数字信号处理实验报告

杨庆龙　1500012956
yangqinglong@pku.edu.cn

2018.4

1　实验一

问题描述：有限长序列x(n)=[0,3,5,7,9,8,1,2,4,6],按要求完成以下各小题

1.1　求出它的DFT，请画出对应的幅度谱和相位谱;

考虑到Matlab适合用于矩阵运算而非C语言式的下标寻址运算，所以考虑使用DFT的矩阵算法，即公式1。

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ \vdots \\ X(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & W_N^1 \cdots & W_N^{N-1} & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & W_N^{N-1} & \cdots & W_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{bmatrix} \tag{1}$$

观察公式1中的DFT矩阵可得，该矩阵中的指数矩阵可由公式2算出。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & N-1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & N-1 & \cdots & (N-1)(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ N-1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & N-1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

因此，该DFT算法流程为

1. 求出输入向量长度
2. 得到N维向量
3. 求出指数矩阵
4. 求出DFT矩阵
5. 求出DFT结果

算法运行结果如图1

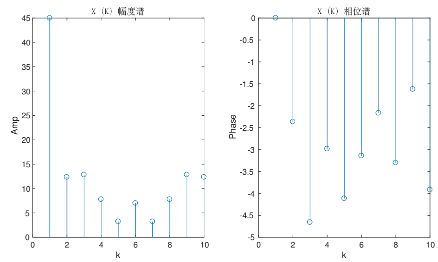

Figure 1: 输入信号DFT输出结果图

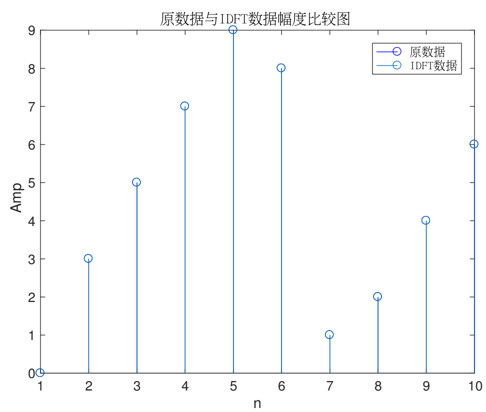

Figure 2: IDFT结果与原信号幅度对比图

1.2 求它的IDFT，画出原信号与IDFT信号的对比图

IDFT一样有矩阵算法，即公式3

$$\begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & W_N^{-1}\cdots & W_N^{-(N-1)} & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & W_N^{-(N-1)} & \cdots & W_N^{-(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ \vdots \\ X(N-1) \end{bmatrix} \tag{3}$$

观察得出，其与DFT算法类似，只是指数矩阵需要求相反数，再乘上归一化常数即可。故此处不再赘述。IDFT结果如图2和图3。从图中可以看出，原信号和IDFT得到的信号不论是幅度，还是相位都相同，这也才符合DFT的基本要求。

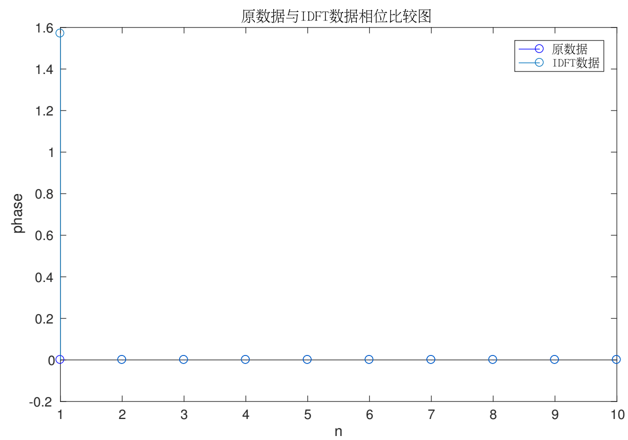

Figure 3: IDFT结果与原信号幅度对比图

1.3 在x(n)后面分别补10个0，990个0，求新序列的DFT，并与原序列进行比较，解释不同

按照题目要求，补0后再进行DFT运算得到的结果如图4。从图中可以看出，对于幅度谱来说，补0后可以得到更高的分辨率，补的0越多分辨率越高，而不补0得到的结果也只是在补了很多0之后等间隔采样，最多也只是最后一个点因为函数连续性的问题而偏差较大，但也足够在相当的程度上反应该信号的幅度谱。
但对于相位谱却并不是如此，很容易可以看到，即使只是补了10个0的相位谱也已经和补了990个0的相位谱差别不大。然而不补0的序列DFT得到的相位谱却与之相差极大，这是因为相位具有每2π循环一周的特点，所以DFT求出的相邻两点间的相位差一直都位于$[-\pi,\pi]$的范围内。所以当频域采样间隔不够时，计算得到的结果就会将原本相位相差很多个π的结果取余数至$[-\pi,\pi]$也就不能反映真实的相位变化情况。因此，对于需要考虑某个信号相位谱的情况，必须进行补0操作再DFT，否则将无法合理判断出同相点和反相点所在位置。

