

Ejercicios (I)

Autómatas y Matemáticas Discretas

2016-2017

1. Alfabetos, cadenas y operaciones

1. Consideramos el alfabeto $X = \{0, 1\}$.
 - a) Dar tres cadenas sobre X , una de longitud 4, otra de longitud 6 y otra de longitud 1.
 - b) Hallar X^0 , X^1 , X^2 , X^3
 - c) Escribir las 10 primeras cadenas (ordenadas por longitud) de X^* y X^+
2. Consideramos $L_1 = \{abbc, bca, bba, ab\}$, $L_2 = \{ab, abb\}$ y $L_3 = \{\lambda, bddd\}$ tres lenguajes sobre $X = \{a, b, c, d\}$.
 - a) Hallar las cadenas de L_1^* de longitud 6.
 - b) Hallar las cadenas de $L_1 \cdot L_2$ de longitud 6.
 - c) Hallar las cadenas de $(L_2 \cup L_3)^2$ de longitud 5 o menos.
3. Dados $L = \{\lambda, 011\}$ y $M = \{110, 01, 0\}$ dos lenguajes sobre $X = \{0, 1\}$, hallar
 - a) $M \cup L$ y $L \cup M$
 - b) $M \cdot L$ y $L \cdot M$
 - c) L^4
 - d) Las cadenas de M^* de longitud 6.
 - e) Las cadenas de $L \cdot L$ de longitud 6.
 - f) Las cadenas de $(L \cup M)^2$ de longitud 5 o menos.
 - g) Escribir al menos 10 cadenas, ordenadas por longitud, de cada uno de los siguientes lenguajes: L^* , $L^* \cdot M$ y $L^* \cup M$.
 - h) Encontrar el lenguaje N que resuelve la ecuación:
 - 1) $L \cdot N = \{a, ab, 001a, 011ab, 01, 01101\}$
 - 2) $N \cdot M = \{11110, 1101, 110, 01110, 0101, 010, 10110, 1001, 100\}$
4. ¿Cuántas cadenas tienen los siguientes lenguajes sobre $\{a, b, c, d, e\}$?
 - a) Palabras de longitud 3 que empiezan por a y contienen por lo menos una e .
 - b) Palabras de longitud 4 que empiezan con a , terminan por b y contienen al menos una c o una d .
 - c) Palabras de longitud 4 que empiezan con d , terminan por b o c y no contienen c 's en las posiciones 2 ni 3.

2. Expresiones regulares

1. Enumerar las palabras de los siguientes lenguajes (o las de longitud cinco o menos si el lenguaje es infinito).
 - a) 0
 - b) $0 + 1$
 - c) $0 \cdot 1$
 - d) $0(0 + 1)$
 - e) $0 + 1 + 01$
 - f) $(0 + 1)(0 + 1)$
 - g) $(01) + (10)$
 - h) $01 + 00$
 - i) $0(0 + 1)0$
 - j) $(0 + 1)(0 + 1)(0 + 1)(0 + 1)(0 + 1)(0 + 1)$

- k)* $(0 + \lambda)(1 + 11)$
- l)* $(00 + 1)(00 + \lambda)$
- m)* 0^*
- n)* 0^+
- ñ)* 10^*1
- o)* $(00)^*$
- p)* $(0 + 1)^*$
- q)* $(0^*0)1 + 1$
- r)* $0(0 + 1)^*0$
- s)* $(0 + 1)^*0(0 + 1)(0 + 1)$
- t)* $0^*10^*10^*10^*1$

2. Encontrar una expresión regular correspondiente a los siguientes lenguajes sobre $\{0, 1\}$

- a)* Palabras de longitud 3 que empiezan y terminan por 0.
- b)* Palabras de longitud 3 que empiezan y terminan por el mismo símbolo.
- c)* Palabras de longitud 3.
- d)* Cualquier posible palabra sobre $\{0, 1\}$.
- e)* Palabras que empiezan por 0.
- f)* Palabras que terminan por 1.
- g)* Palabras que empiezan y terminan con el mismo símbolo.
- h)* Palabras que empiezan y terminan con distinto símbolo.
- i)* Palabras que contienen 101 como subcadena.
- j)* Palabras que consisten en 0's y 1's alternados.
- k)* Palabras que terminan en 1101.
- l)* Palabras que que contienen exactamente dos 0's.
- m)* Palabras que que contienen como mucho dos 0's.
- n)* Palabras que que contienen al menos dos 0's.
- ñ)* Palabras que contienen exactamente cuatro 0's.
- o)* Palabras que contienen exactamente cuatro 0's y al menos dos 1's.
- p)* Palabras de longitud par.
- q)* Palabras de longitud impar.
- r)* Palabras que tienen dos 0's seguidos.
- s)* Palabras que NO tienen dos 0's seguidos. (!)
- t)* Palabras que NO contienen 101 como subcadena. (!)

3. Encontrar una expresión regular correspondiente a los siguientes lenguajes sobre $X = \{a, b, c\}$

- a)* Palabras que contienen al menos una *a* y una *b*.
- b)* Palabras en las que el cuarto símbolo por la derecha es *c*.
- c)* Palabras en las que el cuarto símbolo por la izquierda es *c*.
- d)* Palabras con un número par de *a*'s.
- e)* Palabras con un número impar de *a*'s.
- f)* Palabras *w* tales que $|w| \bmod 3 = 1$.

4. Encontrar una expresión regular correspondiente a los siguientes lenguajes sobre $\{0, 1\}$

- a)* Palabras que comienzan por 0 y tienen longitud impar o empiezan por 1 y tienen longitud par.
- b)* Palabras que no contienen la subcadena 11.
- c)* Palabras de longitud a lo sumo 5.
- d)* Palabras que tienen 1's en todas sus posiciones impares.
- e)* Palabras que tienen exactamente cuatro 0's o un número par de 1's.
- f)* Palabras cuyo penúltimo símbolo es 0.

g) Palabras cuyo antepenúltimo símbolo es 0.

5. Describir en lenguaje natural los lenguajes asociados a las siguientes expresiones regulares:

a) $((a + b + \lambda)(a + b + \lambda)b)^*(a + b + \lambda)(a + b + \lambda)$

b) $(1 + \lambda)(00)^*1^+$

c) $(0^*1^*)^*000(0 + 1)^*$

d) $(0 + 10)^*$

3. Autómatas Finitos

Encontrar autómatas finitos que reconozcan los lenguajes de los ejercicios anteriores.