

# 博弈与伦理



Department of Philosophy  
Central South University  
xieshenlixi@163.com  
[github](#)

October 5, 2025

# Game Theory = Interactive Decision-Making Theory

- ▶ 一对情侣落到一个变态杀手手里.
  - ▶ 杀手让他们玩剪刀石头布, 赢者生, 输者死.
  - ▶ 情侣商量了一下, 决定一起出石头, 不独活.
  - ▶ 结果: 女生死了, 男生活下来了.
  - ▶ 男生出了剪刀, 女生出了布.
1. 男生爱女生, 女生自私?
  2. 女生爱男生, 男生自私?
  3. 男女彼此相爱?
  4. 男女都自私?

## 拍卖 10 块钱!

现有 10 块钱钞票要拍卖. 规则如下:

1. 竞价者之间彼此不能交流.
2. 出价从 5 毛钱开始, 每次只能加 5 毛钱.
3. 出价最高者赢得钞票.
4. 但出价次高者也要支付自己的出价.

# 拍卖 10 块钱!

现有 10 块钱钞票要拍卖. 规则如下:

1. 竞价者之间彼此不能交流.
  2. 出价从 5 毛钱开始, 每次只能加 5 毛钱.
  3. 出价最高者赢得钞票.
  4. 但出价次高者也要支付自己的出价.
- ▶ 军备竞赛
  - ▶ 美国大选
  - ▶ “粉丝”为“爱豆”“打榜”
  - ▶ 商家价格战
    - 可信威胁 (如: 商家宣称“买贵了, 退差价”; 如果对方宣称“退 2 倍差价”呢?)
  - ▶ 争相行贿搞关系
  - ▶ “内卷”

# Why Game Theory?

- ▶ 解释人们以特定方式行为的原因.
- ▶ 分析给定场景中的最优行为.
- ▶ 机制设计: 寻找某种互动方式, 以诱导出某种类型的行为.
- ▶ 如何把个体行为与社会利益统一起来?<sup>1</sup>
- ▶ 怎么解决个体理性与集体理性的矛盾?
- ▶ 集体理性也可以理解为个体的“事前理性”.
- ▶ 理性人之间如何更好地合作.
- ▶ 合作问题的核心是激励 (incentive).
- ▶ 怎么解决“无耻”与“无知”?

---

<sup>1</sup>经济学家、伦理学家亚当·斯密在《道德情操论》《国富论》中提出“看不见的手”, 研究如何对从利己出发的个体行为进行调节, 达到私利与公益相协调的均衡.

不读《国富论》不知道应该怎样才叫“利己”, 读了《道德情操论》才知道“利他”才是问心无愧的“利己”.  
— 米尔顿·弗里德曼

# Contents

个体理性与囚徒困境

动态博弈与承诺

重复博弈与合作

非对称信息与逆向选择

信号传递与社会规范

机制设计与道德风险

不完全信息博弈与声誉

演化博弈与自发秩序

民主投票与群体聚合

零知识证明与隐私保护

稳定婚姻问题

# 囚徒困境及其它

|    | 合作     | 背叛     |
|----|--------|--------|
| 合作 | -1, -1 | -4, 0  |
| 背叛 | 0, -4  | -3, -3 |

Table: 囚徒困境 (占优均衡)

|    | 歌剧   | 足球   |
|----|------|------|
| 歌剧 | 1, 2 | 0, 0 |
| 足球 | 0, 0 | 2, 1 |

Table: 性别大战 (纳什均衡)

|    | 妥协    | 进攻                 |
|----|-------|--------------------|
| 妥协 | 0, 0  | -1, 1              |
| 进攻 | 1, -1 | $-\infty, -\infty$ |

Table: 胆小鬼博弈 (纳什均衡)

|    | 正面    | 反面    |
|----|-------|-------|
| 正面 | 1, -1 | -1, 1 |
| 反面 | -1, 1 | 1, -1 |

Table: 正反匹配 (混合纳什均衡)

- ▶ **帕累托最优**: 除非“损人”，否则不可能“利己”。
- ▶ **占优策略**: 独立于其他人的选择的最优策略。
- ▶ **占优均衡**: 所有人的占优策略的组合。
- ▶ **纳什均衡**: 所有人的最优策略的组合，给定该策略中别人的选择，没有人有积极性改变自己的选择。

# 求知 vs 应试

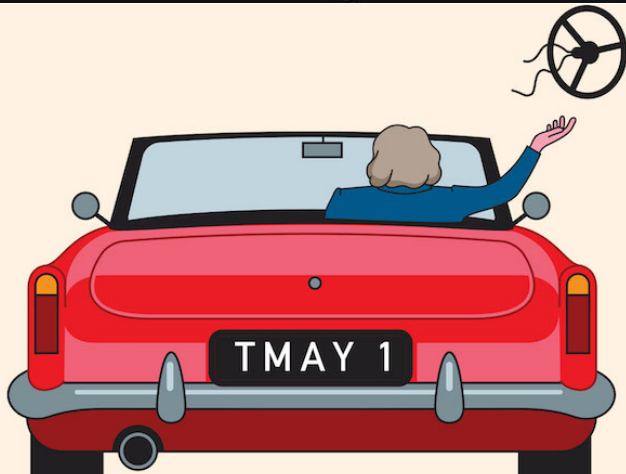
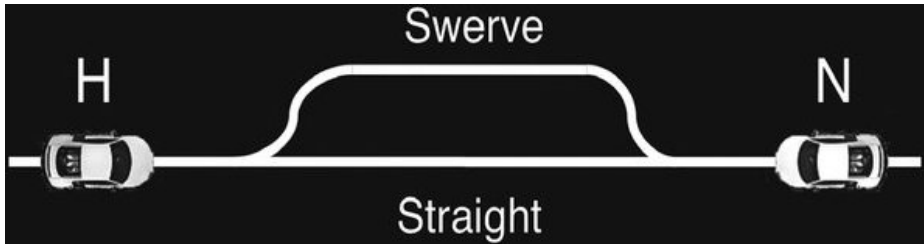
|    | 求知       | 应试     |
|----|----------|--------|
| 求知 | 100, 100 | 20, 80 |
| 应试 | 80, 20   | 60, 60 |

Table: 学生内卷 (纳什均衡)



又卷又菜





# 多人囚徒困境 — Braess Paradox

更多的选择一定是好事吗？

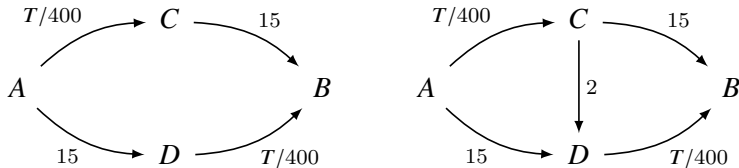
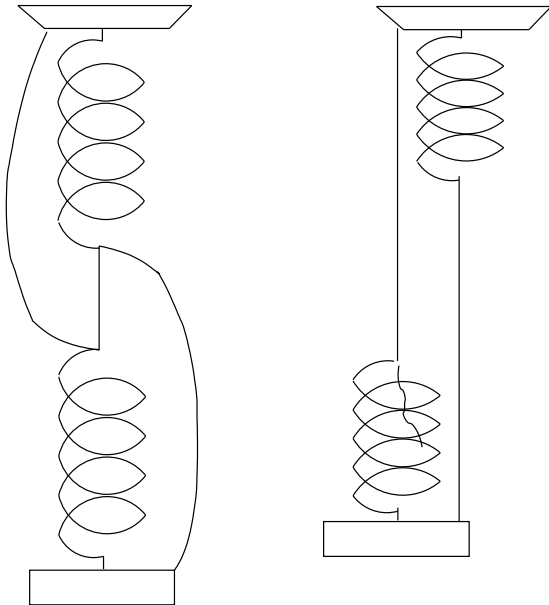


Figure:  $T = 4000$  cars travelling around the lake

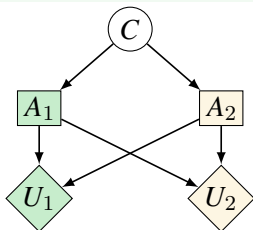
# Braess Paradox



# 多重纳什均衡 vs 制度规范

| 机动车道 | 左行   | 右行   |
|------|------|------|
| 左行   | 1, 1 | 0, 0 |
| 右行   | 0, 0 | 1, 1 |

Table: 协调博弈



| 卢梭 | 猎鹿     | 逮兔   |
|----|--------|------|
| 猎鹿 | 10, 10 | 1, 8 |
| 逮兔 | 8, 1   | 5, 5 |

Table: cheap talk 协商选择帕累托最优的纳什均衡

## Remark:

- ▶ 纳什均衡不一定是帕累托最优.
- ▶ 任何制度, 只有构成一个纳什均衡, 才能让人们自觉遵守.
- ▶ 制度、规范的主要功能之一是协调预期, 在多个纳什均衡中筛选出某个特定的纳什均衡.
- ▶ 有效的制度设计, 就是通过对纳什均衡的选择实现帕累托最优.

## 混合纳什均衡

|     | 偷懒    | 不偷懒   |
|-----|-------|-------|
| 监督  | 1, -1 | -1, 2 |
| 不监督 | -2, 3 | 2, 2  |

- ▶ 如果员工偷懒的概率是  $p$ , 那么, 老板监督和不监督的期望收益分别为

$$1 \cdot p + (-1) \cdot (1 - p) = 2p - 1$$

$$(-2) \cdot p + 2 \cdot (1 - p) = 2 - 4p$$

- ▶ 如果老板监督的概率是  $q$ , 那么, 员工偷懒和不偷懒的期望收益分别为

$$(-1) \cdot q + 3 \cdot (1 - q) = 3 - 4q$$

$$2 \cdot q + 2 \cdot (1 - q) = 2$$

- ▶ 混合纳什均衡是  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ , 老板以  $\frac{1}{4}$  的概率监督, 员工以  $\frac{1}{2}$  的概率偷懒.

