第1讲　电磁波理论基础

1、基本概念

产生电磁场与电磁波的物质基础：**电荷**

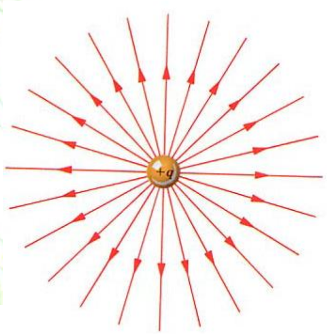
（1）电荷： 带电的粒子，电子的电量为 1.6×10^{-19} 库仑，其他粒子的带电量是电子的整数倍（量子化）。电荷有正负之分。一个封闭系统中的总电量是守恒的，所以只能成对地产生（电离）或湮灭（中和）。单位体积中所包含的电量定义为**电荷密度**：

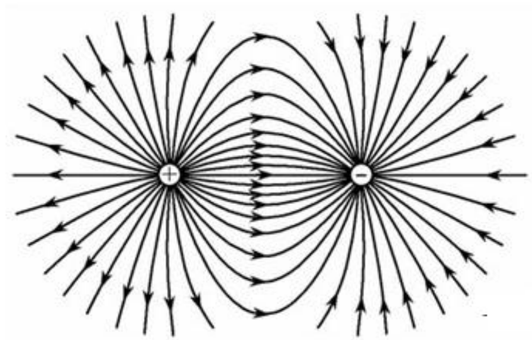
$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V}$$

（2）电流：运动的电荷形成电流；通过单位面积的电流强度称为**电流密度**：

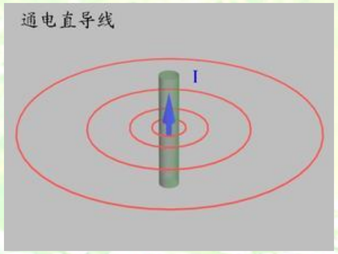
$$\boldsymbol{J} = \underbrace{\rho_+ \boldsymbol{v}_+ + \rho_- \boldsymbol{v}_-}_{\text{正、负电荷密度与运动速度的乘积}}$$

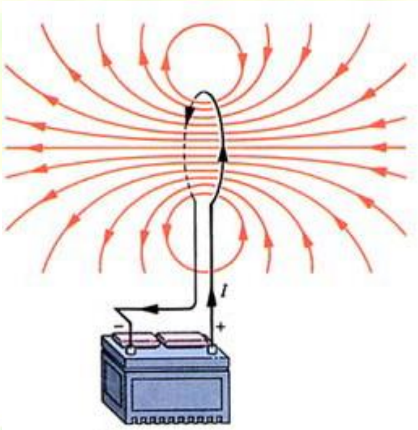
（3）静电场：两个相距一定距离的静止电荷会发生相互作用（吸引或排斥），说明电荷在其周围产生了某种物质，这种与静止电荷相伴随的物质称为**静电场**。

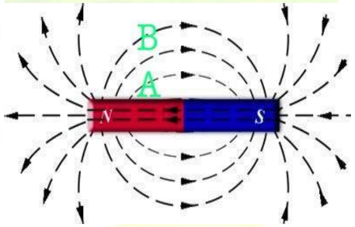


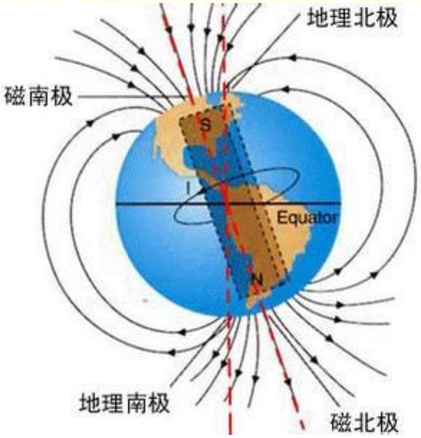


（4）**静磁场：**将磁针放在直流导线附近，磁针会发生偏转，说明直流电流在其附近产生了某种物质，这种与直流电流相伴随的物质称为 **静磁场**。磁铁也会在其周围产生磁场，产生磁场的源为磁矩，而磁矩可以看成是环形的电流。

