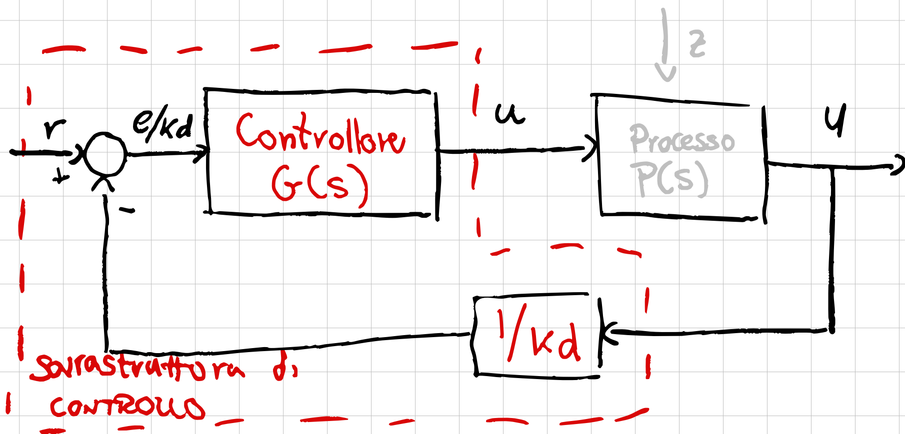


Lo scopo di un Sistema di Controllo (Sdc) è, attraverso una retroazione e ad un controllore, riprodurre un' USCITA DESIDERATA

$$y_d(t) = K_d\, r(t)$$

con $r(t)$ un segnale di riferimento, e K_d che consente di effettuare una SCALATURA di potenza tra y_d e r.

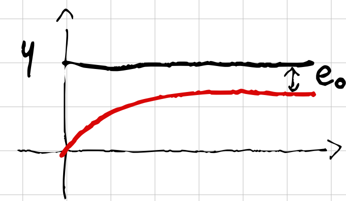
Principali specifiche di progetto

- **Stabilità ASINTOTICA (AS)**: requisito fondamentale per (1) esistenza di regime permanente (2) integrità fisica del sistema (3) consistenza del modello lineare
- **precisione di risposta a regime permanente**: non vogliamo che la nostra uscita y_r differisca "di troppo" dal nostro segnale r di riferimento
- **precisione di risposta a regime transitorio**: stessa cosa, ma per transitorio
- **attenuazione / reiezione di disturbi**: NON controllabili da noi

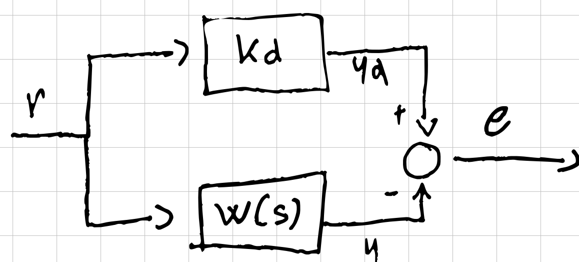
PRECISIONE DI RISPOSTA: REGIME PERMANENTE (INGRESSI CANONICI)

- Per studiare la precisione si pone $z=0$
- un SdC si dice **DI TIPO k** se l'errore, a regime permanente, è una costante $k \neq 0$

tipo 0
$(r = \delta_{-1}(t))$



l'errore è definito dal sistema



è la differenza tra l'uscita desiderata e quella ottenuta

$$W_E = K_d - W(s)$$

Se il SdC è AS, allora lo è anche il sistema di errore, e la sua risposta ad RRP vale

$$e_k = M_{e,0}\frac{t^k}{k!} + M_{e_1}\frac{t^{k-1}}{(k-1)!} + \dots + M_{e_k}$$

con $$M_{e,i} = \frac{1}{i!}\left[\frac{d^i W_e(s)}{ds^i}\right]_{s=0}$$

Se si vuole che il sistema sia di tipo k serve che

$$\begin{cases} M_{e_0} = M_{e_1} = \dots = M_{e,k-1} = 0 \\ M_{e,k} \neq 0 \end{cases}$$

ciò equivale a dire

$$e_k = M_{e,k} = \frac{1}{k!}\left[\frac{d^k W_e(s)}{ds^k}\right]_{s=0} = \left[W'_e(s)\right]_{s=0} = \left[\frac{W_e(s)}{s^k}\right]_{s=0}$$

