Come Leggere i Grafici dei prezzi in borsa: L'importanza della Scala Logaritmica

LinkedIn

Axion SWISS Bank SA, Viale Stefano Franscini 22, 6901 Lugano

riccardo.grisanti@axionbank

Introduzione

In finanza, ciò che conta non è la variazione assoluta di un valore, ma la variazione *percentuale*. Ad esempio, un investimento che passa da 10 USD a 20 USD (cioè +100%) ha avuto una performance ben più significativa di uno che passa da 1000 USD a 1010 USD (+1%), anche se in entrambi i casi la differenza assoluta di valore è di 10 USD. Questo principio fondamentale è alla base di ogni corretta valutazione finanziaria: un investitore che guadagna il 10% su un capitale di 100 USD ottiene lo stesso risultato percentuale di chi guadagna il 10% su 1 milione di USD, anche se i valori assoluti sono diversi. Nel seguito esporremo prima le proprietà matematiche dei logaritmi, poi mostreremo come interpretare un grafico in scala logaritmica, analizzeremo un caso di studio reale sull'indice S&P 500, presenteremo due formule pratiche da ricordare e concluderemo con una riflessione operativa.

1. Le proprietà matematiche fondamentali

1.1. Crescita lineare vs crescita esponenziale

Quando si analizza l'andamento di un investimento nel tempo, è fondamentale comprendere la differenza tra crescita lineare e crescita esponenziale. Nella crescita lineare, il valore aumenta di una quantità fissa ad ogni intervallo temporale: se un investimento cresce di 100 USD ogni anno, dopo 10 anni avrà guadagnato esattamente 1000 USD. Matematicamente, questo si esprime come

$$P(t) = P_0 + k \cdot t, \tag{1}$$

dove P_0 è il valore iniziale, k è la quantità fissa aggiunta ad ogni periodo, e t è il tempo. In questa dinamica, ogni passo temporale è *additivo*: si somma sempre la stessa quantità.

Nei mercati finanziari, tuttavia, la crescita non è lineare ma **esponenziale**. Un investimento che rende il 10% annuo non aggiunge una quantità fissa ogni anno, ma moltiplica il valore iniziale P_0 per un fattore costante (in questo caso 1.10). Dopo un anno, 100 USD diventano 110 USD; dopo due anni diventano $110 \times 1.10 = 121$ USD, e così via. Questo processo viene matematicamente da questa relazione

$$P(t) = P_0 \cdot (1 + y)^t, \tag{2}$$

dove y è il tasso di crescita percentuale e t è il tempo. In questa dinamica, ogni passo temporale è *moltiplicativo*: si moltiplica sempre per lo stesso fattore $(1 + y)$.

1.2. **La funzione logaritmo e la sua proprietà fondamentale**

Il logaritmo è una funzione matematica che prende un input x numero e da un output y il logaritmo di quel numero. Formalmente, dato un numero positivo $b > 0$ (chiamato *base*), il logaritmo in base b di un numero $x > 0$, indicato con $\log_b(x)$, è definito come l'esponente a cui bisogna elevare b per ottenere x

$$\log_b(x) = y \iff b^y = x. \tag{3}$$

Ad esempio, $\log_{10}(100) = 2$ perché $10^2 = 100$, e $\log_{10}(1000) = 3$ perché $10^3 = 1000$. La proprietà fondamentale dei logaritmi che ci interessa è la seguente: il logaritmo di un prodotto è uguale alla differenza dei logaritmi. In particolare, per due prezzi P_0 e P_1, vale

$$\log_b \frac{P_1}{P_0} \;=\; \log_b(P_1) - \log_b(P_0). \tag{4}$$

Questa relazione è valida per *qualsiasi* base $b > 0$ ed è la chiave per comprendere perché i grafici logaritmici sono così utili in finanza: trasformano rapporti (che esprimono variazioni percentuali) in semplici differenze (che sono facili da visualizzare graficamente).

1.3. **Collegamento tra logaritmi e variazioni percentuali**

Siano P_0 e P_1 due valori di una grandezza (ad esempio il prezzo di un'azione all'istante 0 e all'istante 1). Indichiamo con $\Delta P = P_1 - P_0$ la variazione assoluta e con $x = \frac{\Delta P}{P_0} = \frac{P_1 - P_0}{P_0}$ la variazione percentuale relativa a P_0. Vogliamo dimostrare che la differenza tra i logaritmi di P_1 e P_0 è legata alla variazione percentuale x. Dallo sviluppo del termine $1 + x$ si ottiene

$$\begin{aligned}
1 + x = 1 + \frac{\Delta P}{P_0} &= \frac{P_0}{P_0} + \frac{\Delta P}{P_0} \\
&= \frac{P_0 + \Delta P}{P_0} \\
&= \frac{P_0 + (P_1 - P_0)}{P_0} \\
&= \frac{\cancelto{0}{P_0 - P_0} + P_1}{P_0} \\
&= \frac{P_1}{P_0}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Quindi, per qualsiasi base b, possiamo scrivere:

$$\log_b(P_1) - \log_b(P_0) = \log_b \frac{P_1}{P_0} = \log_b(1 + \frac{\Delta P}{P_0}) \tag{6}$$

Per $|x| \ll 1$ (cioè per x molto piccole) vale lo sviluppo di Taylor del logaritmo naturale

$$\ln(1+x) = x + \mathcal{O}(x^2) \approx x \quad \text{per } |x| \ll 1. \tag{7}$$

Per un logaritmo in base generica b, invece, possiamo usare la formula di cambio di base

$$\log_b(1+x) = \frac{\ln(1+x)}{\ln b} \approx \frac{x}{\ln b} \quad \text{per } |x| \ll 1. \tag{8}$$

