Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
(Университет ИТМО)

Дисциплина: Теория автоматического управления

Отчет
по лабораторной работе №11:
«$\mathcal{H}_2$ и $\mathcal{H}_\infty$»

Выполнил:
Самбрано Браво Рикардо Хосе,
студент гр. R33352

Преподаватель:
Пашенко Артем Витальевич,
фак. СУиР

Санкт-Петербург,
2024 г.

Содержание

$\boldsymbol{\mathcal{H}_2}$ и $\boldsymbol{\mathcal{H}_\infty}$

Задание 1. Синтез H2-регулятора по состоянию. Постройте математическую модель простого тела (тележки). Задайте регулируемый выход в двух различных вариантах. Для каждого из вариантов регулируемого выхода синтезируйте соответствующий H2-регулятор по состоянию. В каждом случае найдите передаточную функцию (матрицу) замкнутой системы от внешнего возмущения (действующего аддитивно с управлением) к регулируемому выходу, постройте для неё графики покомпонентных АЧХ и график сингулярных чисел, найдите её H_2 и H_∞ нормы. Проведите моделирование замкнутой системы при внешних возмущениях.

Решение:

Дана система для тележки:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ z = C_2 x + D_2 u \end{cases} \tag{1}$$

Вариант 1

$$z = \begin{bmatrix} x_1 \\ 4u \end{bmatrix} - \text{То, что мы хотим минимизировать} \tag{2}$$

Тогда:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$C_2^T D_2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^T * \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Переходим к решению уравнения Рикатти, чтобы найти Q и K:

```
%Part_final_1
% Definition of matrixes
A = [0 1; 0 0];
B = [0; 1];
B_2 = [0;1];
C = [1 0];
D = [0];
C_2 = [1 0; 0 0];
D_2 = [0;4];
D2_1 = [0;4];
C2_1 = [1 0; 0 0];
% Calculate Q and R
Q = C_2.' * C_2;
R = D_2.' * D_2;

[K,P] = lqr(A, B, Q, R);

disp(K);
disp(P);

K1 = -K;
```

Figure 1 - Расчет LQR в Matlab

Вычисляем Q:

$$A^T Q + QA + C_2^T C_2 - QB_2 (D_2^T D_2)^{-1} B_2^T Q = 0 \tag{4}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 2.8284 & 4 \\ 4 & 11.3137 \end{bmatrix} \tag{5}$$

Вычисляем K:

$$K = -(D_2^T D_2)^{-1} B_2^T Q \tag{6}$$

$$K = \begin{bmatrix} -0.25 & -0.7071 \end{bmatrix} \tag{7}$$

Переходим к расчету передаточной функции (матрицу) замкнутой системы от внешнего возмущения:

```
sysclosed = ss(A+B2*K1,B1,C2_1+D2_1*K1,0);
Wsys1 = tf(sysclosed)
```

Получим:

$$W_{w\to z}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{\mathrm{s} + 1.707}{s^2 + 0.7071s + 0.25} \\ \dfrac{-3.828\,\mathrm{s} - 1}{s^2 + 0.7071s + 0.25} \end{bmatrix} \tag{8}$$

Вариант 2

$$z = \begin{bmatrix} x_1 \\ 0{,}5\,u \end{bmatrix} \tag{8}$$

Тогда:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ z = C_2 x + D_2 u \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$C_2^T D_2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^T * \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вычисляем Q:

$$A^T Q + QA + C_2^T C_2 - QB_2 (D_2^T D_2)^{-1} B_2^T Q = 0$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \tag{10}$$

Вычисляем K:

$$K = -(D_2^T D_2)^{-1} B_2^T Q$$

$$K = \begin{bmatrix} -2 & -2 \end{bmatrix} \tag{11}$$

Переходим к расчету передаточной функции (матрицу) замкнутой системы от внешнего возмущения:

```
sysclosed = ss(A+B2*K2,B1,C2_2+D2_2*K2,0);
Wsys2 = tf(sysclosed)
```

$$W_{w\to z}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{\mathrm{s} + 3}{s^2 + 2s + 2} \\ \dfrac{-2\,\mathrm{s} - 1}{s^2 + 2s + 2} \end{bmatrix} \tag{12}$$

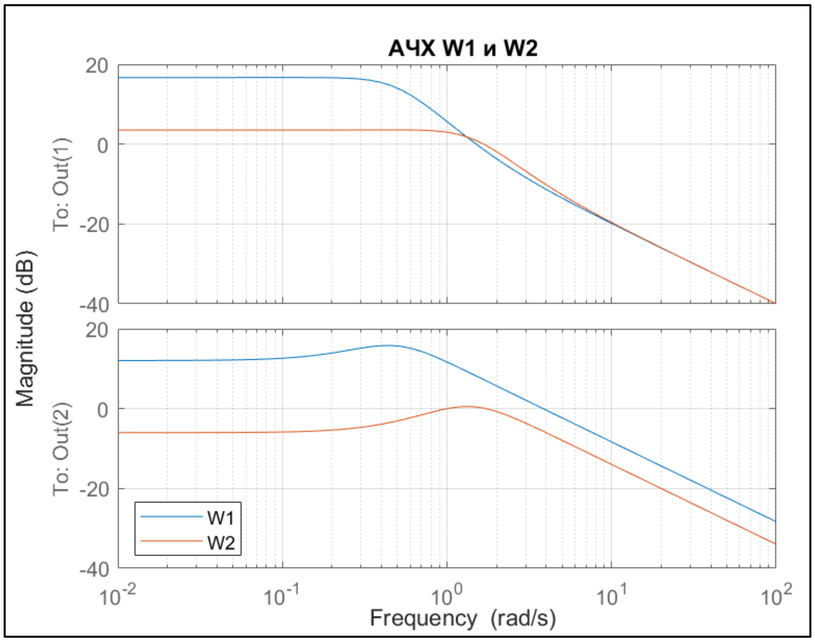

Figure 2 - АЧХ двух передаточных матриц W1 и W2

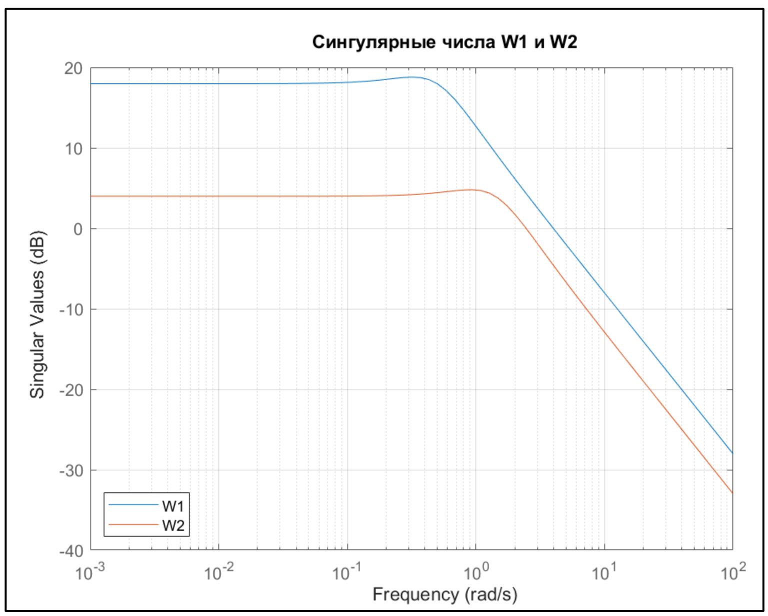

Figure 3 - Сингулярные числа двух передаточных матриц W1 и W2

Приступаем к расчету норм H_2 и H_inf

```
Number = {'W1';'W2'};
H2table = [norm(Wsys1,2);norm(Wsys2,2)];
Hinftable = [norm(Wsys1,Inf);norm(Wsys2,Inf)];
```

W_1	W_2
$H_2 norm = \ 4.7055$	$H_2 norm = \ 1.5811$
$H_\infty norm = \ 8.6946$	$H_\infty norm = \ 1.7372$

Наконец, приступим к моделированию системы с различными возмущениями

$$K_1 = [-0.25 \quad -0.7071]$$

$$f - \text{Функция Хевисайда}$$

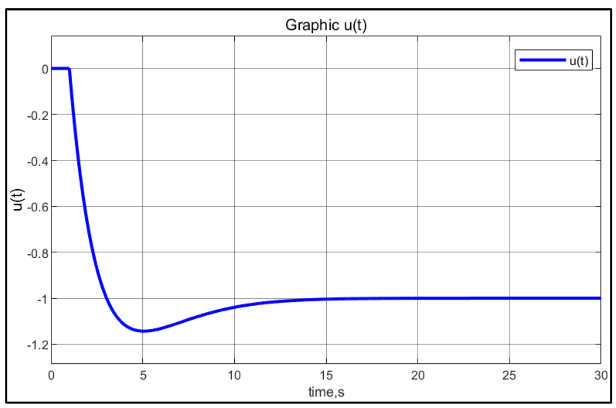

Figure 4 - График u(t)

