Otimização com PuLP

Pesquisa Operacional

Rick Eick Vieira Dos Santos

Problema da Compra de Avião da VAB

Entendendo o Problema (1/3)

A Viação Aérea Brasileira está estudando a compra de três tipos de aviões: Boeing 717 para as pontes aéreas de curta distância, Boeing 737-500 para voos domésticos e internacionais de média distância e MD-11 para voos internacionais de longa distância. Em um estudo preliminar, considerou-se que a capacidade máxima dos aviões a serem comprados será sempre preenchida para efeito de planejamento.

Entendendo o Problema (2/3)

TABELA 2.27 DADOS OPERACIONAIS DOS AVIÕES

Tipo do Avião	*Custo Milhões US$*	*Receita Teórica Milhões US$*	*Pilotos Aptos*
BOEING 717	5,1	330	30
BOEING 737-500	3,6	300	20
MD-11	6,8	420	10

Entendendo o Problema (3/3)

A verba disponível para as compras é de 220 milhões de dólares. Os pilotos de MD-11 podem pilotar todos os aviões da empresa, mas os demais pilotos só podem ser escalados às aeronaves a que foram habilitados. Cada aeronave necessita de dois pilotos para operar. As oficinas de manutenção podem suportar até 40 Boeings 717. Um Boeing 737-500 equivale, em esforço de manutenção, a 3/4, e um MD-11 a 5/3, quando referidos ao Boeing 717. Formular o modelo de PL do problema de otimizar as aquisições de aviões.

O Modelo (1/3)

Variáveis de Decisão:

- x_1: Quantidade de Boeings 717 para comprar.
- x_2: Quantidade de Boeings 737 500 para comprar.
- x_3: Quantidade de MD-11 para comprar.

Função Objetivo:

$$\max \sum_{i=1}^{3} (R_i - C_i) \cdot x_i$$

onde R_i e C_i se referem, respectivamente, à receita e custo associados à compra do avião x_i.

O Modelo (2/3)

Restrições de Custo:

$$\sum_{i=1}^{3} C_i \cdot x_i \leq 220$$

Restrições de Manutenção

$$\sum_{i=1}^{3} M_i \cdot x_i \leq 40$$

onde C_i e M_i se referem, respectivamente, ao custo e ao esforço de manutenção associados ao avião x_i.

O Modelo (3/3)

Variáveis Extras:

- p_1: Pilotos de MD-11 alocados para Boeings 717
- p_2: Pilotos de MD-11 alocados para Boeings 737 500
- p_3: Pilotos de MD-11 alocados para MD-11

Restrições de Pilotos:

$$\sum_{i=1}^{3} p_i \leq 10 \qquad x_1 \leq \frac{30 + p_1}{2} \qquad x_2 \leq \frac{20 + p_2}{2} \qquad x_3 \leq \frac{p_3}{2}$$

Cenários

Cenário 1: Aumentar o número de pilotos

Cenário 2: Redução extrema das receitas

Cenário 3: Aumento da verba disponível

Implementação

Análise de Sensibilidade

Cenário 1: Há uma mudança na distribuição da compra de aviões mesmo mantendo a verba disponível, pois o modelo é sensível ao gerenciamento de pilotos.

Cenário 2: Não houve compra de aviões, o que é esperado, haja vista que a compra de qualquer avião resulta em prejuízo, pois seu valor de custo é maior que sua receita.

Cenário 3: Não há mudança em relação ao cenário original, pois a quantidade de pilotos se mostrou uma restrição mais limitante.

Análise de Limitações

1. Preenchimento Máximo das Aeronaves
2. Pilotos como Recurso Rígido
3. Manutenção Representada por uma Equivalência Simples
4. Modelo Estático e Determinístico

Problema da Fábrica de Plástico

Entendendo o Problema (1/3)

Uma empresa fabrica malas, bolsas, pastas e sacolas de plástico. Ela compra sua matéria-prima em rolos com uma certa largura e corta em tiras adequadas a cada tipo de objeto produzido. Sabendo-se que existem três tamanhos para cada item (P, M e G), as possibilidades de cortes foram resumidas na seguinte tabela.

Entendendo o Problema (2/3)

		Quantidade de Itens Dentro de Cada Método de Corte								
		1	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***	***8***	***9***
Malas	P	2	1		1	–	–	–	–	1
	M	1	2	1	1	–	–	–	3	–
	G	1	–	–	–	–	2	2	–	–
Bolsas	P	2	1	–	2	–	–	–	–	1
	M	3	–	1	4	1	2	–	3	–
	G	–	–	1	1	–	2	2	–	–
Pastas	P	6	4	2	1	–	–	–	–	1
	M	1	1	1	1	–	2	–	4	1
	G	–	2	1	1	2	2	3	–	1
Sacolas	P	–	2	–	1	2	–	–	–	1
	M	–	–	2	1	2	–	–	2	1
	G	–	1	1	–	2	–	3	–	1
Perda		3	5	5	2	4	7	1	3	8

Entendendo o Problema (3/3)

Em um determinado dia os pedidos para a fabricação são (pequeno, médio, grande):

Malas: 10, 20, 13; Bolsas: 5, 2, 6; Pastas: 4, 3, 12; Sacolas: 5, 5, 3.

Formular o problema de PL para minimizar as perdas de material.

O Modelo (1/2)

Variáveis de Decisão:

- x_j: Quantidade de cortes para o método *j*.

Função Objetivo:

$$\min \sum_{j=1}^{9} P_j \cdot x_j$$

onde, P_j representa a perda de material associada ao método de corte *j*.

O Modelo (2/2)

Restrições de Pedido:

$$\forall i \in P, \sum_{j=1}^{9} x_j \cdot T_{i,j} \geq P_i$$

onde, P_i é o pedido *i* associado à demanda e $T_{i,j}$ é a quantidade de itens produzidos para o pedido *i* usando o método de corte *j*.

Cenários

Cenário 1: Perda em circunstância homogênea.

Cenário 2: Caso de demanda homogênea.

Cenário 3: Caso de alta demanda.

Implementação

Análise de Sensibilidade

Cenário 1: Nesse caso todos os métodos possuem a mesma perda, essa simplificação do cenário causa a minimização do número de cortes utilizados.

Cenário 2: Há uma mudança na variação da demanda dos pedidos resultando na centralização da decisão dos métodos de corte.

Cenário 3: Apresenta uma certa proporção na quantidade dos cortes utilizados e na perda total, mantendo os mesmos métodos de cortes utilizados.

Análise de Limitações

1. Representação da perda simplificada.
2. Capacidade de produção ilimitada.
3. Demanda considerada estática.
4. Não há reutilização de sobras.

Obrigado pela Atenção!