TOASTI

Tim Olimpiade Astronomi Indonesia

Solusi KSK Astronomi 2020

17 Maret 2020

Sekapur Sirih

OSK, atau sekarang disebut KSK, sudah berlangsung sekitar seminggu lalu. Teman-teman pasti sudah tidak sabar dengan hasilnya kan. Tidak apa, mumpung kita mengkarantina diri akibat virus korona, kita jadi punya banyak waktu untuk belajar!

Ingat, sebentar lagi KSP datang! Kalau sebelumnya kalian cuma lari kecil, kini saatnya kalian lari cepat! Teruslah belajar, cari bahan, tanya-tanya orang yang kalian pikir lebih paham seperti guru, kakak kelas, atau bahkan kenalan anak TOASTI :). Mengenai tips dan trik, jangan lupa cek ig kami ya di @toasti_official. Kalian gak tahu dapat bahan di mana? Coba cek aja di drive kami bit.ly/DriveToasti. DAN btw bdw kami lagi menyiapkan buku baru lo :)

Nah TOASTI baru saja kelar membuat solusi (tak resmi) untuk KSK Astronomi 2020. Udah penasaran kan? Sebelum dicek, jangan lupa cuci tangan!

dengan penuh semangat
TOASTI

1. Alasan utama bahwa mayoritas teleskop berdiameter besar yang digunakan untuk riset astronomi berjenis pemantul (reflektor) adalah karena

   A. cermin menghasilkan citra yang tajam
   B. bayangan yang dihasilkan reflektor terbalik
   C. bayangan yang dihasilkan reflektor tegak
   D. makin besar diameter refraktor, makin tipis lensanya
   E. diameter reflektor tidak bergantuk pada tebal cermin

   Solusi: E
   [**MAA**] Ada beberapa alasan mengapa kebanyakan teleskop besar berjenis reflektor:

   - Alasan struktural: Pada teleskop refraktor, bagian yang bisa digunakan untuk menyokong lensa adalah pinggiran lensa saja. Sedangkan pada teleskop reflektor, bagian yang bisa digunakan untuk menyokong cermin adalah keseluruhan bagian belakang permukaan cermin.
   - Alasan optikal: teleskop reflektor tidak mengalami aberasi kromatik.
   - Alasan biaya: teleskop reflektor hanya memiliki satu sisi yang perlu dibuat secara presisi, sehingga biaya produksi lebih murah.

   Pilihan A salah karena ketajaman citra bergantung pada limit difraksi atau bahkan *seeing* langit. Limit difraksi hanya dipengaruhi oleh diameter bukaan teleskop, tidak bergantung jenis optik teleskop. Sedangkan *seeing* hanya bergantung pada cuaca saat pengamatan.
   Pilihan B dan C salah karena orientasi bayangan dengan mudah dapat dikoreksi secara optik dengan cermin diagonal.
   Pilihan D salah karena untuk dua lensa dengan panjang fokus yang sama namun dengan diameter yang berbeda, lensa berdiameter lebih besar harus lebih tebal.
   Tersisa pilihan E yang merupakan bagian dari alasan struktural/biaya di atas. Semakin tebal lensa atau cermin, penyokongnya harus semakin kuat sehingga biaya produksi teleskop secara keseluruhan semakin mahal. Cermin tidak dilalui cahaya – hanya memantulkan – sehingga tebal cermin tidak mempengaruhi panjang fokus, hanya kurvatur permukaan cermin.

2. Massa planet di Tata Surya paling mudah ditentukan dari pengukuran

   A. orbit satelit alam dari planet tersebut
   B. diameter sudut planet
   C. posisi planet yang dinyatakan dalam sistem ekuatorial di langit
   D. kecepatan orbit planet mengitari Matahari
   E. rotasi planet dan kemiringan sumbu rotasi

   Solusi: A
   [**AA**] Massa planet di tata surya dapat dicari menggunakan pengukuran orbit satelit alami dari planet tersebut melalui persamaan hukum kepler 3

   $$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(M+m)}{4\pi^2}$$

Dengan a adalah setengah sumbu panjang orbit satelit alami planet, P adalah periode orbit satelit, M adalah massa planet, dan m adalah massa satelit

3. Jarak antar komponen sistem Asteroid Ganda (*Binary Asteroid*) penghuni Sabuk Utama adalah 1 km. Sistem Asteroid Ganda ini memiliki setengah sumbu panjang orbit 3 sa. Dari MPC (*Minor Planet Catalogue*), magnitudo visual gabungan Asteroid Ganda tersebut adalah 16. Pilihlah jawaban yang BENAR di bawah ini

   A. Jarak sudut kedua komponen dalam sistem Asteroid Ganda tersebut dilihat dari Bumi adalah $0,01''$

   B. Jika terang komponen A dalam sistem Asteroid Ganda tesebut adalah 8 magnitudo, maka terang komponen B adalah 8 magnitudo

   C. Sistem Asteroid Ganda ini dapat diamati dengan jelas dan terpisah oleh teleskop dengan panjang fokus 10 meter

   D. Sistem Asteroid Ganda ini dapat diamati dengan jelas tapi tidak terpisahkan oleh teleskop dengan diameter $3,8$ meter

   E. Sistem Asteoid Ganda ini dapat diamati dengan jelas dan terpisahkan oleh teleskop dengan diameter $3,8$ meter.

   Solusi: D
   [**APA**] Persoalan ini dapat diselesaikan dengan memeriksa setiap pernyataan pada pilihan yang ada

   A Jarak sudut dapat dicari dengan rumus berikut,

   $$\begin{aligned}\theta &= \frac{D}{d}\\ &= \frac{1\ \text{km}}{(3-1)\ \text{SA} \times (1,49597870 \times 10^{8})\ \text{km/SA}}\\ &= 3,34 \times 10^{-9}\ \text{rad} \times 206265''/\text{rad}\\ &= 0.00069''\end{aligned}$$

   B Dari angka yang diberikan saja, jika magnitudo gabungan 16, dan magnitudo salah satu komponennya 8, tidak mungkin magnitudo komponen kedua juga 8. (ayo kenapa?)

   C Agar dapat terlihat jelas dan terpisah, kita butuh data diameter bukaan teleskop yang tidak disediakan oleh pilihan ini. Lagi pula, jarak pisahnya sekecil $0.00069'' = 0.69$ mas, dibawah batas *seeing* terbaik di dunia.