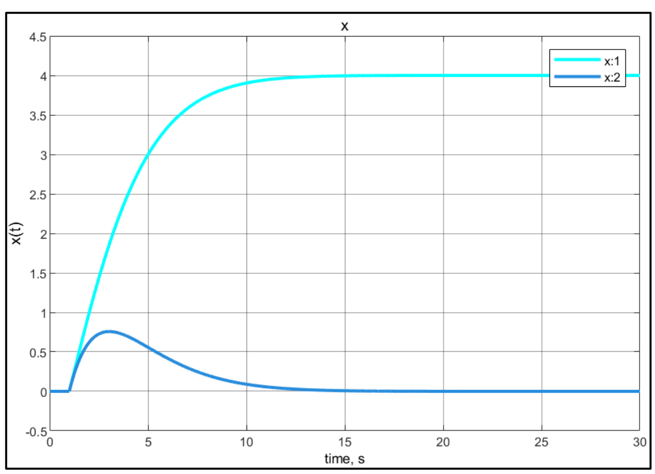

Figure 5 - Графики x1(t), x2(t)

$$f - \sin{(t)}$$

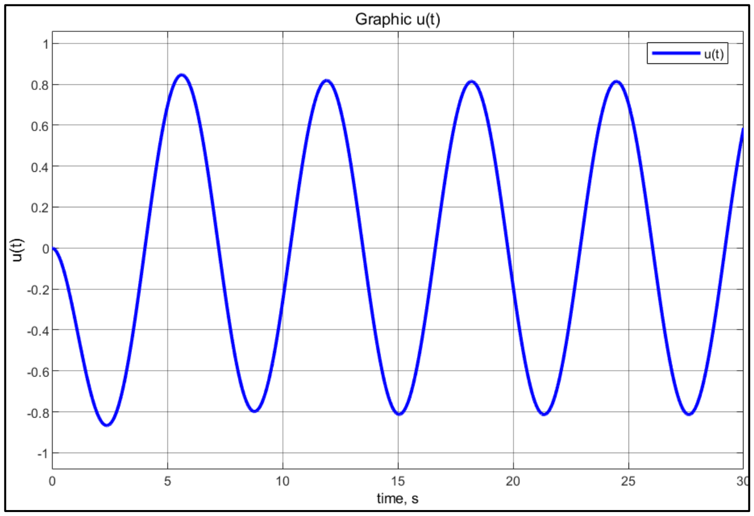

Figure 6 - График u(t)

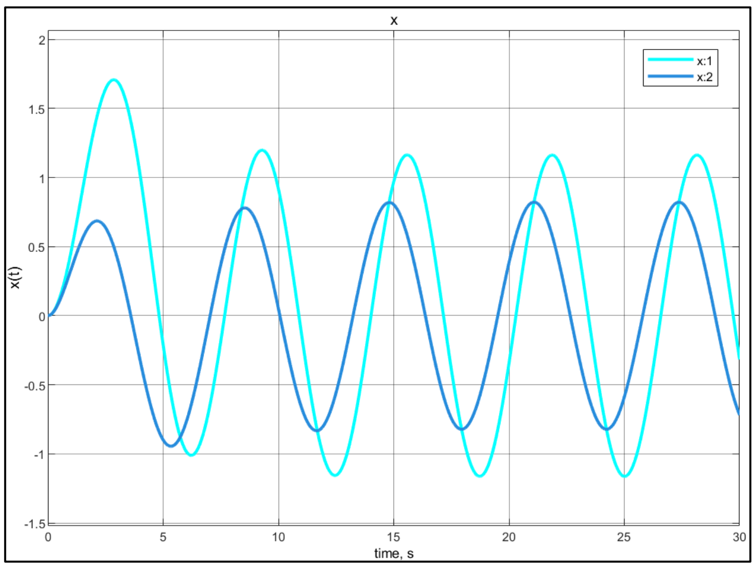

Figure 7 - Графики x1(t), x2(t)

$$K_2 = \begin{bmatrix} -2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$f - \sin(t)$$

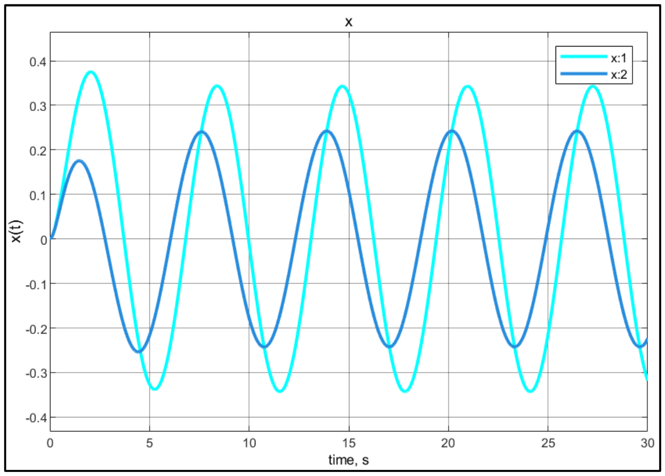

Figure 8 - Графики x1(t), x2(t)

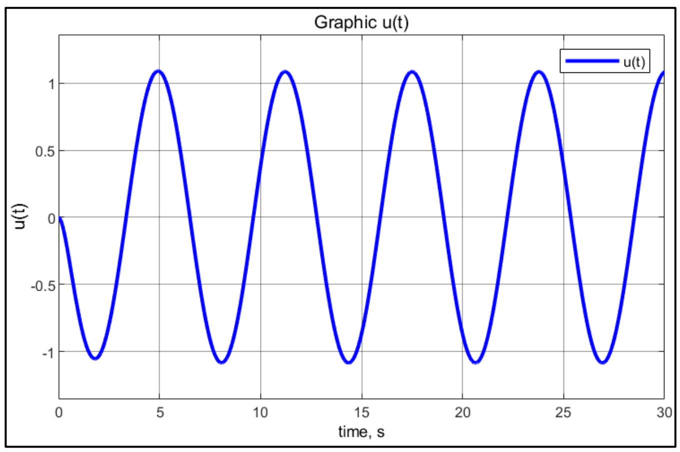

Figure 9 - График u(t)

Задание 2.
Синтез H2-регулятора по выходу. Постройте математическую модель простого тела (тележки), в которой измеряемым выходом является её координата. Задайте регулируемый выход в двух различных вариантах. Для каждого из вариантов регулируемого выхода синтезируйте соответствующий H2-регулятор по выходу, включающий в себя наблюдатель. В каждом случае найдите передаточную функцию (матрицу) замкнутой системы от внешних сигналов (возмущений и помех) к регулируемому выходу, постройте для неё графики покомпонентных АЧХ и график сингулярных чисел, найдите её H2 и H∞ нормы. Проведите моделирование замкнутой системы при внешних возмущениях и помехах измерения.

Решение:

Дана система для тележки:

$$
\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ y = C_1 x + D_1 w \\ z = C_2 x + D_2 u \end{cases} \tag{13}
$$

Тогда:

$$
A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, D_1 = [0.7], C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \tag{14}
$$

Переходим к поиску наблюдателя для случаев из предыдущего упражнения:

$$
\begin{cases} AP + PA^T + B_1 B_1^T - PC_1^T (D_1 D_1^T)^{-1} C_1 P = 0 \\ L = -PC_1^T (D_1 D_1^T)^{-1} \end{cases} \tag{15}
$$

$$
\begin{cases} A^T Q + QA + C_2^T C_2 - QB_2 (D_2^T D_2)^{-1} = 0 \\ K = -(D_2^T D_2)^{-1} B_2^T Q \end{cases} \tag{16}
$$

$$
L = \begin{bmatrix} -2.2131 \\ -1.4286 \end{bmatrix} \tag{17}
$$

Вариант 1

$$
K_1 = \begin{bmatrix} -0.25 & -0.7071 \end{bmatrix} \tag{18}
$$

Переходим к расчету передаточной функции (матрицу) замкнутой системы от внешнего возмущения:

```
sysclosed = ss([A, B2*K1; -L*C1, A+B2*K1+L*C1],[B1; -L*D1], [C2_1, D2_1*K1], 0);
Wsys1 = tf(sysclosed)
```

$$
W_{w\to z}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{s^3 + 3.92 s^2 + 5.069 s + 2.993}{s^4 + 2.92 s^3 + 3.243 s^2 + 1.563 s + 0.3571} \\ \dfrac{-4.378 s^3 - 7.254 s^2 - 7.682 s - 1.429}{s^4 + 2.92 s^3 + 3.243 s^2 + 1.563 s + 0.3571} \end{bmatrix} \tag{19}
$$

Вариант 2

$$
K_2 = \begin{bmatrix} -2 & -2 \end{bmatrix} \tag{20}
$$

```
sysclosed = ss([A, B2*K2; -L*C1, A+B2*K2+L*C1],[B1; -L*D1], [C2_2, D2_2*K2], 0);
Wsys2 = tf(sysclosed)
```

$$W_{w\to z}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{s^3 + 5.213\,s^2 + 6.97\,s + 5.855}{s^4 + 4.213\,s^3 + 7.855\,s^2 + 7.283\,s + 2.857} \\ \dfrac{-2.549\,s^3 - 4.642\,s^2 - 5.07\,s - 1.429}{s^4 + 4.213\,s^3 + 7.855\,s^2 + 7.283\,s + 2.857} \end{bmatrix} \tag{21}$$

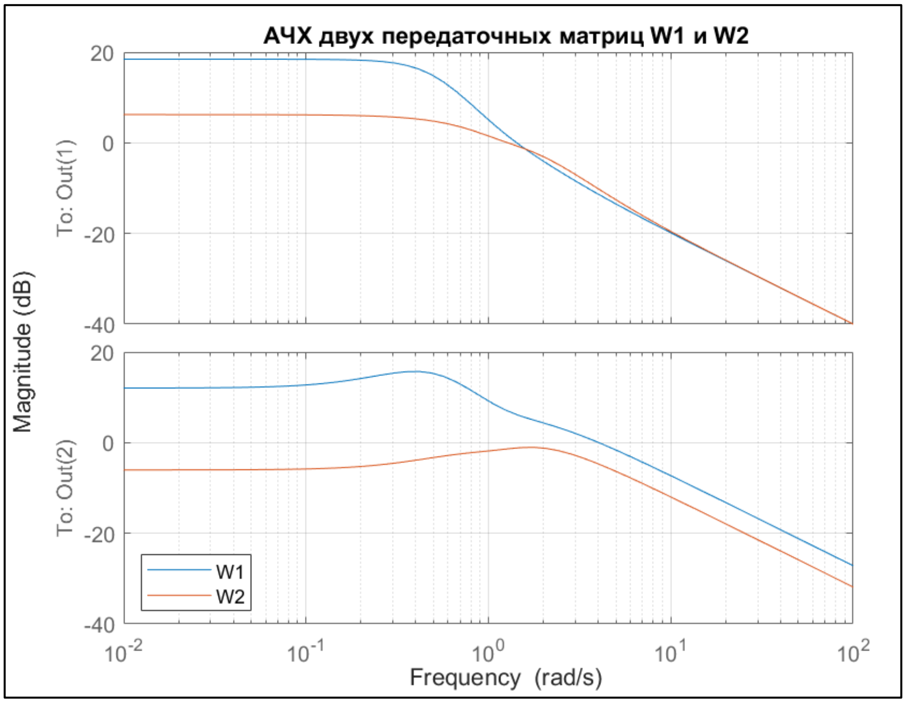

Figure 10 - АЧХ двух передаточных матриц.