## 沉默的目击者 — 从纳什均衡看旁观者效应

- ▶  $n$  个目击者围观 Kitty 被虐杀. 报警的成本是  $b$ . 如果有人报警, Kitty 会得救, 每个目击者会获得效用  $a$ ; 如果没人报警, 效用是 0.

|             | 有他人报警 $1 - (1 - p)^{n-1}$ | 没他人报警 $(1 - p)^{n-1}$ |
|-------------|---------------------------|-----------------------|
| 报警 $p$      | $a - b$                   | $a - b$               |
| 不报警 $1 - p$ | $a$                       | 0                     |

- ▶ 当  $a < b$  时, 所有人不报警是纳什均衡.
- ▶ 当  $a > b$  时, 有一个人报警、其他人不报警是纳什均衡.
- ▶ 考虑对称的混合纳什均衡, 即所有参与人报警的概率相等, 设为  $p$ .
- ▶ 某参与人的期望收益:

$$Q(p) := (a - b)p + \left( a(1 - (1 - p)^{n-1}) + 0(1 - p)^{n-1} \right) (1 - p)$$

$$\frac{dQ(p)}{dp} = 0 \implies p = 1 - \left( \frac{b}{a} \right)^{\frac{1}{n-1}}$$

- ▶  $n$  个人中至少有一个人报警的概率为

$$P(n) := 1 - (1 - p)^n = 1 - \left( \frac{b}{a} \right)^{\frac{n}{n-1}}$$

但  $\frac{dP(n)}{dn} = \frac{\left( \frac{b}{a} \right)^{\frac{n}{n-1}} \ln \frac{b}{a}}{(n-1)^2} < 0$ , 人数越多, 至少有一个人报警的概率越小

*The understanding of mathematics is necessary for a sound grasp of ethics.*

— Socrates

*The only good is knowledge.*

*The only evil is ignorance.*

— Socrates

## 走出囚徒困境——奖惩——利维坦

|    | 合作     | 背叛     |
|----|--------|--------|
| 合作 | -1, -1 | -4, 0  |
| 背叛 | 0, -4  | -3, -3 |

Table: 囚徒博弈

|    | 合作          | 背叛               |
|----|-------------|------------------|
| 合作 | $-1, -1$    | $-4, 0 - x$      |
| 背叛 | $0 - x, -4$ | $-3 - x, -3 - x$ |

Table: 帶懲罰的囚徒博弈  $0 - x < -1$





# 走出囚徒困境 — 奖惩 — 作为激励机制的等级制度

|    | 合作     | 背叛     |
|----|--------|--------|
| 合作 | -1, -1 | -4, 0  |
| 背叛 | 0, -4  | -3, -3 |



|    | 先走   | 后走   |
|----|------|------|
| 先走 | 0, 0 | 2, 1 |
| 后走 | 1, 2 | 0, 0 |



## 儒家 — “礼”

“合作”方可得“君子”名分，君子享有优先权。

协调预期、定分止争。

声誉约束。

奖善惩恶、等级制度等可以理解为一种激励机制。

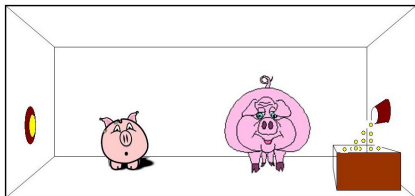
## 风险与均衡

- ▶ 由于纳什均衡要求理性共识和一致预期, 当人们可能犯小小的错误时, 纳什均衡不一定被选择.

|   | 左     | 右        |
|---|-------|----------|
| 上 | 8, 10 | -1000, 9 |
| 下 | 7, 6  | 6, 5     |

**Table:** 只要李四有千分之一的概率错误地选择“右”, 张三将选择“下”; 如果李四怀疑张三怀疑自己可能犯错误, 李四将选择“右”.

# 智猪博弈 — 反复剔除劣策略均衡 $\neq$ 占优均衡



- ▶ 小猪是理性的

$\text{Rational}(s)$

- ▶ 大猪知道小猪是理性的

$K_b \text{Rational}(s)$

|   | 按     | 等    |
|---|-------|------|
| 按 | 4, 0  | 3, 3 |
| 等 | 7, -1 | 0, 0 |

|   | 按 | 等    |
|---|---|------|
| 按 |   | 3, 3 |
| 等 |   | 0, 0 |

|   | 按 | 等    |
|---|---|------|
| 按 |   | 3, 3 |
| 等 |   |      |

# 反复剔除劣策略与 $n$ -阶理性

|       | $c_1$ | $c_2$ | $c_3$ | $c_4$   |
|-------|-------|-------|-------|---------|
| $r_1$ | 5, 10 | 0, 11 | 1, 20 | 10, 10  |
| $r_2$ | 4, 0  | 1, 1  | 2, 0  | 20, 0   |
| $r_3$ | 3, 2  | 0, 4  | 4, 3  | 50, 1   |
| $r_4$ | 2, 93 | 0, 92 | 0, 91 | 100, 90 |

|       | $c_1$ | $c_2$ | $c_3$ |
|-------|-------|-------|-------|
| $r_1$ | 5, 10 | 0, 11 | 1, 20 |
| $r_2$ | 4, 0  | 1, 1  | 2, 0  |
| $r_3$ | 3, 2  | 0, 4  | 4, 3  |
| $r_4$ | 2, 93 | 0, 92 | 0, 91 |

|       | $c_1$ | $c_2$ | $c_3$ |
|-------|-------|-------|-------|
| $r_1$ | 5, 10 | 0, 11 | 1, 20 |
| $r_2$ | 4, 0  | 1, 1  | 2, 0  |
| $r_3$ | 3, 2  | 0, 4  | 4, 3  |

|       | $c_2$ | $c_3$ |
|-------|-------|-------|
| $r_1$ | 0, 11 | 1, 20 |
| $r_2$ | 1, 1  | 2, 0  |
| $r_3$ | 0, 4  | 4, 3  |

|       | $c_2$ | $c_3$ |
|-------|-------|-------|
| $r_2$ | 1, 1  | 2, 0  |
| $r_3$ | 0, 4  | 4, 3  |

|       | $c_2$ |
|-------|-------|
| $r_2$ | 1, 1  |
| $r_3$ | 0, 4  |

|       | $c_2$ |
|-------|-------|
| $r_2$ | 1, 1  |

- 0-order  $c_4 \times$  Rational( $c$ )
- 1-order  $r_4 \times$   $K_r$ Rational( $c$ )
- 2-order  $c_1 \times$   $K_c K_r$ Rational( $c$ )
- 3-order  $r_1 \times$   $K_r K_c K_r$ Rational( $c$ )
- 4-order  $c_3 \times$   $K_c K_r K_c K_r$ Rational( $c$ )
- 5-order  $r_3 \times$   $K_r K_c K_r K_c K_r$ Rational( $c$ )

# 诸葛亮的《空城计》何以有效?



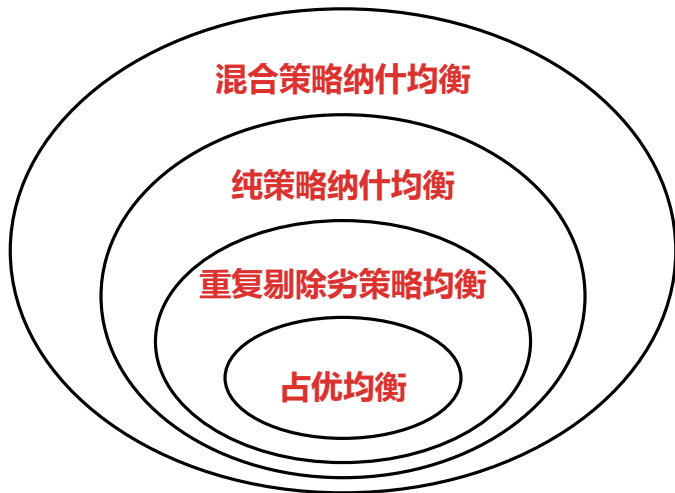
- ▶ 诸葛亮谨慎.  $C(z)$
- ▶ 司马懿知道诸葛亮谨慎.  $K_s C(z)$
- ▶ 诸葛亮知道司马懿知道诸葛亮谨慎.  $K_z K_s C(z)$
- ▶ 司马懿不知道诸葛亮知道司马懿知道诸葛亮谨慎.  $\neg K_s K_z K_s C(z)$

## 老狐狸与小狐狸

- ▶ 老狐狸看到满载而归的渔夫驾车经过, 于是躺在路边装病.
- ▶ 渔夫看老狐狸可怜, 就让它搭个便车.
- ▶ 老狐狸悄悄地把鱼一条一条地扔到路边草丛里, 然后一跃而下吃鱼去了.
- ▶ 小狐狸问老狐狸是如何得到这么多鱼的, 老狐狸“如实相告”.
- ▶ 第二天, 小狐狸也学着躺在路边装病, 渔夫愤怒地把它打死了.

- ▶  $\neg K_{\text{渔}} A$
- ▶  $K_{\text{老}} \neg K_{\text{渔}} A$
- ▶  $[A] K_{\text{渔}} A$
- ▶  $K_{\text{老}} [A] K_{\text{渔}} A$
- ▶  $\neg K_{\text{小}} A$
- ▶  $[A] K_{\text{小}} A$
- ▶  $K_{\text{老}} [A] K_{\text{小}} A$
- ▶  $\neg K_{\text{小}} [A] K_{\text{渔}} A$
- ▶  $K_{\text{老}} [A] \neg K_{\text{小}} [A] K_{\text{渔}} A$

## 几个均衡之间的关系



# 个人 vs 社会 — 个人行为正当性的标准

帕累托 vs 卡尔多-希克斯

## Problem (问题)

社会是由人组成的, 每个人的行为都会影响到他人的利益. 那么, 应该用什么标准判断个人的行为是否正当?