Cosa succede ad un sdc di tipo k se si manda in ingresso un segnale di riferimento $r = t^j/j!$, j diverso da k?

$$j<k: \quad M_{e,0}\frac{t^j}{j!} + \dots + M_{e,j} = 0$$

$$j>k \quad = M_{e,0}\frac{t^j}{j!} + \dots + \underbrace{M_{e,k}\frac{t^{j-k}}{(j-k)!} + \dots + M_{e_j}}_{\neq 0} = \infty$$

tipo di SdC <=> # ZERI in s = 0

tabella

tipo \ ordine	0	1	2
0	e_0	∞	∞
1	0	e_1	∞
2	0	0	e_2

che caratteristiche deve avere la FdT ad anello aperto affinché SdC in retroazione sia di tipo k?

$$W(s) = \frac{K_d F(s)}{K_d + F(s)} \rightarrow W_{E(s)} = \frac{K_d^2}{K_d + F(s)} = \frac{K_d^2 D_F}{K_d D_F + N_F}$$

gli zeri di We CORRISPONDONO ai poli di F(S)

SdC tipo k $\Leftrightarrow$ k poli in $s=0$

$$F(s) = \frac{F'(s)}{s^k} \qquad F'(0) = K_F$$

quindi

$$e_0 = \left[W_e(s)\right]_{s=0} = \frac{K_d^2}{K_d + K_F} \qquad \text{SdC tipo } 0$$

$$e_k = \left[\frac{W_e(s)}{s^k}\right]_{s=0} = \frac{K_d^2}{K_F} \qquad \text{SdC tipo} \geq 1$$

- ELEMENTI INTEGRATORI SUL RAMO DIRETTO
  per raggiungere il tipo richiesto

- GUADAGNO K_F nel RAMO DIRETTO: per stare sotto la soglia di errore

- RISCHI:
  - instabilità,
  - peggioramento transitorio
  - saturazione attuatori

PRECISIONE DI RISPOSTA R.P. (ingressi sinusoidali)

- entità di errori a regime permanente

$$e_\omega = M_e(\omega) \sin(\omega t + \varphi_e(\omega))$$

dove $M_e(\omega)$ e $\varphi_e(\omega)$ sono MODULO e FASE della risposta armonica $W_e(j\omega)$ del sistema di errore

$$M_e(\omega) = \left| \frac{K_d^2}{K_D + F(j\omega)} \right|$$

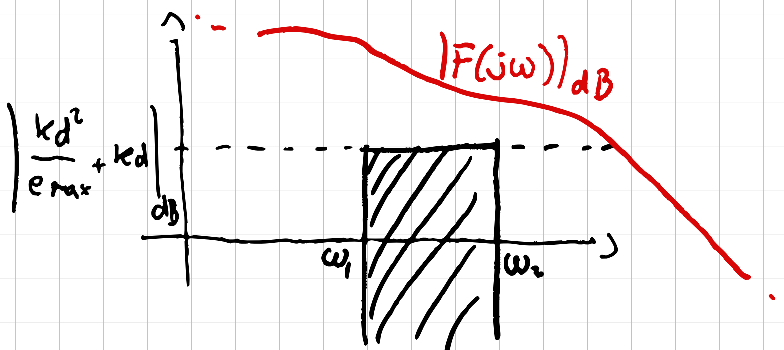
Specifiche sono di due tipi:

a) $|e_\omega| < e_{max}$ per $\omega \in [\omega_1, \omega_2]$

$$M_e(\omega) = \left| \frac{kd^2}{kd + F(j\omega)} \right| \leq e_{max}$$

quindi $|F(j\omega)| \geq \frac{kd^2}{e_{max}} + kd \quad \omega \in [\omega_1, \omega_2]$

sono condizioni su modulo $\Rightarrow$ restrizioni su dB



b) $e_{\bar{\omega}} = 0$ per $\omega = \bar{\omega}$

$$M_e(\bar{\omega}) = \left| \frac{kd^2}{kd + F(j\bar{\omega})} \right| = 0 \Rightarrow$$

$$F(j\bar{\omega}) \to \infty$$

$F(s)$ deve avere 2 poli: $\pm j\bar{\omega}$ PURI

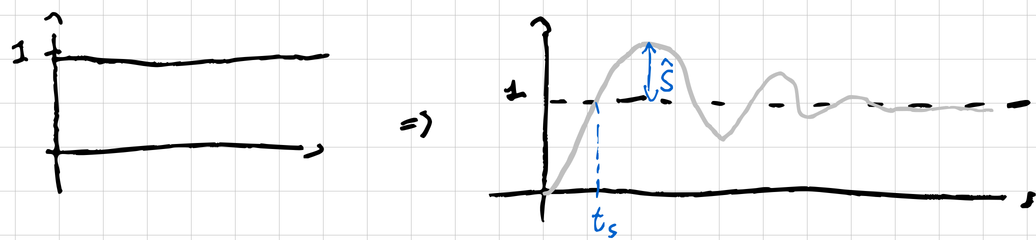
(elemento risonante puro con $\omega_N = \bar{\omega}$)

Principio del Modello Interno

"per annullare l'errore a regime, il ramo diretto deve avere un elemento dinamico in grado di generare il segnale di riferimento"

Precisione di Risposta: Regime Transitorio

- in genere si considera la risposta forzata del SdC a un segnale a gradino unitario, risposta indiciale



i parametri di interesse sono t_s (tempo di salita) e $\hat{s}$ (sovraelongazione)

$$\hat{s} < \hat{s}_{max} \quad e \quad t_s \leq t_{s\,max}$$

- Quelle relazioni sono riguardo l'uscita del SdC ad anello APERTO !

- Si usano delle correlazioni tra parametri di $W(s)$ e $F(j\omega)$

$$t_s \cdot B_3 \approx 3$$

B_3 : banda passante

M_r = modulo alla risonanza

$$1 + s \approx 0.85 M_r$$

- ....e tra B_3 e M_R di $W(j\omega)$ e ω_t e m_φ di $F(j\omega)$

$B_3 > \omega_t$ $\quad\left[B_3 \approx 1.5 \div 1.7\ \omega_t \right]$

$m_\varphi \nearrow \quad m_r \searrow$

m_φ	M_R
14°	12 dB
20°	9 dB
35°	4 dB
45°	2 dB

quindi :

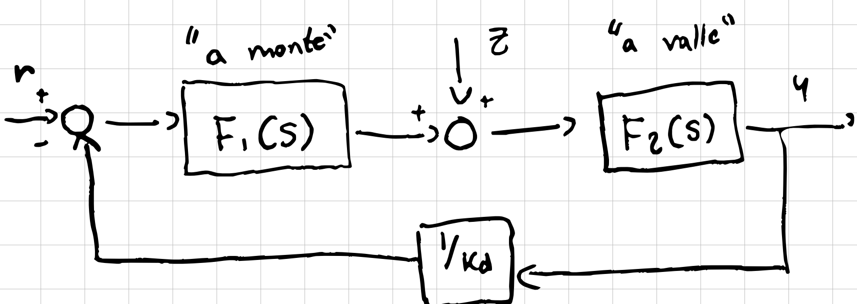
$t_s \leq t_{Max} \iff B_3 \geq B_{3,min} \iff \omega_t > \omega_{t\,min}$