   D Agar sistem asteroid ganda ini dapat terlihat, maka magnitudo limit teleskop harus lebih besar daripada magnitudo gabungannya.

   $$\begin{aligned}m_{\text{limit}} &= m_{\text{limit mata}} + 5\ \log\left(\frac{D_{\text{teleskop}}}{D_{\text{mata}}}\right)\\ &= 6 + 5\ \log\left(\frac{3800\ \text{mm}}{7\ \text{mm}}\right)\\ &= 19,67\ \text{mag}\end{aligned}$$

Maka asteroid bisa jadi teramati dengan jelas (dengan asumsi magnitudo limit mata 6)
Agar sistem asteroid dapat terlihat terpisahkan, maka jarak susdutnya harus lebih besar dari limit Rayleigh. Misalkan pengamatan dilakukan dipanjang gelombang visual $\lambda = 5500$Å

$$\begin{aligned}\theta_{\text{raylegih}} &= 1,22\frac{\lambda}{D_{\text{teleskop}}}\\ &= 1,22 \times \frac{5500\text{Å}}{3800\text{ mm} \times 10^7\text{Å/mm}}\\ &= 1,76 \times 10^{-7}\text{ rad} \times 206265''/\text{rad}\\ &= 0,036''\end{aligned}$$

Dan, jika pengamatan dilakukan di permukaan Bumi, θ_{limit} yang digunakan adalah *seeing* atmosfer, yang nilainya berkisar $1'' - 10''$ bergantung lokasi dan cuaca. Namun, jika teleskop menggunakan *adaptive optics*, maka θ_{limit} bisa mendekati θ_{rayleigh}. Apapun θ_{limit}, jelas bahwa sudut pisahnya $\theta \ll \theta_{\text{limit}}$, maka sistem asteroid tidak dapat dipisahkan

E Bisa terlihat, namun tidak terpisahkan

4. Awan tipis panjang yang merentang di angkasa mulai dari tepat di titik zenith sampai cakrawala sebelah Barat mempunyai besar sudut sama dengan

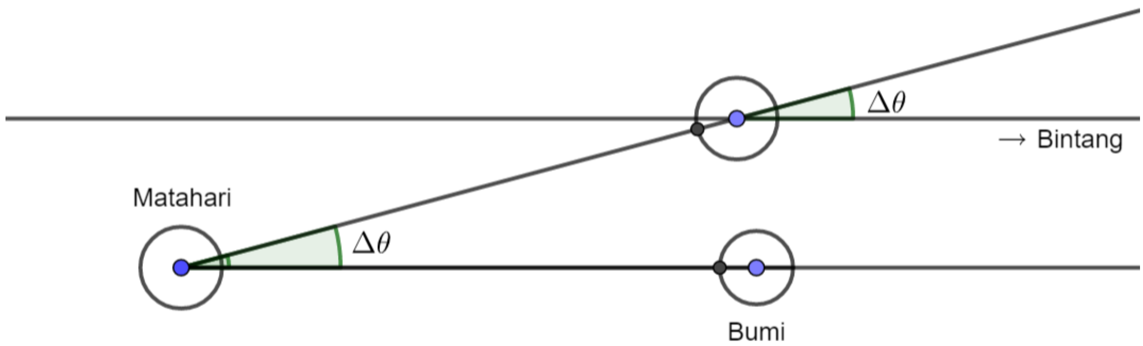
   A. 45°
   B. 90°
   C. 135°
   D. 180°
   E. 225°

   Solusi: B
   [**MAA**] Jarak zenith dengan titik apapun yang berada di cakrawala selalu tepat 90°, sehingga ukuran sudut awan tepat 90°

5. Jika Bumi mengorbit Matahari selama 9 bulan, bukan 12 bulan seperti sekarang, maka dibanding dengan hari sideris, hari matahari akan

   A. lebih panjang dari sekarang
   B. lebih pendek dari sekarang
   C. sama dengan hari sideris
   D. tetap sama seperti sekarang yaitu 4 menit lebih lama
   E. bisa lebih pendek dan bisa lebih panjang

   Solusi: A
   [**MAA**] Panjang hari matahari/sinodis sama dengan waktu yang diperlukan Matahari dari meridian ke meridian lagi, sebutlah T_{sin}. Sedangkan hari sideris adalah waktu yang diperlukan bintang dari meridian ke meridian lagi, sebutlah T_{sid}.



Dari gambar di atas, dalam satu hari sinodis, bumi telah berputar sebesar $360° + \Delta\theta$ terhadap bintang jauh, atau

$$\omega_{\text{sid}} T_{\text{sin}} = 2\pi + \Delta\theta$$
$$\omega_{\text{sid}} = \frac{2\pi}{T_{\text{sin}}} + \frac{\Delta\theta}{T_{\text{sin}}}$$

Dengan besar sudut $\Delta\theta$ adalah

$$\Delta\theta = \omega T_{\text{sin}}$$

Dan $\omega = \frac{2\pi}{T}$ dengan T adalah waktu tempuh satu periode Bumi mengitari Matahari, yaitu 1 tahun. Maka

$$\omega_{\text{sid}} = \frac{2\pi}{T_{\text{sin}}} + \frac{\omega T_{\text{sin}}}{T_{\text{sin}}}$$
$$\omega_{\text{sid}} = \frac{2\pi}{T_{\text{sin}}} + \omega$$
$$\frac{2\pi}{T_{\text{sid}}} = \frac{2\pi}{T_{\text{sin}}} + \frac{2\pi}{T}$$
$$1 = \frac{T_{\text{sid}}}{T_{\text{sin}}} + \frac{T_{\text{sid}}}{T}$$
$$\frac{T_{\text{sin}}}{T_{\text{sid}}} = \left(1 - \frac{T_{\text{sid}}}{T}\right)^{-1}$$

Sekarang bandingkan jika $T = 12$ bulan dan $T = 9$ bulan, maka $\frac{T_{\text{sin}}}{T_{\text{sid}}}\big|_{T=12 \text{ bulan}} \approx 1,0027$ dan $\frac{T_{\text{sin}}}{T_{\text{sid}}}\big|_{T=9 \text{ bulan}} \approx 1,0036$. Maka T_{sin} lebih panjang dari pada sekarang.

6. Dibandingkan dengan spektrum yang diambil dari pengamatan landas Bumi, spektrum sebuah bintang yang diamati dari luar atmosfer Bumi akan memperlihatkan

   A. spektrum yang tidak mengandung garis absorpsi
   B. lebih sedikit garis emisi
   C. lebih banyak garis emisi
   D. lebih sedikit garis absorpsi
   E. lebih banyak garis absorpsi

   Solusi: D
   [**MAA**] Spektrum bintang yang diambil oleh pengamatan landas Bumi akan tercemari oleh garis-garis emisi lampu kota dan garis-garis absorpsi atmosfer atau garis *telluric*. Garis-garis emisi lampu kota akibat polusi cahaya bisa diminimalisir dengan memilih lokasi pengamatan yang jauh dari kota, namun garis absorpsi *telluric* tidak bisa dihindarkan karena garis ini dihasilkan oleh uap air di atmosfer Bumi. Maka, jika pengamatan dilakukan di luar atmosfer Bumi, spektrum bintang yang didapatkan bisa bebas dari garis-garis absorpsi *telluric*, sehingga menghasilkan lebih sedikit garis absorpsi.