- ▶ **帕累托最优:** 一种状态被称为帕累托最优状态, 如果不存在另一种状态能使得没有任何人的境况变坏同时至少有一个人的境况变得更好. — 除非“损人”, 否则不可能“利己”.
- ▶ **卡尔多-希克斯 (Kaldor-Hicks) 标准:** 如果一种变革使得受益者的所得足以弥补受损者的所失, 这种变革就是一个卡尔多-希克斯改进. 如果受损者得到实际的补偿, 就是帕累托改进.

**Remark:** 帕累托最优可能意味着收入分配的不公平; 极端地, 一个人得到所有收入, 另一个人一无所有, 也是一个帕累托最优.

- ▶ 自愿的交易一定是一个帕累托改进 (假定没有欺诈).
- ▶ 卡尔多-希克斯标准即“财富最大化”.



## 合作与组织

- ▶ 当个体在一起工作创造的价值大于独立工作创造的价值之和, 合作就是一个帕累托改进;
- ▶ 当个体在组织中获得的价值大于独立获得的价值时, 加入组织是一个帕累托改进.
- ▶ 自由结婚对夫妻双方是一个帕累托改进;
- ▶ 买卖婚姻对买卖双方是一个帕累托改进;
- ▶ 协议离婚对夫妻双方是一个帕累托改进;
- ▶ 但离婚对其他利益相关者 (如父母和儿女) 可能不是一个帕累托改进.

# Examples: 卡尔多-希克斯标准

## Example1:

- ▶ 考虑两种情形:
  1. 某店主暴力捣毁竞争对手的门店, 使后者不能营业;
  2. 某店主以更低的价格和更优良的服务将竞争对手打垮.
- ▶ 为什么法律允许第二种情形?
  - 社会所得大于所失, 是一个卡尔多-希克斯改进.

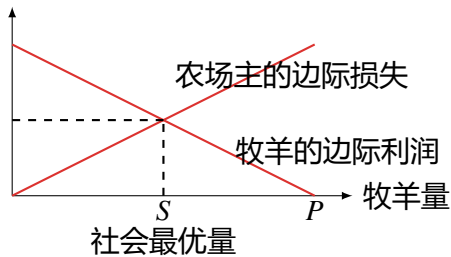
## Example2:

- ▶ 一家化工厂与家属区一墙之隔, 为了上班方便, 居民在化工厂的墙上挖了一个洞. 一天, 家属区的一个小孩钻洞进工厂玩, 找到一瓶化学液体并点燃烧伤了自己.
- ▶ 假设化工厂补墙成本为  $c$ , 如果不补墙, 发生事故的概率为  $p$ , 损失为  $l$ , 且  $c < pl$ .
- ▶ 化工厂需要承担责任吗?

## 外部性、交易成本与科斯定理

- ▶ 个人收益与社会收益: 一项活动的社会收益等于决策者个人得到的收益加社会其他成员得到的收益 (如养花);
- ▶ 个人成本与社会成本: 社会成本等于决策者的个人承担的成本加社会其他成员承担的成本 (如环境污染、交通堵塞);
- ▶ 如果个人收益 (成本) 不等于社会收益, 就存在外部性.
- ▶ 个人最优与社会最优的不一致意味着有帕累托改进的余地;
- ▶ 如何将外部性内部化? 如何使得个人在边际上承担全部的社会成本、获得全部的社会收益?
- ▶ 法律通过责任的分配和赔偿/惩罚, 将个人行为的外部成本内部化, 诱导个人选择社会最优的行动.
- ▶ 政府征税、补贴?
- ▶ 科斯定理: 只要产权界定是清楚的, 如果交易成本为零, 外部性可以通过当事人之间谈判解决, 帕累托最优可以实现; 并且, 最终的资源配置与初始的产权安排无关. (公平与效率正交吗?)

## 科斯定理 — 例子



- ▶ 如果产权归农场主, 农场主禁止放牧, 小于社会最优量  $S$ ; 但是, 增加放牧给牧羊人带来的边际利润大于给农场主造成的损失, 牧羊人将有积极性贿赂农场主, 直到放牧量达到  $S$  为止;
- ▶ 如果产权归牧羊人, 牧羊人的利润最大点是  $P$ , 大于社会最优量  $S$ ; 但是, 减少放牧量对牧羊人的边际利润损失小于给农场主节约的边际成本, 农场主将有积极性贿赂牧羊人, 直到放牧量达到  $S$  为止.

# Contents

个体理性与囚徒困境

动态博弈与承诺

重复博弈与合作

非对称信息与逆向选择

信号传递与社会规范

机制设计与道德风险

不完全信息博弈与声誉

演化博弈与自发秩序

民主投票与群体聚合

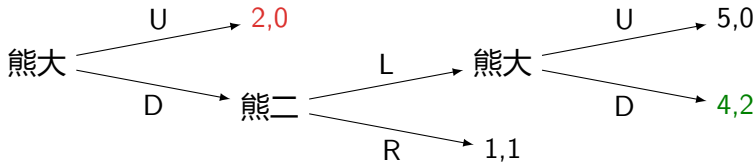
零知识证明与隐私保护

稳定婚姻问题

## 100 只狼和 1 只羊

- ▶ 某个魔法森林里生活着 100 只狼和 1 只羊.
  - ▶ 狼想吃羊, 羊不想被狼吃.
  - ▶ 一只狼如果吃掉一只羊, 就会变成一只羊.
1. 森林里狼和羊的数量会变成多少?
  2. 如果森林里一开始是 99 只狼和 1 只羊呢?

## 不可信的许诺/威胁 vs 可信的承诺



- ▶ 如果熊大许诺不选择 U, 熊二会相信吗?
- ▶ 如果熊大承诺不选择 U 呢?
  - 比如: 拿出 2\$ 保证金给独立的第三方, 若失信, 则自动转给熊二.
- ▶ 动态博弈的纳什均衡可能包含不可信的许诺 (或威胁). 即, 事前看是最优的, 事后看不是最优的, 所以不可信.
- ▶ 老父亲威胁女儿, 敢跟古惑仔私奔就断绝父女关系, 但私奔后, 若真的断绝父女关系会损失更大. 所以理性的女儿还是会私奔.
- ▶ 若政府对大财团的威胁不可信, 大财团融资时可能无视风险, 成功了收益是自己的, 失败了成本转嫁给政府社会, 最后“大而不倒”, 导致金融危机.

## 承诺

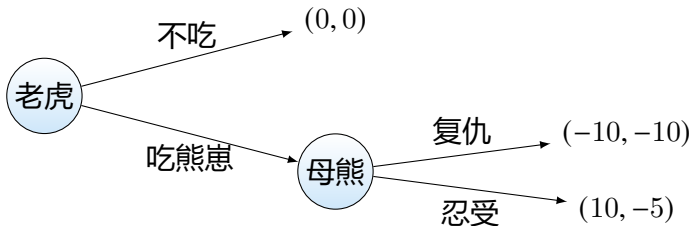
假如企业一开始定价 80, 如果前两个消费者购买了, 企业将有积极性在 50 的价格下向第三个顾客出售. 预期到这一点, 前两个顾客将不会购买. 如果企业承诺, 任何降价的差额将返还顾客, 前两个顾客则会购买.

| 产量 | 价格  | 收入  |
|----|-----|-----|
| 1  | 100 | 100 |
| 2  | 80  | 160 |
| 3  | 50  | 150 |
| 4  | 30  | 120 |

- ▶ 承诺意味着限制自己的自由: 选择少反而对自己好.  
— “破釜沉舟”.
- ▶ 增加对方的选择也可以看作一种“承诺”(或“反承诺”).  
— 围城只围三面.
- ▶ 承诺有成本.  
— 永不降价, 降价退差额! 假一赔十!
- ▶ 天价彩礼: 不离婚的承诺.
- ▶ 为什么画家死了画会升值?
- ▶ 民主、法治是政府对人民的一种承诺.
- ▶ 民法“民不告、官不究”, 而刑法实行“公诉制度”是一种承诺.



## 情感的进化解释



- ▶ 情感与理性是对立的吗?
- ▶ (老虎吃掉熊幼崽, 母熊默默忍受) 是子博弈完美均衡.
- ▶ 即使母熊事先威胁“我必复仇!”, 老虎也不会相信.
- ▶ 但如果母熊出离愤怒, 激情复仇, 那么就相当于其默默忍受的效用值不是 -5, 而是比 -10 还小.
- ▶ 会愤怒的熊的种群存活率更高.
- ▶ 愤怒的情感让威胁变成了可信的承诺.

# Contents

个体理性与囚徒困境

动态博弈与承诺

重复博弈与合作

非对称信息与逆向选择

信号传递与社会规范

机制设计与道德风险

不完全信息博弈与声誉

演化博弈与自发秩序

民主投票与群体聚合

零知识证明与隐私保护

稳定婚姻问题

# 无限重复博弈

|    | 合作     | 背叛     |
|----|--------|--------|
| 合作 | $T, T$ | $S, R$ |
| 背叛 | $R, S$ | $P, P$ |

Table: 囚徒博弈:  $R > T > P > S$  且  $T + T > R + S$ .

1. All-D 策略: 总是背叛.
2. All-C 策略: 总是合作.
3. 合作-背叛交替进行.
4. 以牙还牙 tit-for-tat TFT 策略: 从合作开始, 之后每次选择对方前一阶段的行动.
5. 冷酷 grim 策略: 从合作开始, 直到一方背叛, 然后永远背叛.
6. 宽容的冷酷策略: 如果对方背叛, 先惩罚几次, 然后再恢复合作.
7. 宽容的以牙还牙: 永远以合作的态度来回报对方的合作. 当遇到背叛时, 以某一概率与对方进行合作.
8. 赢定输移 win stay, lose shift 策略: 如果我们上一轮合作, 那么合作; 如果上一轮都背叛, 那么以一定概率合作; 如果上一轮我合作你背叛或你合作我背叛, 则背叛.