Il logaritmo naturale rappresenta un caso speciale in cui $b = e$ (il numero di Nepero, $e \approx 2,718$), si ha $\ln e = 1$, e quindi:

$$\ln(1+x) \approx x. \tag{9}$$

Conclusione. Mettendo tutto insieme, per qualsiasi base b vale:

$$\log_b(P_1) - \log_b(P_0) = \log_b(1+x) \tag{10}$$

$$\approx \frac{x}{\ln b}, \qquad |x| \ll 1 \tag{11}$$

$$\Rightarrow \quad x \approx (\ln b)\left[\log_b(P_1) - \log_b(P_0)\right] \approx \frac{P_1 - P_0}{P_0}. \tag{12}$$

Per il logaritmo naturale ($b = e$), il fattore $1/\ln b = 1/\ln e = 1$ scompare, e otteniamo:

$$\ln(P_1) - \ln(P_0) \approx \frac{P_1 - P_0}{P_0} \tag{13}$$

Questa è una delle ragioni per cui in finanza si preferisce il logaritmo naturale: la differenza tra due logaritmi naturali approssima *direttamente* la variazione percentuale, senza alcun fattore di scala. Per altre basi, la relazione è comunque valida, ma richiede una moltiplicazione per $\ln b$.

2. Come interpretare un grafico in scala logaritmica

Ora che abbiamo compreso la matematica, vediamo come applicarla nella pratica. Abbiamo visto che i mercati finanziari seguono una dinamica esponenziale (moltiplicativa) e non lineare (addittiva). Questo fenomeno rende la scala logaritmica più adatta a rappresentare l'andamento del prezzo degli strumenti finanziari perché ogni step sul grafico è moltiplicativo e non addittivo.

2.1. Come pensiamo naturalmente ai numeri

Prima di entrare nei dettagli della costruzione, è utile riflettere su come percepiamo naturalmente le quantità. Se vi chiedessi di posizionare il numero 1.000 su una linea che va da 1 a 1 milione, provate a farlo mentalmente prima di continuare la lettura. Dove lo mettereste?

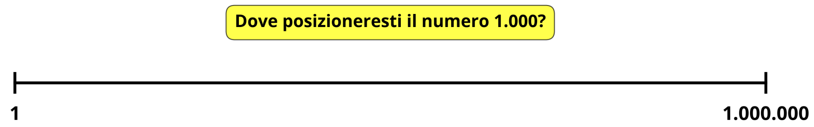

Figura 1. Esperimento mentale: dove posizioneresti il numero 1.000 su una linea da 1 a 1.000.000?

La vostra prima reazione istintiva sarebbe probabilmente di metterlo a circa un decimo della distanza, come mostrato in Figura 2.

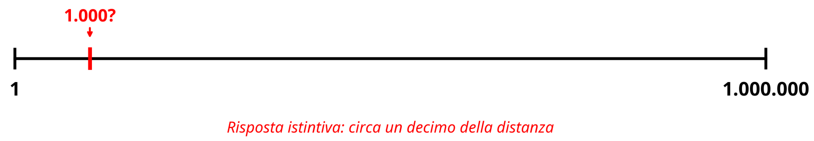

Figura 2. Risposta istintiva: la maggior parte delle persone posiziona 1.000 a circa un decimo della distanza.

Ma se ci pensate razionalmente, 1.000 è solo un millesimo di un milione (1.000/1.000.000 = 1/1.000), quindi dovrebbe essere praticamente indistinguibile da 1, come mostrato in Figura 3!

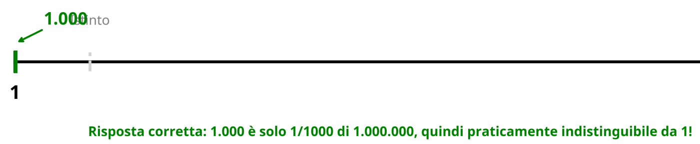

Figura 3. Risposta corretta: 1.000 è solo 1/1.000 di 1.000.000, quindi dovrebbe essere vicinissimo a 1 su una scala lineare.

Questo esperimento mentale rivela qualcosa di profondo: noi esseri umani pensiamo naturalmente in termini di *rapporti* e *moltiplicazioni*, non di differenze assolute. La differenza tra 1 e 2 ci sembra enorme (è un raddoppio!), mentre la differenza tra 1000 e 1001 ci sembra trascurabile, anche se in entrambi i casi la differenza assoluta è 1. Questo modo di pensare è intrinsecamente logaritmico.

Lo stesso vale per molti fenomeni naturali: la percezione del suono (scala dei decibel), la percezione della luminosità, le frequenze musicali (un'ottava corrisponde sempre a un raddoppio di frequenza, indipendentemente dalla nota di partenza). Il nostro cervello è "cablato" per pensare in scala logaritmica quando si tratta di quantità che variano su ordini di grandezza diversi.

2.2. Scala lineare vs scala logaritmica: due modi di misurare la distanza

Immaginiamo di avere una linea orizzontale e di voler rappresentare i numeri su questa linea. Ci sono due modi fondamentali di farlo:

Scala lineare. Definiamo una distanza fissa d. Ogni volta che ci spostiamo di questa distanza verso destra, *aggiungiamo* un valore fisso (ad esempio 10). Quindi: partendo da 0, dopo una distanza d arriviamo a 10, dopo due distanze $2d$ arriviamo a 20, e così via. In questa scala, la distanza rappresenta una *somma*: muoversi di d significa fare $+10$.

Scala logaritmica. Definiamo la stessa distanza fissa d. Ma ora, ogni volta che ci spostiamo di questa distanza verso destra, *moltiplichiamo* per un fattore fisso (ad esempio 10). Quindi: partendo da 1, dopo una distanza d arriviamo a $1 \times 10 = 10$, dopo due distanze $2d$ arriviamo a $10 \times 10 = 100$, e così via. In questa scala, la distanza rappresenta una *moltiplicazione*: muoversi di d significa fare $\times 10$.

