Método de Newton-Raphson

Disciplina: Métodos Numéricos
Professor: Gibson Barbosa
Email: gibson.barbosa@unicap.br

Método de Newton-Raphson

- Série de Taylor

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

$$p(x) = f(a) + f'(a)\frac{(x-a)^1}{1!} + f''(a)\frac{(x-a)^2}{2!} + \ldots + f^{(n)}(a)\frac{(x-a)^n}{n!}$$

Método de Newton-Raphson

- Seja f(x) uma função contínua no intervalo [a,b] que possui uma única raiz para f(x) = 0 nesse intervalo.
  - f'(x) e f''(x), também devem ser contínuas nesse intervalo
  - $f'(x) \neq 0$
- A aproximação x_k para a raiz é obtida tomando como base uma série de Taylor para f (x) = 0

$$f(x) = f(x_k) + f'(x_k) \cdot (x - x_k)$$

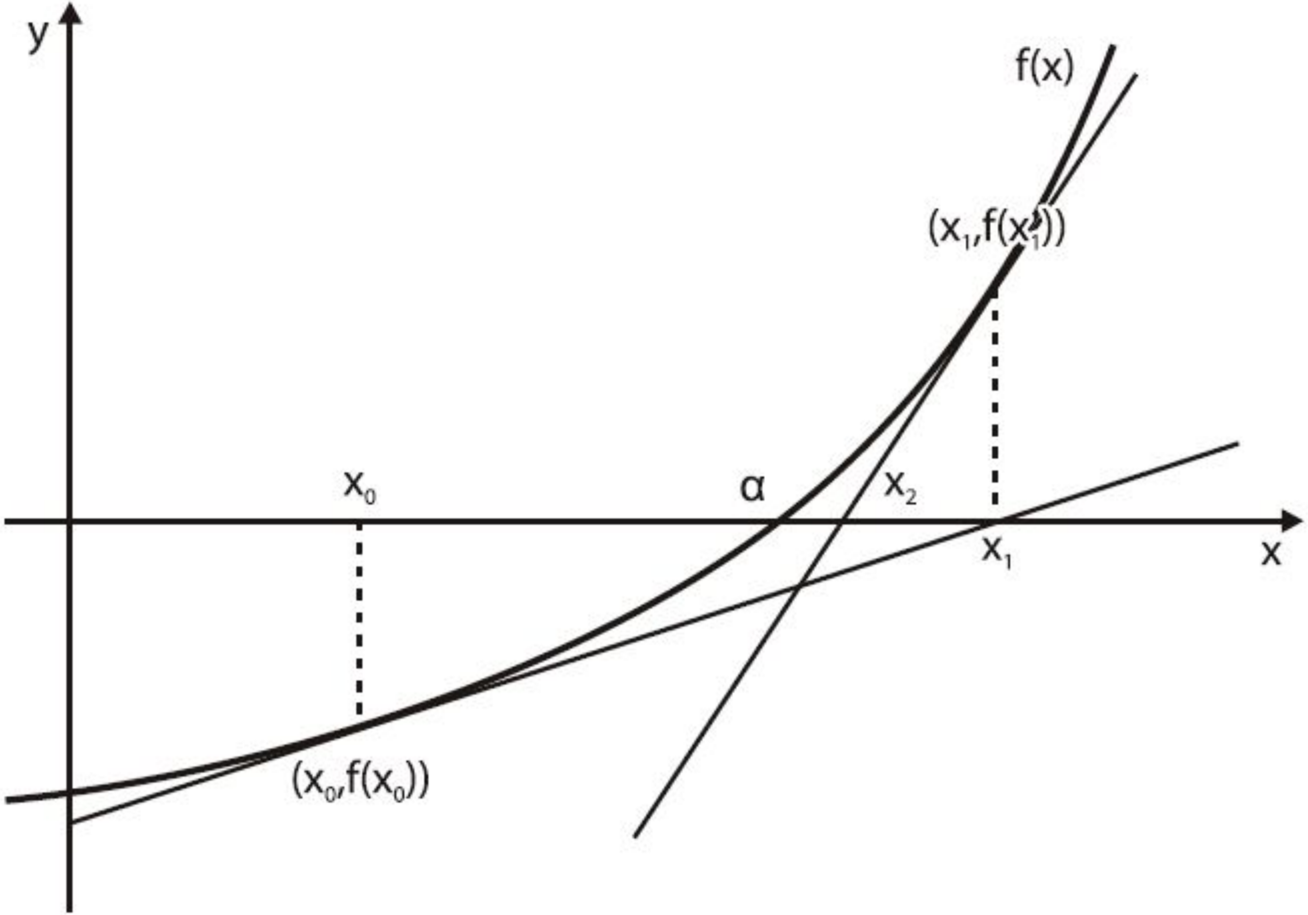
- Dado que x_{k+1} é raiz da equação

$$f(x_{k+1}) = 0 \Rightarrow f(x_k) + f'(x_k)\cdot(x_{k+1} - x_k) = 0$$

$$f(x_k) = -f'(x_k)\cdot(x_{k+1} - x_k)$$

$$(x_{k+1} - x_k) = -\frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$


y
f(x)
(x1,f(x1))
x0
α
x2
x1
x
(x0,f(x0))

Exercício 1

- Determinar uma aproximação para a raiz, usando o método de Newton-Raphson, da equação $x^2 + \ln(x) = 0$, tendo como aproximação inicial $x_0 = 0,5$
  - Tolerância $e \leq 10^{-2}$
  - Critério de parada: $|f(x_{k+1})| \leq e$, $k = 0,1,2,3,\ldots,n$
  - Utilizar o método de arredondamento

Exercício 2

- Equação $x^3 + 2x^2 + x - 1 = 0$, determinar uma aproximação para a raiz pelo método de Newton-Raphson,
    - Precisão $e \leq 10^{-2}$.
    - Utilizar arredondamento

k	**x_k**	**$f(x_k)$**	**CP**
0	0,6250	0,6504	$6{,}5040\times10^{-1}$
1	0,4858	0,0725	$7{,}2500\times10^{-2}$
2	0,4660	0,0015	$1{,}5000\times10^{-3}$
3	**0,4656**	0,0001	$1{,}0000\times10^{-4}$

Convergência

1. A função f (x) é contínua no intervalo [a,b] e as derivadas f '(x) e f ''(x) devem ser não nulas e preservar o sinal no intervalo dado
2. A escolha do valor inicial x_0 deve ser tal que:

$$f(x_0) \cdot f''(x_0) > 0$$

- O método de Newton-Raphson é um dos métodos mais eficientes para resolver o problema de encontrar as raízes de uma equação
    - Deve atender às condições de convergências, ou seja, deve ter uma boa aproximação inicial x_0
    - Acelera a convergência da sequência de aproximações $\{x_k\}$ para a raiz exata da equação.
- Requer cálculos mais elaborados, pois envolve derivadas de funções

Obrigado!