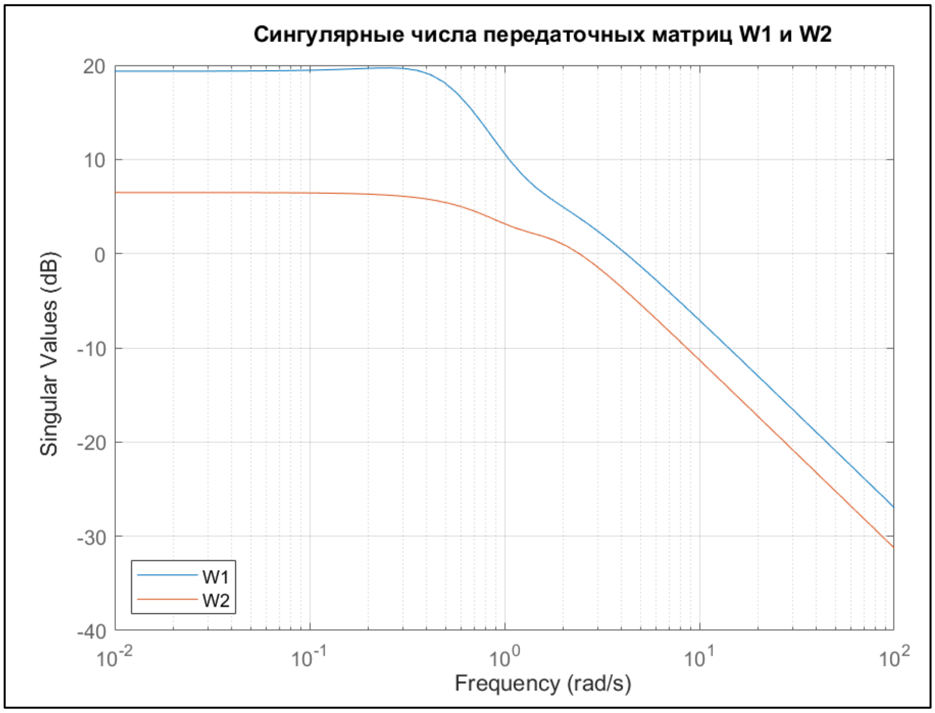

Figure 11 - Сингулярные числа передаточных матриц

Приступаем к расчету норм H_2 и H_inf

```
Number = {'W1';'W2'};
H2table = [norm(Wsys1,2);norm(Wsys2,2)];
Hinftable = [norm(Wsys1,Inf);norm(Wsys2,Inf)];
T = table(Number,H2table,Hinftable)
```

W_1	W_2
$H_2 norm = \ 4.0572$	$H_2 norm = \ 1.2271$
$H_\infty norm = \ \ 8.7626$	$H_\infty norm = \ \ 1.7559$

Приступим к моделированию системы с возмущением и помехой:

$$K = \begin{bmatrix} -0.25 & -0.7071 \end{bmatrix}$$

$$f - \sin(t)$$

$$\xi - \text{шум}$$

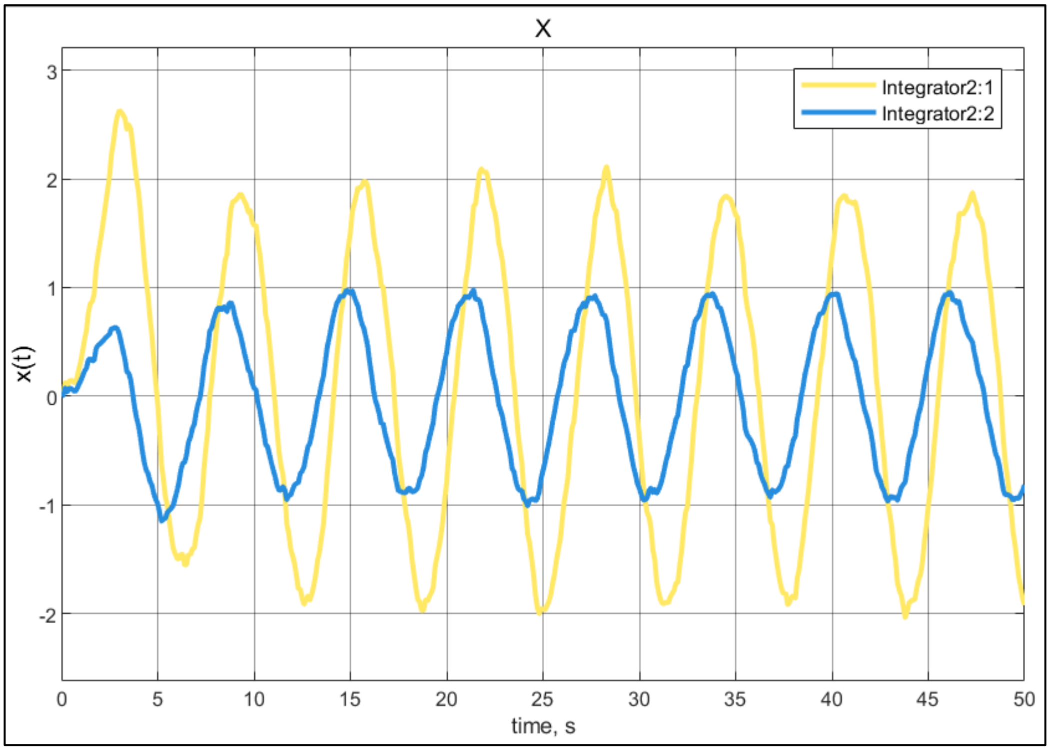

Figure 12 - Графики x1(t), x2(t)

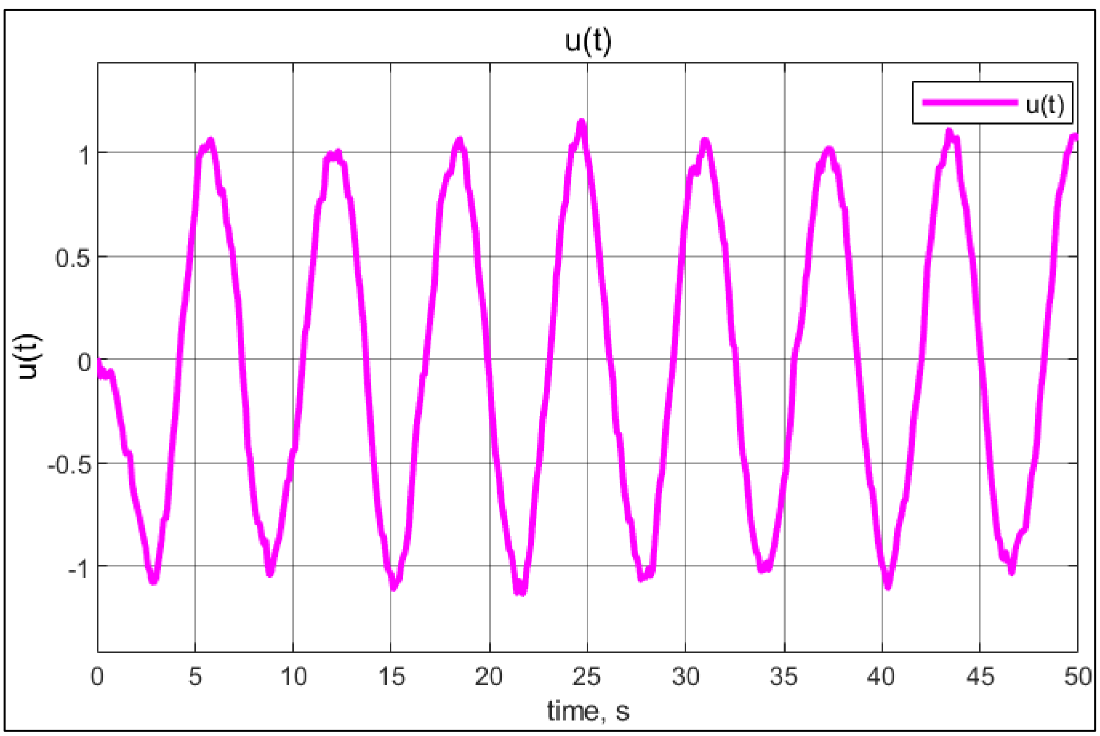

Figure 13 - График u(t)

$$f - \text{Функция Хевисайда}$$

$$\xi - \sin(t)$$

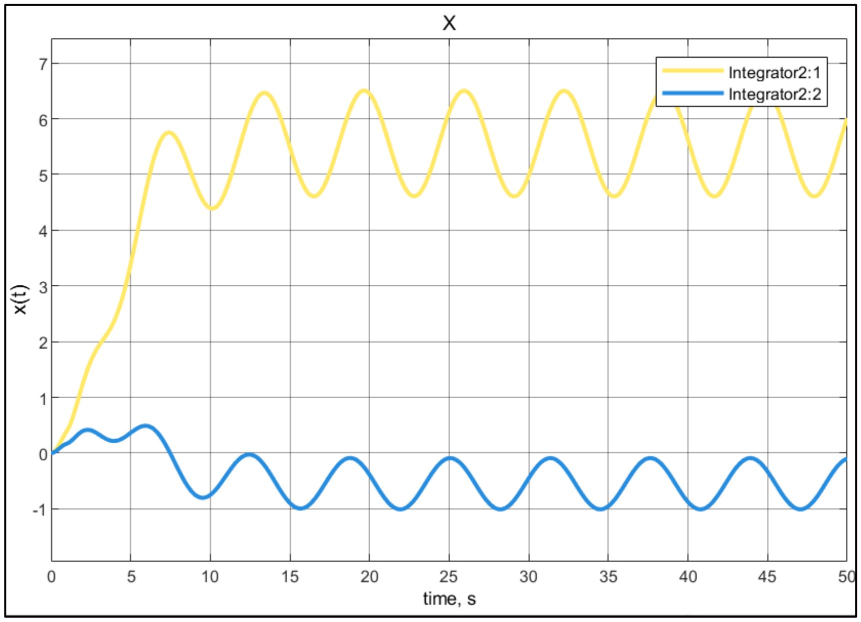

Figure 14 - Графики x1(t), x2(t)