1.4 对x(n)进行8倍上采样（即每个点后面补7个0），求其DFT，并与原序列进行比较，解释不同

为了实现起来比较简单，所以直接使用Matlab自带的upsample函数进行上采样操作，采样倍数选择8即可满足题目要求。再进行DFT计算后得到的结果如图5和图6。从这两幅图中可以看出，上采样后幅度谱被重复了8次，这使得噪声被平均分配到这八个谱上，然而我们只需要其中一个谱即可。所以这可以将噪声对传输的干扰减小到原来的$\frac{1}{8}$，极大地改善了传输效果。
观察相位谱可以发现，该相位谱也只是在周期重复，但由于DFT的相位差只能位于$[-\pi,\pi]$的范围内，所以出现了每重复一次相位差增加一个2π的情况，但又考虑到恢复信号的时候，相位谱不但只取八个谱中的一个，还要对2π取余，所以这些多出来的相位并不会对结果产生影响。

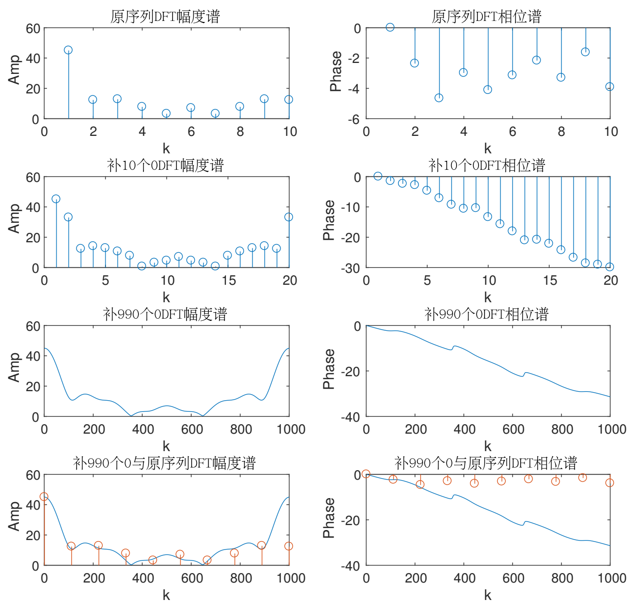

Figure 4: 序列补0DFT结果比较图

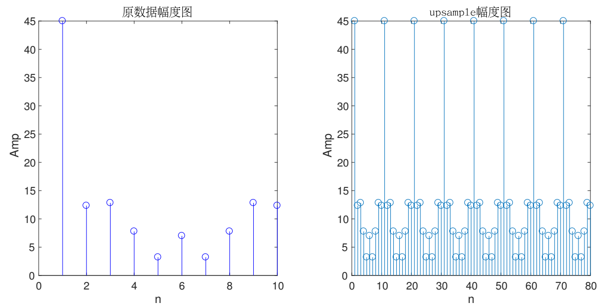

Figure 5: 八倍上采样后的幅度谱

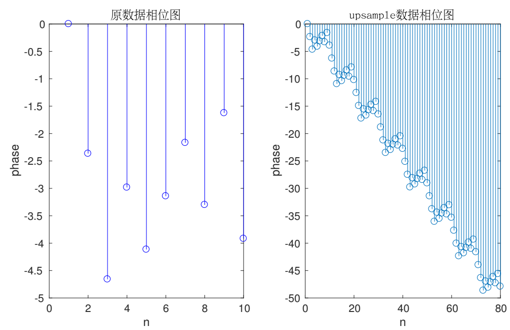

Figure 6: 八倍上采样后相位谱

综上，八倍上采样可以将噪声对幅度谱和相位谱的影响都降低到原来的$\frac{1}{8}$，提高通信的质量。

2 实验二

问题描述:模拟信号$x_a = \sin(2\pi f_0 t) + 0.5\sin(6\pi f_0 t), f_0 = 1Hz$，按要求完成以下各小题:

2.1 分别设定采样频率为$5f_0$、$10f_0$、$15f_0$，绘制模拟信号图和采样后的离散信号图；（只需画出三个周期即可t：0—3）

先生成采样间隔$1000f_0$的时间序列模拟出模拟信号的时域波形，再分别生成所需采样间隔的时间序列进行采样。得到的结果如图7

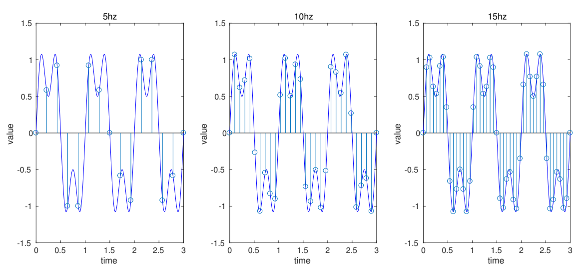

Figure 7: 不同采样率所得离散信号图谱