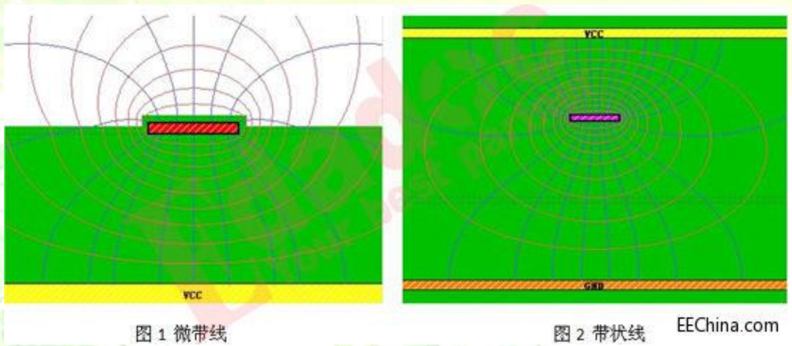




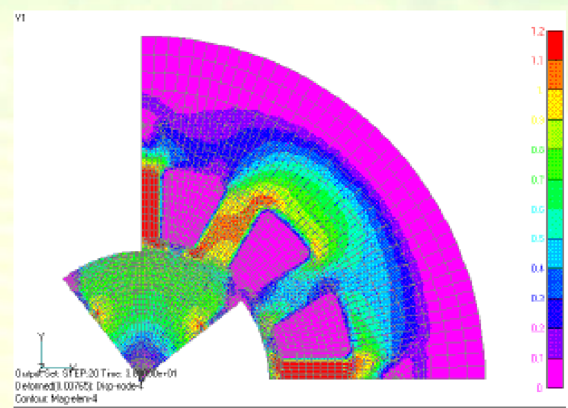




（5）**电磁场：**静止的电荷产生静电场、匀速运动的电荷产生静磁场。如果电荷密度或电流密度随时间变化，则产生随时间变化的电场和磁场。静电场、静磁场、时变电场、时变磁场，统统称为**电磁场**。电场和磁场可以看成是同一种物质（电磁场）的两种属性或表现形式。电磁场是一种无处不在的物质，小到原子尺度、大到宇宙尺度，电磁场无处不在！

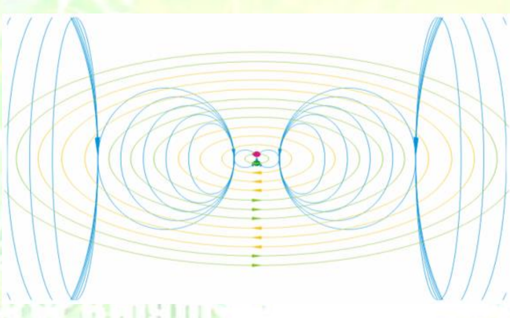


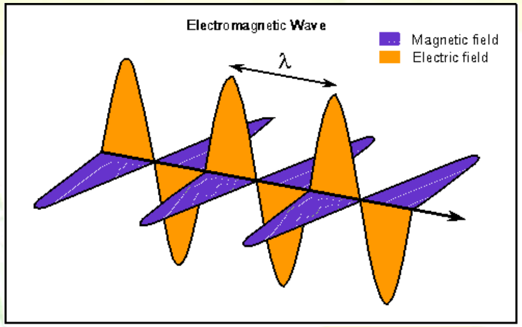
微带传输线电磁场

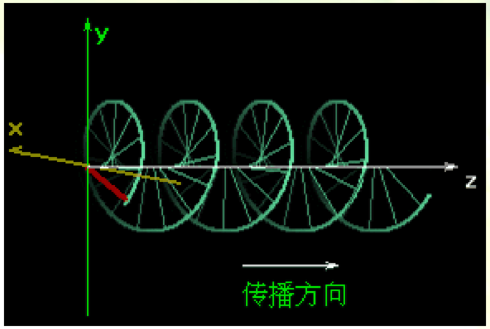


电动机内部电磁场

（6）**电磁波：**加速运动的电荷产生时变的电磁场。时变电场可以看成是电流(位移电流)→产生磁场，时变磁场可以看成磁流→产生电场。所以，时变的电场和时变的磁场可以相互激发，产生由近至远的电磁场。这种可以脱离场源（加速运动电荷）并向远处传播的电磁场，称为**电磁波**。电磁波是由加速运动的电荷产生的，但是它可以脱离场源而存在（就像射出的子弹不再依赖枪一样）。