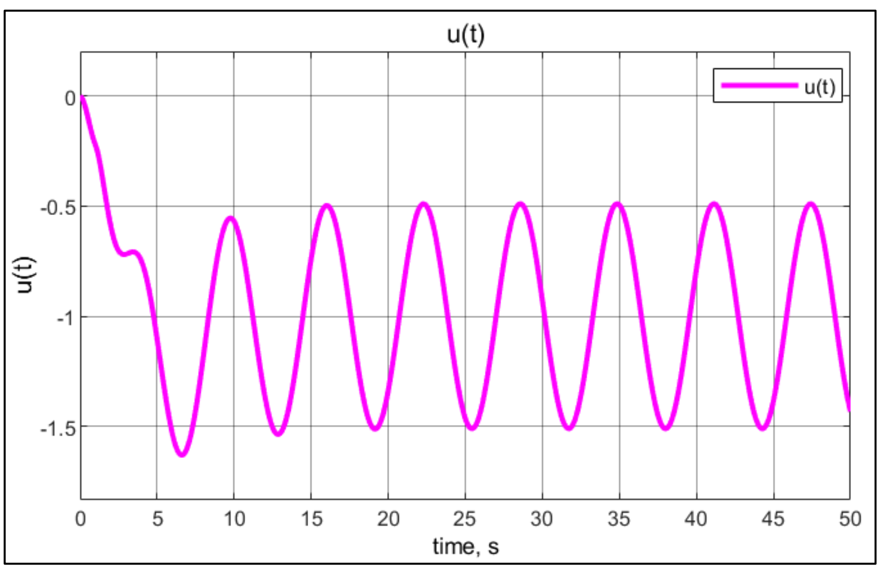

Figure 15 - График u(t)

Задание 3. Синтез H∞-регулятора по состоянию. Возьмите модель тележки из задания 2. Самостоятельно выберите какой-то один вариант регулируемого выхода. Выберите три различных значения параметра $\gamma > 0$ (постарайтесь, чтобы одно из этих значений было наименьшим, при котором задача ещё будет иметь решение), и для каждого из значений синтезируйте соответствующий H∞-регулятор по состоянию. В каждом случае найдите передаточную функцию (матрицу) замкнутой системы от внешнего возмущения к регулируемому выходу, постройте для неё графики покомпонентных АЧХ и график сингулярных чисел, найдите её H2 и H∞ нормы. Для наименьшего значения γ проведите моделирование замкнутой системы при внешних возмущениях.

Решение

Дана система для тележки:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ z = C_2 x + D_2 u \end{cases} \tag{22}$$

$$z = \begin{bmatrix} x_1 \\ 4u \end{bmatrix} - \text{То, что мы хотим минимизировать} \tag{23}$$

Тогда:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \tag{24}$$

Приступаем к решению уравнения Рикатти:

$$\begin{cases} A^T Q + QA + C_2^T C_2 - QB_2 (D_2^T D_2)^{-1} B_2^T Q + \gamma^{-2} Q B_1 B_1^T Q = 0 \\ K = -(D_2^T D_2)^{-1} B_2^T Q \end{cases} \tag{25}$$

В матлабе:

```
[Q,K,~] = icare(A,B2,C2'*C2,D2'*D2,[],[],g^(-2)*B1*B1');
K1=-K
```

$$\gamma = 7$$

$$K = \begin{bmatrix} -0.5096 & -1.5511 \end{bmatrix} \tag{26}$$

Переходим к расчету передаточной функции (матрицу) замкнутой системы от внешнего возмущения:

```
sysclosed = ss(A+B2*K1,B1,C2+D2*K1,0);
Wsys1 = tf(sysclosed)
```

$$W_{w \to z}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{s + 2.551}{s^2 + 1.551 s + 0.5096} \\ \dfrac{-8.243 s - 2.038}{s^2 + 1.551 s + 0.5096} \end{bmatrix} \tag{27}$$

Повторяем:

$$\gamma = 10$$

$$K = \begin{bmatrix} -0.3291 & -0.9617 \end{bmatrix} \tag{28}$$

$$W_{w \to z}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{s + 1.962}{s^2 + 0.9617\,s + 0.3291} \\ \dfrac{-5.163\,s - 1.316}{s^2 + 0.9617\,s + 0.3291} \end{bmatrix} \tag{29}$$

Повторяем:

$$\gamma = 100$$

$$K = \begin{bmatrix} -0.2502 & -0.7090 \end{bmatrix} \tag{30}$$

$$W_{w \to z}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{s + 1.709}{s^2 + 0.709\,s + 0.2506} \\ \dfrac{-3.838\,s - 1.002}{s^2 + 0.709\,s + 0.2506} \end{bmatrix} \tag{31}$$

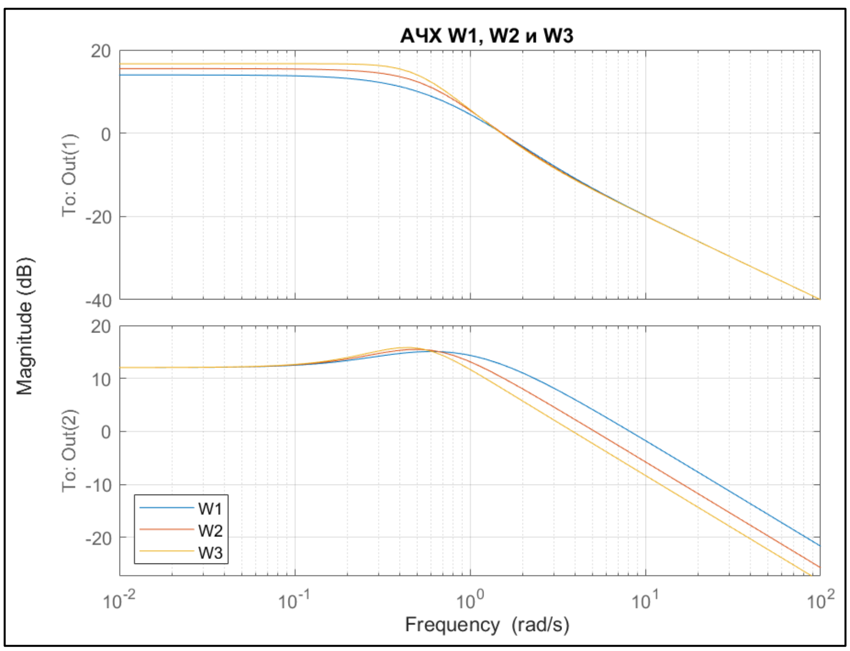

Figure 16 - АЧХ всех передаточных матриц

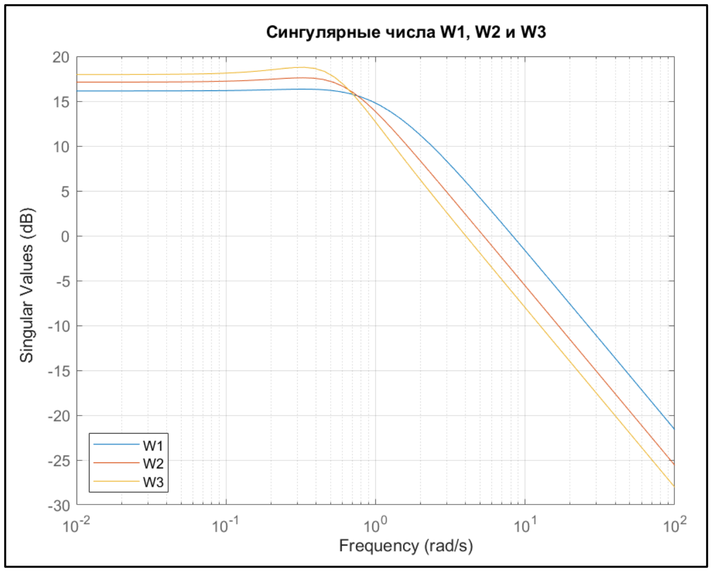

Figure 17 - Сингулярные числа всех передаточных матриц

Приступаем к расчету норм H_2 и H_inf

```
Number = {'W1';'W2';'W3'};
H2table = [norm(Wsys1,2);norm(Wsys2,2);norm(Wsys3,2)];
Hinftable = [norm(Wsys1,Inf);norm(Wsys2,Inf);norm(Wsys3,Inf)];
```

W_1	W_2	W_3
$H_2 norm = 5.3823$	$H_2 norm = 4.8163$	$H_2 norm = 4.7056$
$H_\infty norm = 6.5575$	$H_\infty norm = 7.5891$	$H_\infty norm = 8.6831$

Приступим к моделированию системы с возмущением $f - \sin(t)$

$$K = [-0.5096 \quad -1.5511]$$

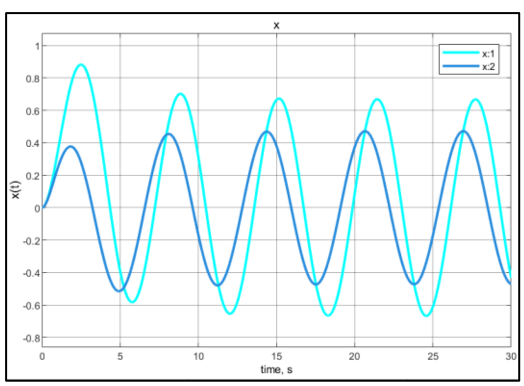

Figure 18 - Графики x1(t), x2(t)

