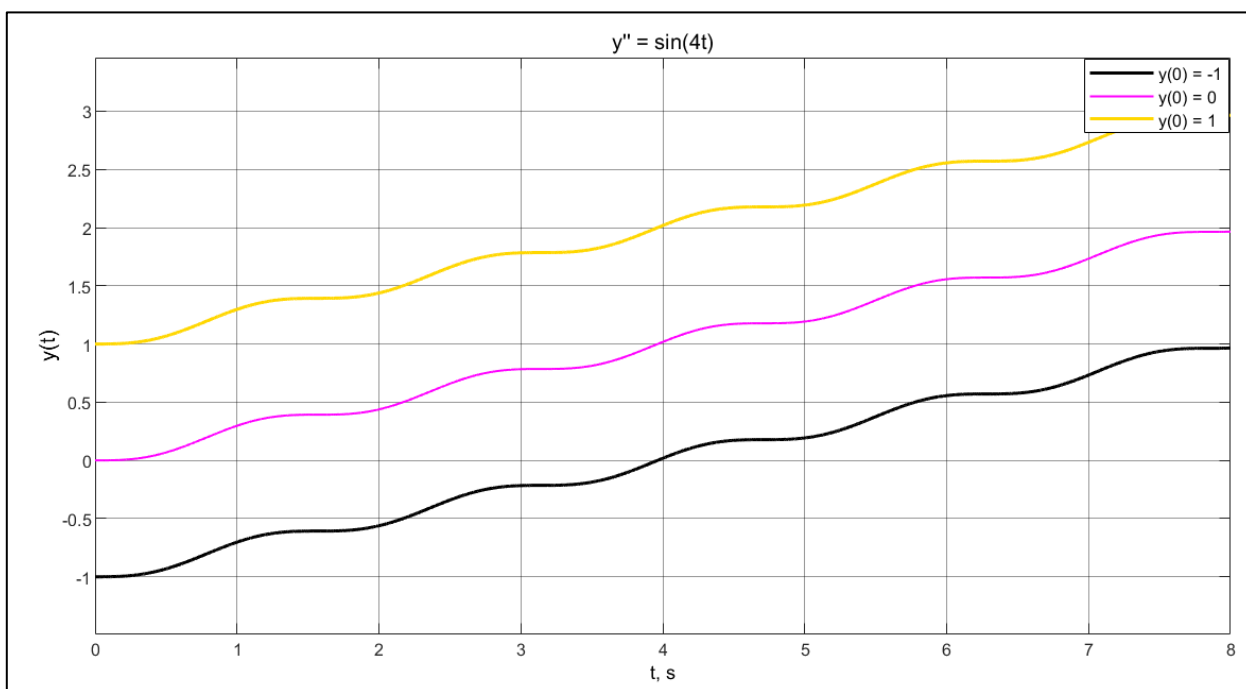


Рисунок 4 - График вывода функции  $y(t)$  при  $u = \sin(4t)$

6. паре консервативных мод;