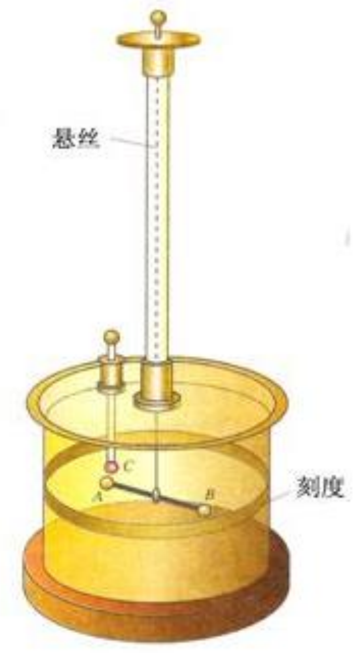




2、电磁学基本定律

（1）库仑定律与高斯定理

$$\boxed{\boldsymbol{F}_{12}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}}\triangleq\boldsymbol{E}_{12}q_2 \qquad \boldsymbol{E}_{12}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}$$



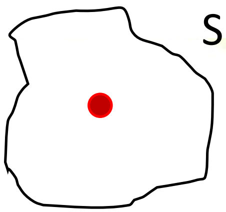
库仑扭秤实验

电场强度的定义：

$$\boldsymbol{E}_{12}=\frac{\boldsymbol{F}_{12}}{q_2}$$ =单位正电荷受到的力

原点处的点电荷产生的电场强度

$$\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$



对于任意包围原点的封闭面S

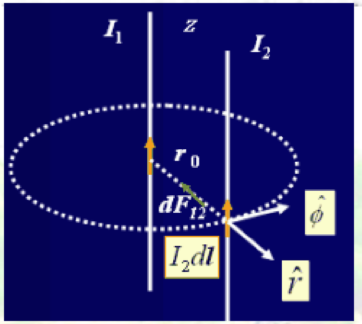
$$\int_V(\nabla\cdot\boldsymbol{E})dV=\oint_S\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\oint_S\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}\cdot\hat{n}dS=\frac{Q}{\varepsilon_0}=\int_V\frac{\rho}{\varepsilon_0}dV$$

因此 $$\boxed{\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

（2）安培定律与安培环路定理

$$\boxed{d\boldsymbol{F}_{12}=I_2 d\boldsymbol{l}_2\times\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_1 d\boldsymbol{l}_1\times\hat{r}_{12}}{r_{12}^2}}\triangleq I_2 d\boldsymbol{l}_2\times d\boldsymbol{B}_{12}$$

$$d\boldsymbol{B}_{12}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_1 d\boldsymbol{l}_1\times\hat{r}_{12}}{r_{12}^2}$$ -- 毕奥-萨伐尔定律



无限长载流导线的磁场：

$$\boldsymbol{B}=\hat{\phi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idz}{r^2+z^2}=\hat{\phi}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

对于任意包围电流的环路C：

$$\int_S(\nabla\times\boldsymbol{B})\cdot d\boldsymbol{S}=\oint_C\boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{C}=\int_0^{2\pi}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}rd\phi=\mu_0 I=\mu_0\int_S\boldsymbol{J}\cdot d\boldsymbol{S}\quad\Rightarrow\quad\boxed{\nabla\times\boldsymbol{B}=\mu_0\boldsymbol{J}}$$

对于任意封闭面S：

$$\int_V(\nabla\cdot\boldsymbol{B})dV=\oint_S\boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{S}=\int_{-Z}^{Z}\int_0^{2\pi}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}(\hat{\phi}\cdot\hat{r})(rd\phi dz)=0\quad\Rightarrow\quad\boxed{\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0}$$