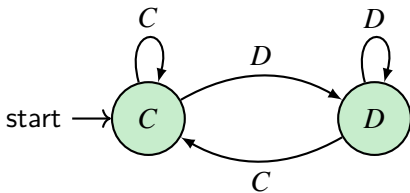


Figure: 以牙还牙

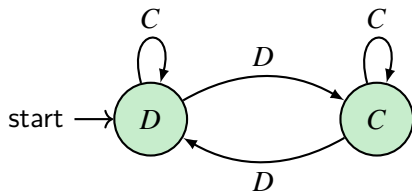


Figure: 一报还一报

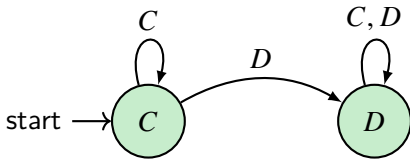


Figure: 冷酷

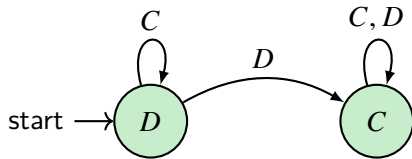


Figure: 喜鹊

- ▶  $V(\text{ALL-D}, \text{ALL-D}) = P + \gamma P + \gamma^2 P + \cdots = P \frac{1}{1-\gamma}$
- ▶  $V(\text{TFT}, \text{TFT}) = T + \gamma T + \gamma^2 T + \cdots = T \frac{1}{1-\gamma}$
- ▶  $V(\text{ALL-D}, \text{TFT}) = R + \gamma P + \gamma^2 P + \cdots = R + P \frac{\gamma}{1-\gamma}$
- ▶  $V(\text{ALL-C}, \text{grim}) = T + \gamma T + \gamma^2 T + \cdots = T \frac{1}{1-\gamma}$
- ▶  $V(\text{ALL-D}, \text{grim}) = R + \gamma P + \gamma^2 P + \cdots = R + P \frac{\gamma}{1-\gamma}$

如果  $T \frac{1}{1-\gamma} \geq R + P \frac{\gamma}{1-\gamma}$ , 即  $\gamma \geq \frac{R-T}{R-P}$ , 则对于 grim 策略来说, 合作就是子博弈完美均衡.

## 无名氏定理 (Folk Theorem)

在无限次重复博弈中, 如果每个参与人都对未来足够重视 (贴现因子足够大), 那么, 任何程度的合作都可以作为一个子博弈完美均衡得到. 这里的“合作程度”指整个博弈中合作出现的频率.

## 动物界的合作

- ▶ 鱼类会使用 TFT 策略: 当两条鱼接近入侵者时, 如果一条想尾随在后, 走在前面的鱼转身向后, 等待另一条跟上, 然后再并行前进.
- ▶ 孔雀鱼甚至可以记住其同伙过去的表现. 如果一次试验中一方背叛, 另一方在第二次的试验中也会背叛.
- ▶ 孔雀鱼倾向于与过去表现出更具合作精神的鱼结伴而行.

# 惩罚

- ▶ 在重复博弈中, 越在乎长远利益, 合作的可能性越大.
- ▶ 背叛行为越容易被观察到, 并且惩罚越可信, 合作的可能性越大.
- ▶ 垄断使得惩罚不可信.
- ▶ 在确定环境中, 惩罚越严厉越有助于合作, 但在不确定环境中, 对方有可能是无心之失, 冷酷策略可能不利于长期合作.

## 联合抵制的社会规范

联合抵制 (Boycott): 每个人都应该诚实; 都有责任惩罚骗过人的人; 不参与惩罚的人应该受到惩罚.

**Remark:** 朋友的朋友是朋友; 朋友的敌人是敌人; 敌人的朋友是敌人.



# 有限重复博弈

|       | $c_1$ | $c_2$ | $c_3$ |
|-------|-------|-------|-------|
| $r_1$ | 1, 1  | 5, 0  | 0, 0  |
| $r_2$ | 0, 5  | 4, 4  | 0, 0  |
| $r_3$ | 0, 0  | 0, 0  | 3, 3  |

- ▶ 两个纳什均衡:  $(r_1, c_1)$  和  $(r_3, c_3)$
- ▶ 帕累托最优:  $(r_2, c_2)$
- ▶ 如果博弈重复两次, 则“好合好散, 不欢而散”的策略 — 如果  $(r_2, c_2)$  则  $(r_3, c_3)$ , 否则  $(r_1, c_1)$  — 可在第一轮博弈中实现帕累托最优.
- ▶ 但是, 如果第一轮遭到背叛后, 第二轮对方重新谈判, 则会使得惩罚不可信. 原因在于多重均衡之间  $(r_3, c_3)$  帕累托优于  $(r_1, c_1)$ .

# 有限重复博弈

|       | $c_1$ | $c_2$ | $c_3$ | $c_4$  | $c_5$  |
|-------|-------|-------|-------|--------|--------|
| $r_1$ | 1, 1  | 5, 0  | 0, 0  | 0, 0   | 0, 0   |
| $r_2$ | 0, 5  | 4, 4  | 0, 0  | 0, 0   | 0, 0   |
| $r_3$ | 0, 0  | 0, 0  | 3, 3  | 0, 0   | 0, 0   |
| $r_4$ | 0, 0  | 0, 0  | 0, 0  | 4, 0.5 | 0, 0   |
| $r_5$ | 0, 0  | 0, 0  | 0, 0  | 0, 0   | 0.5, 4 |

- ▶ 四个纳什均衡:  $(r_1, c_1)$ 、 $(r_3, c_3)$ 、 $(r_4, c_4)$ 、 $(r_5, c_5)$
- ▶ 三个帕累托最优:  $(r_2, c_2)$ 、 $(r_4, c_4)$ 、 $(r_5, c_5)$
- ▶ 如果博弈重复两次, 则可采取如下策略: 如果  $(r_2, c_2)$  则  $(r_3, c_3)$ ; 否则, 被背叛的一方根据自己的情况选择  $r_4$  或  $c_5$ , 如果双方同时背叛, 则  $(r_3, c_3)$ .
- ▶ 此时惩罚变得可信了, 均衡为: 第一轮  $(r_2, c_2)$ ; 第二轮  $(r_3, c_3)$ .

# 单方不完全信息的有限重复博弈

|    | 合作    | 背叛    |
|----|-------|-------|
| 合作 | 3, 3  | -1, 4 |
| 背叛 | 4, -1 | 0, 0  |

|               | t1 | t2 |
|---------------|----|----|
| A 冷酷型 $p$     | 合作 | X  |
| A 理性型 $1 - p$ | 背叛 | 背叛 |
| B 理性型         | X  | 背叛 |

Table: 囚徒博弈重复两次

- ▶ 参与人 A 有两种可能的类型: “冷酷”型: 选择 grim 策略, 概率为  $p$ ; “理性”型: 可以选择任何策略, 概率为  $1 - p$ .
- ▶ 参与人 B 有一种类型: 理性型.
- ▶ B 在第一轮选择合作或背叛最后总的期望效用分别为

$$3 \cdot p + (-1) \cdot (1 - p) + 4 \cdot p + 0 \cdot (1 - p) = 8p - 1$$

$$4 \cdot p + 0 \cdot (1 - p) + 0 \cdot p + 0 \cdot (1 - p) = 4p$$

- ▶ 如果  $p \geq \frac{1}{4}$ , 则 B 在第一轮合作.
- ▶ 如果博弈重复  $N \geq 3$  轮, 只要  $p \geq \frac{1}{4}$ , 理性型 A 在  $t = 1 \dots N - 2$  轮合作, 在最后两轮背叛; B 在前  $N - 1$  轮合作, 在最后一轮背叛.

## 双方不完全信息的有限重复博弈

- ▶ 假设双方都有两种可能的类型: “冷酷” 型或 “理性” 型.
- ▶ 如果一开始就选择背叛, 暴露了自己是理性型, 那么收益最大为 4.
- ▶ 假如对方采取冷酷策略的概率是  $p$ , 则采取冷酷策略的最小期望收益为

$$3 \cdot N \cdot p + (-1 + 0 + 0 + \cdots + 0) \cdot (1 - p) = (3N + 1)p - 1$$

- ▶ 只要博弈次数  $N \geq \frac{5-p}{3p}$ , 则采取冷酷策略.
- ▶ 在完全信息的情况下, 根据逆向归纳逻辑,  $n$  次重复囚徒博弈有唯一的子博弈完美均衡, 即双方总是背叛.
- ▶ 在不完全信息的情况下, 只要博弈重复的次数足够长, 参与人就有积极性在博弈的早期建立一个“合作”的声誉; 一直到博弈的后期, 才会选择背叛; 并且, 背叛的轮数只与  $p$  有关, 而与博弈的次数  $N$  无关.
- ▶ 在有限次重复囚徒博弈中, 当双方不知道具体次数是公共知识时, 将出现贝叶斯-纳什均衡形式的合作. — 无知是福 ☺

# Contents

个体理性与囚徒困境

动态博弈与承诺

重复博弈与合作

非对称信息与逆向选择

信号传递与社会规范

机制设计与道德风险

不完全信息博弈与声誉

演化博弈与自发秩序

民主投票与群体聚合

零知识证明与隐私保护

稳定婚姻问题

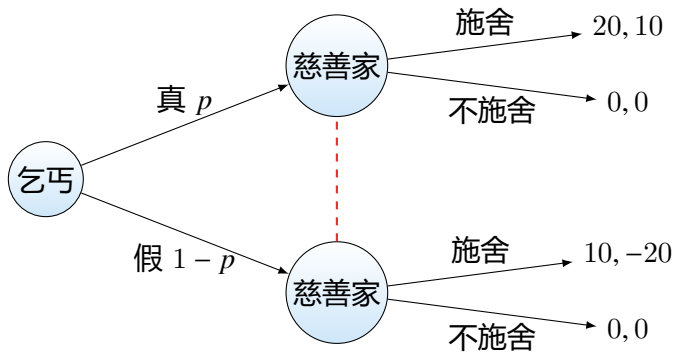
# 非对称信息 (Asymmetric Information)

- ▶ 非对称信息: 交易关系中一方知道而另一方不知道的信息.
  - 卖家知道商品的质量, 而买家不知道.
  - 员工知道自己的能力和老板不知道.
  - 投保人知道自己的健康状况, 保险公司不知道.
  - 乞丐知道自己是否是真乞丐, 慈善家不知道.
- ▶ 事前 (ex ante) 非对称信息: 指签约之前存在的非对称信息, 所以, 又称为隐藏信息 (hidden information), 如产品质量.
- ▶ 事后 (ex post) 非对称信息: 指签约之后发生的非对称信息, 又称隐藏行动 (hidden action), 如工人的努力水平.
- ▶ 事前信息不对称导致逆向选择, 劣胜优汰.
- ▶ 事后信息不对称导致道德风险.