7. Cara paling baik mempelajari gas dengan temperatur jutaan Kelvin yang ditemukan di antara galaksi-galaksi pada gugus Virgo adalah dengan menggunakan

   A. sinar X
   B. sinar Inframerah
   C. sinar Ultraviolet
   D. sinar Visual
   E. sinar Gamma

   Solusi: A
   [**MAS**] Dengan menggunakan hukum pergeseran Wien, ambil temperatur gas ~ 1 juta Kelvin, maka didapatkan panjang gelombang dengan intensitas maksimum
   $$\lambda_{\text{maks}} \approx \frac{2,898 \times 10^{-3} \text{ m K}}{1 \times 10^{6} \text{ K}} \approx 28,98 \text{ Å}$$
   Panjang gelombang ini berada pada bagian sinar-X

8. Besarnya gaya gravitasi antara Bumi dan Hubble Space Telescope yang bermassa 11 110 kg dan berada ada ketinggian 559 km di atas permukaan Bumi adalah

   A. $6,4 \times 10^{10}$ N
   B. $1,41 \times 10^{13}$ N
   C. $1,1 \times 10^{6}$ N
   D. $9,2 \times 10^{4}$ N
   E. $8,3 \times 10^{5}$ N

Solusi: D
[**JAO**] Untuk mengerjakan soal ini, kita hanya perlu menggunakan rumus yang sudah terkenal, yaitu rumus gaya gravitasi Newton

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

dengan G sebagai konstanta gravitasi, M sebagai massa Bumi, m sebagai massa HST, dan r sebagai jarak antara pusat bumi dan HST.
Dengan memasukan data yang ada di soal serta daftar konstanta, maka dapat dilakukan perhitungan sebagai berikut

$$\begin{aligned} F &= \frac{(6,673 \times 10^{-11}\ \text{m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-1})(5,97 \times 10^{24}\ \text{kg})(11\,110\ \text{kg})}{(6\,370\,000\ \text{m} + 559\,000\ \text{m})^2} \\ &= 9,2 \times 10^4\ \text{N} \end{aligned}$$

9. Teleskop Celestron C8 memiliki nilai f/D sebesar 10. Jika diketahui fokus dari teleskop ini adalah $203,2$ cm, berapa kali lebih besarkah kekuatan teleskop ini untuk mengumpulkan cahaya dibandingkan dengan mata manusia? (Asumsikan diameter mata manusia adalah 7 mm)

   A. $2,903$
   B. $8,43$
   C. $29,03$
   D. $290,29$
   E. $842,66$

   Solusi: E
   [**AA**] *Light Gathering Power* (LGP) merupakan besaran yang menyatakan kekuatan teleskop untuk mengumpulkan cahaya dibandingkan dengan mata manusia. LGP dapat dinyatakan melalui persamaan

$$\begin{aligned} \text{LGP} &= \frac{\text{Daya yang dikumpulkan Teleskop}}{\text{Daya yang dikumpulkan (satu) mata}} \\ &= \frac{\text{Fluks} \times \text{Luas Teleskop}}{\text{Fluks} \times \text{Luas Mata}} \\ &= \left(\frac{\text{Diameter Teleskop}}{\text{Diameter pupil}}\right)^2 \\ &= \left(\frac{f/(f/D)}{d_{\text{pupil}}}\right)^2 \\ &= \left(\frac{(2032\ \text{mm})/10}{7\ \text{mm}}\right)^2 \\ &= 842,66 \end{aligned}$$

10. Falcon 9 adalah wahana luar angkasa yang dapat mengangkut satelit dan berbagai instrumen lain ke ruang angkasa, dan kemudian dapat kembali lagi ke Bumi. Jika diketahui bahwa percepatan rata-rata dari Falcon 9 adalah 2

m/s^2 , dan massanya adalah 13150 kg, hitung berapa lama wahana tersebut bisa mencapai kecepatan lepas Bumi jika dianggap awalnya wahana tersebut berada dalam keadaan diam!

A. 2 detik

B. 250 detik

C. 90 menit

D. 120 menit

E. 120 jam

Solusi: C
[**MAA**] Dengan Falcon 9 membentuk trayektori lurus dengan percepatan rata-rata 2 m/s, maka kecepatan akhirnya setelah Δt

$$v = \bar{a}\Delta t$$

Misalkan ketinggian roket saat mencapai kecepatan lepas masih didekat permukaan Bumi, maka kecepatan roket haruslah sama dengan kecepatan lepasnya

$$\begin{aligned}
v_{\text{esc}} &= v \\
\sqrt{\frac{2GM}{R}} &= \bar{a}\Delta t \\
\Delta t &= \frac{1}{\bar{a}}\sqrt{\frac{2GM}{R}} \\
&= \frac{1}{2\ \text{m s}^{-2}}\sqrt{\frac{2\cdot(6,673\times10^{-11}\ \text{m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-1})(5,97\times10^{24}\ \text{kg})}{6,378\times10^6\ \text{m}}} \\
&= 5588\ \text{s} \\
&\approx 90\ \text{menit}
\end{aligned}$$

11. PSR J0108-1431 diketahui sebagai pulsar terdekat dari Bumi yang berusia 166 juta tahun dengan periode rotasi $0,8$ detik. Jika dianggap kecepatan rotasi pulsar ini melambat sebesar

$$\frac{2\pi}{1,26\times10^{-5}}\ \text{radian/detik/tahun}$$

perkirakan kecepatan rotasi pulsar tersebut saat baru terbentuk jika diketahui kecepatan rotasi tersebut berubah secara linier terhadap waktu!

