

Método da Bissecção

Disciplina: Métodos Numéricos
Professor: Gibson Barbosa
Email: gibson.barbosa@unicap.br

- Localização de raízes
- Método da bissecção
- Método da falsa posição
- Método de Newton-Raphson
- Método da secante

- Entender que na resolução de muitos problemas das ciências exatas se faz uso de diversos tipos de equações
- Resolver equações algébricas e transcendentais usando métodos numéricos.
- Encontrar aproximações para raízes das equações usando o processo gráfico
- Fazer uso de recursos computacionais, como softwares e calculadoras gráficas, para resolver equações
- Analisar as respostas obtidas para equações quando se faz uso das ferramentas computacionais

Método da Bissecção

- Descrição do método:
 - reduzir a amplitude do intervalo $[a,b]$ que contém a raiz a até que a precisão requerida seja atingida.
- Dividir o intervalo em duas partes iguais e verificar em qual das partes a raiz se encontra.
- Repetir o processo até que a precisão desejada seja alcançada.

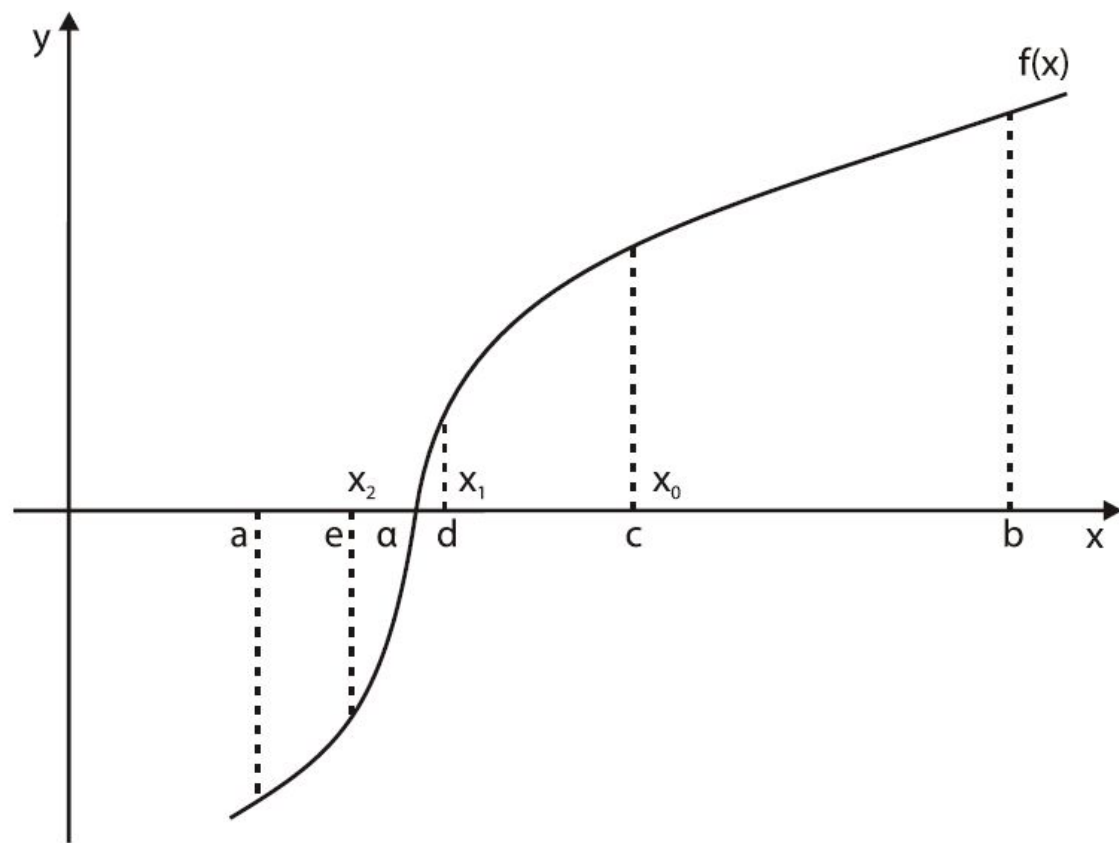
Etapas

1. Dividir o intervalo em duas partes iguais
2. Verificar em qual das partes a raiz se encontra
3. Descartar a outra parte do intervalo
4. Repetir o processo até que a precisão desejada seja alcançada.