虽然从长直导线磁场推出，但实际上是普遍适用！

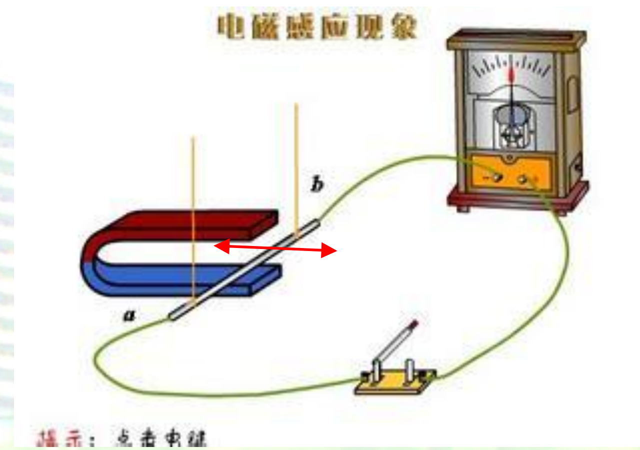
（3）法拉第电磁感应定律

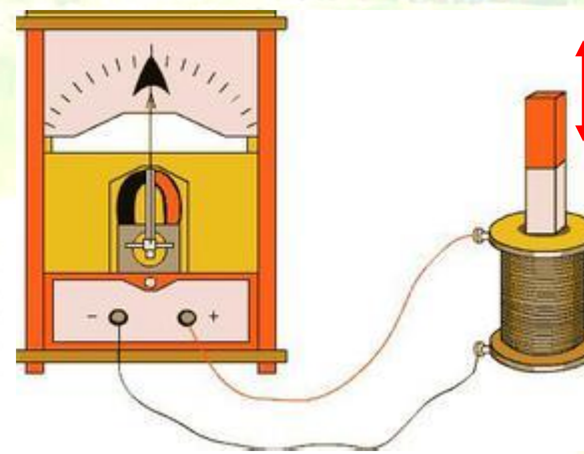
任意闭合回路的电动势等于磁通量的变化率的负值：

$$\mathcal{E}=\oint_C \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{C}=\int_S(\nabla\times\boldsymbol{E})\cdot d\boldsymbol{S}$$

$$=-\frac{\partial\varphi_B}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial t}\int_S \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{S}$$

$$\Rightarrow\quad \boxed{\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}}$$





3、Maxwell方程组

将前面得到的公式综合在一起：

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\times\frac{\boldsymbol{B}}{\mu_0}=\boldsymbol{J}$$

$$\nabla\cdot\varepsilon_0\boldsymbol{E}=\rho$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0$$

总电流=传导电流+分子电流+位移电流+极化电流

$$\boldsymbol{J}=\boldsymbol{J}_c+\boldsymbol{J}_m+\boldsymbol{J}_d+\boldsymbol{J}_p=\boldsymbol{J}_c+\nabla\times\boldsymbol{M}+\varepsilon_0\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}+\frac{\partial\boldsymbol{P}}{\partial t}$$

磁化强度　　极化强度

$$\rho=\rho_c+\rho_p=\rho_c-\nabla\cdot\boldsymbol{P}$$

总电荷=自由电荷+极化电荷

定义电位移矢量：$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P}$

磁场强度矢量：$\boldsymbol{H}=\frac{\boldsymbol{B}}{\mu_0}-\boldsymbol{M}$

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}_c+\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho_c$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0$$

一切的宏观电磁学问题和电磁现象都可由Maxwell方程组描述并解释！

◆ Maxwell方程组的伟大意义

Maxwell方程组被认为是人类至今获得的最伟大的方程组之一，被认为是**上帝的符号！**

最伟大的公式：

（i）方程的完整性：方程组中有四个矢量函数（12个标量函数），包含8个标量方程，到底有几个独立的矢量未知量？

电场和磁场是电磁场的两种表现形式（由于电荷的不同运动形式产生），所以真正独立的未知矢量只有一个！Maxwell方程组是一组约束方程，只要求出一个，其他就可从方程获得。对不同问题，可选择不同的方程和方法进行求解。Maxwell方程对一切宏观电磁学问题都适用，至今未出现过任何差错！

（ii）预言了电磁波的存在

在真空中

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\mu_0\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}$$
$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\varepsilon_0\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