A. $2.082,85$ rad/detik

B. $1,33\times10^{10}$ rad/detik

C. $1,33\times10^{13}$ rad/detik

D. $7,07\times10^{13}$ rad/detik

E. $8,28\times10^{13}$ rad/detik

Solusi: E

[**APA**] persoalan ini dapat diselesaikan dengan kinematika gerak melingkar berubah beraturan

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$$

Dengan α adalah percepatan sudut, ω_0 adalah kecepatan sudut awal. Maka bisa dicari kecepatan sudut awalnya

$$\begin{aligned}\omega_0 &= \omega(t = 166 \text{ juta tahun}) - \frac{-2\pi}{1,26 \times 10^{-5}} \text{ rad/detik/tahun} \times (166 \text{ juta tahun}) \\ &= \frac{2\pi \text{ rad}}{0,8 \text{ detik}} + \frac{2\pi}{1,26 \times 10^{-5}} \text{ rad/detik/tahun} \times 166 \times 10^6 \text{ tahun} \\ &= 8,28 \times 10^{13} \text{ rad/detik}\end{aligned}$$

12. Rasio antara kecepatan lepas dari permukaan sebuah planet yang bermassa 3×10^{28} g dan berjejari 9000 km dengan kecepatan lepas dari permukaan Bumi adalah

    A. $1,19$
    B. $1,89$
    C. $3,56$
    D. $18,82$
    E. $59,68$

    Solusi: B

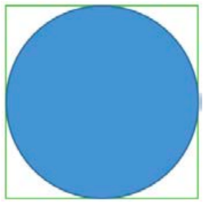
    [**AR**] Rumus kecepatan lepas adalah:

    $$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

    Menggunakan rumus tersebut, kita cari perbandingan antara kecepatan lepas dari planet (kita sebut misalnya planet X) dengan kecepatan lepas dari Bumi. Gunakan besaran untuk Bumi yang tersedia di tabel konstanta.

    $$\begin{aligned}\frac{v_X}{v_\oplus} &= \frac{\sqrt{\frac{2GM_X}{R_X}}}{\sqrt{\frac{2GM_\oplus}{R_\oplus}}} \\ \frac{v_X}{v_\oplus} &= \frac{\sqrt{\frac{3\times10^{25}\text{ kg}}{9000\text{ km}}}}{\sqrt{\frac{5{,}97\times10^{24}\text{ kg}}{6378\text{ km}}}} \\ &= 1,89\end{aligned}$$

13. Detektor sinar-X pada suatu satelit memiliki bentuk persegi. Partikel foton yang jatuh ke permukaan detektor tersebut dianggap jatuh secara seragam di seluruh permukaannya. Suatu hari, detektor tersebut mengalami gangguan teknis sehingga terdapat permukaan yang tidak dapat mendeteksi foton. Bagian yang masih bekerja dengan baik adalah bagian yang berbentuk lingkaran seperti gambar di bawah ini.



Apabila dilakukan pengamatan pada waktu itu dan jumlah foton yang terdeteksi hanya 1571 foton, maka jumlah foton yang tidak terdeteksi dari total foton yang seharusnya terdeteksi (saat detektor tersebut normal) adalah

A. 112

B. 429

C. 834

D. 1056

E. 1570

Solusi: B
[**RAN**] Dalam soal, partikel foton dianggap jatuh seragam sehingga jumlah foton yang terdeteksi sebanding dengan luas permukaan detektor yang bekerja. Permukaan detektor yang bekerja adalah sebuah lingkaran dengan radius r, sementara keseluruhan permukaan detektor tersebut adalah sebuah persegi dengan sisi $2r$. Untuk mencari jumlah foton yang dapat dideteksi jika detektor tersebut bekerja seperti seharusnya, dibutuhkan perbandingan antara luas permukaan total dengan luas permukaan yang masih bekerja.

$$\frac{A_{\text{total}}}{A_{\text{bekerja}}} = \frac{(2r)^2}{\pi r^2} = \frac{4}{\pi}$$

Maka, jumlah foton yang dapat terdeteksi jika seluruh permukaan detektor bekerja adalah

$$N_{\text{total}} = \frac{A_{\text{total}}}{A_{\text{bekerja}}} \times N_{\text{bekerja}} = \frac{4}{\pi} \times 1571 \approx 2000$$

Jumlah foton yang tidak terdeteksi adalah selisih antara jumlah foton yang dapat dideteksi jika detektor bekerja seperti seharusnya dengan jumlah foton yang benar-benar terdeteksi.

$$N_{\text{tidak terdeteksi}} = N_{\text{total}} - N_{\text{bekerja}} = 2000 - 1571 = 429$$

14. Untuk sebuah misi pendaratan ke Bulan, dilakukan seleksi untuk memilih 7 orang astronot dari 9 pria dan 4 wanita. Jika untuk misi tersebut diperlukan sekurang-kurangnya 2 wanita, jumlah susunan pemilihan yang mungkin dilakukan adalah

A. 756 susunan

B. 1344 susunan

C. 112 896 susunan

D. 181 440 susunan

E. 266 112 susunan

Solusi: B
[**AR**] Untuk menjawab permasalahan ini, kita perlu mengetahui jenis situasi yang menjadi permasalahan pada soal. Di soal dijelaskan bahwa akan dipilih 7 orang astronot dari seluruh kandidat peserta untuk misi pendaratan ke Bulan. Disini dapat ditarik kesimpulan bahwa akan ada 7 orang terpilih dari total keseluruhan 13 peserta.
Misalkan terdapat n orang (atau benda), lalu kita ingin memilih r orang (atau benda) dari kumpulan tersebut, maka banyaknya cara memilih r benda tersebut adalah permasalahan Kombinasi

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

Dengan ! adalah simbol faktorial, yaitu $n! = n(n-1)(n-2)...2 \cdot 1$.
Disebutkan di soal, akan diambil 7 orang astronot dari 9 pria dan 4 wanita dengan syarat sekurang-kurangnya dua wanita. Maka, kemungkinan yang akan terjadi adalah 5 pria dan 2 wanita, 4 pria dan 3 wanita, atau maksimal 3 pria dan 4 wanita.
Tinjau kasus pertama, maka kita perlu memilih 5 pria dari 9 pria, didapatkan sebanyak $C_5^9 = 126$ cara. Lalu kita juga harus memilih 2 wanita dari 4 wanita, didapatkan sebanyak $C_4^2 = 6$ cara. Banyaknya cara memilih 5 pria dari 9 pria **DAN** 2 wanita dari 4 wanita adalah **perkalian** masing-masing pemilihan, sehingga didapatkan N(5 pria dan 2 wanita)= $C_5^9 \times C_2^4 = 756$ cara. Ulangi untuk kasus-kasus lainnya, maka total cara memilihnya adalah

$$\begin{aligned}
N(\text{ minimal 2 wanita}) &= N(5 \text{ pria dan } 2 \text{ wanita}) + N(4 \text{ pria dan } 3 \text{ wanita}) \\
&\quad + N(3 \text{ pria dan } 4 \text{ wanita}) \\
N(\text{ minimal 2 wanita}) &= \sum_{k=2}^{4} N(7\text{-}k \text{ pria dan } k \text{ wanita}) \\
N(\text{ minimal 2 wanita}) &= \sum_{k=2}^{4} C_{7-k}^9 C_k^4 \\
&= 756 + 504 + 84 = 1344
\end{aligned}$$