- Encontrar uma única raiz de uma equação $f(x)=0$ em um intervalo $[a,b]$ contínuo, onde $f(a) * f(b) < 0$.

- Para isso, devemos dividir ao meio o intervalo inicial, em dois subintervalos $[a,c]$ e $[c,b]$ a serem considerados. Se $f(a) \cdot f(c) < 0$, então $\alpha \in [a,c]$; caso contrário, $\alpha \in [c,b]$.

- Este processo se repete até que se obtenha uma aproximação da raiz exata a que atenda a tolerância ε estabelecida.



- As iterações x_k , $k = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ serão realizadas da seguinte maneira:

$$x_0 = \frac{a+b}{2} = x \Rightarrow \begin{cases} f(a) < 0 \\ f(b) > 0 \Rightarrow x_0 \in (a, c) \\ f(c) > 0 \end{cases}$$

Critério de parada (CP): se $CP = |c - a| < e \Rightarrow x_0 = c$ é a raiz aproximada de a que atende a tolerância e . Entretanto, se $CP = |c - a| > e$, significa que a aproximação da raiz $x_0 = c$ não atende a tolerância e , portanto, deve-se fazer uma nova iteração para gerar uma nova aproximação x_1 . Segue-se este raciocínio até que o critério de parada seja atendido.

$$x_1 = \frac{a+c}{2} = d \Rightarrow \begin{cases} f(a) < 0 \\ f(c) > 0 \Rightarrow x_1 \in (a, d) \\ f(d) > 0 \end{cases}$$

$$x_2 = \frac{a+d}{2} = e \Rightarrow \begin{cases} f(a) < 0 \\ f(d) > 0 \Rightarrow x_2 \in (e, d) \\ f(e) < 0 \end{cases}$$

Exercício 1

A raiz ou zero da equação $x^2 + \ln(x) = 0$ está no intervalo $[0,5; 1]$. Determinar uma aproximação para essa raiz que atenda a tolerância $\epsilon \leq 10^{-2}$.

- Arredondar em 2 casas decimais

Exercício 2

Determinar uma aproximação para a raiz real da equação $x^5 + 2x^3 + 2x + 1 = 0$ que atenda a precisão $\epsilon \leq 10^{-2}$.

Utilizar o método de truncamento.

k	a_i	b_i	x_k	CP
0	-1,00	0,00	-0,50	$5,00 \times 10^{-1}$
1	-0,50	0,00	-0,25	$2,50 \times 10^{-1}$
2	-0,25	-0,50	-0,37	$1,30 \times 10^{-1}$
3	-0,37	-0,50	-0,43	$6,00 \times 10^{-2}$
4	-0,43	-0,37	-0,40	$3,00 \times 10^{-2}$
5	-0,43	-0,40	-0,41	$2,00 \times 10^{-2}$
6	-0,43	-0,41	-0,42	$1,00 \times 10^{-2}$

Notas:

