Método de Iteração Linear (MIL)

Disciplina: Métodos Numéricos
Professor: Gibson Barbosa
Email: gibson.barbosa@unicap.br

Método de Iteração Linear (MIL)

- Seja f(x) uma função contínua no intervalo [a,b] que possui uma única raiz para f(x) = 0 nesse intervalo
- Inicia-se escrevendo a função f(x) como

$$f(x) = \varphi(x) - x$$

$$f(x) = \varphi(x) - x = 0$$

$$\varphi(x) = x$$

Método de Iteração Linear (MIL)

- Ao substituir o valor de x na função $\phi(x)$, teremos como resultado o próprio valor de x
- A raiz de $f(x)$ será o ponto fixo de $\phi(x)$, ou seja, o valor que ao ser substituído em $\phi(x)$ retorna o próprio valor de x

Método de Iteração Linear (MIL)

- Ex.:

$$f(x) = x^2 - x - 2$$

Método de Iteração Linear (MIL)

- Ex.:

$$f(x) = x^2 - x - 2$$

$$f(x) = x^2 - 2 - x = \varphi(x) - x$$

$$\varphi(x) = x^2 - 2$$

$$\varphi(2) = 2^2 - 2 = 2$$

$$f(2) = 2^2 - 2 - 2 = 0$$

Método de Iteração Linear (MIL)

- Para encontrarmos a raiz de f(x), podemos encontrar o valor numérico que ao substituirmos em ϕ(x), essa função retorna o próprio valor de x.
- Para encontrarmos esse valor de x, vamos utilizar um processo iterativo, onde começamos a calcular o valor de ϕ(x) com um valor inicial de x, e recalculamos repetidamente o valor de ϕ(x) sempre usando o resultado de uma dada iteração como a nova estimativa de x, ou seja, fazendo:

$$x_{k+1} = \varphi(x_k)$$

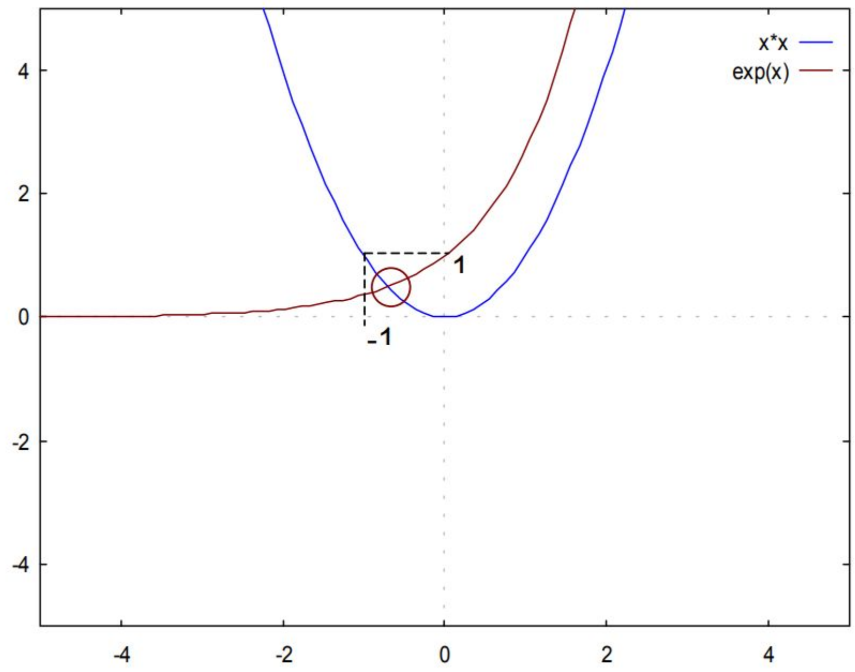
Método de Iteração Linear (MIL)

- Estime a raiz da função $f(x) = x^2 - e^x$
  - Arredondar em 3 casas decimais

Método de Iteração Linear (MIL)

- Estime a raiz da função $f(x) = x^2 - e^x$

$$f(x) = g(x) - h(x) \Rightarrow g(x) = x^2 \text{ e } h(x) = e^x$$



Método de Iteração Linear (MIL)

- Estime a raiz da função $f(x) = x^2 - e^x$

$$f(x) = 0$$

$$x^2 - e^x = 0$$

$$x = \pm\sqrt{e^x}$$

$$\varphi(x) = \sqrt{e^x}$$

$$\varphi(x) = -\sqrt{e^x}$$

Método de Iteração Linear (MIL)

- Estime a raiz da função f(x) = $x^2 - e^x$
  - Para $\varphi(x) = -\sqrt{e^x}$ e $x_0 = -1$

$$x_0 = -1 \rightarrow \varphi(x_0) = \varphi(-1) = -\sqrt{e^{-1}} = -0{,}606$$

$$x_1 = -0{,}606 \rightarrow \varphi(x_1) = \varphi(-0{,}606) = -\sqrt{e^{-0{,}606}} = -0{,}738$$

$$x_2 = -0{,}738 \rightarrow \varphi(x_2) = \varphi(-0{,}738) = -\sqrt{e^{-0{,}738}} = -0{,}691$$

$$x_3 = -0{,}691 \rightarrow \varphi(x_3) = \varphi(-0{,}691) = -\sqrt{e^{-0{,}691}} = -0{,}707$$

$$x_4 = -0{,}707$$

Método de Iteração Linear (MIL)

- Estime a raiz da função $f(x) = x^2 - e^x$
    - Para $\varphi(x) = -\sqrt{e^x}$ e $x_0 = -1$

x	$f(x) = x^2 - e^x$
-1	0,632
-0,606	-0,178
-0,738	0,067
-0,691	-0,024
-0,707	0,007

Método de Iteração Linear (MIL)

Condições para aplicar o MIL:

Seja uma função f(x) contínua em um intervalo [a,b] e α uma raiz de f(x) contida em [a,b]. Seja ϕ(x) uma função de iteração obtida a partir de f(x),

Se

- ϕ(x) e ϕ’(x) forem contínuas em [a,b]
- |ϕ’(x)| < 1 (para todo) ∀ x ∈ [a,b]
- x0 ∈ [a,b]

Então

$$\lim_{n \to +\infty} x_n = \alpha$$

Referencias

- https://www.professores.uff.br/salete/wp-content/uploads/sites/111/2017/08/calnumI.pdf

Obrigado!