15. Seorang astronom mengamati hujan meteor yang terjadi sepanjang tahun selama beberapa tahun berturut-turut. Ia berniat mengajak temannya untuk menyaksikan hujan meteor Quadrantids di dekat rasi Ursa Minor selama 12 hari berturut-turut. Namun saat pengamatan sering dijumpai langit mendung, sehingga hujan meteor tidak terlihat. Jika peluang mendung adalah $0,25$, peluang astronom tersebut untuk mengamati hujan meteor minimal 6 kali dari 12 kali pengamatan adalah

    A. $(1-0,25)^6(0,252)^{12-6}$

    B. $(0,25)(0,25)^{12-6}$

C. $\sum_{n=6}^{12}(1-0,25)^n(0,25)^{12-n}$

D. $\sum_{n=6}^{12}\left[1-(1-0,25)^n(0,25)^{12-n}\right]$

E. $\sum_{n=6}^{12}(0,25)^{6-n}(0,25)^{12-(6-n)}$

Solusi: paling mendekati C

[**AR**] Persoalan di atas adalah contoh dari soal materi peluang distribusi binomial (pernah dengar?). Secara singkat, perhitungan peluang dengan distribusi binomial menekankan pada dua aspek, yaitu penggunaan kombinasi seperti yang sudah dijelaskan di soal nomor 14, serta adanya informasi tentang peluang sukses dan gagal.

Kita tinjau kasus yang lebih sederhana, yaitu misalkan astronom tersebut berhasil mengamati hujan meteor sebanyak 2 kali dari 5 hari (kasus yang disederhakan). Berapakah probabilitasnya?

Misalkan probabilitas pengamatan pada suatu hari sukses adalah p dan probabilitas gagal adalah $q = 1 - p$. Pertama, pada hari keberapa sajakah astronom tersebut berhasil? Ada beberapa kemungkinan, yaitu

Hari	1	2	3	4	5	Probabilitas
Kemungkinan 1	S	S	G	G	G	$p \times p \times q \times q \times q = p^2q^3$
Kemungkinan 2	S	G	S	G	G	$p \times q \times p \times q \times q = p^2q^3$
Kemungkinan 3	S	G	G	S	G	$p \times q \times q \times p \times q = p^2q^3$
...	...	...	...	...	...	...

Dengan S adalah sukses dan G adalah gagal. Terlihat jelas bahwa banyaknya kemungkinan berhasil mengamati 2 hari dari 5 hari adalah permasalahan kombinasi, sehingga terdapat $C_2^5 = 10$ kemungkinan konfigurasi, dengan probabilitas masing-masing konfigurasi kemungkinan adalah p^2q^3, sehingga probabilitas totalnya adalah

$$\begin{aligned}P(S=2) &= P(\text{Kemungkinan 1}) + P(\text{Kemungkinan 2}) + ... + P(\text{Kemungkinan 10})\\ &= 10 \times p^2q^3\\ &= C_2^5p^2q^3\end{aligned}$$

Secara umum, jika terdapat r kali hari yang cerah dari n total hari pengamatan, probabilitas berhasil mengamaati sebanyak r hari adalah

$$P(S=r) = C_r^n p^r q^{n-r}$$

Persamaan di atas disebut sebagai distribusi binomial.

Kembali ke persoalan, maka probabilitas berhasil mengamati setidaknya 6 kali dari 12 kali pengamatan adalah

$$\begin{aligned}
P(S \geq 6) &= P(S=6) + P(S=7) + ... + P(S=12) \\
&= \sum_{n=6}^{12} P(S=n) \\
&= \sum_{n=6}^{12} C_n^{12} p^n q^{12-n} \\
&= \sum_{n=6}^{12} C_n^{12} (1-0,25)^n (0,25)^{12-n}
\end{aligned}$$

Pilihan gandanya hanya kekurangan faktor kombinasi C_n^{12}

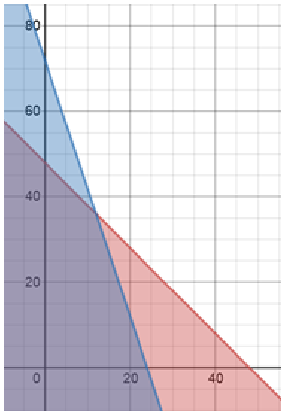
16. NASA akan membuat pesawat wisata luar angkasa dengan jumlah tempat duduk 48 kursi yang terdiri dari dua kelas yaitu kelas utama dan kelas ekonomi. Setiap penumpang kelas utama boleh membawa bagasi dengan kapasitas 60 kg, sedangkan untuk kelas ekonomi hanya boleh membawa 20 kg. Pesawat hanya mampu membawa bagasi 1440 kg. Harga tiket kelas utama adalah Rp$1,5$ miliar dan harga tiket kelas ekonomi adalah Rp1 miliar. Agar NASA memperoleh pendapatan maksimum dalam penjualan tiket dengan seluruh kursi penumpang terisi penuh, banyaknya tiket kelas utama yang harus dijual adalah

    A. 48
    B. 30
    C. 24
    D. 18
    E. 12

    Solusi: E
    [JAO] Untuk menyelesaikan soal ini, kita akan menggunakan program linear.
    Misalkan kelas utama adalah x, serta kelas ekonomi adalah y. Selanjutnya kita membuat model matematika dari soal.

    $$\begin{aligned}
    x + y &\leq 48 && \text{jumlah kursi} \\
    60x + 20y &\leq 1440 && \text{jumlah bagasi}
    \end{aligned}$$

    Lalu kita gambarkan kedua persamaan di atas pada grafik berikut Kemudian kita cari titik potong antara kedua garis tersebut. Menggunakan metode eliminasi dan substitusi, didapatkan bahwa $x = 12$ dan $y = 36$. (Ayo coba buktikan kebenarannya sendiri, harus bisa aljabar loh kalau mau ikut KSN Astronomi hehe):))
    Persamaan tujuan dari program linear kali ini adalah $1,5x + y = z$, dengan tujuan mencari z semaksimum mungkin serta koefisien dari x dan y dalam satuan miliar rupiah. Tiga pasangan nilai yang mungkin adalah $(x, y) = (0, 48), (24, 0)$, dan $(12, 36)$. Setelah menguji satu-persatu pasangan nilai tersebut ke dalam persamaan tujuan, didapatkan bahwa pasangan (12, 36) memberikan untung paling besar kepada NASA (ayo dicoba sendiri ya).