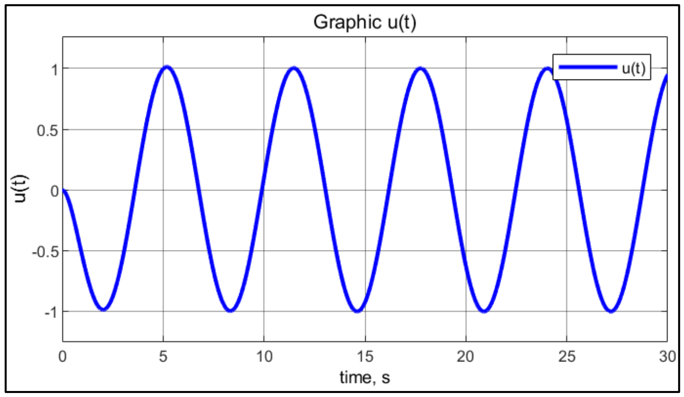

Figure 19 - График u(t)

$$K = [-0.3291 \quad -0.9617]$$

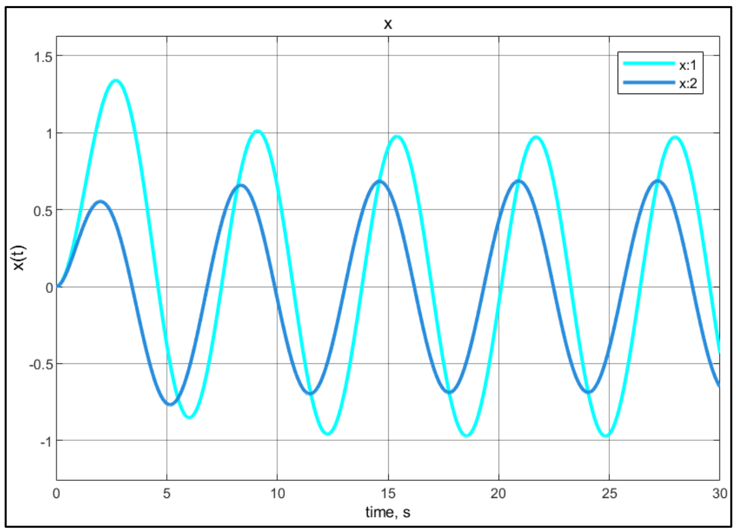

Figure 20 -Графики x1(t), x2(t)

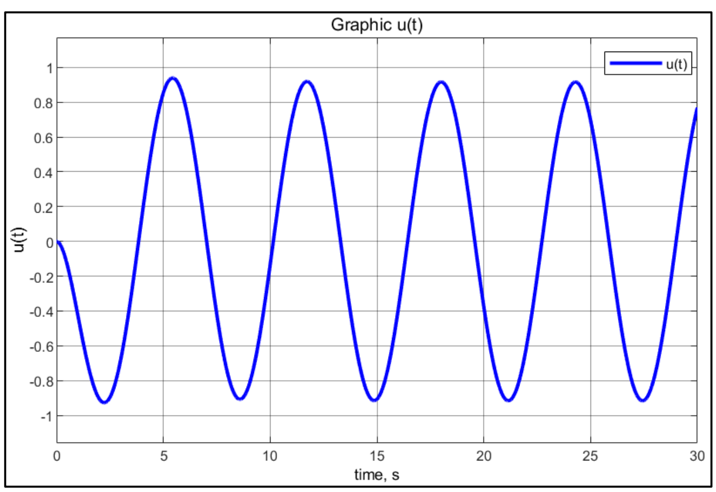

Figure 21 - График u(t)

$$K = [-0.2502 \quad -0.7090]$$

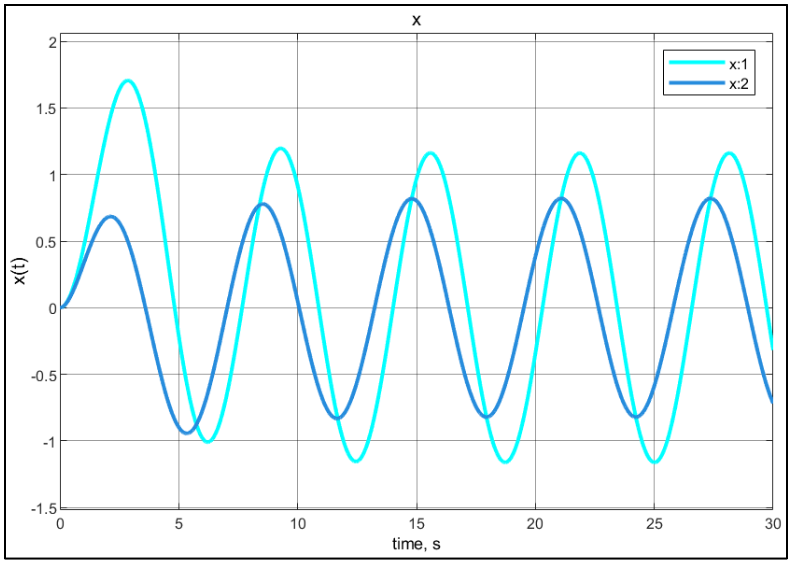

Figure 22 - Графики x1(t), x2(t)

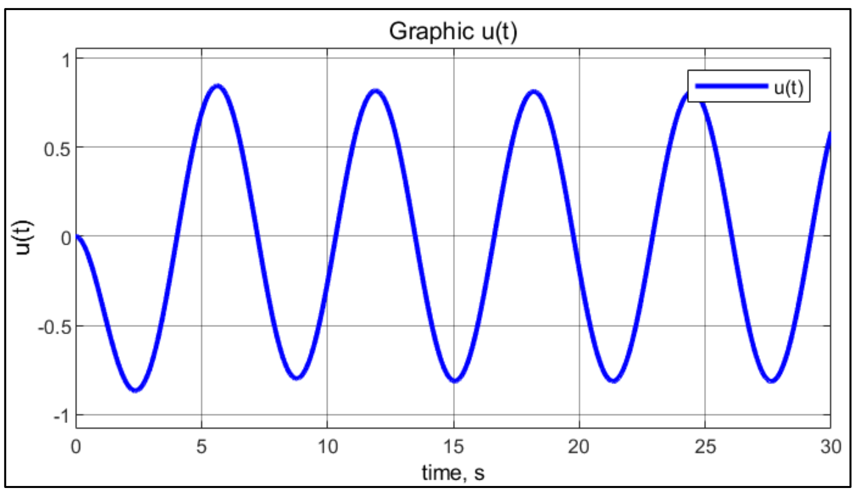

Figure 23 - График u(t)

Задание 4.

Синтез H∞-регулятора по выходу. Возьмите модель тележки из задания 3. Самостоятельно выберите какой-то один вариант регулируемого выхода. Выберите три различных значения параметра $\gamma > 0$ (постарайтесь, чтобы одно из этих значений было наименьшим, при котором задача ещё будет иметь решение), и для каждого из значений синтезируйте соответствующий H∞-регулятор по выходу, включающий в себя наблюдатель. В каждом случае найдите передаточную функцию (матрицу) замкнутой системы от внешних сигналов (возмущений и помех) к регулируемому выходу, постройте для неё графики покомпонентных АЧХ и график сингулярных чисел, найдите её H2 и H∞ нормы. Для наименьшего значения γ проведите моделирование замкнутой системы при внешних возмущениях и помехах измерения.

Решение:

Переходим к решению уравнения Рикатти:

$$AP + PA^T + B_1B_1^T - PC_1^T(D_1D_1^T)C_1P + \gamma^{-2}PC_2^TC_2P = 0 \tag{32}$$

$$A^TQ + QA + C_2^TC_2 - QB_2(D_2^TD_2)^{-1}B_2^TQ + QB_1B_1^TQ = 0 \tag{33}$$

$$L = -P(I - \gamma^{-2}QP)^{-1}(C_1 + \gamma^{-2}D_1B_1^TQ)^T(D_1D_1^T)^{-1} \tag{34}$$

$$K = -(D_2^TD_2)^{-1}B_2^TQ \tag{35}$$

Получаем:

$$\gamma = 7$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} -0.5096 & -1.5511 \end{bmatrix} \tag{36}$$

$$L = \begin{bmatrix} -8.1084 \\ -5.7376 \end{bmatrix} \tag{37}$$

Переходим к расчету передаточной функции (матрицу) замкнутой системы от внешнего возмущения:

```
sysclosed = ss([A, B2*K; -L*C1, A+B1*g^(-2)*B1'*Q+B2*K+L*(C1+D1*g^(-2)*B1'*Q)],[B1;
-L*D1], [C2, D2*K],0);
Wsys1 = tf(sysclosed)
```

$$W_{w\to z}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{s^3 + 13.88\,s^2 + 21.98\,s + 16.1}{s^4 + 12.88\,s^3 + 18.23\,s^2 + 13.03\,s + 3.044} \\ \dfrac{-36.49\,s^3 - 60.65\,s^2 - 64.3\,s - 12.18}{s^4 + 12.88\,s^3 + 18.23\,s^2 + 13.03\,s + 3.044} \end{bmatrix} \tag{38}$$

$$\gamma = 10$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -0.2728 & -0.8059 \end{bmatrix} \tag{39}$$

$$L = \begin{bmatrix} -3.1354 \\ -2.0989 \end{bmatrix} \tag{40}$$

```
sysclosed = ss([A, B2*K; -L*C1, A+B1*g^(-2)*B1'*Q+B2*K+L*(C1+D1*g^(-2)*B1'*Q)],[B1;
-L*D1], [C2, D2*K],0);
Wsys2 = tf(sysclosed)
```

$$W_{w\to z}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{s^3 + 5.296\,s^2 + 7.447\,s + 4.792}{s^4 + 4.296\,s^3 + 5.286\,s^2 + 3.05\,s + 0.7056} \\ \dfrac{-8.541\,s^3 - 14.18\,s^2 - 15.02\,s - 2.823}{s^4 + 4.296\,s^3 + 5.286\,s^2 + 3.05\,s + 0.7056} \end{bmatrix} \tag{41}$$

$$\gamma = 100$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} -0.2506 & -0.7090 \end{bmatrix} \tag{42}$$

$$L = \begin{bmatrix} -2.2189 \\ -1.4327 \end{bmatrix} \tag{43}$$

```
sysclosed = ss([A, B2*K; -L*C1, A+B1*g^(-2)*B1'*Q+B2*K+L*(C1+D1*g^(-2)*B1'*Q)],[B1;
-L*D1], [C2, D2*K],0);
Wsys3 = tf(sysclosed)
```

$$W_{w\to z}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{s^3 + 3.928\,s^2 + 5.083\,s + 3.004}{s^4 + 2.928\,s^3 + 3.255\,s^2 + 1.572\,s + 0.3591} \\ \dfrac{-4.401\,s^3 - 7.293\,s^2 - 7.723\,s - 1.436}{s^4 + 2.928\,s^3 + 3.255\,s^2 + 1.572\,s + 0.3591} \end{bmatrix} \tag{44}$$