Questa è la differenza fondamentale: su una scala lineare, distanze uguali corrispondono a somme uguali; su una scala logaritmica, distanze uguali corrispondono a moltiplicazioni uguali (o, equivalentemente, a variazioni percentuali uguali).

2.3. **Cosa significa trasformare un grafico in scala logaritmica**

Quando costruiamo un grafico in scala logaritmica, non plottiamo direttamente i prezzi $P(t)$ sull'asse verticale, ma plottiamo il loro **logaritmo** $\log_b(P(t))$, dove b è una base scelta (tipicamente $b = e$ o $b = 10$). In altre parole, l'asse y[1]del grafico non rappresenta il prezzo totale, ma il logaritmo del prezzo.

Matematicamente, se in un grafico lineare standard l'asse verticale rappresenta la funzione $y = P(t)$, in un grafico logaritmico l'asse verticale rappresenta la funzione

$$y = \log_b(P(t)). \tag{14}$$

Questa trasformazione ha un effetto visivo fondamentale. Osservando il grafico Bloomberg[2]in Figura 4 (Bitcoin in scala logaritmica), notiamo che sull'asse verticale destro i valori sono: 0.02, 0.04, 0.10, 0.20, 0.40, 1.00, 2.00, 4.00, 10, 20, 40, 100, 0.10M, 0.20M, 0.40M.

Questi valori non sono equidistanti in senso lineare, ma lo sono in senso logaritmico: la distanza tra 0.10 e 0.20 (raddoppio) è uguale alla distanza tra 100 e 200 (raddoppio), anche se in valore assoluto la differenza è 0.10 nel primo caso e 100 nel secondo. Questo perché, per qualsiasi base di logaritmo

$$\log_b(0.20) - \log_b(0.10) = \log_b(2) = \log_b(200) - \log_b(100). \tag{15}$$

Un concetto fondamentale che spesso genera confusione è il seguente: la base del logaritmo determina di quanto moltiplichiamo ad ogni passo sull'asse verticale. Questo è il "fattore di scala" della progressione logaritmica.

Immaginiamo di dover costruire una scala logaritmica. Dobbiamo decidere: quando ci spostiamo di una distanza fissa verso l'alto sull'asse Y, per quanto moltiplichiamo il valore? Questa scelta è la *base* del logaritmo:

[1]**Asse verticale = asse y e asse orizzontale = asse x**

[2]**Nota importante: prezzi nominali vs spaziatura logaritmica.** Quando si visualizza un grafico in scala logaritmica su piattaforme come Bloomberg, spesso l'asse y mostra ancora i prezzi nominali (100, 200, 500, 1000, 2000, ecc.) invece dei loro logaritmi. Questo viene fatto per facilitare la lettura, ma la *spaziatura* tra questi valori sull'asse non è uniforme: segue una progressione logaritmica.

FIGURA 4. Bitcoin in scala logaritmica su Bloomberg. Notare la spaziatura non uniforme dei valori sull'asse Y: la distanza tra 0.10 e 0.20 (raddoppio) è uguale alla distanza tra 100 e 200 (raddoppio). Fonte: Bloomberg.

- Se scegliamo **base 10**, ogni passo verso l'alto significa moltiplicare per 10. Quindi: $1 \to 10 \to 100 \to 1000 \to 10000$, e così via. Ogni passo è una moltiplicazione per 10.
- Se scegliamo **base 2**, ogni passo verso l'alto significa moltiplicare per 2 (raddoppiare). Quindi: $1 \to 2 \to 4 \to 8 \to 16 \to 32 \to 64 \to 128$, e così via. Ogni passo è un raddoppio.
- Se scegliamo **base e (numero di Nepero, $e \approx 2.718$)**, ogni passo verso l'alto significa moltiplicare per e. Quindi: $1 \to 2.72 \to 7.39 \to 20.09 \to 54.60 \to 148.41$, e così via. Ogni passo è una moltiplicazione per e.

La Figura 5 illustra visivamente questo concetto, mostrando come le tre basi diverse producono progressioni diverse, ma tutte seguono lo stesso principio: *distanze uguali = moltiplicazioni uguali*.

2.4. **Perché in finanza si usa la base e?**

Come abbiamo visto nel Capitolo 1, il logaritmo naturale (base e) ha una proprietà matematica speciale: per piccole variazioni percentuali, la differenza tra due logaritmi naturali approssima *direttamente* la variazione percentuale, senza bisogno di fattori di correzione. Questo rende i calcoli finanziari più semplici e diretti. Per altre basi, la relazione è comunque valida, ma richiede una moltiplicazione per un fattore di conversione ($\ln b$).

Tuttavia, per la *visualizzazione* grafica, la base non è fondamentale: ciò che conta è che distanze uguali rappresentino rapporti uguali. Bloomberg, ad esempio, può usare una spaziatura mista (alternando moltiplicazioni per 2 e per 2.5) per ottimizzare la leggibilità, senza che questo influenzi l'interpretazione del grafico. L'importante è comprendere il principio: **ogni passo verso l'alto = moltiplicazione per un**