17. Manakah yang benar? Bagi pengamat di Bumi, sepanjang tahun diameter sudut Matahari dan fluks bolometrik semu Matahari, secara kuantitatif

    A. Diameter sudut Matahari bervariasi sebesar 12% dan fluks bolometrik semu Matahari bervariasi 10%

    B. Diameter sudut Matahari bervariasi sebesar 6% dan fluks bolometrik semu Matahari bervariasi 10%

    C. Diameter sudut Matahari bervariasi sebesar 3% dan fluks bolometrik semu Matahari bervariasi 6%

    D. Diameter sudut Matahari bervariasi sebesar 1% dan fluks bolometrik semu Matahari bervariasi 5%

    E. Diameter sudut Matahari dan fluks bolometrik semu Matahari tidak bervariasi

    Solusi: C
    [**NHSP**] Informasi yang dibutuhkan terdapat pada tabel Konstanta, yaitu

    $$\begin{aligned} r_p &= 0,9833012 \text{ SA} \\ r_a &= 1,0167543 \text{ SA} \\ a &= 1 \text{ SA} \end{aligned}$$

    Lalu, kita harus memaknai apa itu variasi. Dalam kasus ini, makna variasi adalah seberapa besar nilai tertentu bisa berubah relatif terhadap rata-rata. Sehingga, suatu besaran X memiliki variasi (relatif) sebesar

    $$\text{variasi}(X) = \frac{X_{\text{max}} - X_{\text{min}}}{\bar{X}}$$

    Dengan $\bar{X}$ adalah nilai rata-rata. Diameter sudut Matahari dapat dihitung dengan rumus

    $$\delta_\odot = \frac{D_\odot}{r} \propto \frac{1}{r}$$

    Sehingga variasi diameter sudut Matahari adalah

    $$\text{variasi}(\delta_\odot) = \frac{\delta_{\odot,\text{max}} - \delta_{\odot,\text{min}}}{\bar{\delta_\odot}} = \frac{\frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_a}}{\frac{1}{a}} = 3,346\%$$

Sedangkan fluks Matahari bisa dihitung dengan

$$F_\odot = \frac{L_\odot}{4\pi r^2} \propto \frac{1}{r^2}$$

Sehingga variasinya

$$\text{variasi}(F_\odot) = \frac{F_{\odot,\text{max}} - F_{\odot,\text{min}}}{\bar{F_\odot}} = \frac{\frac{1}{r_p^2} - \frac{1}{r_a}^{2\,2}}{\frac{1}{a}} = 6,694\%$$

18. Pada tahun 1582 terjadi reformasi kalendar Masehi. Kalendar hasil reformasi itu dinamakan kalendar Masehi Gregorian. Panjang setahun basit dan setahun kabisat kalender ini masing-masing adalah 365 dan 366 hari. Perbandingan tahun kabisat dan tahun basit dalam selang waktu 5 700 000 tahun Gregorian adalah

    A. 1 382 250 tahun kabisat dan 4 317 750 tahun basit
    B. 1 425 000 tahun kabisat dan 4 275 000 tahun basit
    C. 700 000 tahun kabisat dan 5 000 000 tahun basit
    D. 1 382 000 tahun kabisat dan 4 318 000 tahun basit
    E. 1 381 000 tahun kabisat dan 4 319 000 tahun basit

    Solusi: A
    [**APA**] persoalan ini dapat diselesaikan dengan menghitung jumlah tahun kabisat terlebih dahulu, sesuai dengan aturan tahun gregorian

    - Tahun kabisat terjadi setiap 4 tahun, maka banyaknya tahun kabisat

    $$N_{\text{Kabisat}} = \frac{5\,700\,000}{4} = 1\,425\,000 \text{ tahun kabisat}$$

    - Namun, setiap kelipatan 100 tahun, tahun tersebut bukanlah tahun kabisat, kecuali pada kelipatan ke 400, sebagai contoh
    100 bukan kabisat, 200 bukan kabisat, 300 bukan kabisat, 400 kabisat, dst. Maka perhitungan sebelumya harus dikurangi sebesar

    $$N_{\text{Koreksi}} = \frac{3}{4} \times \frac{5\,700\,000}{100} = 42\,750 \text{ tahun koreksi kabisat}$$

    Sehingga banyaknya tahun kabisat dalam kalender Gregorian

    $$\begin{aligned} N_{\text{Kabisat terkoreksi}} &= N_{\text{Kabisat}} - N_{\text{Koreksi}} \\ &= 1\,425\,000 - 42\,750 \\ &= 1\,382\,250 \text{ tahun kabisat} \end{aligned}$$

    Dan banyaknya tahun basit

    $$\begin{aligned} N_{\text{Basit}} &= N - N_{\text{Kabisat terkoreksi}} \\ &= 5\,700\,000 - 1\,382\,250 \\ &= 4\,317\,750 \text{ tahun basit} \end{aligned}$$

19. Kalendar Hijriah merupakan kalendar Bulan. Pada kalendar Bulan, panjang setahun basit dan setahun kabisat masing-masing adalah 354 dan 355 hari. Sebagai patokan, setiap 30 tahun sejak tahun 1 Hijriah, terdapat 19 tahun basit dan 11 tahun kabisat. Sampai tiba di tanggal pertama tahun 1441 H, komposisi jumlah tahun kabisat dan tahun basit kalendar Hijriah adalah

    A. 508 tahun kabisat dan 931 tahun basit
    B. 518 tahun kabisat dan 921 tahun basit
    C. 528 tahun kabisat dan 911 tahun basit
    D. 538 tahun kabisat dan 901 tahun basit
    E. 548 tahun kabisat dan 891 tahun basit

    Solusi: C
    [**NHSP**] Diketahui setiap 30 tahun sejak 1 Hijriah, terdapat 19 tahun basit dan 11 tahun kabisat. Pertama hitung jumlah siklus 30 tahunan mulai dari 1 Hijriyah sampai 1441 Hijriyah

$$n = \frac{\Delta t}{T} = \frac{1441 - 1}{30} = 48$$

    Kedua, hitung jumlah tahun kabisat dan basit

$$\begin{aligned} N_{\text{kabisat}} &= n \times 11 = 48 \times 11 = 528 \\ N_{\text{basit}} &= n \times 19 = 48 \times 19 = 912 \end{aligned}$$