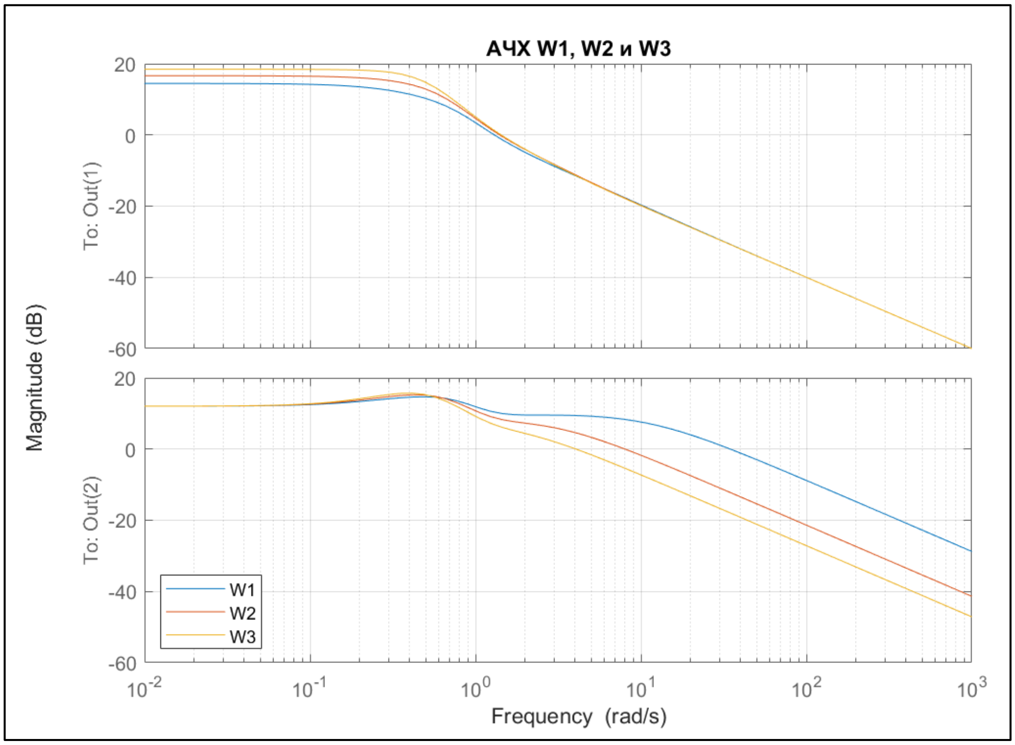

Figure 24 - АЧХ

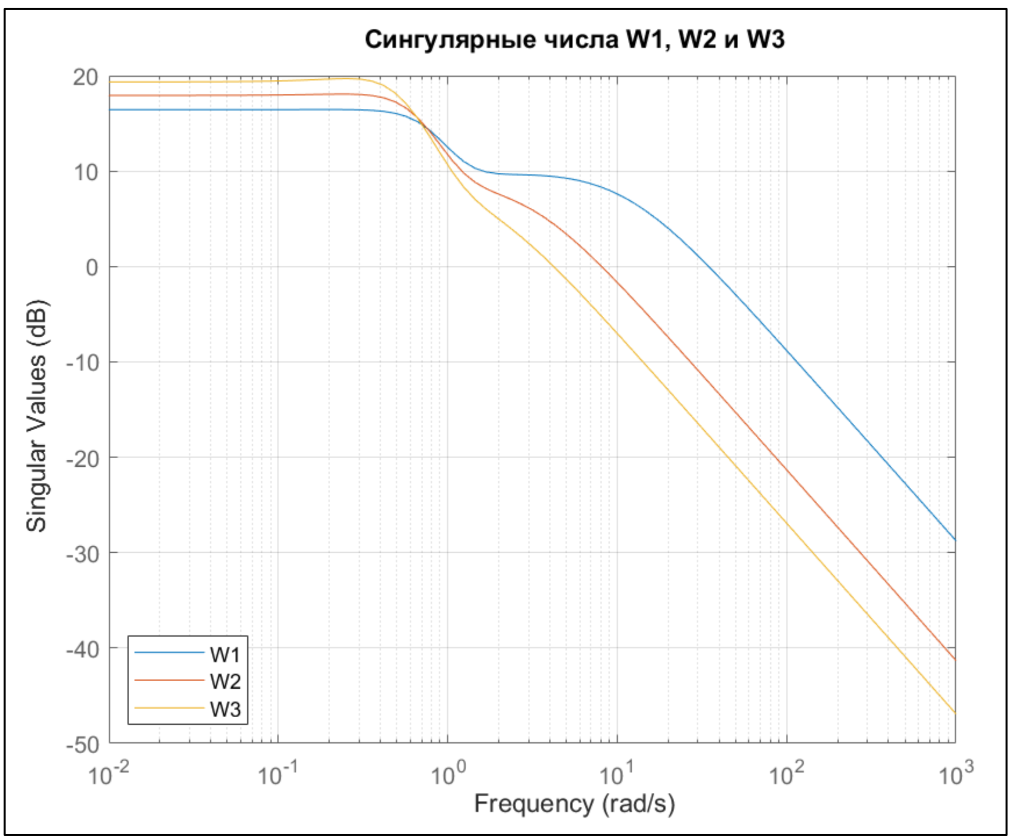

Figure 25 - Сингулярные числа

Приступаем к расчету норм H_2 и H_inf

```
Number = {'W1';'W2';'W3'};
H2table = [norm(Wsys1,2);norm(Wsys2,2);norm(Wsys3,2)];
Hinftable = [norm(Wsys1,Inf);norm(Wsys2,Inf);norm(Wsys3,Inf)];
```

W_1	W_2	W_3
$H_2 norm =\ 8.1583$	$H_2 norm =\ 4.9991$	$H_2 norm =\ 4.7934$
$H_\infty norm =\ 6.6440$	$H_\infty norm =\ 8.0028$	$H_\infty norm =\ 9.6564$