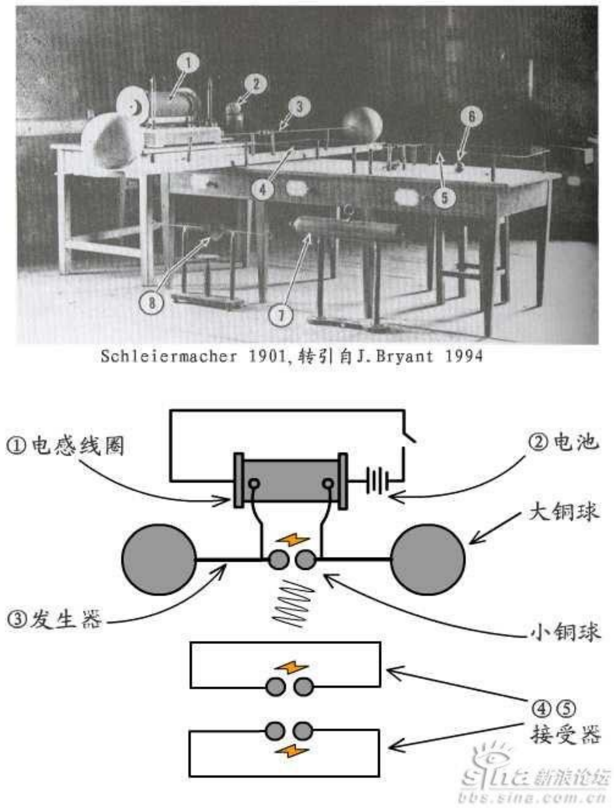
$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E}=-\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla\times\boldsymbol{H}=-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E}=\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{E})-\nabla^2\boldsymbol{E},\quad \nabla\cdot\boldsymbol{E}=0$$

$$c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}\approx 3\times10^8\ (m/s)$$ =真空光速

$$\nabla^2\boldsymbol{E}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}=0$$

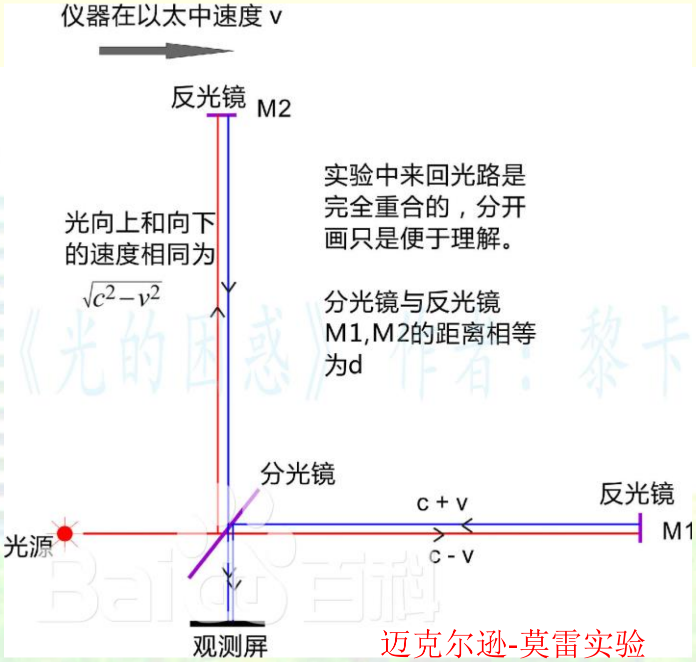
一个熟知的波动方程！



Maxwell在1864年预言了电磁波的存在，还断言光就是电磁波。赫兹（Hertz）在1886年实验证实了电磁波的存在。马可尼（Marconi）1901年实现了跨大西洋的信号发射与接收，掀起了无线电科学研究高潮，终结了烽火狼烟的历史。