20. Bila tekanan di pusat bintang dapat dirumuskan sebagai

$$P = \frac{3}{8\pi} \frac{GM^2}{R^4}$$

    maka tekanan di pusat Matahari adalah

    A. 10^5 atm
    B. 10^6 atm
    C. 10^7 atm
    D. 10^9 atm
    E. 10^{19} atm

    Solusi: D
    [**EAC**] Salah satu soal yang cukup mudah untuk dikerjakan. Kita hanya perlu memasukkan data yang diketahui kedalam rumus yang telah diberikan. Kita masukkan besaran-besaran Matahari berdasarkan tabel konstanta, yaitu radius Matahari $R_\odot = 6,96 \times 10^8$ m dan massa Matahari $M_\odot = 1,989 \times 10^{30}$ kg, ke dalam rumus di atas, maka didapat

$$P = \frac{3}{8\pi} \frac{(6,673 \times 10^{-11}\ \text{m}^3\ \text{kg}^{-1}\ \text{s}^{-2})(1,989 \times 10^{30}\ \text{kg})^2}{6,96 \times 10^8\ \text{m}^4} = 1,343 \times 10^{14}\ \text{Pa}$$

    Karena 1 atm = 101 325 Pa, maka didapatkan

$$P = 1,343 \times 10^{14}\ \text{Pa} \times \frac{1\ \text{atm}}{101\,325\ \text{Pa}} = 1,325 \times 10^9\ \text{atm} \sim 10^9\ \text{atm}$$

21. Usia Matahari saat ini adalah $4,5$ milyar tahun. Jika diketahui hubungan antara luminositas L dengan waktu t adalah L sebanding dengan $\sqrt{t}$, maka luminositas Matahari ($L_\odot$) pada 5 milyar tahun ke depan adalah

    A. 145% dari $L_\odot$ saat ini

    B. 105% dari $L_\odot$ saat ini

    C. 95% dari $L_\odot$ saat ini

    D. 70% dari $L_\odot$ saat ini

    E. 33% dari $L_\odot$ saat ini

    Solusi: A
    [**NHSP**] Karena L sebanding dengan $\sqrt{t}$, maka dapat dituliskan

    $$L = \sqrt{\frac{t}{t_0}} \times L_0$$

    Diketahui bahwa $t = t_0 + \Delta t$ dan $L_0 = L_\odot$, sehingga dapat diperoleh hasil sebagai berikut

    $$L = \sqrt{\frac{t_0 + \Delta t}{t_0}} \times L_\odot = \sqrt{1\frac{5}{4,5}} \times L_\odot \approx 1,45 L_\odot$$

22. Diketahui massa Titania, satelit terbesar Uranus, adalah $3,4 \times 10^{21}$ kg. Titania mengorbit Uranus, dengan setengah sumbu panjang orbit 435 910 km. Uranus dan Titania mengorbit Matahari dengan setengah sumbu panjang orbit $19,22$ sa dan eksentrisitas $0,046$. Jarak pusat massa sistem Uranus–Titania dari Uranus adalah

    A. $4,60$ km

    B. $14,62$ km

    C. $17,07$ km

    D. $19,22$ km

    E. $43,59$ km

    Solusi: C
    [**NHSP**] Pusat massa bisa dicari dengan cara

    $$M_u a_u = M_t a_t$$

    dengan indeks u untuk Uranus dan t untuk Titania. Jarak Titania ke Uranus $a = a_t + a_u$, sehingga

    $$\begin{aligned} M_u a_u &= M_t(a - a_u) \\ M_u a_u &= M_t a - M_t a_u \\ M_u a_u + M_t a_u &= M_t a \\ (M_u + M_t) a_u &= M_t a \\ a_u &= \frac{M_t a}{M_u + M_t} \end{aligned}$$

Dengan massa Uranus didapatkan dari tabel konstanta. Masukkan nilainya didapatkan

$$a_u = \frac{(3,4 \times 10^{21}\ \text{kg})(435\,910\ \text{km})}{8,66 \times 10^{25}\ \text{kg} + 3,4 \times 10^{21}\ \text{kg}} = 17,11\ \text{km}$$

23. Sistem planet – satelit Pluto – Charon mengorbit Matahari dengan setengah sumbu panjang orbit $39,5$ sa dan eksentrisitas $0,25$. Jika sistem Pluto – Charon berada di jarak terdekat dengan Matahari (perihelion), maka jarak sistem ini dari Bumi adalah (Pluto – Charon, Bumi, Matahari berada pada keadaan oposisi)

    A. $29,6$ sa
    B. $28,6$ sa
    C. $27,6$ sa
    D. $26,6$ sa
    E. $25,6$ sa

    Solusi: B
    [**NHSP**] Pertama, hitung jarak sistem Pluto–Charon ke Matahari saat di perihelion

    $$r_p = a(1-e) = 39,5\ \text{SA}(1-0,25) \approx 29,6\ \text{SA}$$

    Karena sistem Pluto–Charon berada pasa posisi oposisi terhadap Bumi, maka jarak Bumi ke sistem Pluto–Charon adalah

    $$d = r_p - a_\oplus = 29,6\ \text{SA} - 1\ \text{SA} = 28,6\ \text{SA}$$

24. Tabrakan antar galaksi dapat

    A. Menyebabkan sejumlah besar bintang bertabrakan dan meledak menjadi banyak lubang hitam
    B. Menyebabkan kedua galaksi tersebut bergabung menjadi sebuah lubang hitam supermasif
    C. Menyebabkan ledakan pembentukan bintang
    D. Mengubah galaksi elips menjadi galaksi spiral
    E. Hampir tidak pernah terjadi; seperti bintang, galaksi terlalu berjauhan jaraknya dibanding ukurannya

    Solusi: C
    [**RAN**] Mari kita periksa satu-persatu

    - Kemungkinan tumbukan antar bintang sangatlah kecil, karena luas penampak bintang relatif terhadap jarak antar bintang sangatlah kecil, praktis bintang-bintang di galaksi hanya akan berinteraksi secara gravitasi tanpa tumbukan. Kecuali di tempat-tempat yang rapat akan bintang, seperti di gugus bintang, kemungkinan tumbukan antar bintang meningkat meskipun tetap saja kecil.

- Seperti yang disebutkan di atass, jarak antar bintang sangatlah besar dibandingkan luas penampang bintang, sehingga tumbukan antar bintang yang memungkinkan terbentuknya lubang hitam semakin kecil, praktis mustahil. Yang mungkin terjadi adalah penggabungan dua buah lubang hitam super masif dari masing-masing pusat galaksi menjadi lubang hitam yang lebih masif.
- Tabrakan antar galaksi dapat menyebabkan gelombang kejut yang merambat melalui nebula-nebula tempat pembentukan bintang-bintang, sehingga memicu keruntuhan awan-awan nebula tersebut untuk menjadi bintang.
- Tumbukan antar galaksi akan mengacak konfigurasi bintang-bintang di galaksi sehingga menjadi lebih acak. Kemungkinan yang terjadi adalah kebalikannya, galaksi spiral menjadi elips – atau bahkan menjadi irregular – karena galaksi elips lebih acak dibandingkan galaksi spiral yang rapi.
- Jarak antar galaksi lebih rapat dibandingkan dengan ukuran galaksi, tidak seperti jarak antar bintang yang sangat luas dibandingkan ukuran bintang-bintang

25. Berapakah kecepatan maksimum sebuah komet yang memiliki orbit parabola terhadap Matahari pada saat mendekati posisi perihelion 1 sa?