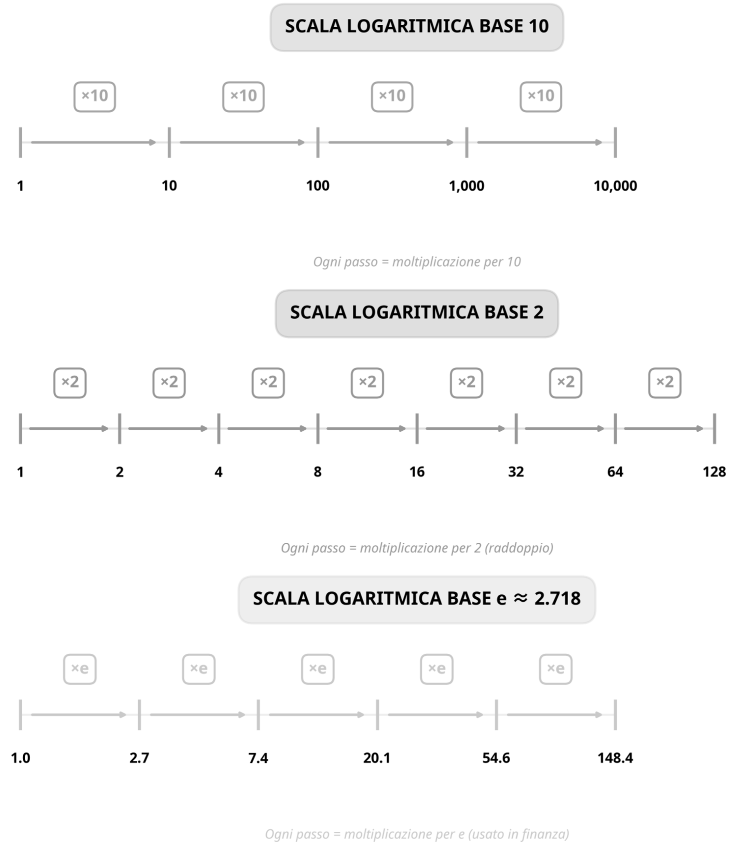

FIGURA 5. Confronto tra scale logaritmiche con basi diverse. La base del logaritmo determina il fattore di moltiplicazione ad ogni passo: base 10 moltiplica per 10, base 2 moltiplica per 2 (raddoppio), base e moltiplica per $e \approx 2.718$. In tutti i casi, distanze uguali sull'asse verticale corrispondono a moltiplicazioni uguali, ma il fattore di moltiplicazione cambia con la base.

fattore fisso.

2.5. Confronto tra scala lineare e logaritmica: un esempio visivo

Un problema tipico della scala lineare emerge quando si confrontano asset con prezzi molto diversi o quando si analizzano lunghi periodi temporali. La scala lineare è adatta per rappresentare crescite additive, ma fallisce completamente quando la dinamica è moltiplicativa (esponenziale), come nei mercati finanziari.

Immaginiamo ad esempio di voler analizzare due titoli: l'Azione A, che passa da 10 a 20 USD (+100%), e l'Azione B, che passa da 100 a 110 USD (+10%). Su un grafico lineare, l'incremento di 10 USD dell'Azione B sembrerebbe uguale all'incremento di 10 USD dell'Azione A, portando a una valutazione completamente errata. La scala logaritmica, invece, mostrerebbe correttamente che la performance dell'Azione A è stata dieci volte superiore.

Il grafico in Figura 6 illustra perfettamente questo concetto. A sinistra, in scala lineare, l'Azione B (linea rossa) sembra avere una crescita molto più imponente, poiché il suo valore assoluto aumenta di più. A destra, in scala logaritmica, la realtà della performance è svelata: la pendenza della retta dell'Azione A (linea blu) è maggiore, indicando un tasso di crescita annuo del 15% contro l'8% dell'Azione B. Per un investitore, l'Azione A è chiaramente la scelta migliore.

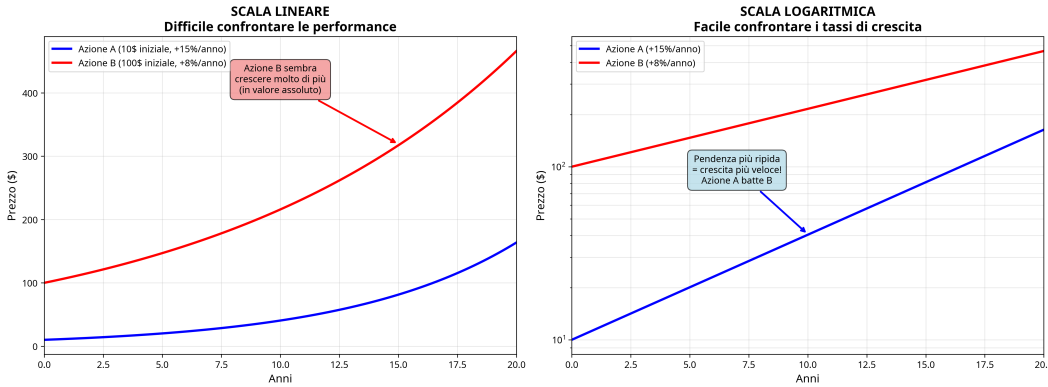

FIGURA 6. Confronto tra scala lineare e scala logaritmica. A sinistra (scala lineare): ogni passo verticale uguale rappresenta una somma uguale (+10 USD). A destra (scala logaritmica): ogni passo verticale uguale rappresenta una moltiplicazione uguale (o variazione percentuale uguale). Poiché i mercati seguono una dinamica esponenziale, la scala logaritmica è lo strumento corretto per l'analisi.

3. Caso di studio: analisi dell'indice S&P 500 su scala lineare e logaritmica

Per illustrare empiricamente le differenze di interpretazione tra scala lineare e logaritmica, consideriamo il caso dell'indice S&P 500 (SPX Index) nel periodo 1927–2025, un arco temporale di quasi un secolo che copre la Grande Depressione, la Seconda Guerra Mondiale, diverse crisi finanziarie e periodi di forte espansione economica. La Tabella 1 riporta il valore dell'indice a intervalli di circa 5 anni, insieme al suo logaritmo naturale e alla variazione percentuale rispetto al valore precedente.