$$y'' + a_1 y' + a_0 y = u$$

$$(\lambda - 2i)(\lambda + 2i) = 0 \quad (4)$$

$$a_0 = 4 \quad a_1 = 0$$

$$y'' + 4y = u \quad (5)$$

$$y(0) = -1; 0; 1$$

$$y(0)' = 0$$

$$u = 0.8t$$

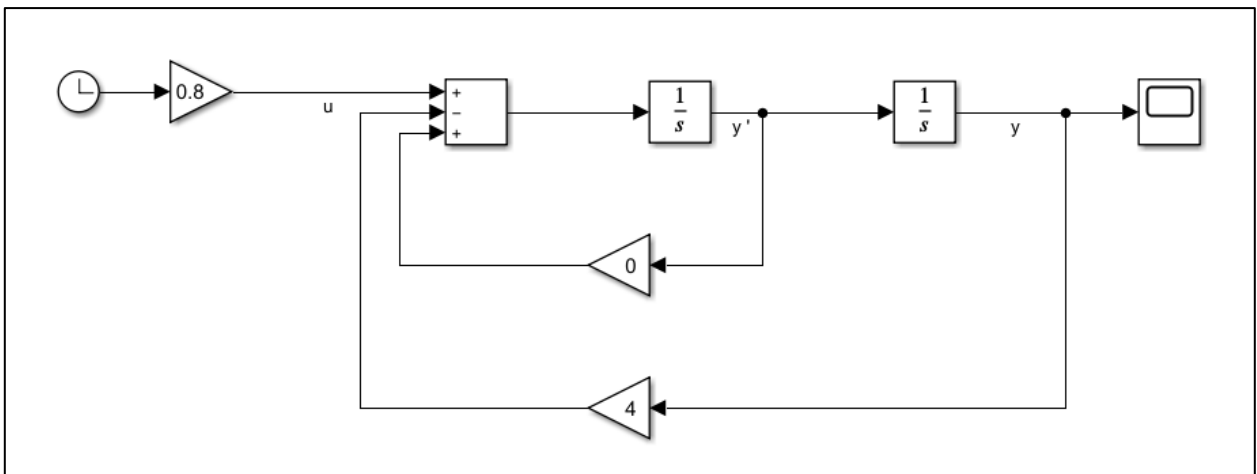


Рисунок 5 - Схема Simulink: Решение дифференциального уравнения  $y'' + 4y = u$

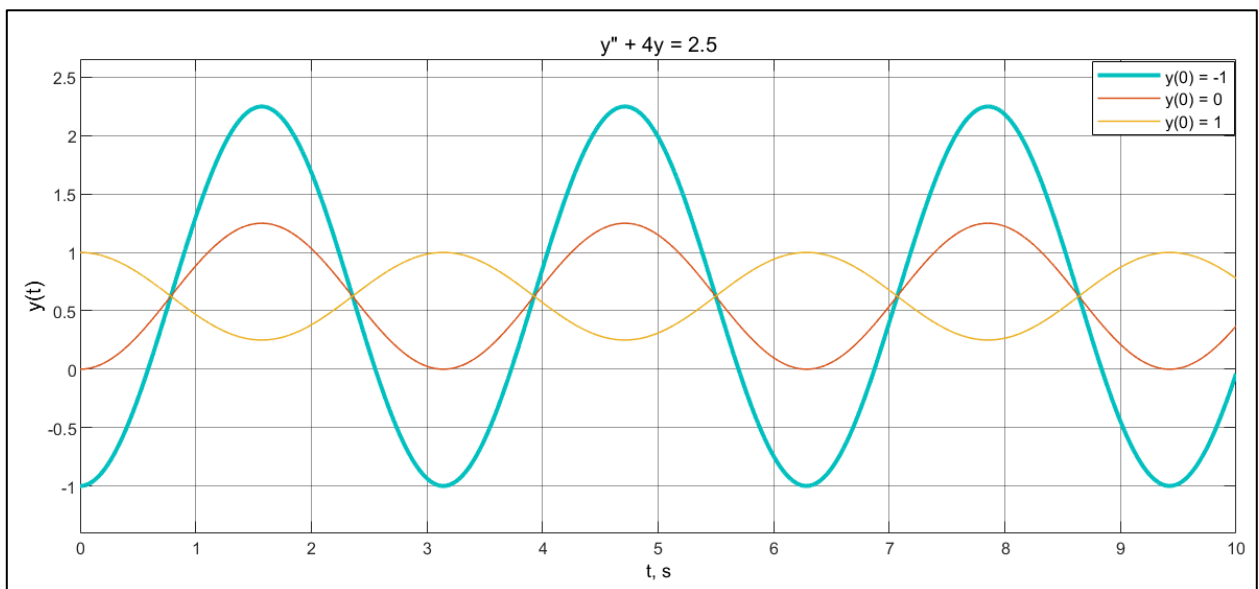


Рисунок 6 - График вывода функции  $y(t)$  при  $u = 2.5$

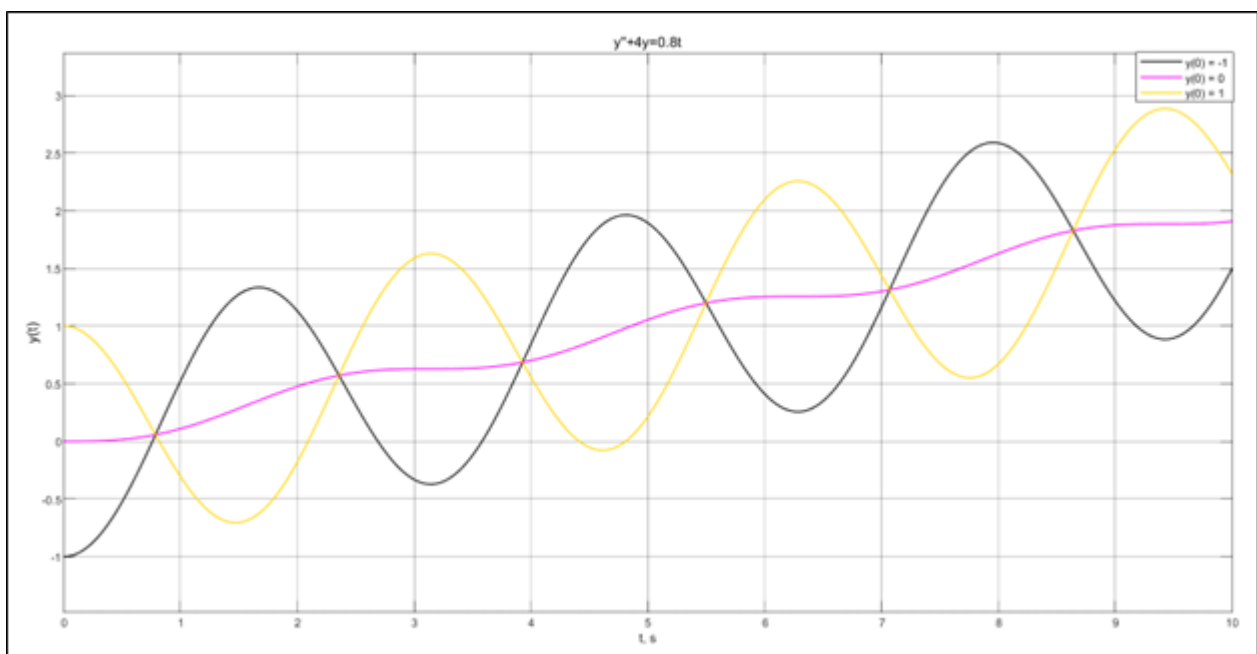


Рисунок 7 - График вывода функции  $y(t)$  при  $u = 0.8t$

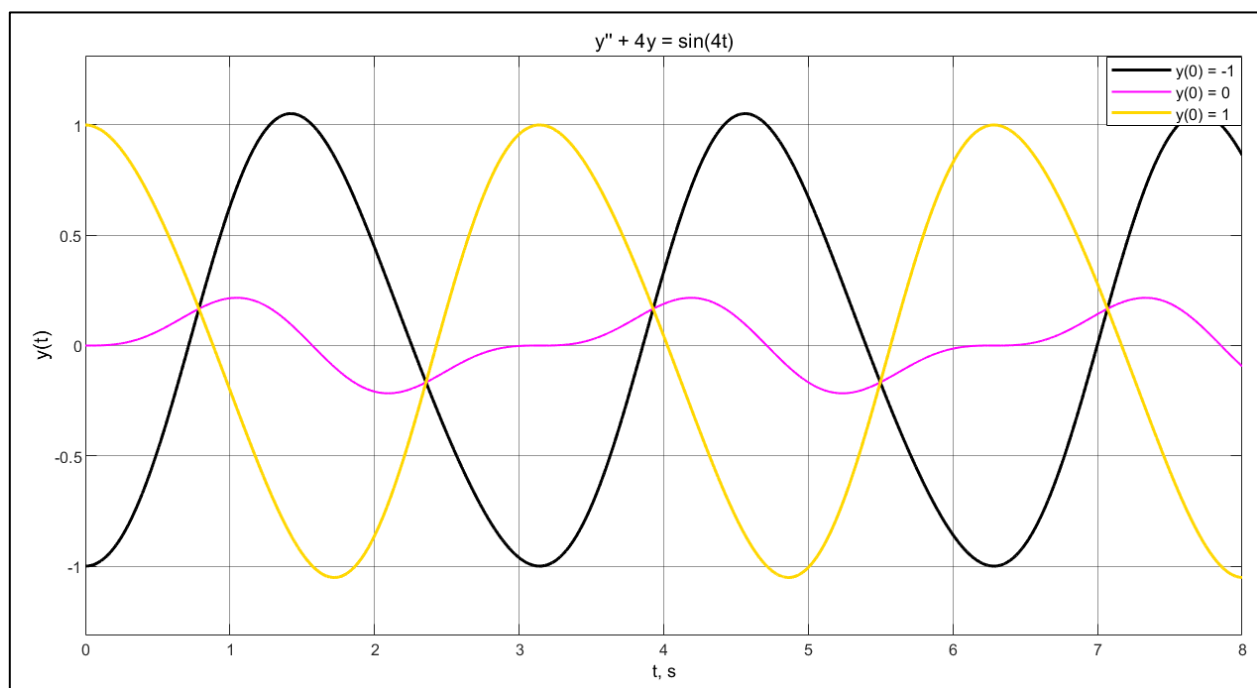


Рисунок 8 - График вывода функции  $y(t)$  при  $u = \sin(4t)$

7. паре устойчивых колебательных мод;

$$y'' + a_1 y' + a_0 y = u$$

$$\lambda_1 = -2 + 2i$$

$$\lambda_2 = -2 - 2i$$

$$(\lambda - (-2 + 2i))(\lambda - (-2 - 2i)) = 0 \quad (6)$$

$$(\lambda + 2)^2 - (-2)^2 = 0$$

$$\lambda^2 + 4\lambda + 8 = 0$$

$$\ddot{y} + 4\dot{y} + 8y = 0 \quad (7)$$

$$y(0) = -1; 0; 1$$

$$y(0)' = 0$$

$$u = \sin(4t)$$

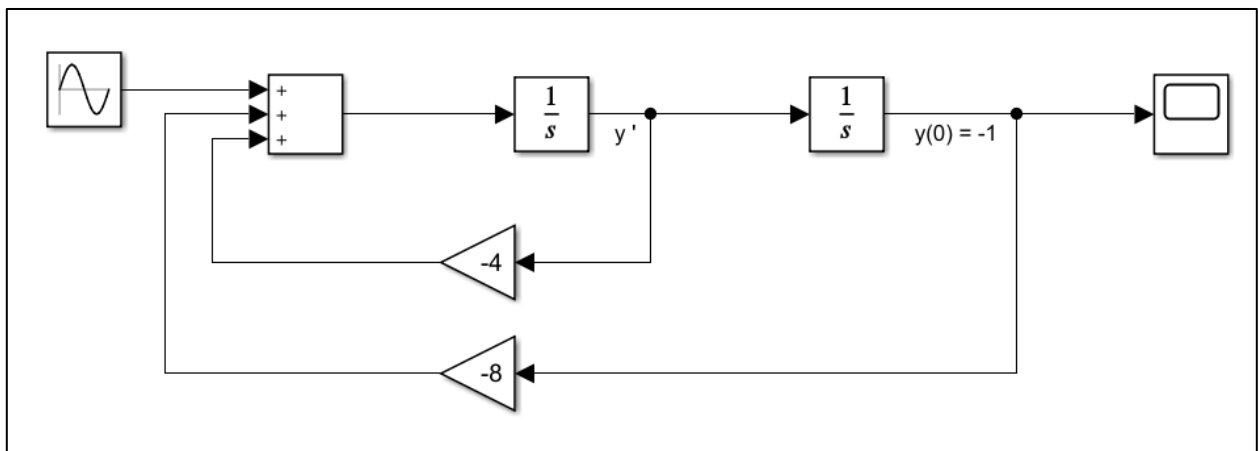


Рисунок 9 - Схема Simulink: Решение дифференциального уравнения  $y'' + 4y' + 8y = u$