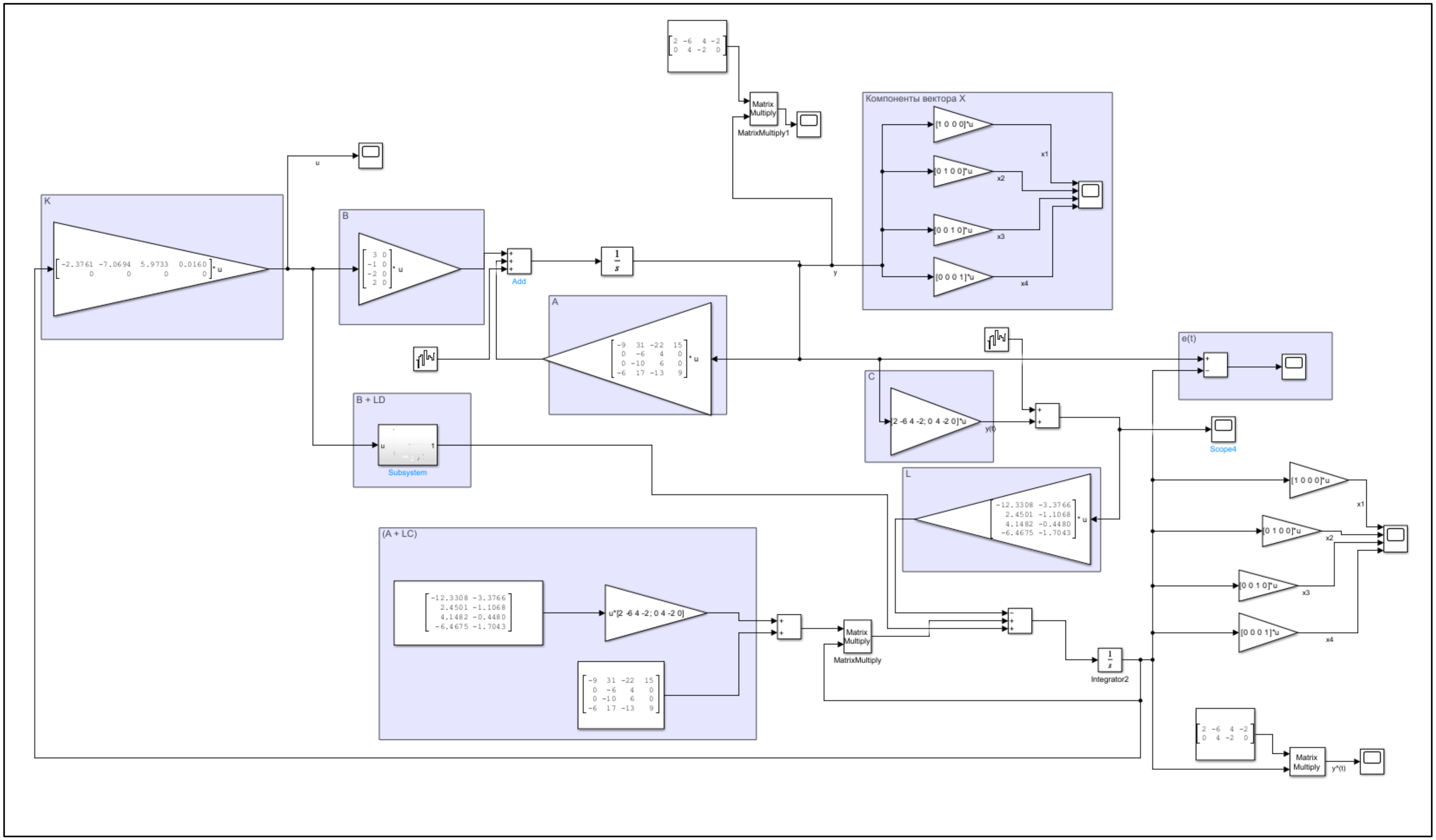

Figure 26 - Схема моделирования с регулятором и наблюдателем

$$K_1 = [-0.5096 \quad -1.5511]$$

$$L = \begin{bmatrix} -8.1084 \\ -5.7376 \end{bmatrix}$$

$$f - \sin(t)$$

$$\xi - \text{щум}$$

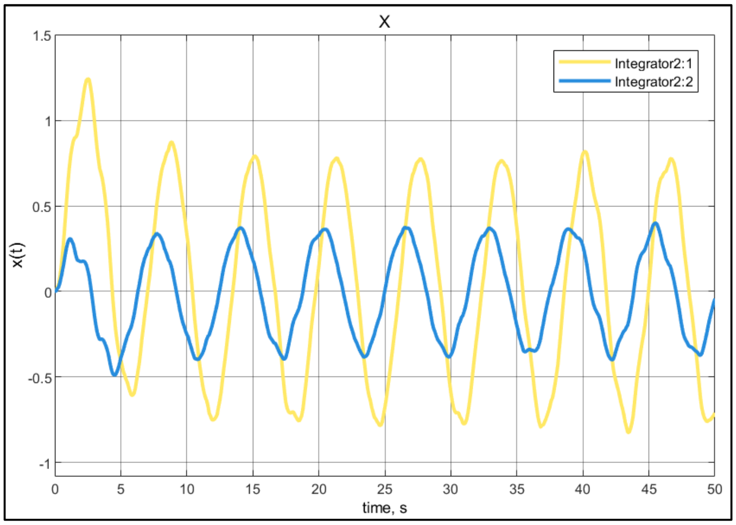

Figure 27 - Графики x1(t), x2(t)

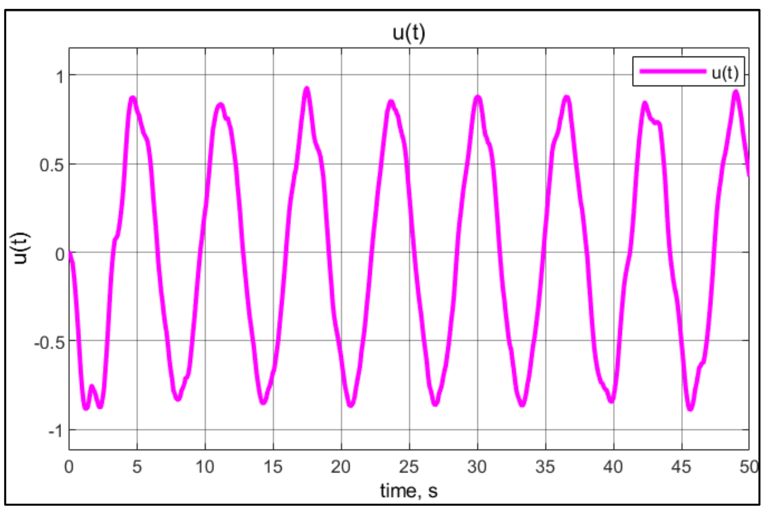

Figure 28 - График u(t)

$$f - 4\sin(t)$$

$$\xi - \text{щум}$$

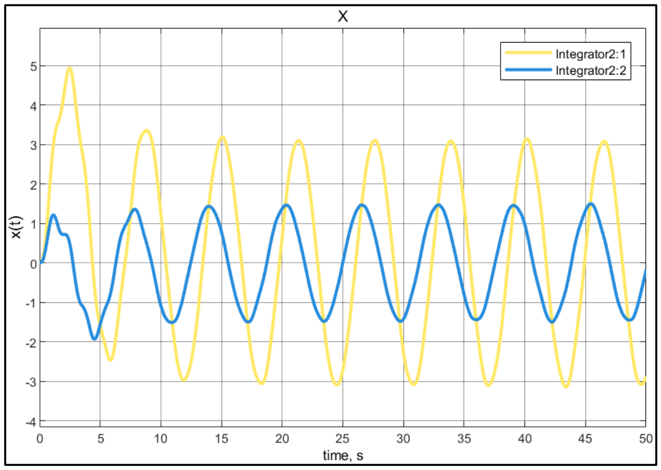

Figure 29 - Графики x1(t), x2(t)

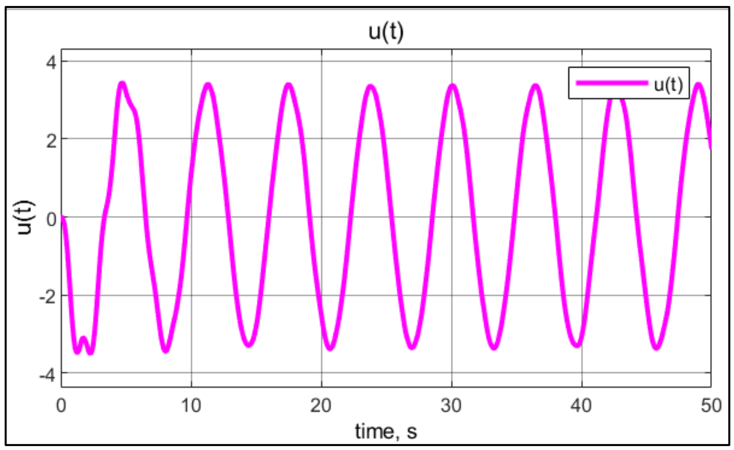

Figure 30 - График u(t)

$$K_2 = [-0.2728 \quad -0.8059]$$

$$L = \begin{bmatrix} -3.1354 \\ -2.0989 \end{bmatrix}$$

$$f - \sin(t)$$

$$\xi - \text{щум}$$

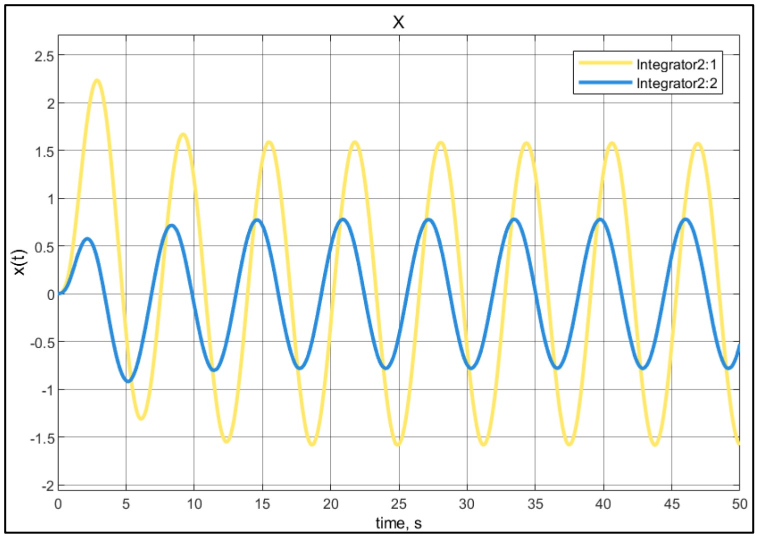

Figure 31 - Графики x1(t), x2(t)

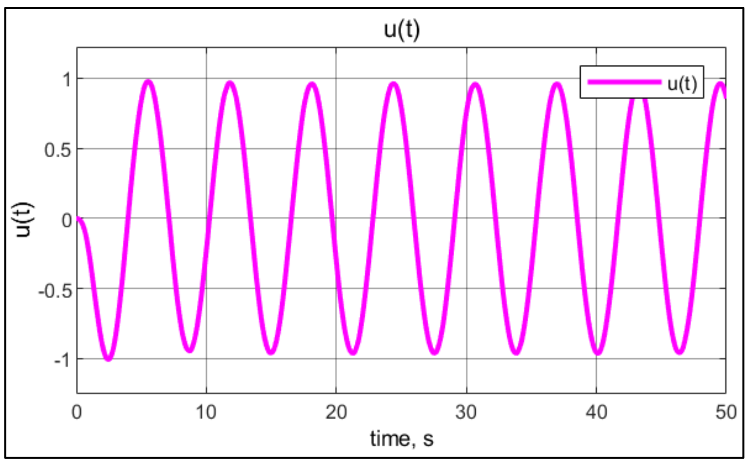

Figure 32 - График u(t)

$f - 4\sin(t)$

$\xi -$ щум

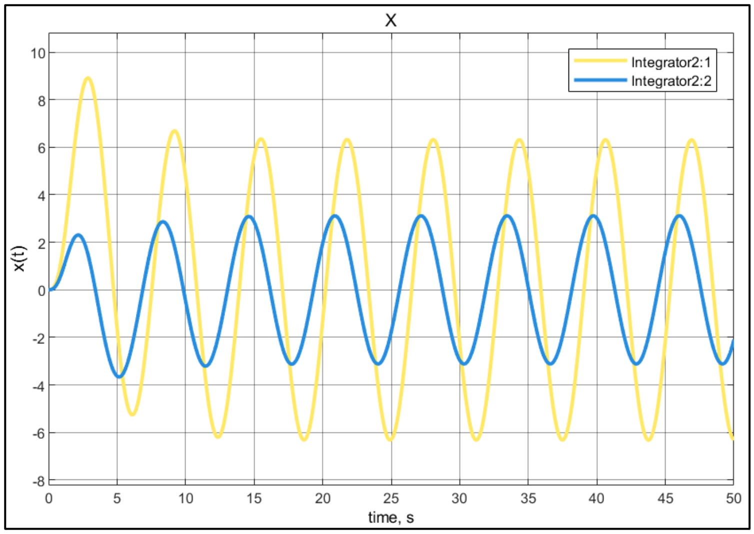

Figure 33 - Графики x1(t), x2(t)