## Example (逆向选择)

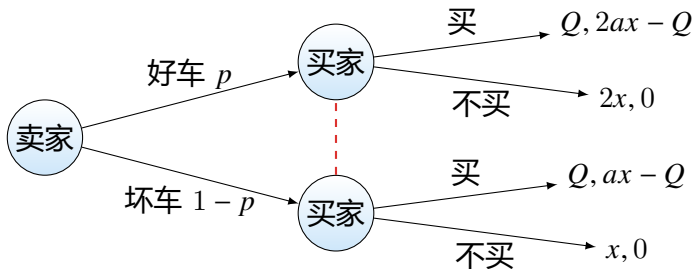
- ▶ 坏车使得好车不能成交. (好人未必好报)
- ▶ 高风险的投保人使得低风险的投保人无法投保.
- ▶ 高水平的学者竞争不过灌水的学者.

## 逆向选择 — 劣币驱逐良币



- ▶ 假乞丐使得真乞丐得不到救济.
- ▶ 和珅: 往粥里掺沙子.
- ▶ 经济适用房不能建太好.

## 逆向选择 — 劣币驱逐良币



- ▶ 假设好车和坏车对卖家的保留价值分别为  $2x$  和  $x$ , 对买家的价值是卖家的  $a$  倍. 成交价为  $Q$ .
- ▶ 为使交易达成, 买家买车的期望收益应不小于不买车的期望收益.

$$(2ax - Q)p + (ax - Q)(1 - p) \geq 0$$

- ▶ 拥有好车的卖家能接受的最低价是  $Q \geq 2x$ .
- ▶ 这意味着, 买卖双方合意的价格需满足:

$$(1 + p)ax \geq Q \geq 2x \implies p \geq \frac{2}{a} - 1$$

- ▶ 买卖好车是双赢, 但除非好车比例够高, 否则交易无法达成.
- ▶ 除非好人够多, 否则不敢与陌生人交往 ☹



# 如何解决非对称信息的问题？

## 解决非对称信息的市场机制和政府管制

1. 信号显示 (信号传递): 主动传递真实信息. 如: 卖家承诺保修.
2. 信息甄别 (机制设计): 让对方说实话. 如: 保险公司向投保人提供不同的合同选择, 投保人根据自己的状况选择适合自己的合同.
3. 声誉机制: 品牌的价值. 信息越不对称的产品, 其品牌价值越大. 买土豆不太会关心品牌, 但买汽车买咨询服务会非常看重品牌.
4. 适度的政府管制. 但政府管制不当可能破坏声誉机制的有效性 — 管制导致企业预期不稳定, 追求短期行为; 管制导致垄断, 使得市场惩罚不可信; 管制导致腐败, 贿赂官员比贿赂投资者和客户更合算.

# Contents

个体理性与囚徒困境

动态博弈与承诺

重复博弈与合作

非对称信息与逆向选择

信号传递与社会规范

机制设计与道德风险

不完全信息博弈与声誉

演化博弈与自发秩序

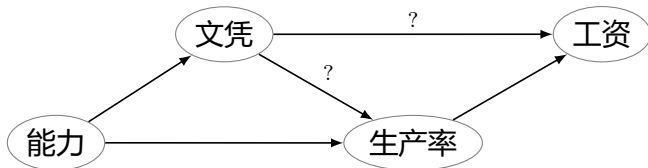
民主投票与群体聚合

零知识证明与隐私保护

稳定婚姻问题

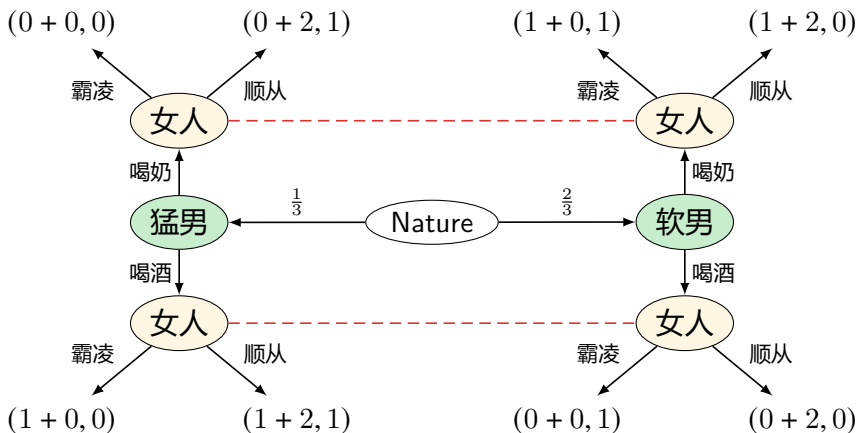
## 文凭的信号传递作用

- ▶ 求职者 50% 可能性是高能力者 50% 可能性是低能力者.
- ▶ 高能力者的生产率是 200, 低能力者 100.
- ▶ 雇主愿付高能力者工资 200, 低能力者 100, 不知道求职者能力高低则付平均工资 150.
- ▶ 假设高能力者受教育成本 40, 低能力者受教育成本 120.
- ▶ 此时, 教育水平可以成为传递能力的信号.
- ▶ 但如果低能力者受教育的成本低于 100, 文凭就无法成为雇主区分能力高低的信号, 雇主愿付的工资就是 150, 也就没人愿上大学了.
- ▶ 因此, 关键是不同类型的人信号传递成本不同; 只有成本差异足够大, 才有可能传递信号.



# 信号传递的作用

- ▶ 为什么雄性孔雀的尾巴越长, 越受到雌性孔雀的青睐? — 只有健壮者才能负担得起长尾巴.
- ▶ 高、低质量产品哪个更愿意做广告? — 广告费是高质量产品企业向市场传递信息的成本.
- ▶ 如何送礼? — 重要的是送礼对送者的成本, 而不是礼物对接受者的价值.
- ▶ 奢侈品、名牌, 不是显示产品的质量, 而是显示消费者的质量.
- ▶ 中秋为什么送浪费性的月饼? 请客吃巨贵的馆子? — 成本要高于价值, 甚至“毁灭”了很大一部分价值更显出对对方的重视. “千里送鹅毛, 礼轻仁义重.”
- ▶ 公费请客送礼传递的信息量大打折扣, 成本需要翻倍!
- ▶ 为什么领结婚证? — 离婚分财产. 同样, 为什么送彩礼? 为什么婚礼要铺张?
- ▶ 为什么街头古惑仔纹身? 黑社会老大穿西装戴眼镜?
- ▶ 为什么很多繁文缛节没有实质意义的礼仪还要遵守? — 合作精神



- ▶ Nature 以  $\frac{1}{3}$  的概率指定男人是猛男,  $\frac{2}{3}$  的概率是软男.
- ▶ 猛男喜欢喝酒 (效用 1); 软男喜欢喝奶 (效用 1). 男人喜欢女人顺从 (效用 2); 女人喜欢顺从猛男霸凌软男 (效用 1).
- ▶ 男人如果是猛男, 就喝酒; 如果是软男, 就以  $\frac{1}{2}$  的概率遂心喝奶, 以  $\frac{1}{2}$  的概率违心喝酒.
- ▶ 女人见到男人喝奶就霸凌; 见到男人喝酒就以  $\frac{1}{2}$  的概率霸凌, 以  $\frac{1}{2}$  的概率顺从.

## 信息不完全导致社会规范变迁

- ▶ 如果是完全分离均衡, 每类人的行为都是特定的.
- ▶ 如果是混同均衡, 所有人的行为都是一样的.
- ▶ 如果是准分离 (混同) 均衡, 有些行为传递信息, 有些行为不传递信息.
- ▶ 如果外部因素导致社会由分离均衡转向混同均衡或准分离均衡, 社会规范就会发生变化.

人们对婚前性行为和婚外性行为态度的变化: 在封闭的社会, 婚前和婚外性行为都很容易观察; 在流动的社会, 有些能观察到, 有些不能; 如果被观察到的只是其中的一小部分, 被观察到压力将会减少.

# Contents

个体理性与囚徒困境

动态博弈与承诺

重复博弈与合作

非对称信息与逆向选择

信号传递与社会规范

机制设计与道德风险

不完全信息博弈与声誉

演化博弈与自发秩序

民主投票与群体聚合

零知识证明与隐私保护

稳定婚姻问题

# Cake Cutting

- ▶ Two Children:
    1. One cuts, the other chooses.
  - ▶ Three Children (A,B,C):
    1. A cuts a piece of the cake.
    2. B can leave it, or make it smaller.
    3. C can leave the remaining piece, or make it smaller.
- Whoever cuts the cake last, gets the remaining piece.



- ▶ 19 世纪中期法国的火车有头等座、二等座和三等座三种不同的车厢.
- ▶ 三种车厢票价相差较大.
- ▶ 头等车厢非常舒适, 二等车厢与三等车厢的区别是前者有顶盖, 后者没有. 这样, 坐三等车厢的旅客就要忍受日晒雨淋的痛苦.
- ▶ 给车厢加一个顶盖的成本微乎其微, 为什么公司不这样做呢?
- ▶ 为了吓唬富人, 故意让穷人受罪.

