

Simulações usando o HHL para resolver Sistemas Lineares usando Qiskit

Murilo Jorge de Figueiredo¹ Ricardo Lorente Kauer ¹

¹Universidade Federal do Rio de Janeiro

Introdução

Este estudo explora as atividades e simulações empreendidas para aprofundar o entendimento do algoritmo quântico HHL para resolver sistemas lineares. Através do Qiskit, foram feitos experimentos para testar a funcionalidade do algoritmo e suas limitações atuais e procedimentos necessários. Os experimentos foram feitos na plataforma IBM quantum através do uso de simuladores quânticos.

Implementação

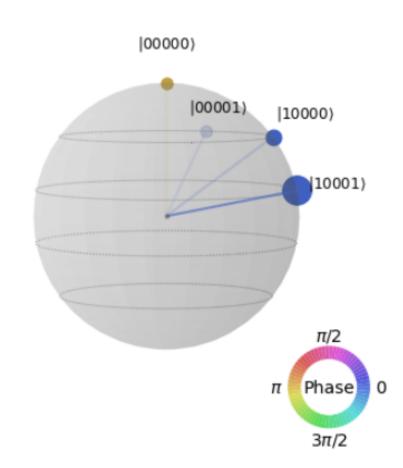
Para testar a funcionalidade do algoritmo, implementamos o HHL no quantum lab da IBM. Com o uso de bibliotecas importadas do Qiskit foi possível implementar o algoritmo para sistemas lineares quaisquer. Alguns casos tiveram que ser tratados, e criamos variáveis de controle para controlar a saída. Para isso, são tratados os seguintes casos:

Dada uma matriz que não é hermitiana, é preciso transformá-la em uma através da seguinte manipulação:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & A \\ A^{\dagger} & 0 \end{pmatrix}$$

Dada uma matriz que não é de dimensão $2^n \times 2^n$, é preciso transformá-la em uma através da seguinte manipulação:

$$C = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

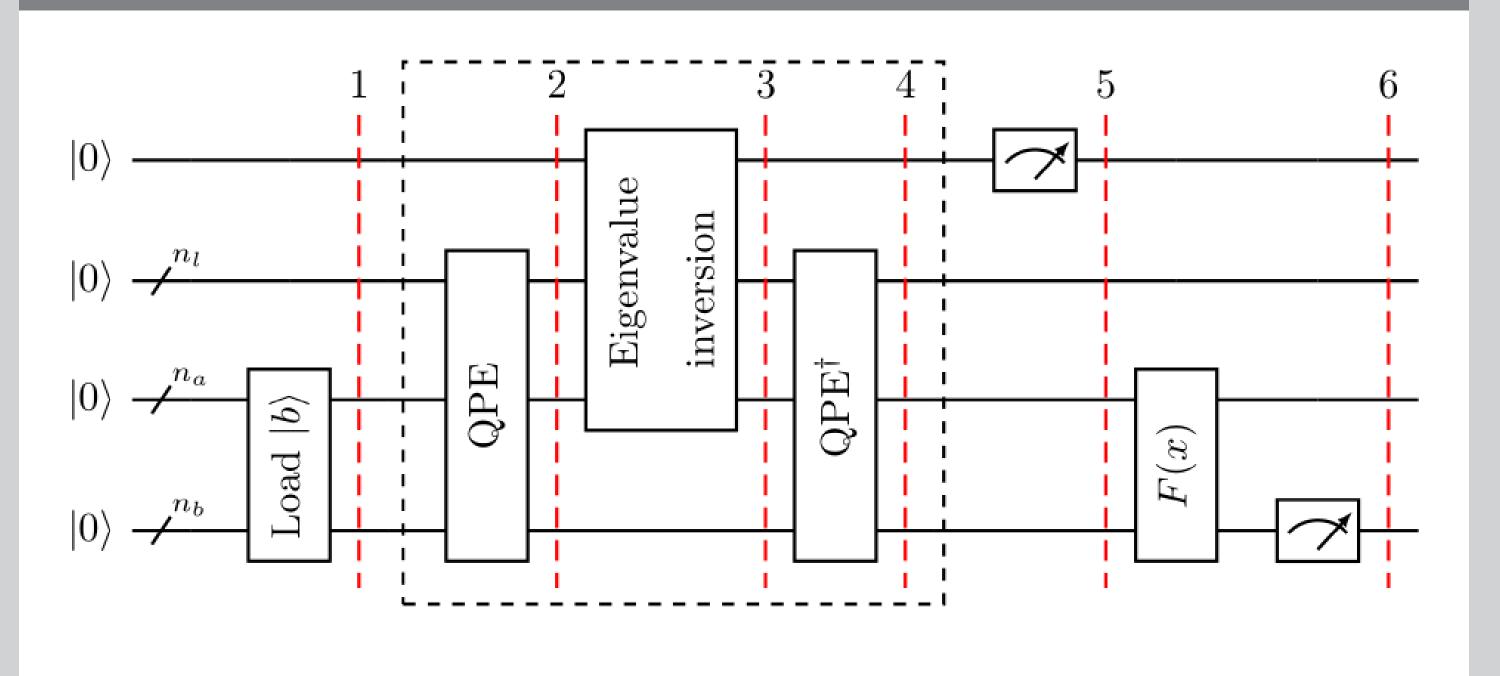


[Codificação em um vetor de estado de um Vetor Solução de um sistema 2 x 2.]

Referências

- A.W. Harrow, A. Hassidim, S. Loyd. Quantum algorithm for linear systems of equations, Phys. Rev. Lett, 15:24:42, 2009. DOI: 10.1103/PhysRevLett.103.150502
- D. Dervovic, M. Herbster, P. Mountney, S. Severini, N. Usher, L. Wossnig. Quantum linear systems algorithms: a primer, 18:29:21, 2018. DOI: 10.48550/arXiv.1802.08227
- A. Montanaro. Quantum algorithms: an overview, npj Quantum Information, 1:5, 2016. DOI: 10.1038/npjqi.2015.23

Forma Geral



Resultados

Um pequeno exepmlo do funcionamento: considere uma matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 7 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
 com um vetor $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$. A comparação entre o vetor resultado

do HHL eo esperado é:(HHL) (0.0317443 0.06358622 0.0977678 0.15819943), (algoritmo clássico): (0.03380617 0.06761234 0.10141851 0.16903085). É percebida no entanto uma pequena taxa de erro. Seguindo essas comparações, foram testadas matrizes de diferentes tamanhos de n variando de 2 até 8 (aproximadamente 100 de cada), variando também o número de condicionamento para analisar seus resultados. Foi percebido que o funcionamento e acurácia do algoritmo depende dessas variáveis, ainda possuindo uma taxa de erro considerável.

Conclusões

O algoritmo Harrow-Hassidim-Lloyd (HHL) exibe resultados que se aproximam dos valores exatos, no entanto, há uma taxa considerável de erros associada. Este fenômeno pode ser majoritariamente atribuído às restrições presentes na tecnologia de computação quântica atual. O desempenho do algoritmo é mais preciso quando a matriz de entrada apresenta boa condição, isto é, quando possui um baixo número de condicionamento, e quando o tamanho da matriz é relativamente pequeno. A medida que o tamanho das matrizes utilizadas se expande, a taxa de erro tende a aumentar proporcionalmente.