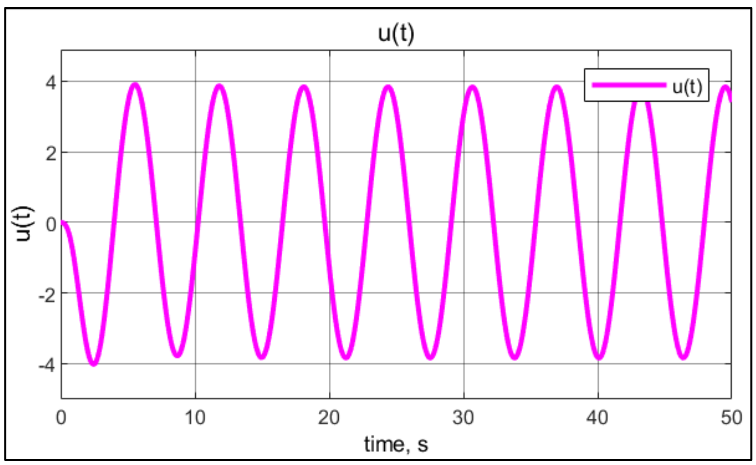

Figure 34 - График u(t)

$$K_3 = \begin{bmatrix} -0.2506 & -0.7090 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} -2.2189 \\ -1.4327 \end{bmatrix}$$

$$f - \sin(t)$$

$$\xi - \text{щум}$$

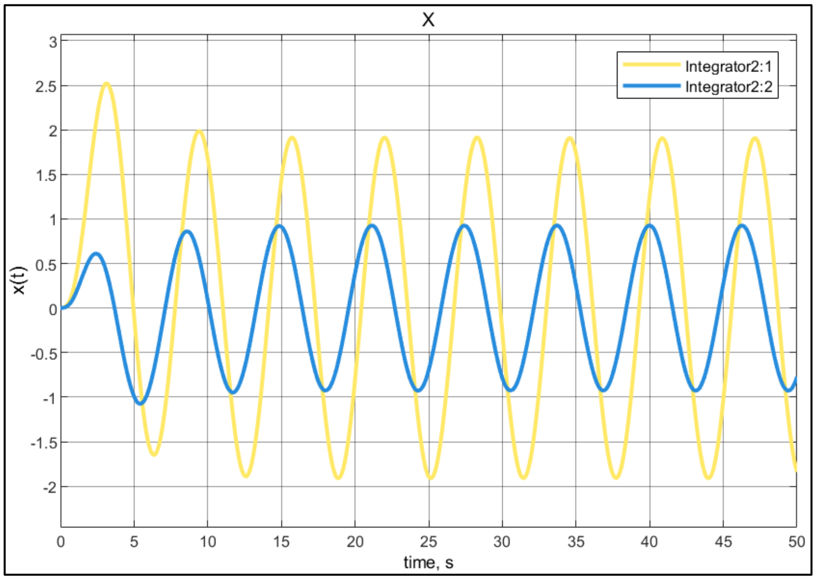

Figure 35 - Графики x1(t), x2(t)

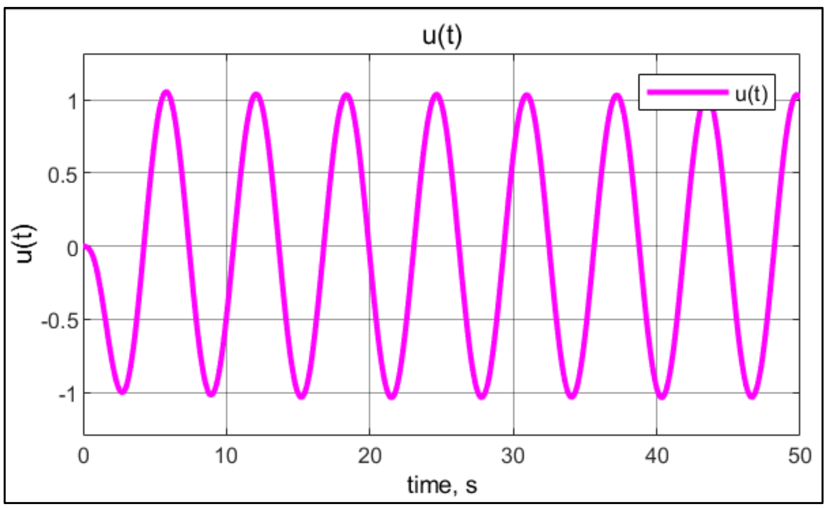

Figure 36 - График u(t)

$$f - 4\sin(t)$$

$$\xi - \text{щум}$$

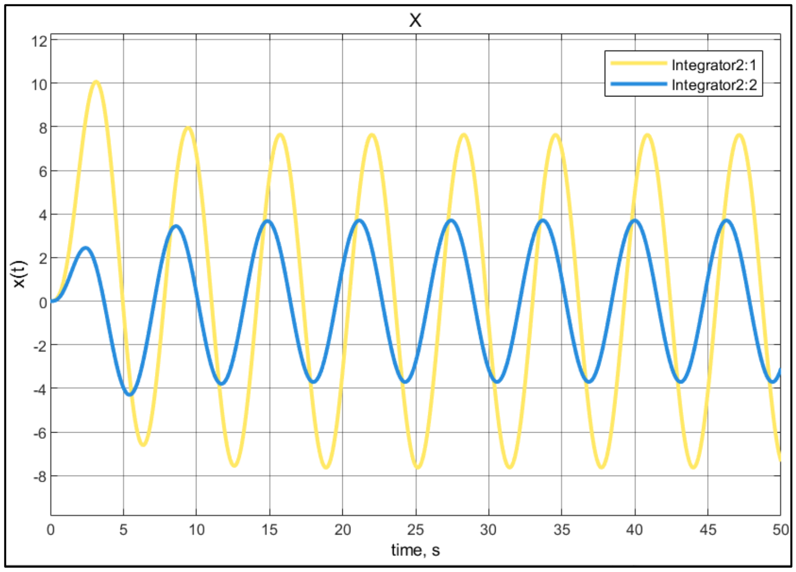

Figure 37 - Графики x1(t), x2(t)

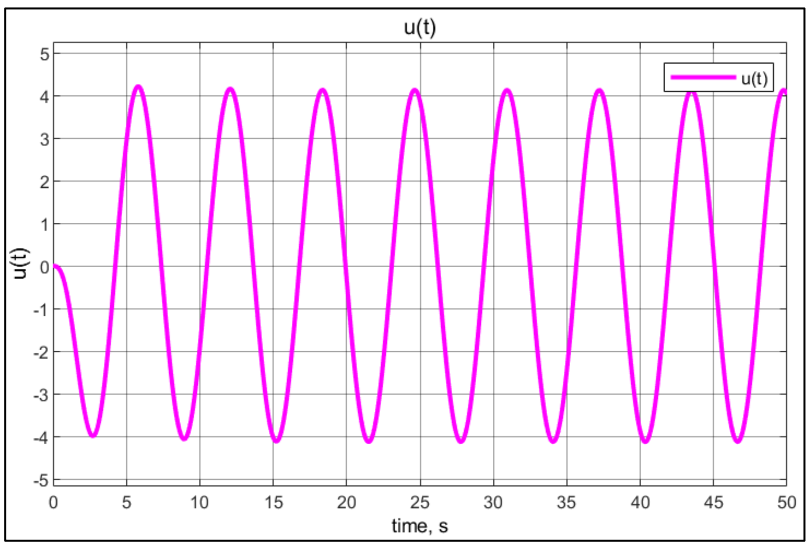

Figure 38 - График u(t)

Выводы

Задание 1

Для каждого из двух различных вариантов управляемого выхода успешно были синтезированы H2-регуляторы состояния. Эти регуляторы направлены на минимизацию влияния внешних возмущений на управляемый выход системы.

Была определена передаточная функция (матрица) замкнутой системы от внешнего возмущения (действующего аддитивно с управлением) к управляемому выходу для каждого варианта.

Были построены графики компонентной частотной характеристики (Bode plots) и сингулярных чисел для передаточной функции замкнутой системы.

Были рассчитаны нормы H2 и H∞ замкнутой системы.

Проведено моделирование замкнутой системы при внешних возмущениях для проверки эффективности синтезированных H2-регуляторов состояния.

Задание 2

Для каждого из двух различных вариантов регулируемого выхода были успешно синтезированы H2-регуляторы по выходу с учетом включения наблюдателя. Эти регуляторы разработаны с целью минимизации воздействия внешних сигналов-

Была вычислена передаточная функция (матрица) замкнутой системы от внешних сигналов (возмущений и помех) к регулируемому выходу для каждого варианта.

Построены графики компонентной частотной характеристики (Bode plots) и сингулярных чисел для передаточной функции замкнутой системы.

Найдены нормы H2 и H∞ замкнутой системы, которые характеризуют её способность к подавлению воздействий и обеспечивают стабильность работы.

Проведено моделирование замкнутой системы при внешних возмущениях и помехах измерения.

Задание 3

Для выбранного варианта регулируемого выхода были синтезированы три различных H∞-регулятора по состоянию, соответствующих трем различным значениям параметра γ. Эти регуляторы разработаны с учетом минимизации воздействия внешних возмущений на регулируемый выход системы.

Для каждого значения γ была найдена передаточная функция (матрица) замкнутой системы от внешнего возмущения к регулируемому выходу. Эта передаточная функция описывает динамическое поведение замкнутой системы с учетом различных уровней внешних воздействий.

Были построены графики компонентной частотной характеристики (Bode plots) и график сингулярных чисел для передаточной функции замкнутой системы каждого значения γ. Эти графики позволяют оценить чувствительность системы к различным частотам и внешним возмущениям.

Для каждого значения γ были найдены нормы H2 и H∞ замкнутой системы. Эти нормы характеризуют способность системы к подавлению воздействий и обеспечивают стабильность работы при различных уровнях внешних возмущений.

Задание 4

Для выбранного варианта регулируемого выхода были синтезированы три различных H∞-регулятора по выходу, включающих в себя наблюдатель, соответствующих трем различным значениям параметра γ. Эти регуляторы разработаны с целью минимизации воздействия внешних сигналов.

Для каждого значения γ была найдена передаточная функция (матрица) замкнутой системы от внешних сигналов (возмущений и помех) к регулируемому выходу. Были построены графики компонентной частотной характеристики (Bode plots) и график сингулярных чисел для передаточной функции замкнутой системы каждого значения γ.

Для каждого значения γ были найдены нормы H2 и H∞ замкнутой системы. Эти нормы характеризуют способность системы к подавлению воздействий и обеспечивают стабильность работы при различных уровнях внешних воздействий и помех.

Проведено моделирование замкнутой системы при наименьшем значении γ с учетом внешних возмущений и помех измерения.