3.1. Analisi in scala lineare

Osservando il grafico in scala lineare dell'S&P 500 (Figura 7), si nota immediatamente una curva che appare quasi piatta per i primi 80 anni, seguita da un'impennata vertiginosa negli ultimi 15 anni. Sul grafico Bloomberg, l'asse verticale mostra i valori nominali dell'indice (0, 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000), spaziati in modo uniforme. Le linee tratteggiate orizzontali sono semplici griglie di riferimento per facilitare la lettura dei livelli di prezzo, mentre quelle verticali separano i periodi di 5 anni.

L'aumento di valore tra il 2019 e il 2025, pari a oltre 3468 punti, domina completamente il grafico, facendo sembrare quasi invisibili tutti i movimenti precedenti. Un osservatore poco attento potrebbe concludere che la crescita più spettacolare si sia concentrata solo negli ultimi anni, e che tutto ciò che è avvenuto prima del 2000 sia stato irrilevante. Infatti, l'intero periodo 1927-1990 (63 anni!) occupa solo una

Data	Valore SPX	ln(Valore)	Variazione %
12/30/1927	17.66	2.87	–
12/31/1929	21.45	3.07	+21.46%
12/31/1934	9.50	2.25	-55.71%
12/29/1939	12.46	2.52	+31.16%
12/29/1944	13.28	2.59	+6.58%
12/30/1949	16.79	2.82	+26.43%
12/31/1954	35.98	3.58	+114.29%
12/31/1959	59.89	4.09	+66.45%
12/31/1964	84.75	4.44	+41.51%
12/31/1969	92.06	4.52	+8.63%
12/31/1974	68.56	4.23	-25.53%
12/31/1979	107.94	4.68	+57.44%
12/31/1984	167.24	5.12	+54.94%
12/29/1989	353.40	5.87	+111.31%
12/30/1994	459.27	6.13	+29.96%
12/31/1999	1469.25	7.29	+219.91%
12/31/2004	1211.92	7.10	-17.51%
12/31/2009	1115.10	7.02	-7.99%
12/31/2014	2058.90	7.63	+84.64%
12/31/2019	3230.78	8.08	+56.92%
10/22/2025	6699.40	8.81	+107.36%

Tabella 1. Andamento dell'indice S&P 500 dal 1927 al 2025, con il logaritmo naturale del valore e la variazione percentuale quinquennale. L'arco temporale di quasi un secolo permette di osservare come la scala logaritmica sia essenziale per confrontare periodi con valori assoluti molto diversi.

minuscola porzione nella parte inferiore del grafico, schiacciato dalla scala necessaria per mostrare i valori recenti.

Questa interpretazione, tuttavia, è completamente fuorviante. Il grafico lineare ci mostra solo che l'indice ha raggiunto valori assoluti più alti, ma non ci dice nulla sulla *velocità di crescita percentuale*. Consideriamo alcuni confronti illuminanti:

- **Ripresa post-guerra (1949-1954)**: da 16.79 a 35.98 punti (+19 punti assoluti, +114.29%). Sul grafico lineare questo movimento è praticamente invisibile, schiacciato in basso. Eppure, rappresenta un *raddoppio* dell'indice in soli 5 anni!
- **Bull market anni '80 (1984-1989)**: da 167.24 a 353.40 punti (+186 punti assoluti, +111.31%). Sul grafico lineare appare come un piccolo rialzo. In realtà, l'indice è più che raddoppiato.
- **Bolla dot-com (1994-1999)**: da 459.27 a 1469.25 punti (+1010 punti assoluti, +219.91%). Questa è stata la crescita percentuale più esplosiva dell'intero secolo, ma sul grafico lineare sembra meno impressionante della crescita recente.
- **Crescita recente (2019-2025)**: da 3230.78 a 6699.40 punti (+3468 punti assoluti, +107.36%). Sul grafico lineare domina visivamente, ma in termini percentuali è simile al bull market degli anni '80 e molto inferiore alla bolla dot-com.

Il problema è evidente: la scala lineare amplifica visivamente i movimenti recenti. Un raddoppio da 100 a 200 (+100 punti) appare molto più piccolo di un raddoppio da 3000 a 6000 (+3000 punti), anche se la performance percentuale è identica (+100%).

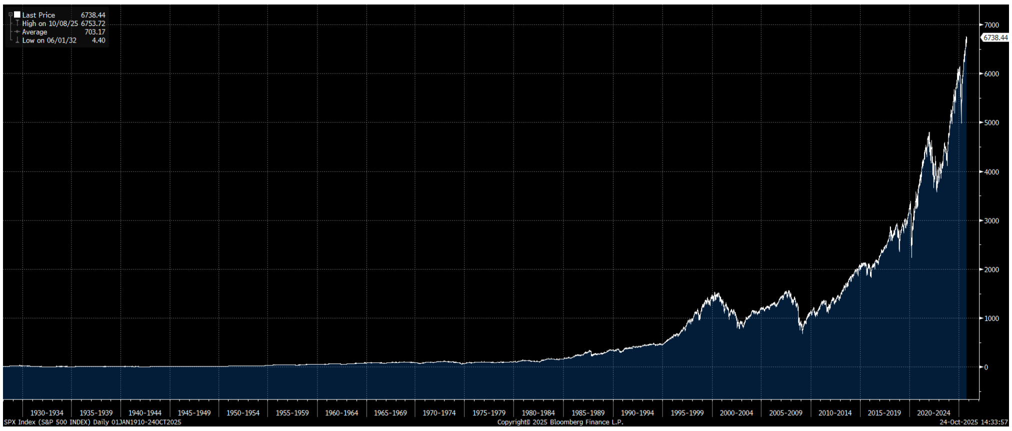

FIGURA 7. S&P 500 Index in scala lineare (1930-2025). La crescita recente sembra dominare il grafico, rendendo quasi invisibili i primi 70 anni di storia. Questa è un'illusione ottica dovuta alla scala assoluta: i prezzi sull'asse Y sono i valori nominali dell'indice, spaziati uniformemente. Fonte: Bloomberg.