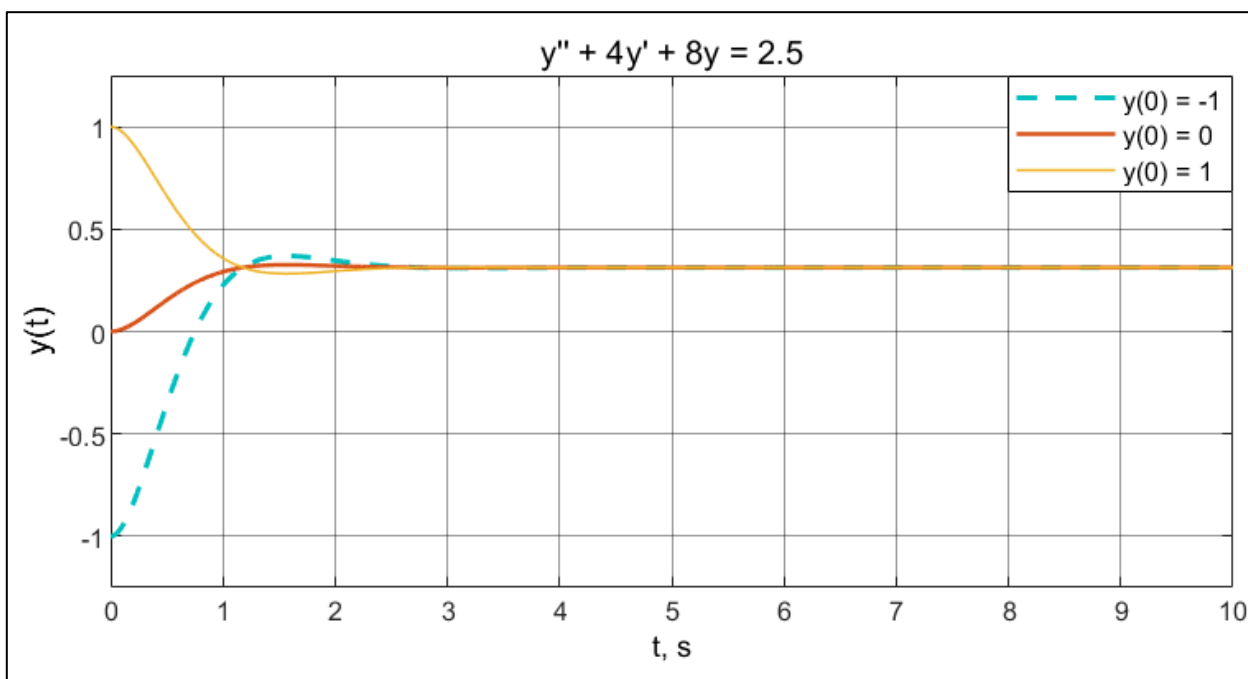


Рисунок 10 - График вывода функции  $y(t)$  при  $u = 2.5$

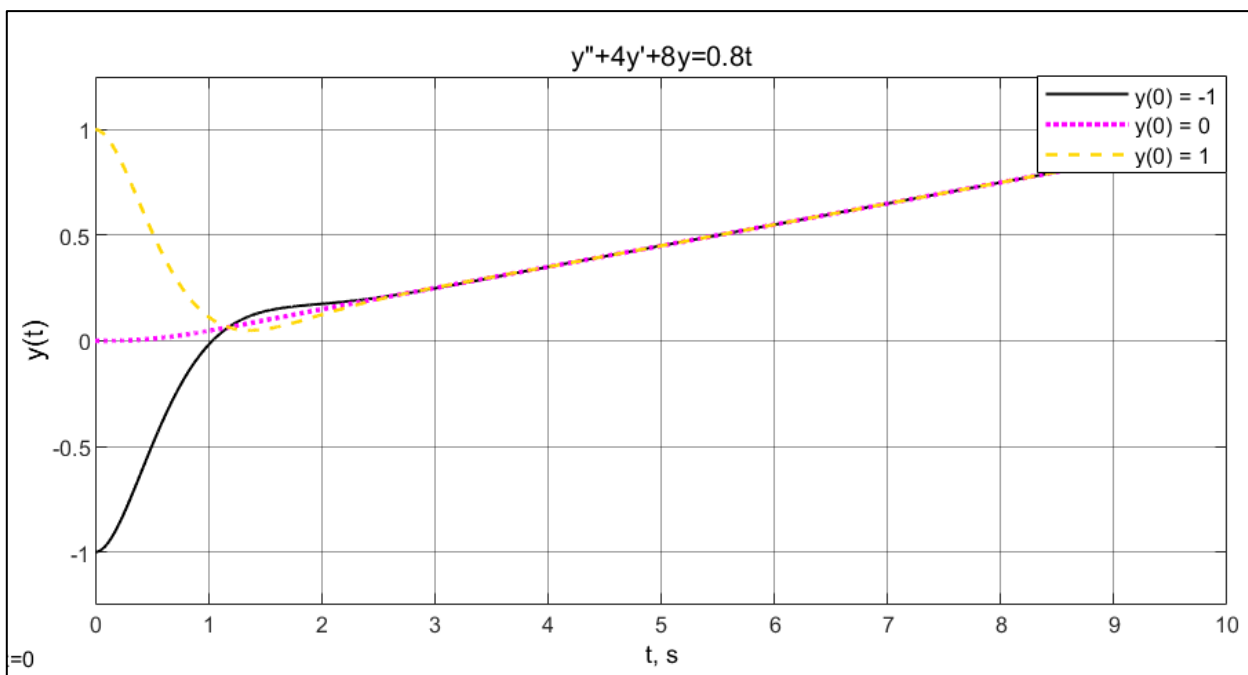


Рисунок 11 - График вывода функции  $y(t)$  при  $u = 0.8t$

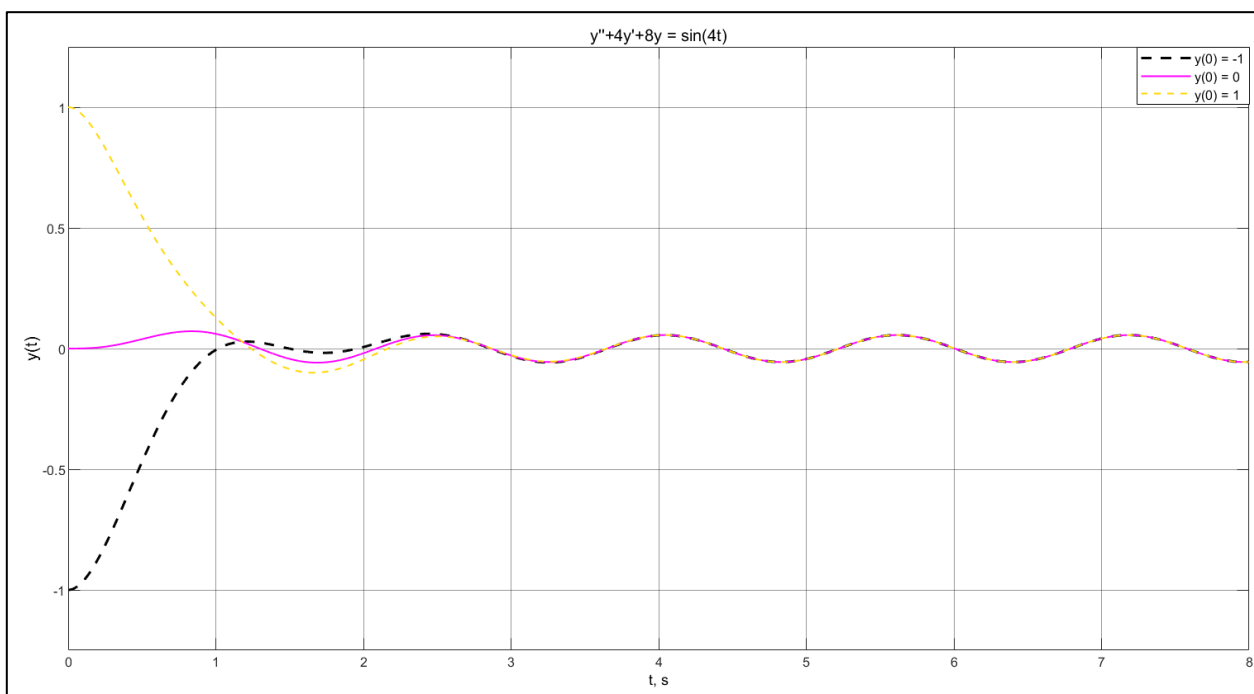


Рисунок 12 - График вывода функции  $y(t)$  при  $u = \sin(4t)$

### 1.3 Выводы по заданию №1 «Вынужденное движение»

Выводы, сделанные в результате упражнения, позволяют нам наблюдать реакцию системы дифференциальных уравнений в зависимости от типа входных данных, которым она подвергается. Например, в случае нейтрального и пропорционального времени режимов системы можно наблюдать, как система стремится к бесконечности при приложении какой-либо внешней силы или воздействия. Однако в остальных случаях его устойчивость или неустойчивость зависит от характеристик входных данных.

## 2. Выполнение задания №2 «Качество переходных процессов»

### 2.1 Условие задания №2 «Качество переходных процессов»

Дана передаточная функция:

$$W(s) = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{(s + \lambda_1)(s + \lambda_2)(s + \lambda_3)} \quad (8)$$

Где

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  — константы, определяющие полюса функции передачи

Проведите исследование зависимости качества переходной характеристики функции (реакции на  $5(t)$  при нулевых начальных условиях) от выбора полюсов (корней полинома знаменателя). Передаточную функцию считать минимальнофазовой (т.е. действительная часть всех полюсов – отрицательная). В исследовании для оценки качества предлагается использовать такие параметры, как перерегулирование и время переходного процесса. Рекомендуется рассмотреть случаи не только вещественных, но и комплексных корней, а также случаи как ненулевого, так и нулевого перерегулирования. Привести в отчет для каждого набора корней их расположение на комплексной плоскости, график переходного процесса, значения качественных показателей и выводы.

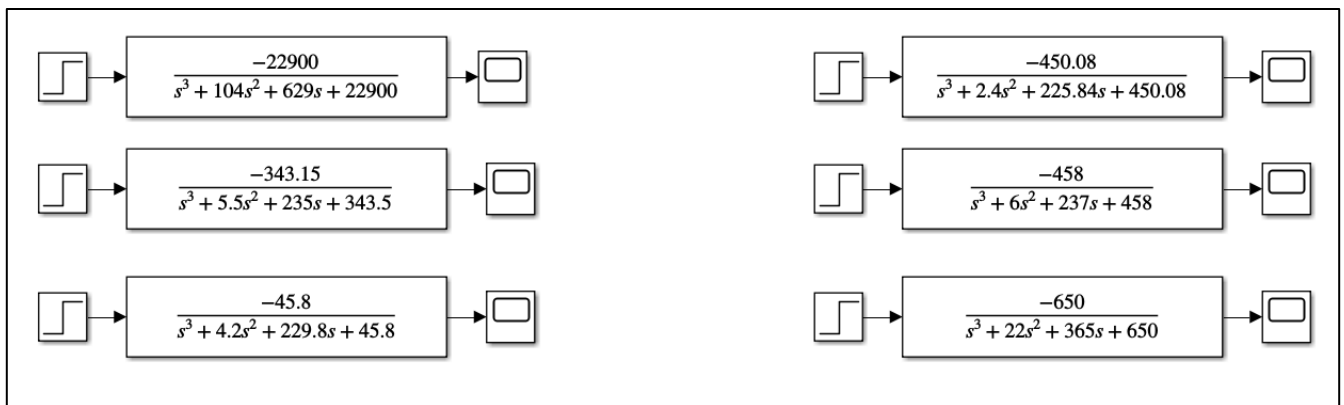


Рисунок 13 - Схемы Simulink: Графики передаточных функций

## 2.2 Аналитика по полученным графикам и промежуточные результаты по заданию №2 «Качество переходных процессов»

Чтобы изучить зависимость качества переходной характеристики функции, необходимо было сравнить различные типы полюсов, с мнимыми и действительными корнями, как показано ниже.