- ▶ 问题: 有时候, 拥有私人信息的一方有积极性通过一定的行动向另一方传递自己的私人信息, 但有时候他们没有积极性或没有有效的办法传递自己的私人信息.
- ▶ 机制设计: 没有私人信息的一方通过设计不同的分配方案使得有私人信息的一方通过自我选择揭示自己的私人信息.

**Example:** 保险市场中的混同均衡和分离均衡.

1. 保险金 2 万元; 只有第二年得病才可得到赔偿金 10 万元, 第一年得病得不到赔偿.
2. 保险金 7 万元; 无论第一年得病还是第二年得病, 都可得到赔偿金 10 万元.

高风险者选择合同 2; 低风险者选择合同 1.

## 逆向博弈论

已知理性人会选择最优策略, 为了诱导出某种类型的行为, 应该设计什么样的博弈?

## 博弈 vs 伦理

- ▶ 康德之流的义务论者可能会认为, 博弈对伦理无益. 因为, 伦理规范是约束你做那些你不想做的事, 而博弈论却是讲怎么得到你想要的东西.
- ▶ 休谟等效用主义者却认为, 除非伦理理论建议的行为符合每个人的实际利益, 否则毫无用处. 有效的制度设计, 就是通过对纳什均衡的选择实现帕累托最优.

# 拍卖

1. 高价格公开拍卖
2. 降价公开拍卖
3. 高价格密封拍卖
4. 次价格密封拍卖: 与高价格密封拍卖一样, 中标者仍然是出价最高者, 但中标者实际支付的是第二高报价. 次价格密封拍卖能让竞标者有积极性说真话.

## Theorem

次价格密封拍卖中, 说真话是竞标者的占优策略.

**Remark:** 比如: 对某古董, 你的实际评价是 1 万, 如果出价 1 万, 第二高出价 9 千, 你赚 1 千; 如果你出价低于 9 千, 你什么也得不到.

## VCG 机制 Vickrey-Clarke-Groves Mechanism

- 公共产品的偏好显示: 不同的人有不同的偏好, 是私人信息. 如何让每个人报告自己的真实偏好?
- 每个人可以任意地报告自己的偏好, 但可能要纳缴一定数量的“税”. 计算办法: 先将其他人的偏好加总, 给出总价值最大的项目; 然后将第一个人的偏好加上, 如果不影响结果, 不征税; 否则, 应纳税等于改变结果给其他人带来的损失.

$$p_i = \underbrace{\max_x \sum_{j \neq i} v_j(x)}_{i \text{ 不参与}} - \underbrace{\sum_{j \neq i} v_j(x^*)}_{i \text{ 参与}} \quad \text{where} \quad x^* = \operatorname{argmax}_x \sum_{i=1}^n v_i(x)$$

- 同学聚会去吃川菜还是粤菜? 每人报告自己的真实偏好是占优策略.

|    | 川菜 | 粤菜 | 税额 $p_i$ |
|----|----|----|----------|
| A  | 30 | 10 | 0        |
| B  | 0  | 40 | 30       |
| C  | 20 | 10 | 0        |
| 合计 | 50 | 60 | 30       |

## 公平与夏普利值

- ▶ A,B,C 合作开了一家公司. 公司任何决策只有超过 50% 的赞成票才能通过.
- ▶ 根据投资额, A 拥有 50% 的票力, B 拥有 40%, C 拥有 10%.
- ▶ 年终净赚 150 万, 根据票力之比, A,B,C 分别 75 万, 60 万, 15 万吗?
- ▶ C 提议: A 拿 80 万, 自己 70 万, B 一分没有.
- ▶ B 提议: A 拿 85 万, 自己 65 万, C 一分没有.
- ▶ 怎么分才公平?
- ▶ 三人中, 任何一人都不是决定性的, 都得与他人结盟才有决策权.
- ▶ 夏普利值的基本假设是: 各投票顺序联盟形成的可能性相同, 玩家的夏普利值为其对联盟的边际贡献之和除以各种可能的联盟组合总数.

|       |   |   |   |   |   |   |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| 1     | A | A | B | B | C | C |
| 2     | B | C | A | C | A | B |
| 3     | C | B | C | A | B | A |
| 关键加入者 | B | C | A | A | A | A |

Table: 所有可能的投票顺序

- ▶ 作为关键加入者的次数. A: 4 次; B: 1 次; C: 1 次.
- ▶ 夏普利值. A:  $\frac{4}{6}$ ; B:  $\frac{1}{6}$ ; C:  $\frac{1}{6}$ .
- ▶ 根据影响力, A:  $150 \times \frac{4}{6} = 100$  万; B: 25 万; C: 25 万.

## 讨价还价与纳什讨价还价解

- ▶ 市场上有一个画家 A 和一个画廊 B.
- ▶ 若画家 A 自己卖画, 可得  $a = 1500$ .
- ▶ 若交给画廊 B 卖, 可得  $V = 6000$ .
- ▶ 若画廊 B 干别的事, 可得  $b = 1000$ .
- ▶ AB 该怎么分利?
- ▶  $S := V - a - b = 3500$  是合作带来的剩余价值.
- ▶ 我们用  $x$  表示 A 应分得的价值,  $y$  表示 B 应分得的价值.  $\alpha, \beta$  表示 A 和 B 剩余价值  $S$  的分配比例 (与边际贡献有关).

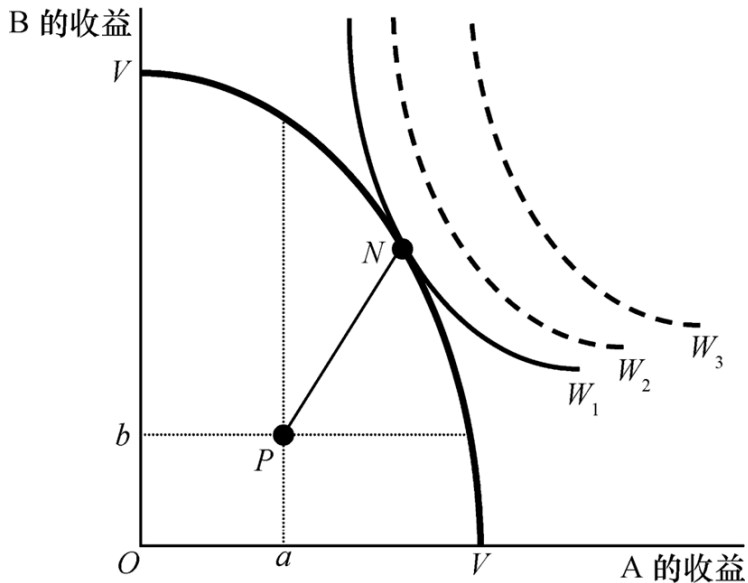
$$x = a + \alpha S, \quad y = b + \beta S$$

- ▶ 纳什讨价还价解即优化福利函数  $W(x, y) = (x - a)^\alpha (y - b)^\beta$

$$(x^*, y^*) = \operatorname{argmax}_{x, y: x+y=V} (x - a)^\alpha (y - b)^\beta$$

- ▶ 因为若缺少任何一方, 这 3500 的剩余价值都得不到, 所以每一方的边际贡献都是 3500. 总边际贡献是  $3500 + 3500 = 7000$ . 每一方的边际贡献占比都是  $\frac{3500}{3500+3500} = \frac{1}{2} = \alpha = \beta$ .
- ▶ A 应分得  $1500 + \frac{1}{2} \times 3500 = 1500 + 1750 = 3250$ ; B 应分得 2750.

# 纳什讨价还价解





## 谈判中的影响力 — 不可替代性

- ▶ 如果市场上还有一家画廊 C, 若 A 交给画廊 C 卖, 可得  $V' = 5000$ .
- ▶ 若画廊 C 干别的事, 可得  $c = 500$ .
- ▶ AB 又该怎么分利?
- ▶ AB 合作中 A 的边际贡献是  $V - a - b = 3500$ .
- ▶ 若 AB 不合作, 则 AC 合作, 因为 B 的存在, C 的边际贡献为 0, A 拿走所有剩余  $V' - c$ . 即 A 的市场价值不是  $a$  而是  $V' - c$ .
- ▶ 所以, AB 合作中 B 的边际贡献是
$$V - (V' - c) - b = 6000 - (5000 - 500) - 1000 = 500.$$
- ▶ A 的边际贡献占总边际贡献的  $\frac{3500}{3500+500} = \frac{7}{8}$ , B 占  $\frac{1}{8}$ .
- ▶ A 应分得:  $1500 + \frac{7}{8} \times 3500 = 4562.5$ .
- ▶ B 应分得:  $1000 + \frac{1}{8} \times 3500 = 1437.5$ .

**Remark:** 大牌影星天价片酬.

# 腐败 vs 信息

- ▶ 腐败的深层根源: 信息不对称;
- ▶ 特别是事后的信息不对称: 一方当事人的行为不能被另一方观察到;
- ▶ 研究行为信息不对称的理论叫“委托-代理”理论或道德风险理论.

## 委托-代理关系

- ▶ 法律上的委托 - 代理关系: 如果甲乙两人达成一个协议, 甲将做某事的权利交给乙, 甲为委托人, 乙为代理人.
- ▶ 代理人对委托人的责任: (1) 没有许可, 不能再代理; (2) 不能把自己放在与委托人利益冲突的地位; (3) 保密责任和诚信责任.
- ▶ 委托人对代理人的责任: (1) 补偿责任. 委托人给代理人补偿报酬; (2) 免除法律责任. 委托人要为代理人的行为承担法律责任; (3) 留置权. 如果委托人给代理人的补偿没有到位, 代理人有权滞留委托人的财产.
- ▶ 经济上的委托 - 代理关系要宽松很多: 只要一方行为影响另一方的利益, 就有委托 - 代理关系. 有私人信息的一方是代理人, 没有私人信息的称为委托人.