3.2. **Analisi in scala logaritmica**

La lettura dei medesimi dati su un grafico logaritmico (Figura 8) fornisce un'interpretazione radicalmente diversa e molto più corretta in termini di performance percentuali. In questo tipo di grafico, l'asse verticale mostra ancora i prezzi nominali (4, 6, 10, 20, 40, 60, 100, 200, 400, 600, 1000, 2000, 4000, 6000, 10000), ma la loro spaziatura non è più uniforme: segue una progressione logaritmica. La distanza tra 10 e 20 (raddoppio) è uguale alla distanza tra 1000 e 2000 (raddoppio), anche se in valore assoluto la differenza è 10 nel primo caso e 1000 nel secondo. Questo è il principio della scala logaritmica: **distanze verticali uguali rappresentano variazioni percentuali uguali**.

Osservando il grafico logaritmico, l'intera storia dell'S&P 500 diventa leggibile e confrontabile. Notiamo immediatamente che la pendenza della curva (che rappresenta il tasso di crescita percentuale) è stata significativa in diversi periodi storici, non solo negli ultimi anni. Analizziamo i principali eventi:

- **Grande Depressione (1929-1934)**: Il crollo più drammatico della storia: l'indice perde il 55.71% del suo valore, passando da 21.45 a 9.50 punti. Sul grafico logaritmico, questo appare come una discesa ripida e ben visibile.
- **Ripresa post-guerra (1949-1954)**: Una delle crescite più spettacolari: +114.29% in 5 anni. Sul grafico logaritmico, la pendenza in questo tratto è estremamente ripida, comparabile o superiore a molti periodi successivi. Questo periodo è praticamente invisibile sul grafico lineare, ma qui emerge chiaramente come uno dei migliori quinquenni della storia del mercato azionario americano.

- **Crisi petrolifera (1969-1974)**: Perdita del 25.53%. La curva scende visibilmente, mostrando l'impatto della stagflazione e dello shock petrolifero.
- **Ripresa anni '80 (1979-1989)**: Due quinquenni consecutivi di forte crescita: +54.94% (1979-1984) e +111.31% (1984-1989). La pendenza in questo decennio è tra le più ripide dell'intero grafico, riflettendo il boom economico dell'era Reagan. Sul grafico lineare, questo periodonon si nota.
- **Bolla dot-com (1994-1999)**: La crescita più esplosiva di tutto il secolo: +219.91% in 5 anni. Sul grafico logaritmico, questo è il tratto con la pendenza più ripida in assoluto, una vera e propria impennata verticale.
- **Crisi finanziaria (2004-2009)**: Due quinquenni negativi: -17.51% e -7.99%. La curva è piatta o in leggera discesa, riflettendo lo scoppio della bolla dot-com e la crisi dei mutui subprime.
- **Ripresa post-2008 (2009-2014)**: Forte rimbalzo: +84.64%. La pendenza torna positiva e sostenuta, mostrando la ripresa dopo la Grande Recessione.
- **Crescita recente (2019-2025)**: Performance notevole: +107.36% in circa 6 anni. Sul grafico logaritmico, la pendenza è simile a quella del bull market degli anni '80 (1984-1989), che aveva registrato +111.31%. Questo ci dice che, in termini percentuali, la crescita recente è comparabile a quella di 35 anni fa, non superiore. È certamente una buona performance, ma non eccezionale rispetto agli standard storici.

Conclusione dell'analisi logaritmica. La scala logaritmica ci permette di apprezzare come l'S&P 500 abbia attraversato fasi di crescita molto diverse nel corso di quasi un secolo, e che la performance percentuale non è stata costantemente migliore negli ultimi anni. Anzi, alcuni periodi storici (in particolare la ripresa post-guerra 1949-1954 e la bolla dot-com 1994-1999) hanno offerto rendimenti percentuali superiori a quelli recenti. Questo è impossibile da vedere sul grafico lineare, dove tutto ciò che è avvenuto prima del 2000 sembra quasi irrilevante, schiacciato dalla crescita assoluta recente.

3.3. Lezione per l'analista finanziario

Questo caso di studio dimostra in modo inequivocabile perché la scala logaritmica sia essenziale per l'analisi finanziaria di lungo periodo. Un investitore che guardasse solo il grafico lineare potrebbe erroneamente concludere che:

- I mercati hanno performato meglio negli ultimi anni rispetto al passato (falso: la bolla dot-com e la ripresa post-guerra hanno avuto rendimenti superiori).
- Gli investimenti fatti prima del 2000 abbiano avuto un impatto trascurabile (falso: un investimento nel 1949 si è moltiplicato per oltre 400 volte).
- La volatilità sia aumentata negli ultimi anni (falso: la Grande Depressione e la crisi petrolifera hanno avuto drawdown percentuali comparabili o superiori).

La scala logaritmica, invece, fornisce una rappresentazione onesta e confrontabile delle performance percentuali, permettendo all'analista di identificare correttamente