$$\lambda_1 = -2 + 15i; \lambda_2 = -2 - 15i; \lambda_3 = -100$$

$$W(s) = \frac{-22900}{s^3 + 104s^2 + 629s + 22900} \quad (9)$$

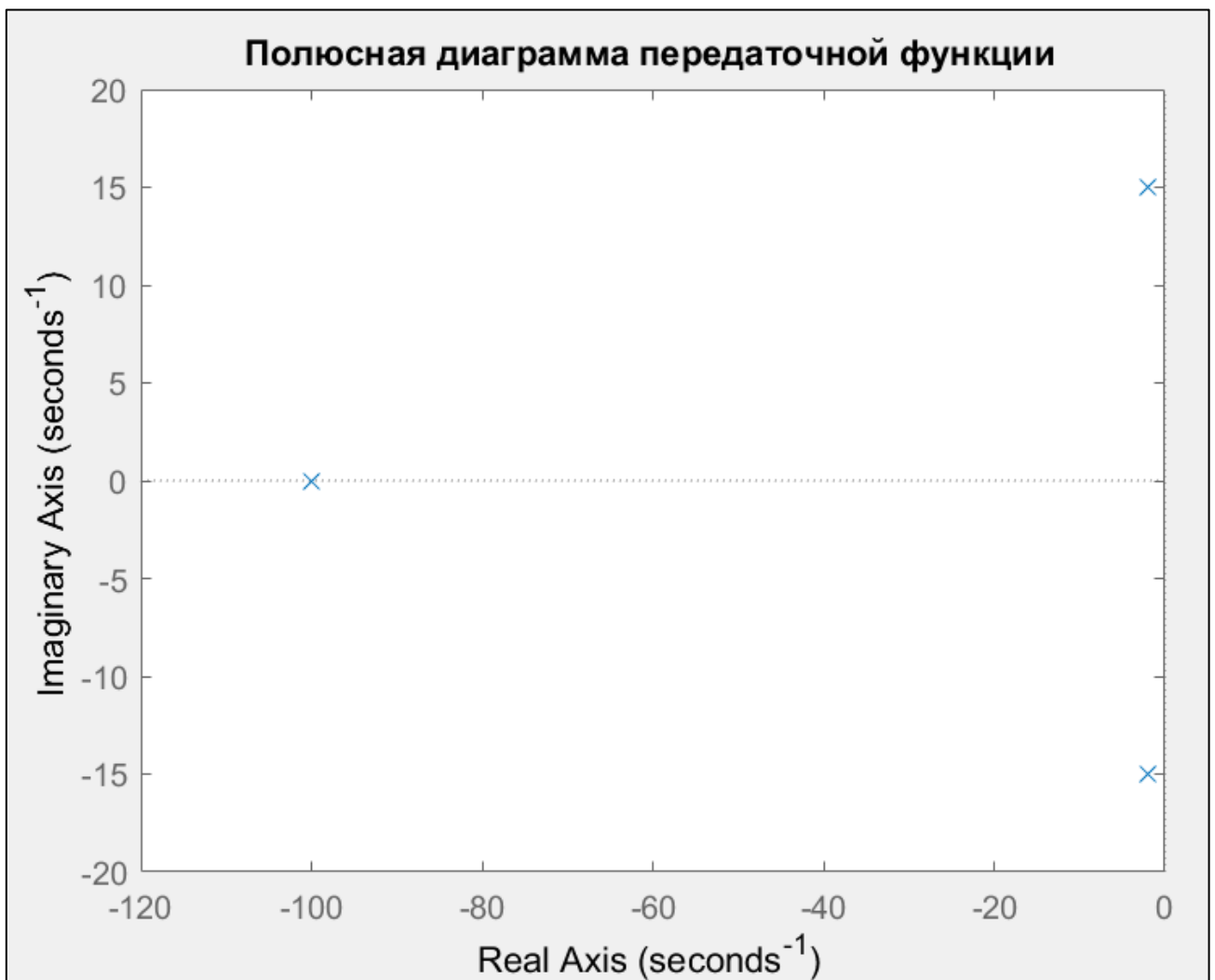


Рисунок 14 - Поллюсная диаграмма передаточной функции

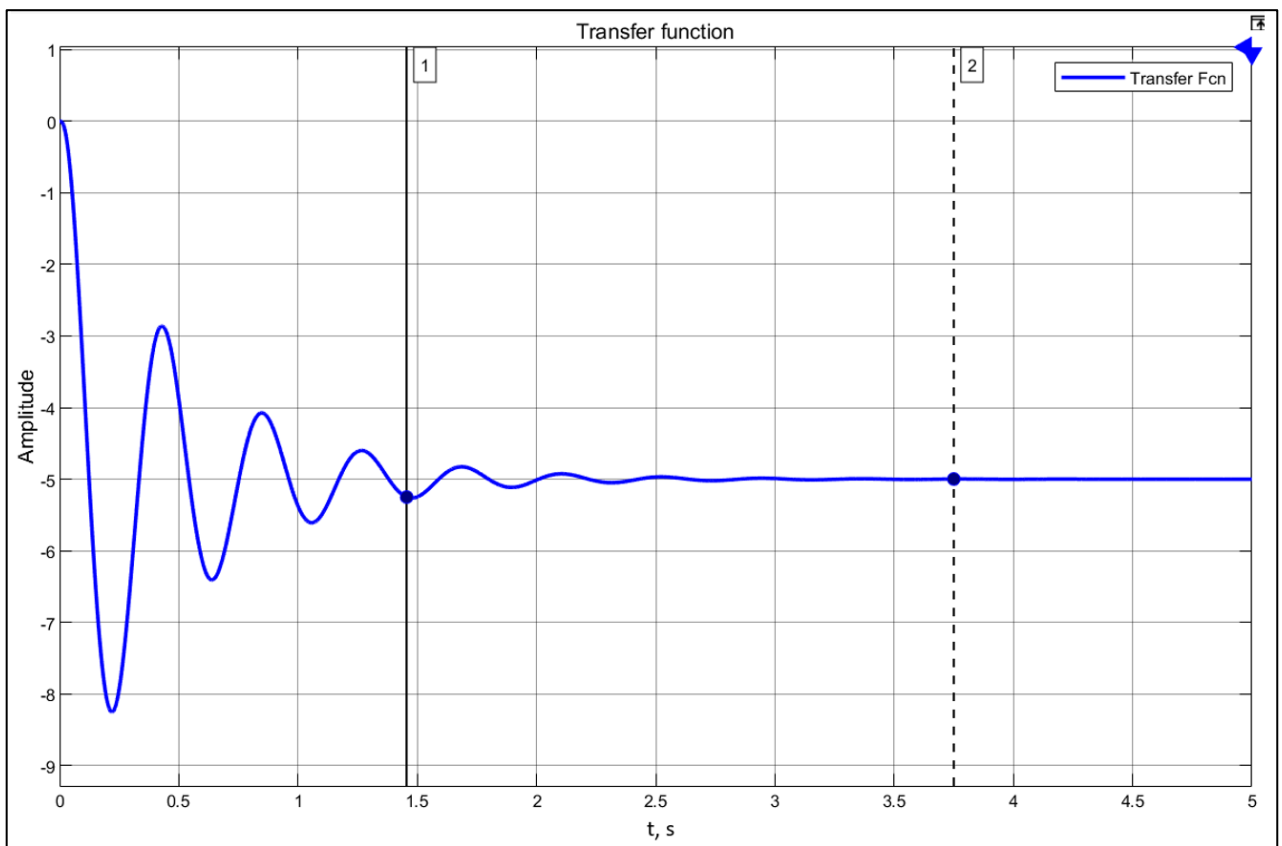


Рисунок 15 - График вывода передаточной функции

	Time	Value
1	1.455	-5.250e+00
2	4.282	-5.000e+00

Рисунок 16 - Данные из графика на рисунке 14

Перерегулирование:

$$\sigma = \frac{|y_{max} - y_{уст}|}{|y_{уст}|} \% \quad (10)$$

$$\sigma = \frac{|-8,25 - (-5)|}{|-5|} * 100$$

$$\sigma = 65 \%$$

Время переходного процесса:

$$|y_{s.r.}(t) - y_{уст}| < \Delta_{\Pi} \text{ при } T_{\Pi} > t, \quad (11)$$

$$\Delta_{\Pi} = y_{уст}(\pm 5)\% \quad (12)$$

$$\Delta_{\Pi} = (-5.25; -4.75)$$

$$t = 1.45 \text{ s}$$

Рассчитав переопределение и Время переходного процесса, можно иметь представление о том, как система действует с течением времени и о ее качестве

Процесс повторяется еще несколько раз, как показано ниже:

$$\lambda_1 = -2 + 15i; \lambda_2 = -2 - 15i; \lambda_3 = -1.5$$

$$W(s) = \frac{-343.15}{s^3 + 5.5s^2 + 235s + 343.5} \quad (13)$$

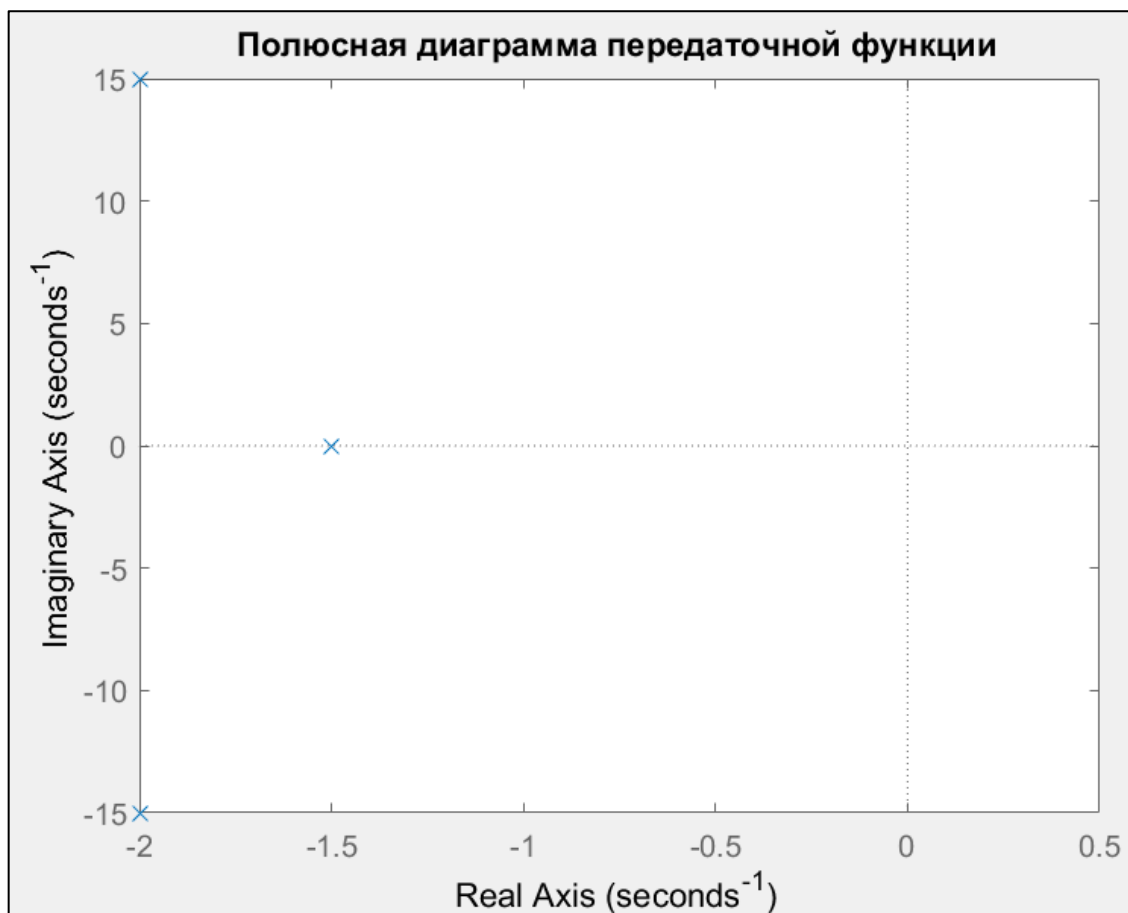


Рисунок 17 - Поллюсная диаграмма передаточной функции

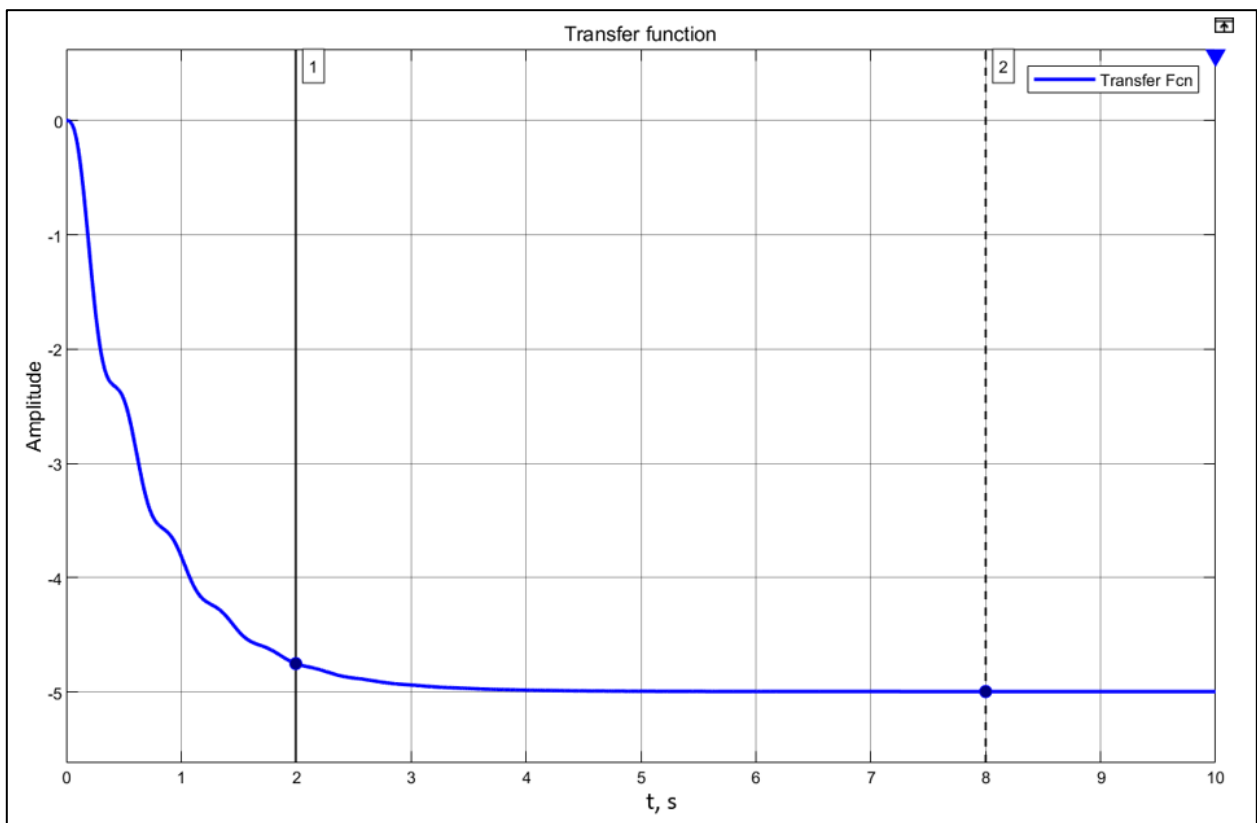


Рисунок 18 - График вывода передаточной функции

	Time	Value
1	1.997	-4.750e+00
2	8.990	-4.995e+00

Рисунок 19 - Данные из графика на рисунке 16

Перерегулирование:

$$\sigma = \frac{|y_{max} - y_{уст}|}{|y_{уст}|} \%$$

$$\sigma = \frac{|0|}{|0|} * 100$$

$$\sigma = 0 \%$$

Время переходного процесса:

$$|y_{s.r.}(t) - y_{уст}| < \Delta_{\Pi} \text{ при } T_{\Pi} > t,$$

$$\Delta_{\Pi} = y_{уст}(\pm 5)\%$$

$$\Delta_{\Pi} = (-5.25; -4.75)$$

$$t = 1.99 \text{ s}$$

$$\lambda_1 = -2 + 15i; \lambda_2 = -2 - 15i; \lambda_3 = -0.2$$

$$W(s) = \frac{-45.8}{s^3 + 4.2s^2 + 229.8s + 45.8} \quad (14)$$

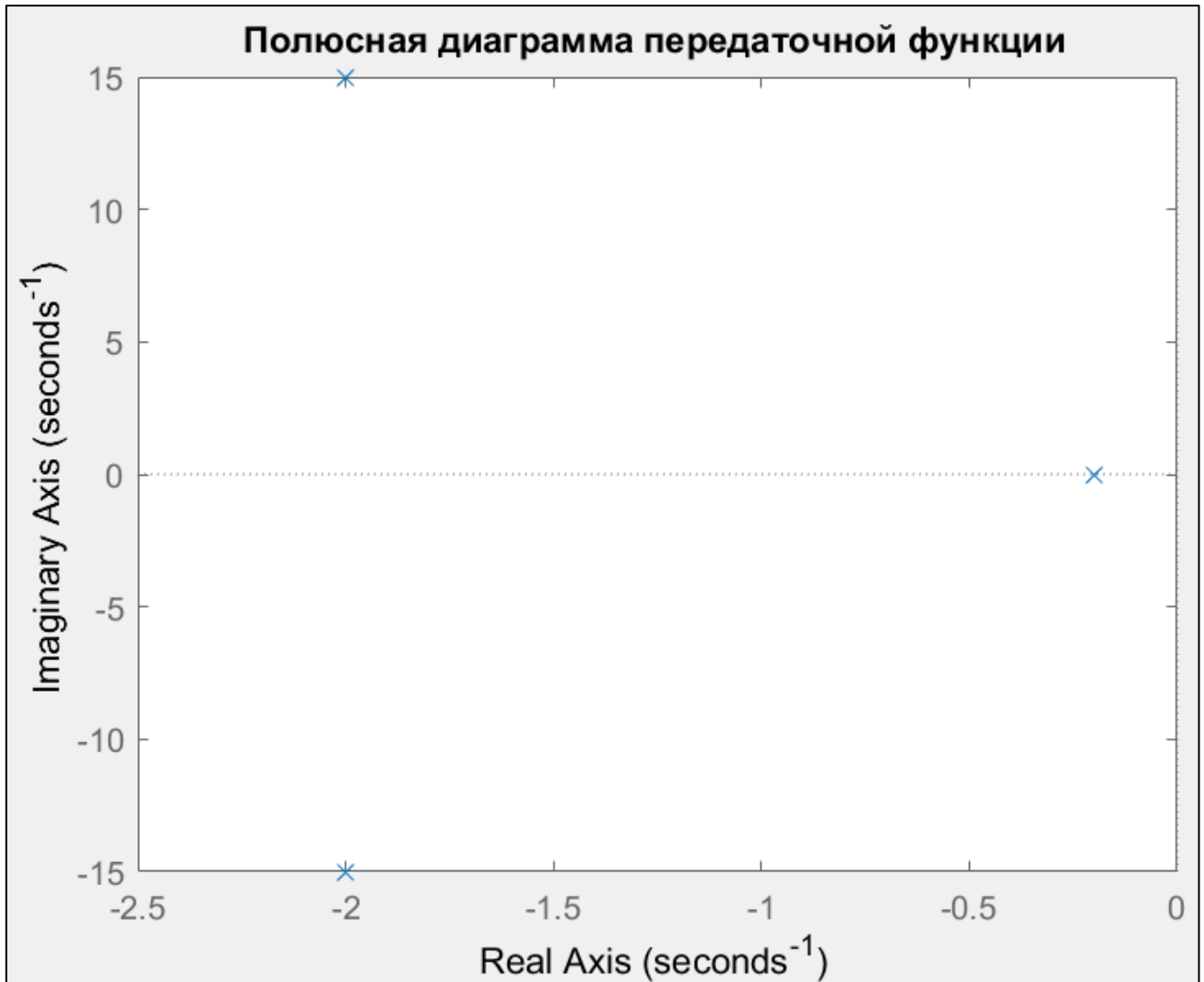


Рисунок 20 - Полюсная диаграмма передаточной функции



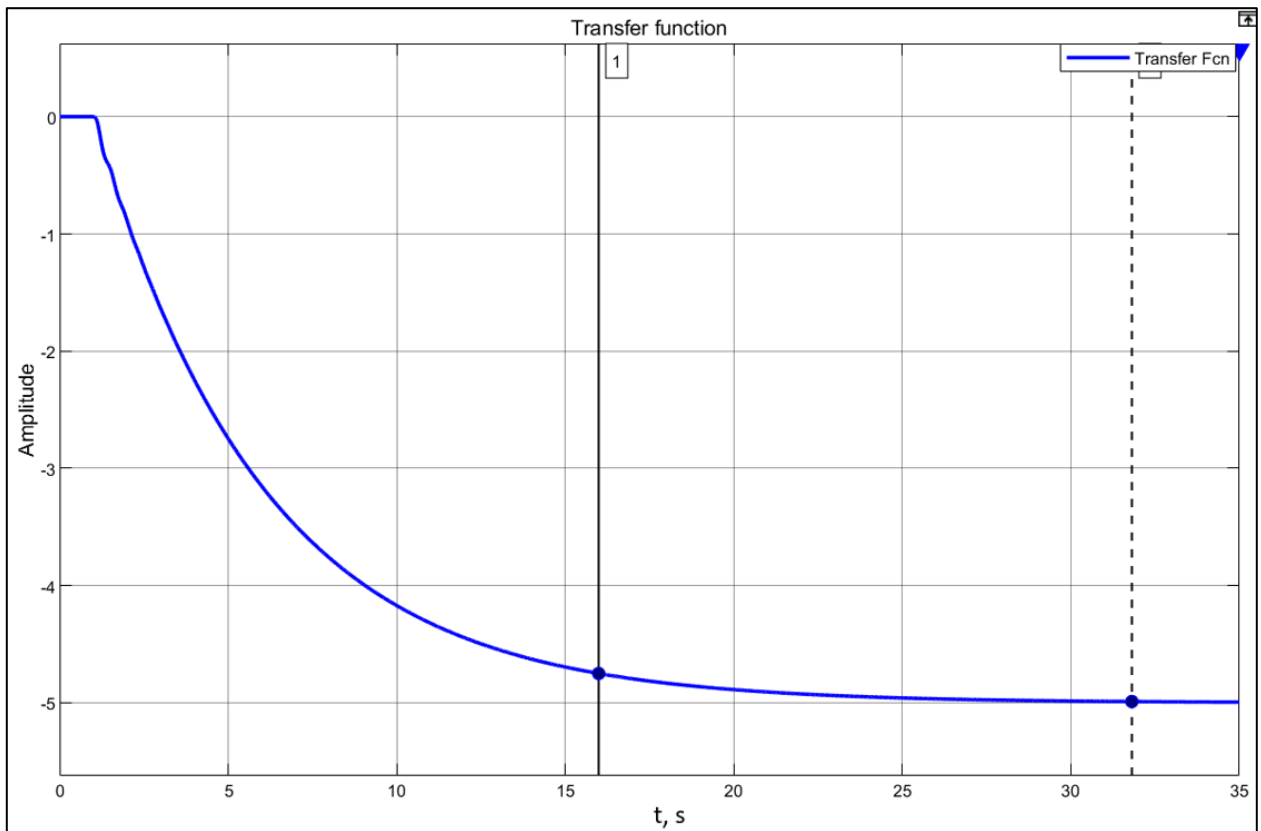


Рисунок 21 - График вывода передаточной функции

	Time	Value
1	15.990	-4.750e+00
2	35.000	-4.994e+00

Рисунок 22 - Данные из графика на рисунке 18

Перерегулирование:

$$\sigma = \frac{|y_{max} - y_{уст}|}{|y_{уст}|} \%$$

$$\sigma = \frac{|0|}{|0|} * 100$$

$$\sigma = 0 \%$$

Время переходного процесса:

$$|y_{s.r.}(t) - y_{уст}| < \Delta_{\Pi} \text{ при } T_{\Pi} > t,$$

$$\Delta_{\Pi} = y_{уст}(\pm 5)\%$$

$$\Delta_{\Pi} = (-5.25; -4.75)$$

$$t = 14.99 \text{ s}$$

$$\lambda_1 = -0.2 + 15i; \lambda_2 = -0.2 - 15i; \lambda_3 = -2$$

$$W(s) = \frac{-450.8}{s^3 + 2.4s^2 + 225.84s + 450.08} \quad (15)$$

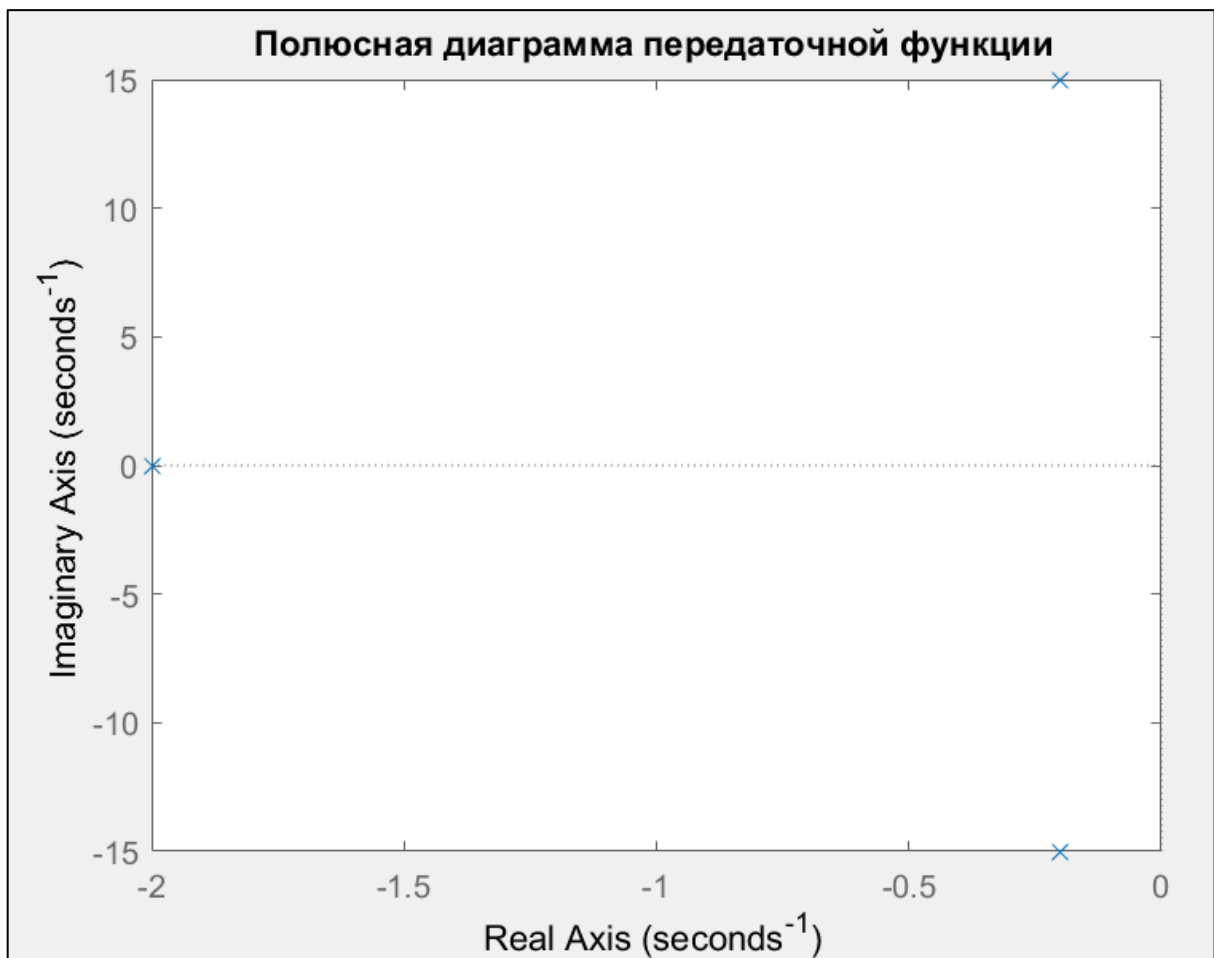


Рисунок 23 -Полюсная диаграмма передаточной функции

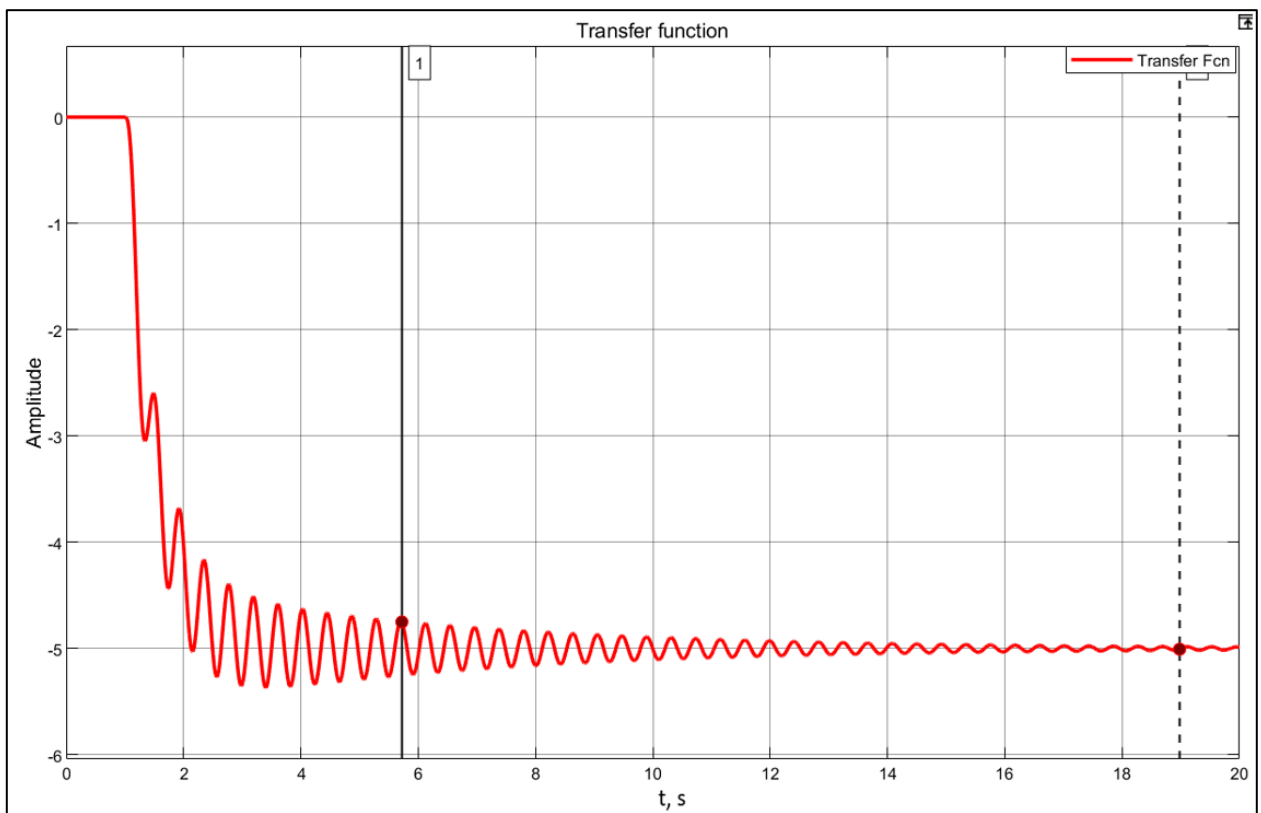


Рисунок 24 - График вывода передаточной функции

	Time	Value
1	5.722	-4.750e+00
2	18.981	-5.006e+00

Рисунок 25 - Данные из графика на рисунке 20

Перерегулирование:

$$\sigma = \frac{|y_{max} - y_{уст}|}{|y_{уст}|} \%$$

$$\sigma = \frac{|-5.36 - (-5)|}{|-5|} * 100$$

$$\sigma = 7.2 \%$$

Время переходного процесса:

$$|y_{s.r.}(t) - y_{уст}| < \Delta_{\Pi} \text{ при } T_{\Pi} > t,$$

$$\Delta_{\Pi} = y_{уст}(\pm 5)\%$$

$$\Delta_{\Pi} = (-5.25; -4.75)$$

$$t = 4.72 \text{ s}$$

$$\lambda_1 = -2 + 15i; \lambda_2 = -2 - 15i; \lambda_3 = -2$$

$$W(s) = \frac{-458}{s^3 + 6s^2 + 237s + 458} \quad (16)$$

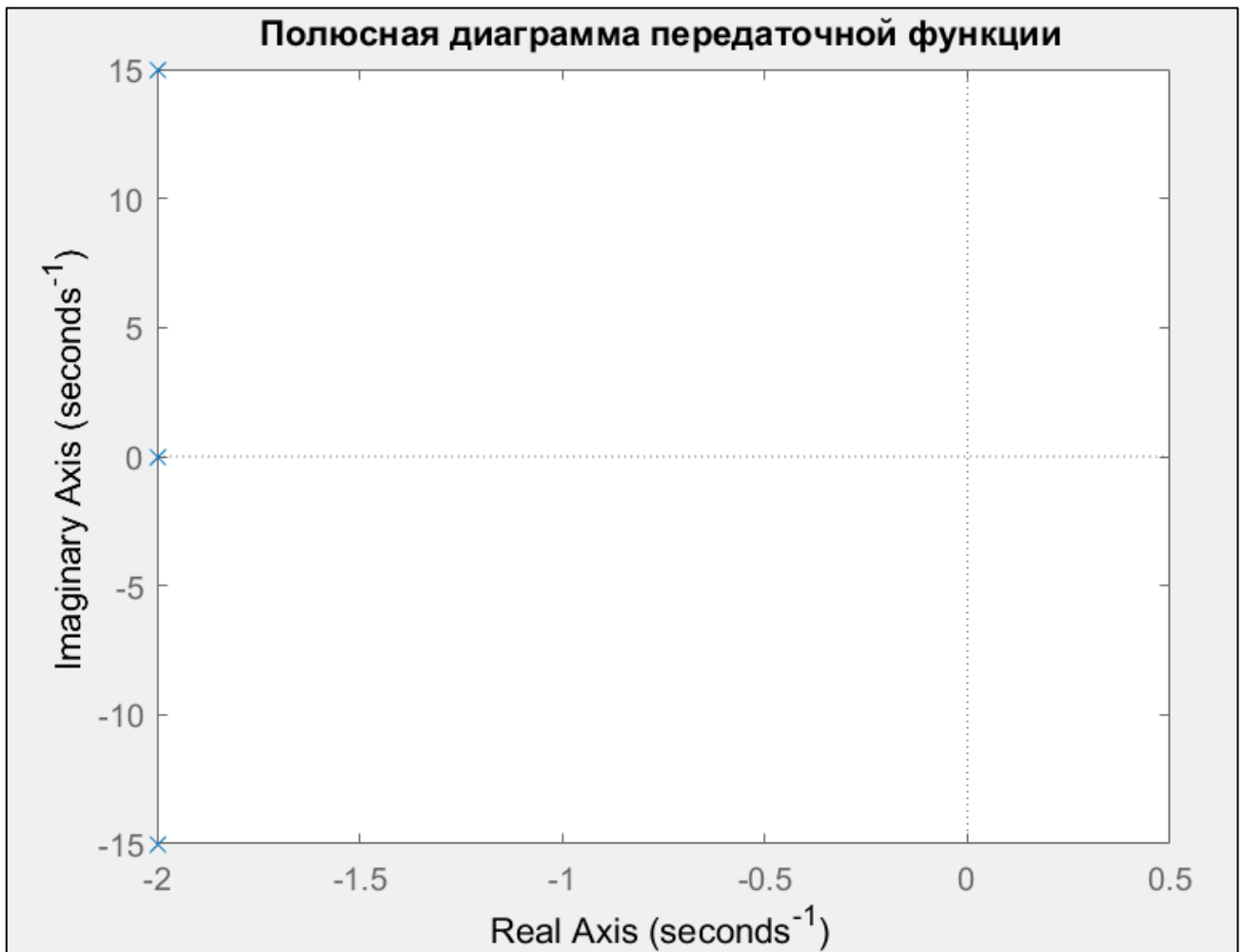


Рисунок 26 - Полюсная диаграмма передаточной функции

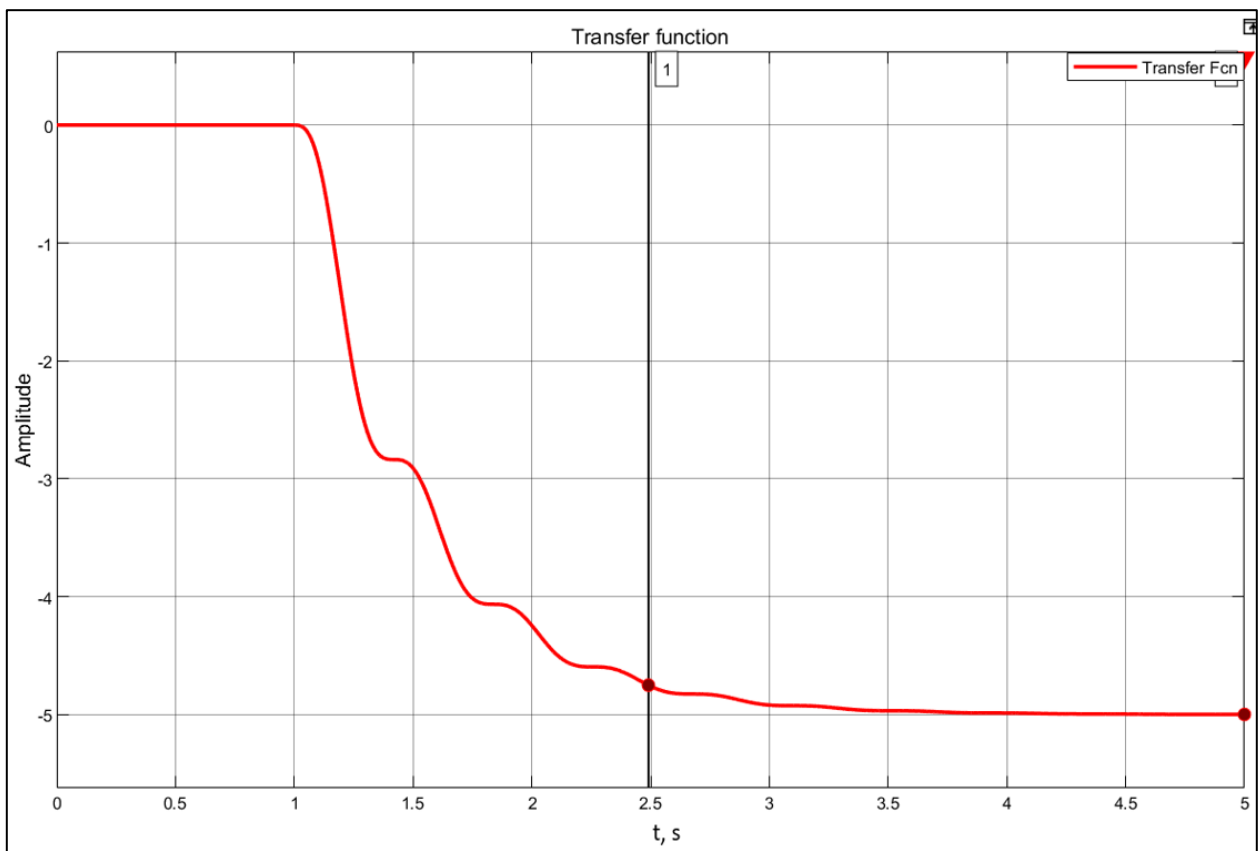


Рисунок 27 - График вывода передаточной функции

	Time	Value
1	2.491	-4.750e+00
2	5.000	-4.998e+00

Рисунок 28 - Данные из графика на рисунке 22

Перерегулирование:

$$\sigma = \frac{|y_{max} - y_{уст}|}{|y_{уст}|} \%$$

$$\sigma = \frac{|0|}{|0|} * 100$$

$$\sigma = 0 \%$$

Время переходного процесса:

$$|y_{s.r.}(t) - y_{уст}| < \Delta_{\Pi} \text{ при } T_{\Pi} > t,$$

$$\Delta_{\Pi} = y_{уст}(\pm 5)\%$$

$$\Delta_{\Pi} = (-5.25; -4.75)$$

$$t = 1.49 \text{ s}$$

$$\lambda_1 = -10 + 15i; \lambda_2 = -10 - 15i; \lambda_3 = -2$$

$$W(s) = \frac{-650}{s^3 + 22s^2 + 365s + 650} \quad (17)$$

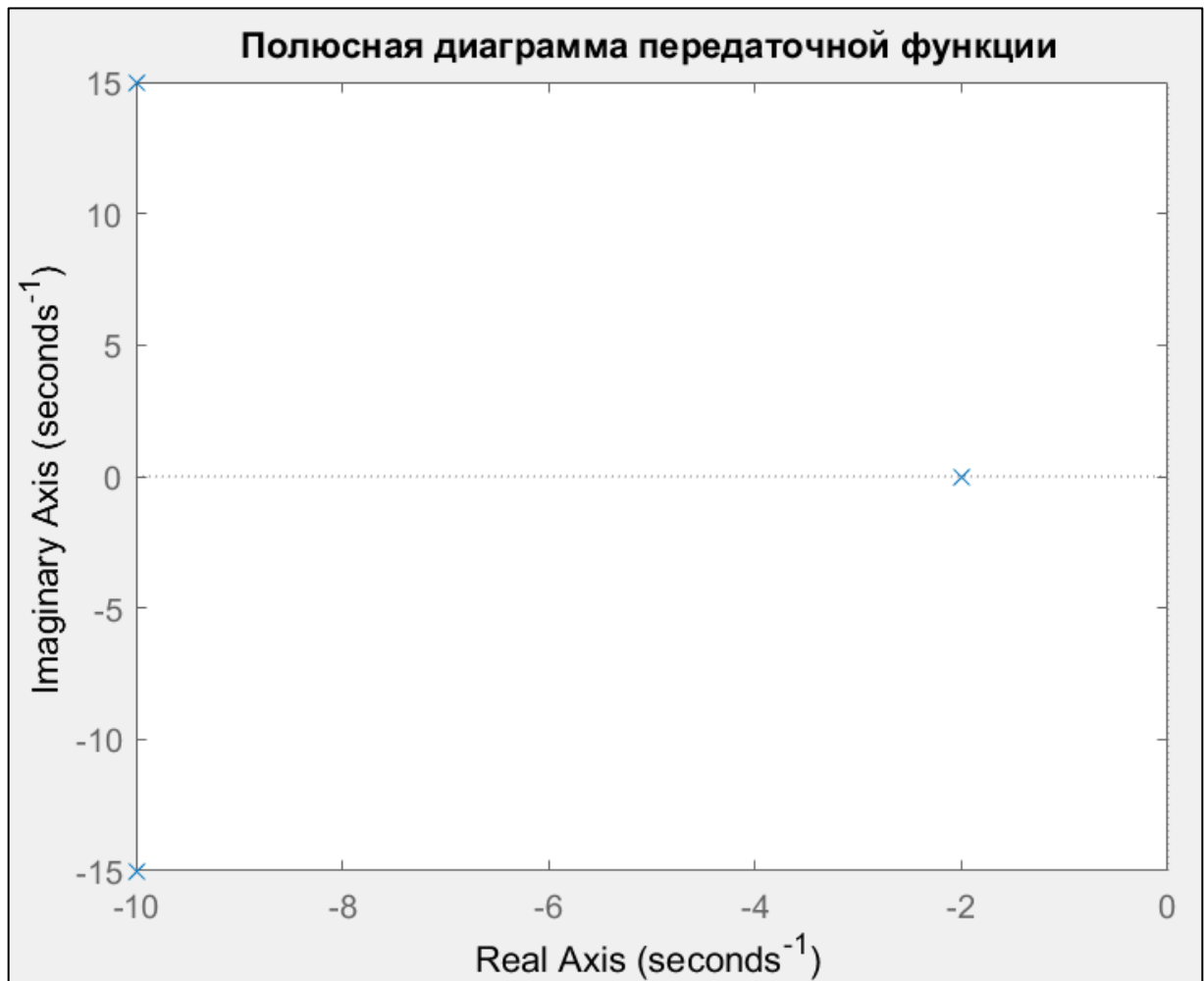


Рисунок 29 - Поллюсная диаграмма передаточной функции

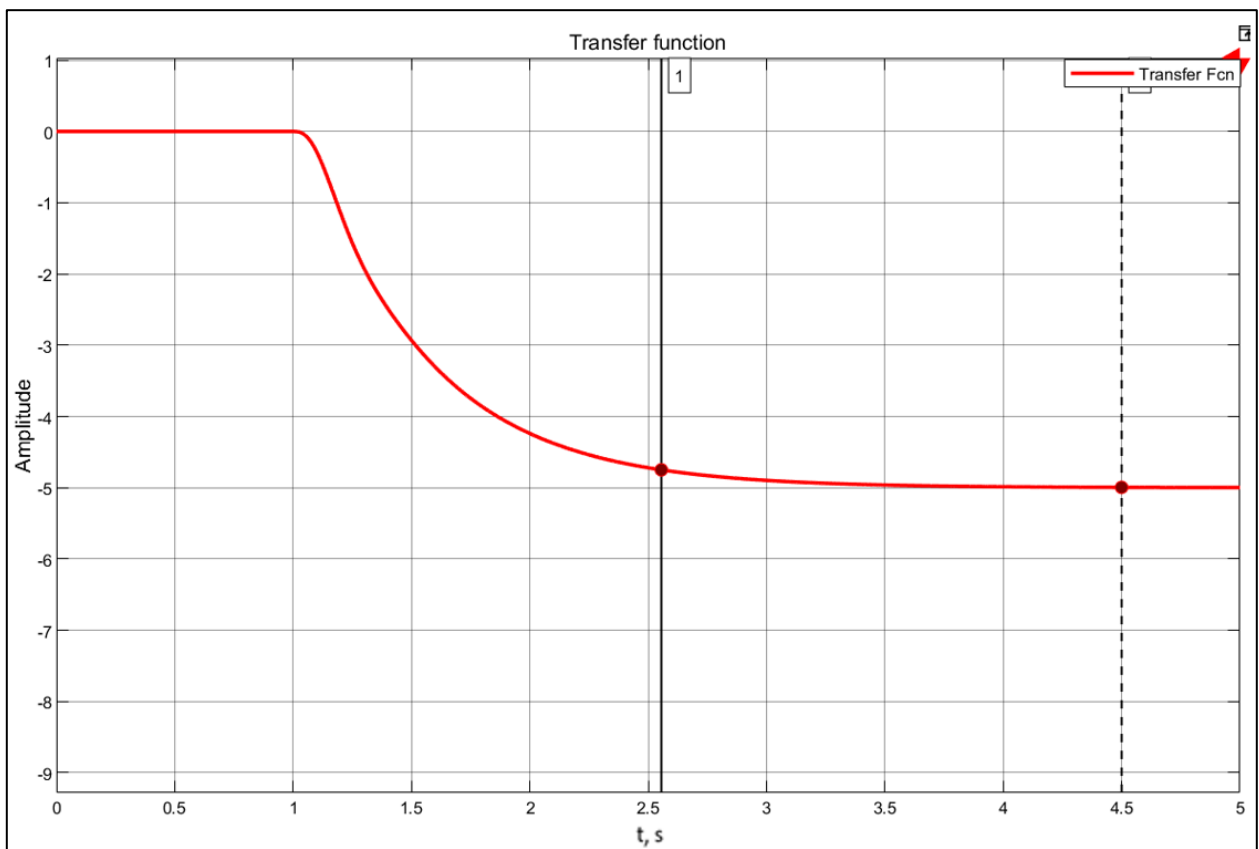


Рисунок 30 - График вывода передаточной функции

	Time	Value
1	2.556	-4.750e+00
2	5.000	-4.998e+00

Рисунок 31 - Данные из графика на рисунке 24

Перерегулирование:

$$\sigma = \frac{|y_{max} - y_{уст}|}{|y_{уст}|} \%$$

$$\sigma = \frac{|0|}{|0|} * 100$$

$$\sigma = 0 \%$$

Время переходного процесса:

$$|y_{s.r.}(t) - y_{уст}| < \Delta_{\Pi} \text{ при } T_{\Pi} > t,$$

$$\Delta_{\Pi} = y_{уст}(5)\%$$

$$\Delta_{\Pi} = (-5.25; -4.75)$$

$$t = 1.55 \text{ s}$$

### 2.3 Выводы по заданию №2 «Качество переходных процессов»

В этом упражнении исследовалось влияние выбора полюсов (корней полинома знаменателя) на качество переходного процесса заданной передаточной функции.

В ходе анализа рассматривались как реальные, так и сложные случаи полюсов и оценивалось влияние на реакцию системы различных комбинаций этих полюсов. Для оценки качества переходного процесса были рассчитаны два параметра: перерегулирование и время установления. Эти параметры предоставляют информацию о том, как быстро система реагирует на опорный входной сигнал и насколько система отклоняется от своего конечного значения.

Кроме того, были исследованы ситуации с перегрузкой и без нее, что подразумевает изучение как случаев, когда реакция системы временно отклоняется от конечного значения (перепика), так и тех, когда реакция плавно приближается к конечному значению без заметных колебаний.

Для каждого рассмотренного набора полюсов было проанализировано их расположение в комплексной плоскости, построены графики переходного процесса системы, рассчитаны значения перенапряжения и времени установления. Эти результаты дают детальное понимание того, как расположение полюсов влияет на динамику системы и какие комбинации полюсов приводят к желаемым переходным характеристикам.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе с использованием аналитических методов и приемов исследованы две различные динамические системы. В первом упражнении изучалась система второго порядка, представленная дифференциальным уравнением с разными наборами коэффициентов ( $a_0$ ,  $a_1$ ), каждый из которых соответствует определенному типу динамической модели. Эти модели были проанализированы посредством моделирования, которое позволило нам наблюдать поведение системы в различных начальных условиях и при различных входных сигналах  $u(t)$ .

Во втором упражнении рассматривалась передаточная функция с полюсами (корнями знаменателя многочлена), расположенными в комплексной плоскости. Были исследованы случаи с реальными и сложными полюсами, оценивалось влияние расположения полюсов на качество реакции системы с учетом таких параметров, как перерегулирование и время реакции системы на входной сигнал единичного шага.