$\hat{S} < \hat{S}_{max} \iff M_R \leq M_{R\,max} \iff m_\varphi \geq m_{\varphi\,min}$

ATTENUAZIONE / REIEZIONE disturbo

- Ora si pone $r=0$
- Un SdC si dice ASTATICO rispetto ad un disturbo z se la r.r.p y_z a $z = const$ è NULLA
- Si presuppone che l'SdC sia A.S.
- $y_z = W_z(0)$, quindi si deve avere ALMENO uno zero in $s=0$. Dove posizionare l'elemento integratore dipende dal PUNTO di ACCESSO del disturbo

DISTURBO SUL RAMO DIRETTO



$$W(z) = \frac{K_d F_2(s)}{K_d + F_1(s) F_2(s)} = \frac{K_d N_2 D_1}{K_d D_1 D_2 + N_1 N_2}$$

$$= 0 \begin{cases} F_2(s) \text{ ha zero in } s=0 \\ F_1(s) \text{ ha polo in } s=0 \end{cases}$$

- Con uno zero in $F_2(s)$ però si avrebbe l'ANNULLAMENTO di y_R per $r = \text{const}$

caso patologico

- Si chiede quindi di avere UN POLO a MONTE del DISTURBO (prima), per l'astatismo

In assenza di poli non c'è astatismo, e la r.r.p a $z = \delta_{-1}(t)$

$$y_z = \frac{K_d F_2(s)}{K_d + F_1(s) F_2(s)} = \begin{cases} \dfrac{K_d K_2}{K_d + K_1 K_2} & F_2 \text{ senza poli in } s=0. \\[2ex] \dfrac{K_d}{K_1} & F_2 \text{ contiene poli in } s=0 \end{cases}$$

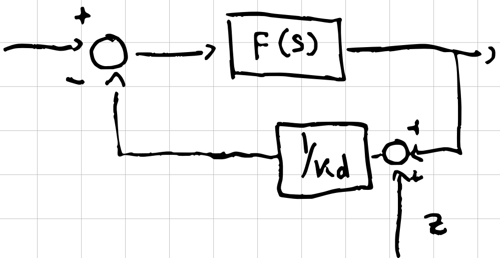
$$K_i = F_i(0) = \text{guadagno } F_i(s)$$

=

- Importanza di elementi integratori a MONTE del disturbo per avere astatismo. Eventualmente aggiungerlo al controllore $G(s)$

- Importanza del guadagno K_1 a MONTE del disturbo per attenuare il disturbo a regime, in modo da soddisfare eventuali limitazioni sul valore y_z

DISTURBO SU RAMO in RETROAZIONE



$$W_z(s) = \frac{-\frac{F(s)}{Kd}}{1-\left(-\frac{F(s)}{Kd}\right)} = -\frac{F(s)}{Kd+F(s)} = -\frac{W(s)}{Kd}$$

ha ASTATISMO se F(S) ha uno ZERO in S=0

caso patologico! Anche W(s) ha zero in S=0

=> i disturbi sul ramo di retroazione vanno il più possibile EVITATI!

attenuazione / reiezione disturbo $\underline{\overline{I}}$ casi sinusoidali

- Si considerano nel caso diretto

con $z = \sin \omega t$:

$$y_\omega = M_z(\omega) \sin(\omega t + \varphi_z(\omega))$$

Specifiche tipiche

a) $|y_\omega| < y_{max}$, $\omega \in [\omega_1, \omega_2]$
anche in questo caso si
ottiene una MASCHERA da applicare
sui dB di $F_1(j\omega)$

b) $|e_\omega| = 0$ per $\omega = \bar{\omega}$
si impone che $\Pi(j\bar{\omega}) = 0$, quindi serve
coppia di poli in $\pm j\omega$