## 委托-代理问题

- ▶ 委托人与代理人可能的利益冲突：对委托人最优的选择不一定是对代理人最优的选择。
- ▶ 如果委托人能观察到代理人的行为，则可以通过强制性合同约定约束代理人的行为。
- ▶ 即使不能完全观察到代理人的行为，如果代理人不害怕风险，“承包制”可以使代理人成为完全的风险承担者。
- ▶ 但如果代理人承担责任的能力有限，“承包制”没有可行性。

# 对代理人的激励机制的设计

- ▶ 保险与激励的冲突
  - ▶ 最优风险分担: 如果委托人是风险中性的, 代理人是风险规避的, 风险应该完全由委托人承担, 代理人拿固定报酬.
  - ▶ 最优激励: 代理人应该承担完全风险.
  - ▶ 这就产生了保险与激励的冲突.
  - ▶ 最优激励合同要在保险与激励之间求得平衡.
    - 汽车的部分保险 (如 80%).
- ▶ 激励的强度
  - ▶ 代理人的边际生产率越高, 激励应该越强.
  - ▶ 代理人的产出的不确定性越大, 或测度越困难, 激励应该越弱.
  - ▶ 代理人越风险规避, 激励应该越弱.
  - ▶ 代理人对激励的反应程度: 反应越强, 激励应该越强.
- ▶ 相对业绩比较有助于改进激励, 但也可能导致代理人之间合谋或相互拆台.
- ▶ 论功行赏 vs 任人唯贤
  - 论功行赏可能导致每个人都被晋升到他不能胜任的位置
- ▶ 多重任务下的激励: 大学教学 + 科研

# 政府官员的激励

- ▶ 很多很多委托人;
- ▶ 多项任务;
- ▶ 业绩难以度量, 投入也不容易度量;
- ▶ 所以, 政府官员难以激励, 只能以监督为主.
- ▶ 但监督是不完全的, 是有成本的.
- ▶ 权利越大, 越难监督.
- ▶ “把权力关进笼子”. 民主、法治.

# 官员腐败问题

- ▶  $W$ : 官员工资.
- ▶  $B(q)$ : 权力租金, 即官员在位置上可能收受的贿赂, 也可看作不腐败的机会成本. 一般来说, 权力  $q$  越大, 权力租金越高.
- ▶  $p$ : 腐败行为被发现暴露的概率.
- ▶  $F$ : 对腐败的处罚.
- ▶  $U$ : 政府外的保留效用.
- ▶  $\alpha$ : 官员的羞耻感或脸皮厚度.
- ▶ 官员腐败的期望收益

$$(1 - p)(W + B(q)) + p(U - \alpha F)$$

- ▶ 官员不腐败的条件:

$$W \geq \frac{1 - p}{p} B(q) + U - \alpha F$$

- ▶ 如何控制腐败? 提高  $p, F, W, \alpha$ , 减少  $q$ .

# Contents

个体理性与囚徒困境

动态博弈与承诺

重复博弈与合作

非对称信息与逆向选择

信号传递与社会规范

机制设计与道德风险

不完全信息博弈与声誉

演化博弈与自发秩序

民主投票与群体聚合

零知识证明与隐私保护

稳定婚姻问题

## 狐狸、权力与不完全信息

- ▶ 小女孩提着一篮子鸡蛋穿过树林.
- ▶ 喜欢抢鸡蛋吃的狐狸跳了出来: “我是狐狸!”
- ▶ 小女孩: “怎么证明你是狐狸?”
- ▶ 狐狸: “我有厚厚的皮毛.”
- ▶ 小女孩: “兔子也有厚厚的皮毛.”
- ▶ 狐狸: “我有毛茸茸的尾巴.”
- ▶ 小女孩: “松鼠也有毛茸茸的尾巴.”
- ▶ 狐狸一直试图证明自己, 不知不觉跟着小女孩走出了树林.
- ▶ 一只猎犬经过吓跑了狐狸.
- ▶ 狐狸边跑边喊, “不信你问猎犬, 我真的是狐狸!”
- ▶ 小女孩: “我知道, 我早就知道.”

|     | 攻击     | 不攻击  |
|-----|--------|------|
| 防卫  | -2, -2 | 0, 0 |
| 不防卫 | -1, 1  | 0, 0 |

Table: 与狐狸博弈

|     | 攻击    | 不攻击  |
|-----|-------|------|
| 防卫  | 0, -2 | 0, 0 |
| 不防卫 | -1, 1 | 0, 0 |

Table: 与兔子/松鼠博弈

**Remark:** 权力需要被认可, 如果得不到认可, 权力也将不复存在. 如果有人试图用权力吓唬你, 你应该提出质疑, 让对方承担举证的责任.



## 声誉的积累

$$\begin{aligned} P(\text{君子} | \text{好事}) &= \frac{P(\text{君子} \wedge \text{好事})}{P(\text{好事})} \\ &= \frac{P(\text{好事} | \text{君子})P(\text{君子})}{P(\text{好事} | \text{君子})P(\text{君子}) + P(\text{好事} | \neg \text{君子})P(\neg \text{君子})} \end{aligned}$$

- ▶ 人不知而不愠, 不亦君子乎
- ▶ 勿以善小而不为, 勿以恶小而为之
- ▶ 狼来了
- ▶ 烽火戏诸侯
- ▶ “伪君子” 为什么更可恨?

# Contents

个体理性与囚徒困境

动态博弈与承诺

重复博弈与合作

非对称信息与逆向选择

信号传递与社会规范

机制设计与道德风险

不完全信息博弈与声誉

演化博弈与自发秩序

民主投票与群体聚合

零知识证明与隐私保护

稳定婚姻问题

## 演化博弈 — 婚姻博弈

|     | 物质型  | 感情型  |
|-----|------|------|
| 物质型 | 1, 1 | 0, 0 |
| 感情型 | 0, 0 | 2, 2 |

- ▶ 假定总人口中, 物质型的比例为  $x$ , 感情型的比例为  $1 - x$ .
- ▶ 对任何一个个体而言, 物质型的期望效用:  $x1 + (1 - x)0 = x$ .
- ▶ 感情型的期望效用:  $x0 + (1 - x)2 = 2(1 - x)$ .
- ▶ 如果  $x > 2/3$ , 物质型更适合生存, 将演化成稳定均衡.
- ▶ 如果  $x < 2/3$ , 感情型更适合生存, 将演化成稳定均衡.
- ▶ 如果  $x = 2/3$ , 两类人有同样的适应性, 但此二元均衡是非稳定的.

## 演化博弈 — 鹰鸽博弈

|   | 鹰      | 鸽                          |
|---|--------|----------------------------|
| 鹰 | -1, -1 | 1, 0                       |
| 鸽 | 0, 1   | $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ |

- ▶ 假定鹰派的比例是  $x$ , 鸽派的比例是  $1 - x$ .
- ▶ 鹰派的效用:  $-1x + 1(1 - x) = 1 - 2x$ .
- ▶ 鸽派的效用:  $0x + \frac{1}{2}(1 - x) = \frac{1}{2}(1 - x)$ .
- ▶ 如果  $x < 1/3$ , 鹰派占优势, 不稳定.
- ▶ 如果  $x > 1/3$ , 鸽派占优势, 不稳定.
- ▶ 如果  $x = 1/3$ , 同样的适应性, 稳定.
- ▶ 如果初始人口由单一类型构成, 另一类型可以成功入侵, 直到均衡.
- † 两个纯策略均衡: (鹰、鸽), (鸽、鹰); 一个混合均衡:  $(1/3, 2/3)$
- △ 假定存在某种显性的标记机制: 在博弈开始之前, 每个人收到一个信号:  $A$  或  $B$ ; 概率是  $1/2$ ; 信号完全负相关; 标记是公共知识.
- 1. 如果  $A$ , 选择“鹰”; 如果  $B$ , 选择“鸽”. 是 ESS.
- 2. 如果  $A$ , 选择“鸽”; 如果  $B$ , 选择“鹰”. 是 ESS.
- 3. 无论  $AB$ , 以  $1/3$  的概率选择“鹰”,  $2/3$  的概率选择“鸽”. 不是 ESS.

# 自发秩序与产权制度

- ▶ 社会秩序是所有人行为选择的结果, 但不是集体理性集中设计的结果, 而是自发演化的结果.
- ▶ 社会规范是演化稳定策略, 但不一定是帕累托最优的.
- ▶ 虽然不是集体理性集中设计的产物, 但“制度企业家”扮演了重要角色. (哲学王)
- ▶ 改变游戏规则, 进行制度创新. 创新意味着让人们用新的价值观念代替旧的价值观念、用新的行为方式代替旧的行为方式、用新的是非观和新的善恶观代替旧的是非观和旧的善恶观, 意味着我们要认同原来可能不认同的东西或不再认同我们原来认同的东西.  
— 儒家: “仁、义、礼、智、信”, “己所不欲勿施于人”, “以德报德, 以直报怨”, “君君臣臣父父子子”.
- ▶ 制度企业家面临的不确定性和风险挑战异于常人. 他们不能以“利”和“名”为目的, 买他们账的“客户”可能在遥远的未来.
- ▶ “自私的”基因 & 迷因 (meme)

## 演化稳定策略 Evolutionarily Stable Strategy

- ▶ 静态: 一个特定的行为模式被称为是演化稳定的, 如果它的种群不能被变异所入侵, 或者说, 任何偏离行为模式的个体具有更低的生存能力, 种群将会恢复到原来的状态.
- ▶ 动态: 假定初始状态存在多样的行为模式, 随着时间的推移, 如果某个特定的行为模式能逐步主导整个种群, 这个特定的行为模式就是演化稳定的.