k = interação

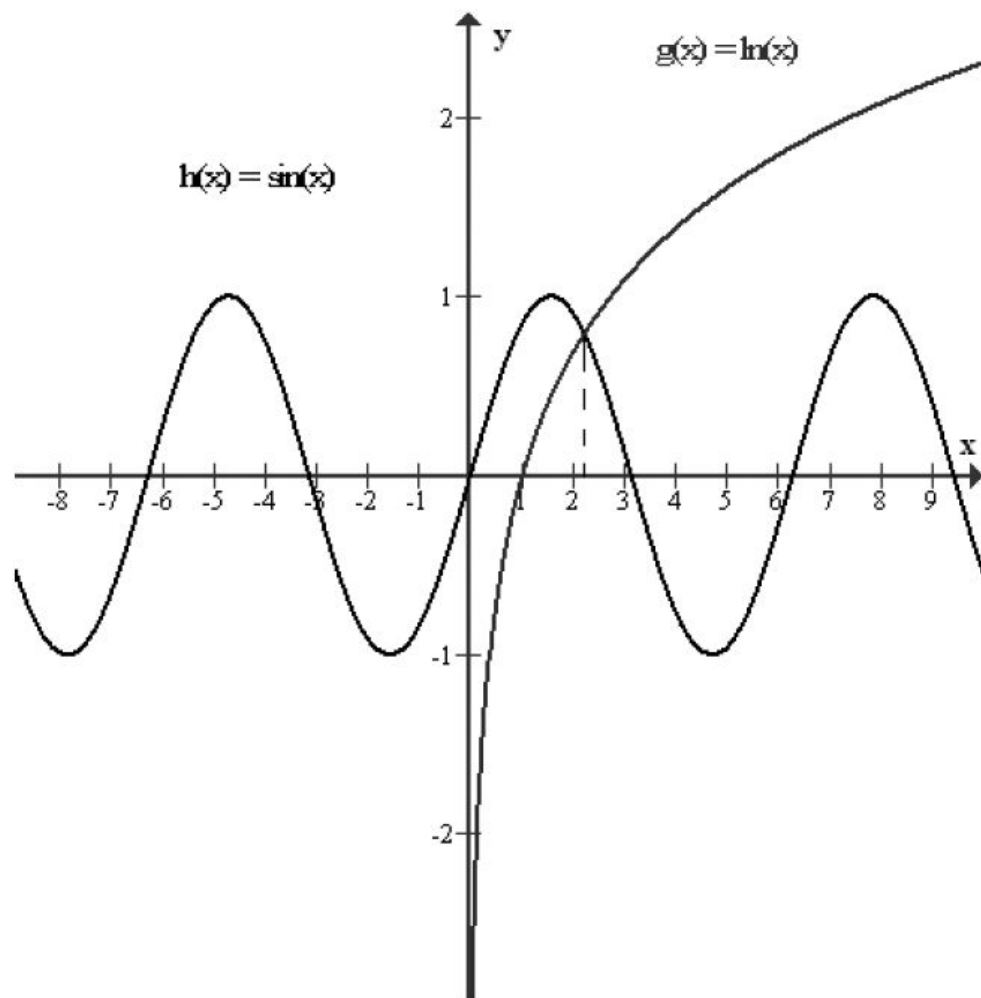
CP = critério de parada



Raiz da equação

Exercício 3

Determinar a raiz da equação $\sin(x) - \ln(x) = 0$ que atenda uma tolerância $\epsilon \leq 10^{-5}$. Nos cálculos, usar o método do arredondamento.



k	a_i	b_i	x_k	CP
0	2,00000	2,50000	2,25000	$2,50000 \times 10^{-1}$
1	2,00000	2,50000	2,12500	$1,25000 \times 10^{-1}$
2	2,12500	2,50000	2,18750	$6,25000 \times 10^{-2}$
3	2,18750	2,50000	2,21875	$3,12500 \times 10^{-2}$
4	2,21875	2,50000	2,23438	$1,56300 \times 10^{-2}$
5	2,21875	2,23438	2,22657	$7,82000 \times 10^{-3}$
6	2,21875	2,22657	2,22266	$3,91000 \times 10^{-3}$
7	2,21875	2,22266	2,22071	$1,96000 \times 10^{-3}$
8	2,21875	2,22071	2,21973	$9,80000 \times 10^{-4}$
9	2,21875	2,21973	2,21294	$4,90000 \times 10^{-4}$
10	2,21875	2,21294	2,21900	$2,40000 \times 10^{-4}$
11	2,21900	2,21294	2,21912	$1,20000 \times 10^{-4}$
12	2,21900	2,21912	2,21910	$2,00000 \times 10^{-5}$
13	2,21910	2,21912	2,21911	$1,00000 \times 10^{-5}$

Notas:

k = interação

CP = critério de parada



Raiz da equação

Obrigado!

Passo a passo	Ação a ser realizada
Estimativa inicial	Iniciar a execução do método a partir da aproximação inicial.
Geração de aproximações	Aplicar os mais diversos métodos iterativos para gerar uma sequência x_k ; $k = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ de aproximações da raiz.
Critério de parada	Estabelecer um critério que indica quando o processo iterativo deve parar, por exemplo, o critério $ x^* - \alpha \leq e$ ou $ f(x^*) \leq e$, onde e = tolerância.
Tolerância ou estimativa de exatidão	Estimar o erro cometido em associação com o critério de parada.