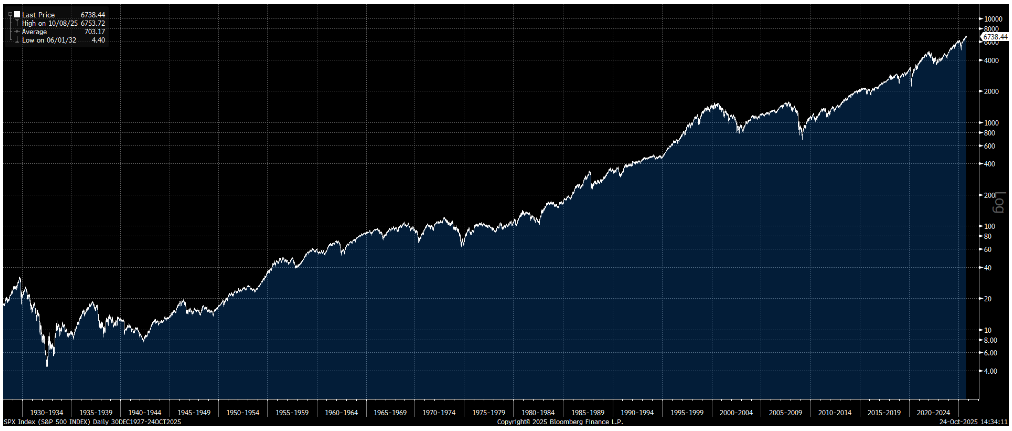

Figura 8. S&P 500 Index in scala logaritmica (1930-2025). La pendenza della curva mostra il tasso di crescita percentuale, rivelando che diversi periodi storici hanno avuto performance comparabili o superiori agli anni recenti. La spaziatura dell'asse Y segue una progressione logaritmica, permettendo di confrontare equamente periodi con valori assoluti molto diversi. Fonte: Bloomberg.

i periodi di maggiore e minore crescita, indipendentemente dal livello assoluto dei prezzi.

4. **Formule pratiche per l'interpretazione di grafici logaritmici**

Dopo aver compreso l'importanza della scala logaritmica e averla vista applicata a un caso reale, è utile avere a disposizione alcune formule pratiche per interpretare rapidamente i grafici e quantificare le performance. In questa sezione presentiamo due strumenti fondamentali che ogni analista finanziario dovrebbe conoscere.

4.1. **Calcolo della variazione percentuale da un grafico logaritmico**

Quando osserviamo un grafico in scala logaritmica, la distanza verticale tra due punti rappresenta direttamente la variazione percentuale, indipendentemente dalla base del logaritmo utilizzata. Siano P_0 il prezzo iniziale e P_1 il prezzo finale. Se il grafico usa una base generica b (ad esempio $b = 10$ o $b = e$), indichiamo con $y_0 = \log_b(P_0)$ e $y_1 = \log_b(P_1)$ le coordinate verticali dei due punti sul grafico.

La differenza verticale che misuriamo sul grafico è:

$$\Delta y = y_1 - y_0 = \log_b(P_1) - \log_b(P_0) = \log_b\left(\frac{P_1}{P_0}\right). \tag{16}$$

Per ottenere la variazione percentuale esatta, usiamo la formula:

$$\text{Variazione \%} = \left(b^{\Delta y} - 1\right) \times 100\%. \tag{17}$$

Questa formula è valida per *qualsiasi* base b. In particolare:

- Se il grafico usa il logaritmo naturale ($b = e$), allora:

$$\text{Variazione \%} = \left(e^{\Delta y} - 1\right) \times 100\%. \tag{18}$$

- Se il grafico usa il logaritmo in base 10 ($b = 10$), allora:

$$\text{Variazione }\% = \left(10^{\Delta y} - 1\right) \times 100\%. \tag{19}$$

Esempio pratico. Su un grafico Bloomberg in scala logaritmica, osserviamo che l'S&P 500 passa da un livello con coordinata verticale y_0 a un livello y_1, con una differenza $\Delta y = 0.5$ (misurata in unità logaritmiche). Se il grafico usa base 10, la variazione percentuale è:

$$\text{Variazione }\% = (10^{0.5} - 1) \times 100\% = (3.162 - 1) \times 100\% \approx +216\%.$$

Se invece il grafico usa base e, la variazione percentuale è:

$$\text{Variazione }\% = (e^{0.5} - 1) \times 100\% = (1.649 - 1) \times 100\% \approx +65\%.$$

Come si vede, la base del logaritmo influisce sul valore numerico di Δy, ma la formula (17) fornisce sempre la variazione percentuale corretta. Nella pratica, non è necessario conoscere la base esatta: basta misurare la distanza verticale tra due punti noti (ad esempio, tra 100 e 200, che è un raddoppio) per calibrare il grafico e poi applicare la stessa distanza ad altri punti.

4.2. La pendenza del grafico: l'unica cosa che conta

In un grafico logaritmico, la **pendenza** della curva è la misura fondamentale della performance. Mentre in un grafico lineare la pendenza indica la variazione assoluta nel tempo (quanti punti guadagna l'indice ogni anno), in un grafico logaritmico la pendenza indica la **variazione percentuale nel tempo** (a che tasso percentuale cresce l'investimento).

Questo è il motivo per cui, quando confrontiamo due periodi su un grafico logaritmico, non dobbiamo guardare l'altezza raggiunta dalla curva, ma la sua *inclinazione*. Una curva ripida indica una crescita percentuale rapida; una curva piatta indica stagnazione; una curva in discesa indica perdite.

Perché la pendenza è tutto. Per un investitore, ciò che conta non è il livello assoluto raggiunto dal prezzo, ma il **tasso di crescita del capitale**. Un titolo che passa da 10 a 20 USD in un anno (+100%) ha la stessa performance di un titolo che passa da 1000 a 2000 USD nello stesso periodo (+100%), anche se il secondo ha guadagnato 990 USD in più in termini assoluti. Sul grafico logaritmico, questi due movimenti hanno la stessa pendenza, riflettendo correttamente l'identica performance percentuale.

Matematicamente, se il prezzo segue una crescita esponenziale a tasso costante r, allora $P(t) = P_0 \cdot (1 + r)^t$, e il suo logaritmo è:

$$\log_b(P(t)) = \log_b(P_0) + t \cdot \log_b(1 + r). \tag{20}$$

Questa è l'equazione di una retta con pendenza $m = \log_b(1 + r)$. Quindi, la pendenza del grafico logaritmico è *direttamente proporzionale* al tasso di crescita r: più alta è la pendenza, più alto è il rendimento percentuale annuo.

