BAB 3

Matriks, Relasi, dan Fungsi

Sebuah masalah yang telah jelas digambarkan berarti telah terselesaikan sebagian.
(C.F. Kettering)

Hubungan (*relationship*) antara elemen himpunan dengan elemen himpunan lainnya sering dijumpai pada banyak masalah. Misalnya hubungan antara mahasiswa dengan mata kuliah yang diambil, hubungan antara orang dengan kerabatnya, hubungan antara bilangan genap dengan bilangan yang habis dibagi 2, dan sebagainya. Di dalam ilmu komputer, contoh hubungan itu misalnya hubungan antara program komputer dengan peubah yang digunakan, hubungan antara bahasa pemrograman dengan pernyataan (*statement*) yang sah, hubungan antara *plaintext* dan *chipertext* pada bidang kriptografi, dan sebagainya.

Hubungan antara elemen himpunan dengan elemen himpunan lain dinyatakan dengan struktur yang disebut **relasi**. Di dalam bab ini kita akan membicarakan relasi dan sifat-sifatnya, serta jenis khusus relasi yang disebut **fungsi**.

Sebelum membahas relasi dan fungsi, Bab 4 ini akan dimulai dengan pokok bahasan **matriks**. Di dalam matematika diskrit matriks digunakan untuk merepresentasikan struktur diskrit. Struktur diskrit adalah struktur matematika abstrak yang digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Struktur diskrit yang direpresentasikan dengan matriks antara lain relasi, graf, dan pohon.

3.1 Matriks

Materi matriks mungkin sudah tidak asing bagi mahasiswa karena matriks sudah dipelajari sejak di bangku sekolah menengah. Upabab ini hanya merangkum kembali materi yang berkaitan dengan matriks dan relevan dengan matematika diskrit.

DEFINISI 3.1. Matriks adalah adalah susunan skalar elemen-elemen dalam bentuk baris dan kolom. Matriks A yang berukuran dari m baris dan n kolom ($m \times n$) adalah:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Entri a_{ij} disebut elemen matriks pada baris ke-i dan kolom ke-j. Jika $m = n$, maka matriks tersebut dinamakan juga matriks bujursangkar *(square matrix)*. Menuliskan matriks dalam bentuk persegi panjang di atas adalah boros tempat, oleh karena itu kita lazim menuliskan matriks dengan notasi ringkas $A = [a_{ij}]$.

Contoh 3.2

Di bawah ini adalah sebuah matriks yang berukuran 3×4:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 0 & 6 \\ 8 & 7 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

Matriks di atas disusun oleh 3 baris elemen, yaitu (2, 5, 0, 6), (8, 7, 5, 4), (3, 1, 1, 8), atau susunan dalam bentuk kolom-kolom:

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ dan } \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix}.$$

■

Beberapa Matriks Khusus

Terdapat beberapa matriks khusus yang ditemukan dalam pembahasan matematika, antara lain matriks diagonal, matriks identitas, dan matriks *transpose*.

1. Matriks diagonal

Matriks diagonal adalah matriks bujursangkar dengan $a_{ij} = 0$ untuk $i \neq j$. Dengan kata lain, seluruh elemen yang tidak terdapat pada posisi $i \neq$ j bernilai 0.

Contoh 3.2

Di bawah ini adalah contoh-contoh matriks diagonal yang berukuran 3×3:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

■

---

2. Matriks identitas

Matriks identitas, dilambangkan dengan I, adalah matriks diagonal dengan semua elemen diagonal = 1.

Contoh 3.3

Di bawah ini adalah contoh-contoh matriks I, masing masing 3×3 dan 4×4.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

■

---

3. Matriks segitiga atas/bawah

Matriks segitiga atas/bawah adalah matrik jika elemen-elemen di atas/di bawah diagonal bernilai 0, yaitu $a_{ij} = 0$ jika $i < j$ ($i > j$).

Contoh 3.4

Di bawah ini adalah contoh matriks segitiga. Yang pertama matriks segitiga atas dan yang kedua matriks segitiga bawah.