# Contents

个体理性与囚徒困境

动态博弈与承诺

重复博弈与合作

非对称信息与逆向选择

信号传递与社会规范

机制设计与道德风险

不完全信息博弈与声誉

演化博弈与自发秩序

民主投票与群体聚合

零知识证明与隐私保护

稳定婚姻问题

# 群体聚合 Group Aggregation

## 提案:

- A 大学教育应该免费.
- B 人人都应该有上大学的权利.
- C 政府应该增加在大学教育上的投入.

$$\frac{A \quad B}{C}$$

## 民意调查:

甲: A, B

A: 2 票

乙: A,  $\neg C$

B: 2 票

丙: B,  $\neg C$

$\neg C$ : 2 票

**Remark:** 如果是序贯投票, 则可以通过操纵投票顺序来控制选举结果.



# 投票制度

1. **相对多数法 (plurality method)**: 选民每人投一个候选人
2. **双选投票法 (vote-for-two method)**: 选民每人投两个候选人
3. **反相对多数法 (anti-plurality method)**: 选民每人投  $n - 1$  个候选人, 即投票剔除一个候选人
4. **绩点评分法 (GPA method)**: 选民对所有  $n$  个候选人进行排序
  - ▶ 第一名得  $n - 1$  分
  - ▶ 第二名得  $n - 2$  分
  - ▶ 倒数第二名得 1 分
  - ▶ 最后一名 0 分

GPA 得分最高者当选.

5. **排序选择法 (ranked-choice voting)**: 选民对所有  $n$  个候选人进行排序
  - 5.1 首轮计票时, 只计算选民的首选票. 如果有候选人获得过半数选票, 该候选人当选.
  - 5.2 如果没有候选人过半数, 就将票数最少的候选人淘汰, 把选择该候选人为首选的选票, 按次选票的候选人重新分配.
  - 5.3 重复第 2 步, 直到某个候选人获得过半数选票为止.

# 选举结果反映的究竟是民意还是选取方法的选择?

|   |                 |
|---|-----------------|
| 2 | $a > b > c > d$ |
| 2 | $a > d > c > b$ |
| 2 | $c > b > d > a$ |
| 3 | $d > b > c > a$ |

Table: 9 个选民, 4 个候选人

- ▶ 根据“相对多数法”, a 赢:  $a_4 > d_3 > c_2 > b_0$
- ▶ 根据“双选投票法”, b 赢:  $b_7 > d_5 > a_4 > c_2$
- ▶ 根据“反相对多数法”, c 赢:  $c_9 > b_7 = d_7 > a_4$
- ▶ 根据“绩点评分法”, d 赢:  $d_{15} > b_{14} > c_{13} > a_{12}$

## 当有候选人退出时会怎样?

|   |                 |
|---|-----------------|
| 3 | $a > c > d > b$ |
| 6 | $a > d > c > b$ |
| 3 | $b > c > d > a$ |
| 5 | $b > d > c > a$ |
| 2 | $c > b > d > a$ |
| 5 | $c > d > b > a$ |
| 2 | $d > b > c > a$ |
| 4 | $d > c > b > a$ |

Table: 30 个选民, 4 个候选人

- ▶ 根据“相对多数法”, a 赢:  $a9 > b8 > c7 > d6$
- ▶ 如果 d 退出:  $c11 > b10 > a9$
- ▶ 如果 c 退出:  $d11 > b10 > a9$
- ▶ 如果 b 退出:  $d11 > c10 > a9$
- ▶ 如果 a 退出:  $d12 > c10 > b8$
- ▶ 根据“绩点评分法”, d 赢:  $d58 > c54 > b41 > a27$
- ▶ 根据“排序选择法”, c 赢:  $c20 > b10$

# Arrow's Impossibility Theorem

## Theorem (Arrow's Impossibility theorem)

*In an election with candidates  $\geq 3$ , any voting system that is unanimous and independence of irrelevant alternatives must be a dictatorship!*

- ▶ unanimous: if everyone agrees, consensus decides the outcome
- ▶ independence of irrelevant alternatives: a voter can't move  $a$  above  $b$  by lying about how they feel about  $c$
- ▶ nondictatorship: no single voter gets to decide the outcome

## 对无关选项独立性 IIA 的质疑

| 排序 | 张三 | 李四 | 王五 | 赵六 |
|----|----|----|----|----|
| 1  | x  | x  | a  | a  |
| 2  | a  | a  | b  | b  |
| 3  | b  | b  | y  | y  |
| 4  | y  | y  | x  | x  |

| 排序 | 张三 | 李四 | 王五 | 赵六 |
|----|----|----|----|----|
| 1  | a  | a  | y  | y  |
| 2  | b  | b  | a  | a  |
| 3  | x  | x  | b  | b  |
| 4  | y  | y  | x  | x  |

- ▶ 在两个表中,  $x$  和  $y$  的相对排序是一样的. 张三和李四偏好  $x \succ y$ , 王五和赵六偏好  $y \succ x$ .
- ▶ 直观上, 表 1 中偏好  $x \succ y$  的人比偏好  $y \succ x$  的人的“感受更为强烈”; 表 2 则相反. 我们可能会说, 表 1 中  $x \succ y$  是有道理的, 而表 2 中  $y \succ x$  是有道理的.
- ▶ IIA 要求两表中社会对  $x$  和  $y$  的偏好一样: 要么  $x \succ y$ , 要么  $y \succ x$ .

# 社会选择理论 Social Choice Theory

- ▶ 计算社会选择理论: 用计算复杂性防止坏情况的发生
- ▶ 用逻辑做投票协议验证
  - ▶ 隐私性: 没有别人能知道你投的是谁
  - ▶ 无收据性: 你不能证明给别人你投了特定人的票
  - ▶ 可核查性: 你自己能检查你的票是不是被算进去了
  - ▶ 公平性: 之前投票的部分结果不会影响之后投票的结果

# Contents

个体理性与囚徒困境

动态博弈与承诺

重复博弈与合作

非对称信息与逆向选择

信号传递与社会规范

机制设计与道德风险

不完全信息博弈与声誉

演化博弈与自发秩序

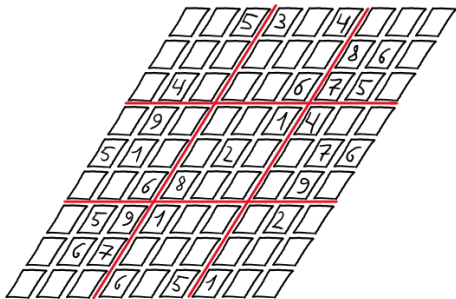
民主投票与群体聚合

零知识证明与隐私保护

稳定婚姻问题

# 零知识证明 Zero-Knowledge Proof

- ▶ 小帅给小美出了一道非常难的数独题.
- ▶ 小美怎么也解不出来, 怀疑小帅在耍她: “这道题无解!”
- ▶ 小帅说: “我会用零知识证明的方法给你证明这题有解. 我不会把解给你看, 却能让你信服我确实有这题的解.”



提示: 准备九个袋子 😊



# Contents

个体理性与囚徒困境

动态博弈与承诺

重复博弈与合作

非对称信息与逆向选择

信号传递与社会规范

机制设计与道德风险

不完全信息博弈与声誉

演化博弈与自发秩序

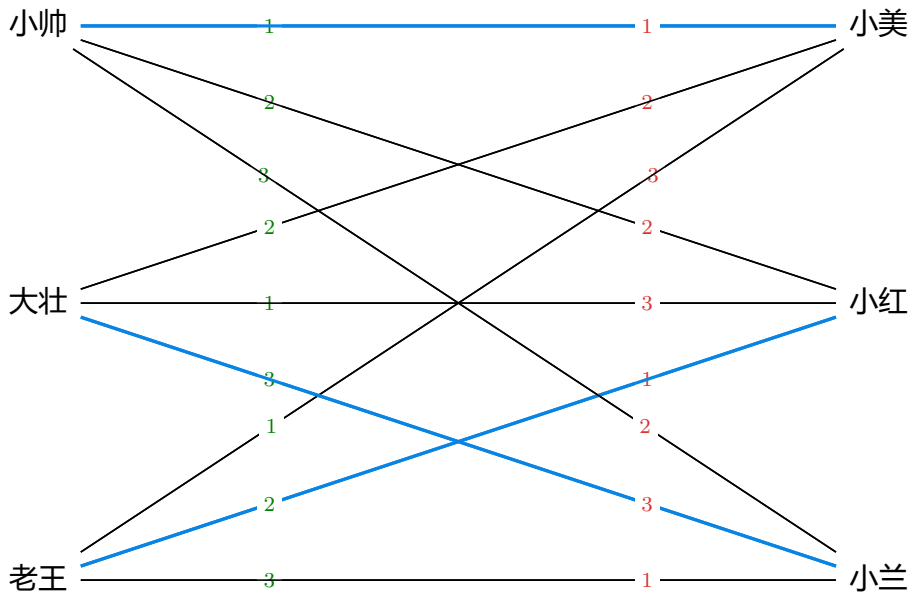
民主投票与群体聚合

零知识证明与隐私保护

稳定婚姻问题

# 稳定婚姻问题

- ▶  $n$  男  $n$  女, 每人对异性都有偏好排序.
- ▶ 一个匹配是**不稳定的**, 如果有一对男女, 相对于自己的现任配偶, 更中意彼此.
- ▶ 稳定匹配是否存在?
- ▶ 怎么找到稳定匹配?
  - ▶ Day 0: 每人对异性进行排序.
  - ▶ Day 1: (a.m.) 每个男生向他最中意的女生表白.  
(p.m.) 每个女生选择自己最中意的求爱对象, 拒绝其他男生.
  - ▶ Day  $n + 1$ : (a.m.) 依然单身的男生向还没拒绝过他的最中意的女生表白, 不管对方是否已有男朋友.  
(p.m.) 每个女生选择自己最中意的求爱对象, 拒绝/抛弃其他男生.
  - ▶ 直到所有人都有对象为止.
- ▶ 在男生主动表白的稳定匹配中, 每个男生都获得了他所能获得的最佳配偶!
- ▶ 每个女生都获得了她所能获得的最差配偶!



Thank 