（iii）相对论的诞生

Maxwell说电磁波在真空中以恒定速度 *c* 运动，它到底是相对于什么参考系而言？



迈克尔逊-莫雷实验

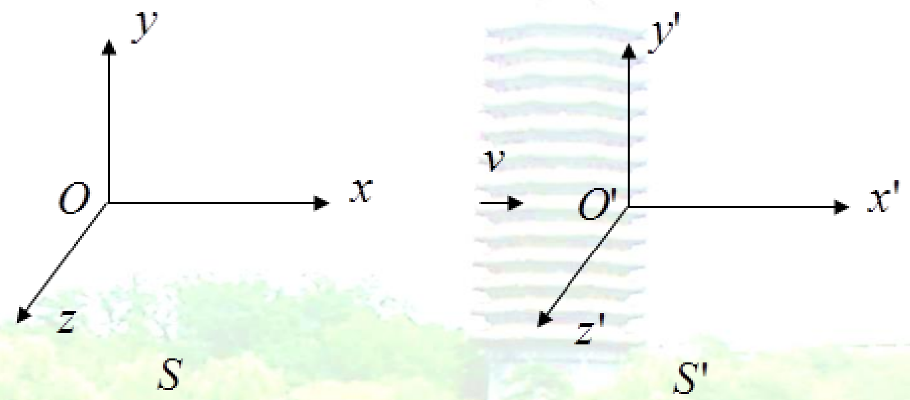
爱因斯坦假设：

（a）真空中的光速对任何参考系而言都是 c　— 光速不变原理

（b）任何物理规律在惯性参考系下表现相同　— 相对性原理

狭义相对论是基于这两条假设的一系列数学运算的结果 – 对经典物理学方程进行的修正，但是Maxwell方程组不需要修正！

洛伦兹变换，时间膨胀和空间收缩



在 $t = t' = 0$ 时刻，两坐标系重合，此时光源发射一光信号，光源是随坐标系 S’ 一起运动的。根据光速不变原理：

$$x^2 + y^2 + z^2 = (ct)^2 \qquad x'^2 + y'^2 + z'^2 = (ct')^2$$

假设

$$\begin{cases} x' = a_{11}(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = a_{11}t - a_{21}(x/c) \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - (v/c^2)x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{cases}$$

或

$$\begin{cases} x = \dfrac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \dfrac{t' - (v/c^2)x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{cases}$$

时间膨胀

假设两个事件在S’中发生的时间间隔为△t’，则在S中的时间间隔为：

$$\Delta t=\frac{\Delta t'+(v/c^2)\Delta x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\overset{\Delta x'=0}{=}\frac{\Delta t'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}>\Delta t'$$

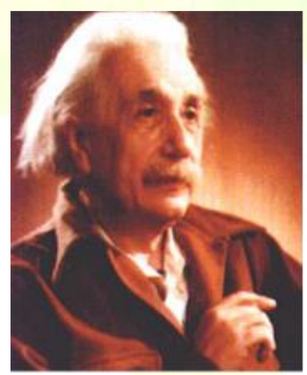
空间收缩

假设一杆子在S’中的长度为△x’，在S中的长度为△x，则：

$$\Delta x'=\frac{\Delta x-v\Delta t}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\overset{\Delta t=0}{=}\frac{\Delta x}{\sqrt{1-v^2/c^2}}>\Delta x \quad \text{or} \quad \Delta x<\Delta x'$$

苏格兰爱丁堡 George Street麦克斯韦纪念塑像

麦克斯韦 (1831-1879)



爱因斯坦 (1879-1955)