Implicazioni pratiche. Quando analizziamo un grafico logaritmico di lungo periodo, dobbiamo concentrarci sulla pendenza in diversi segmenti temporali:

- Se la pendenza è costante, la crescita è esponenziale a tasso fisso (situazione ideale per un investimento).
- Se la pendenza aumenta, il tasso di crescita sta accelerando (possibile bolla speculativa).
- Se la pendenza diminuisce, il tasso di crescita sta rallentando (possibile saturazione del mercato).
- Se la pendenza diventa negativa, l'investimento sta perdendo valore.

Nel caso dell'S&P 500 analizzato in precedenza, abbiamo visto che la pendenza più ripida si è verificata durante la bolla dot-com (1994-1999), non negli anni recenti. Questo ci dice che, nonostante i valori assoluti siano molto più alti oggi, il tasso di crescita percentuale era superiore 25 anni fa. Per un analista finanziario, questa è l'informazione rilevante: la pendenza, non l'altezza.

Conclusione: e quindi?

Questo articolo ha voluto dimostrare come un semplice cambio di prospettiva – dalla scala lineare a quella logaritmica – possa trasformare radicalmente l'analisi di un andamento di borsa. L'obiettivo non è demonizzare la scala lineare, ma renderla uno strumento consapevole, da affiancare a quello logaritmico per avere una visione completa. Per il consulente finanziario e l'investitore attento, ecco un breve vademecum per approcciarsi ad un grafico di prezzi: parti sempre dalla scala logaritmica, soprattutto se hai intenzione di confrontare due asstes, non focalizzarti sui valori assoluti quantopiù concentrati sulla pendenza.

Appendice: Due Casi Emblematici di Distorsione della Scala Lineare

Per consolidare quanto esposto, presentiamo due esempi reali particolarmente evidenti di come la scala lineare possa distorcere la percezione della performance di un asset. Questi casi mostrano chiaramente perché la scala logaritmica è indispensabile per un'analisi corretta.

Caso 1: Bitcoin (BTC/USD) — L'illusione della crescita recente

Bitcoin rappresenta un caso estremo di crescita esponenziale, con variazioni di prezzo che coprono diversi ordini di grandezza. Questo lo rende un esempio perfetto per illustrare i limiti della scala lineare.

FIGURA 9. Bitcoin in scala lineare (2011-2025). I primi anni di crescita, che hanno visto aumenti del +10,000% e oltre, appaiono completamente piatti e insignificanti. L'impennata recente domina visivamente il grafico, ma rappresenta una crescita percentuale molto inferiore. Questa è la distorsione più evidente della scala lineare: la performance migliore sembra la peggiore.

Lezione chiave: Sul grafico lineare, un investitore che osserva solo gli ultimi anni potrebbe pensare che Bitcoin sia in una fase di crescita senza precedenti. La scala logaritmica rivela invece che i tassi di crescita più alti sono stati raggiunti nei primi anni, quando il prezzo era molto più basso.

Caso 2: Microsoft (MSFT) — 40 anni di storia cancellati

Microsoft è un esempio di azienda che ha attraversato diverse fasi di crescita nell'arco di quattro decenni. La scala lineare cancella completamente la storia dei primi 20 anni, che sono stati i più profittevoli in termini percentuali.

Lezione chiave: La scala lineare cancella completamente la storia di Microsoft come azienda. Un analista che si basa solo sul grafico lineare non può capire che

Figura 10. Bitcoin in scala logaritmica (2011-2025). La pendenza della curva rivela immediatamente i veri periodi di crescita esplosiva. Il 2011-2013 mostra la pendenza più ripida di tutto il grafico, corrispondente a una crescita di migliaia di punti percentuali. Gli anni recenti mostrano una crescita più moderata, con pendenze meno accentuate. La scala logaritmica restituisce la vera storia di Bitcoin.

Figura 11. Microsoft in scala lineare (1986-2025). I primi 15 anni di crescita, dal 1986 al 2000, che hanno visto il titolo passare da 0.10 USD a oltre 50 USD (+50,000%), appaiono come una linea quasi piatta alla base del grafico. La crescita recente, da 150 USD a 520 USD (+300%), domina visivamente l'intero grafico. Un investitore che guarda solo questo grafico potrebbe concludere erroneamente che gli anni migliori di Microsoft siano stati quelli recenti.

Microsoft ha già attraversato una fase di crescita esplosiva seguita da una lunga stagnazione. La scala logaritmica rivela invece che la crescita recente, pur essendo buona, non è paragonabile a quella degli anni '90. Questo è fondamentale per valutare

FIGURA 12. Microsoft in scala logaritmica (1986-2025). La pendenza della curva mostra chiaramente tre fasi distinte: (1) crescita esplosiva 1986-2000 con pendenza molto ripida; (2) stagnazione 2000-2012 con curva quasi piatta; (3) ripresa 2012-2025 con pendenza moderata. La scala logaritmica permette di identificare i veri cicli di business dell'azienda e di valutare correttamente ogni periodo storico.

le prospettive future e per confrontare Microsoft con altre aziende tecnologiche.

Conclusione dell'appendice

Questi due casi mostrano in modo inequivocabile che la scala lineare non è solo "meno precisa" della scala logaritmica: è **sistematicamente fuorviante**. Non si tratta di una piccola differenza di interpretazione, ma di una distorsione che può portare a conclusioni completamente sbagliate sulla performance di un asset.

Per un consulente finanziario o un analista, utilizzare la scala lineare per analisi di lungo periodo equivale a guardare la realtà attraverso una lente deformante. La scala logaritmica non è un'opzione avanzata per esperti: è lo strumento standard che dovrebbe essere usato sempre quando si analizzano serie storiche di prezzi che coprono più di qualche anno.