相对论诞生的地方，瑞士Berne

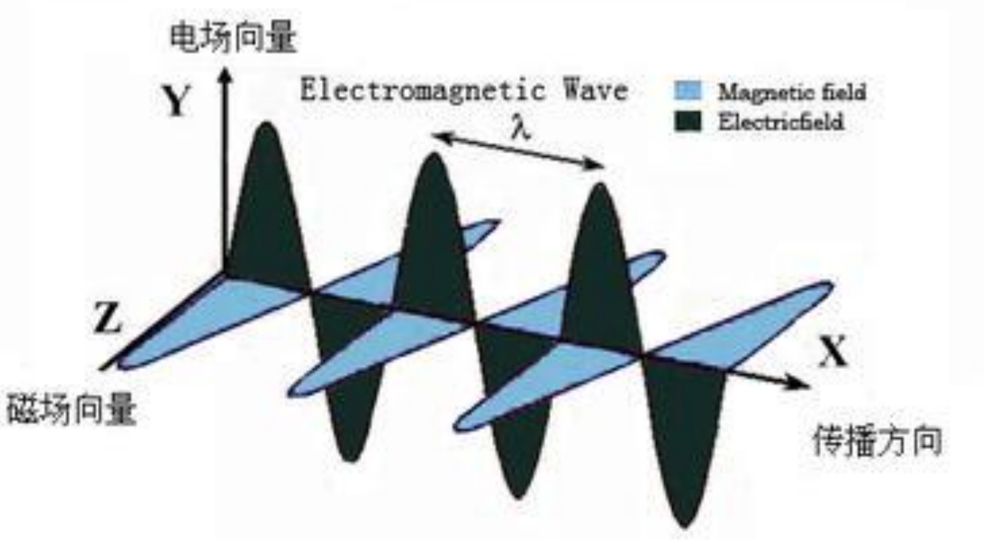
4、电磁波表达式及基本参数

在自由空间中 $\nabla^2 \boldsymbol{E} - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0$

如果波沿x方向传播，电场只有y分量，则

$$E_y(x,t) = \mathrm{Re}\left[E_0 e^{j2\pi f(t-x/c)}\right] \qquad H_z(x,t) = \frac{1}{Z_0}E_y(x,t),\ \ Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$$

这是一个单色平面波



波速： $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$

频率： f

波长： $\lambda = c/f$

极化：电场矢量随时间的变化特性，

本例中为y方向线极化

幅度： $|E_0|$

相位： $\mathrm{Arg}(E_0)$

真实的电磁波：绝对的单色平面波是一个无始无终的余弦（正弦）函数，不携带任何信息，现实中并不存在。现实中的电磁波必定具有一定的带宽，可以表示成一系列单色平面波的叠加：

$$\boldsymbol{E}(x,t)=\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{\boldsymbol{E}}(\omega)e^{j(\omega t-kx)}d\omega \qquad k=k(\omega)$$

如果系统是“窄带”的，带宽为 $\Delta\omega$，则

$$\boldsymbol{E}(x,t)=\int_{-\Delta\omega/2}^{\Delta\omega/2}\tilde{\boldsymbol{E}}(\omega_0+\omega')\exp\left\{j\left[(\omega_0+\omega')t-\left(k_0+\frac{\partial k_0}{\partial\omega_0}\omega'\right)x\right]\right\}d\omega'$$

$$=\boldsymbol{A}(x,t)e^{j\omega_0(t-x/v_p)} \qquad v_p=\frac{\omega_0}{k_0}$$

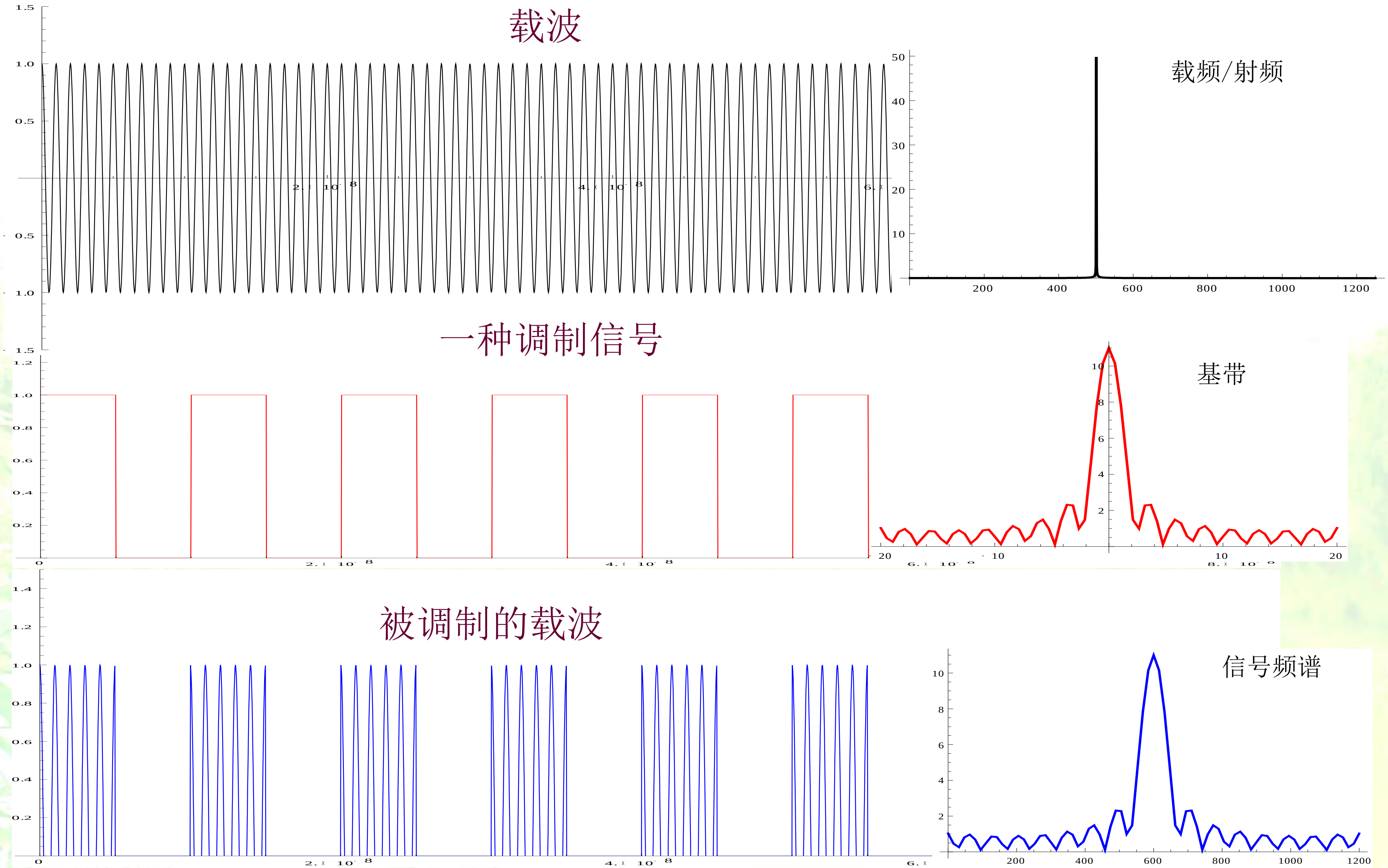
$$\boldsymbol{A}(x,t)=\int_{-\Delta\omega/2}^{\Delta\omega/2}\tilde{\boldsymbol{E}}(\omega_0+\omega')e^{j\omega'(t-x/v_g)}d\omega' \qquad v_g=\frac{\partial\omega_0}{\partial k_0}$$

因此，一个窄带信号是一个被“调制”的单色波， $e^{j\omega_0(t-x/v_p)}$ 称为载波，波速（相速）为 v_p ，$\boldsymbol{A}(x,t)$ 为调制信号，速度（群速）为 v_g 。

第1讲 电磁波理论基础

频域

时域



载波好像是传动带，而调制信号是传动带上的货物！

所以，研究电磁波的应用，包括研究载波和调制波形。对于窄带应用 $\tilde{\boldsymbol{E}}(\omega)\approx\tilde{\boldsymbol{E}}(\omega_0)$，即电磁波的频域特性近似地就是载波的频域特性。

电磁波的发射、接收、传播、散射以及与物质的相互作用特性，基本上是由载波决定的，电磁波理论与应用主要就是研究载波的行为特性。

关于调制波形（信号加载与卸载，称为调制与解调）研究则主要是在通信学科中进行。当然，所有的电磁波都涉及到调制（人为调制或自然调制），但是不一定需要解调。

所谓的连续波系统，其实其频率、幅度和相位也存在一定的不确定性（小的随机起伏），也可以认为是被调制的。

第1讲 电磁波理论基础

◆ 电磁频谱

下一讲：

频谱管理及各个频段电磁波的典型应用

第1讲 知识/问题：

- ◆ 产生电磁场/波的物质基础是什么？
- ◆ 经典电磁学有哪些基本定律？
- ◆ 电磁波为什么可以脱离场源而存在？
- ◆ 为什么说电磁场/波无处不在？
- ◆ 为什么Maxwell方程被喻为“上帝的符号”？
- ◆ 狭义相对论的基本假设是什么?
- ◆ 单色平面电磁波有哪些基本参数？
- ◆ 电磁波一定携带“信息”吗？它是怎样携带信息的？
- ◆ 对于电磁波的速度你能说点什么呢？