    A. $42,1$ km/detik

    B. $58,4$ km/detik

    C. $77,1$ km/detik

    D. $92,8$ km/detik

    E. $103,5$ km/detik

    Solusi: A
    [**RAS**] Pada orbit yang berbentuk parabola, kecepatan benda hanya bergantung pada jarak benda dari benda sentral (dalam kasus ini matahari) dan Massa benda sentral. Orbit parabola memiliki kecepatan yang sama dengan kecepatan lepasnya, yaitu

$$
\begin{aligned}
v &= \sqrt{\frac{2GM}{r}} \\
&= \sqrt{\frac{2 \cdot (6,673 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3kg^{-1}s^{-1}}) \cdot 1,989 \times 10^{30}\ \mathrm{kg}}{1,49597870 \times 10^{11}\ \mathrm{m}}} \\
&= 42,1\ \mathrm{km/s}
\end{aligned}
$$

26. What is thought to be the source of energy in the nuclei of active galaxies?

    A. Large clusters of stars

    B. Collisions of molecular clouds

    C. Hypernova

D. Massive black holes

E. Binary star evolution

Solution: D
Let's review every option available:

A. Large clusters of stars don't radiate much energy in this scale. If they were the source of energy in the nuclei of active galaxies, then the latter would appear to be the same as the nuclei of regular galaxies, since they don't differ much in terms of stellar density.

B. Collisions of molecular clouds would just form stars. They're the driving force in stellar nurseries and HII regions, not the highly energetic nuclei of galaxies.

C. Hypernovae and supernovae are **transient** and, again, are the driving force in stellar nurseries and HII regions. The shockwaves they create push nearby gas outwards, enabling the gas to more easily collapse.

D. Massive black holes, or more precisely supermassive black holes, which have accretion disks from nearby gas that spiral inwards so fast that the particles themselves move at an appreciable fraction of the speed of light. They're so hot because of friction, the light they emit peak in the X-ray region of the spectrum.

E. "Binary star evolution" isn't really much of an object, let alone a source of energy. "Binary stars", however, are much more tangible but they still don't do much in terms of energy production when compared to entire galaxies.

27. A geostationary satellite orbits Earth so that it appears at all times to be at the zenith as viewed from a fixed point somewhere on Earth's equator. Which of the following correctly describes the satellites position on the celestial sphere?

    A. The satellite moves to the East along the celestial equator, traversing it once every sidereal day

    B. The satellite remains stationary at a point on the celestial equator.

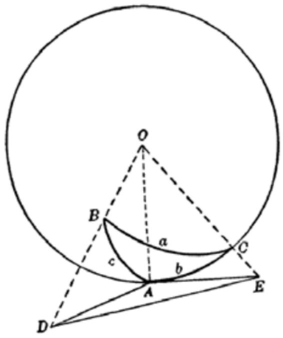
    C. The satellite moves to the West along the celestial equator, traversing it once every sidereal day

    D. The satellite moves to the West along the celestial equator, traversing it once every synodic day.

    E. The satellite remains stationary at one of the celestial poles.

    Solution: A
    [**MAA**] A geosynchronous satellite would have an orbital period equal to the rotation period of the Earth. The satellite would move West to East following Earth rotation in relation to the celestial equator. But, it would look stationary at a point on the sky (or in Alt-Azimuth coordinate system).

28. Dalam segitiga bola ABC pada gambar di atas, $C = 90°$, $a = 119°46'36''$, dan $B = 52°25'38''$. Nilai b adalah



A. $48°26'49''$

B. $56°02'40''$

C. $70°46'0''$

D. $109°14'0''$

E. $113°10'46''$

Solusi: A

[**RAS**] Untuk mencari nilai b, pertama tama bisa kita gunakan aturan cosinus segitiga bola,

$$\cos\, b = \cos\, a\, \cos\, c + \sin\, a\, \sin\, c\, \cos\, B \tag{1}$$

Lalu digunakan aturan cosinus terhadap sisi c

$$\cos\, c = \cos\, a\, \cos\, b + \sin\, a\, \sin\, b\, \cos\, C$$

Karena $C = 90°$, maka $\cos\, C = 0$

$$\cos\, c = \cos\, a\, \cos\, b \tag{2}$$

Sekarang gunakan aturan sinus

$$\frac{\sin\, b}{\sin\, B} = \frac{\sin\, c}{\sin\, C}$$
$$\frac{\sin\, b}{\sin\, B} = \sin\, c \tag{3}$$

Substitusikan persamaan 2 dan 3 ke persamaan 1

$$\begin{aligned}
\cos\, b &= \cos^2 a\, \cos\, b + \sin\, a \frac{\sin\, b}{\sin\, B} \cos\, B \\
\cos\, b &= \cos^2 a\, \cos\, b + \sin\, a\, \sin\, b\, \cot\, B \\
\cos\, b - \cos^2 a\, \cos\, b &= \sin\, a\, \sin\, b\, \cot\, B \\
\cos\, b(1 - \cos^2 a) &= \sin\, a\, \sin\, b\, \cot\, B \\
\cos\, b\, \sin^2 a &= \sin\, a\, \sin\, b\, \cot\, B \\
\sin\, a &= \tan\, b\, \cot\, B \\
\tan\, b &= \frac{\sin\, a}{\cot\, B} \\
&= \sin(119°46'36'')\, \tan(52°25'38'') = 1,128 \\
\Rightarrow b &= \text{atan}(1,128) = 48°26'49''
\end{aligned}$$

ATAU cara lain yang lebih cepat, yaitu dengan menggunakan formula empat bagian

$$
\begin{aligned}
\cos a \cos C &= \sin a \cot b - \sin C \cot B \\
0 &= \sin a \cot b - \cot B \\
\cot B &= \sin a \cot b \\
\tan b &= \frac{\sin a}{\cot B} \\
&= \sin(119°46'36'') \tan(52°25'38'') = 1,128 \\
\Rightarrow b &= \text{atan}(1,128) = 48°26'49''
\end{aligned}
$$

Untuk soal nomor 29 dan 30, jawablah

A. jika 1, 2, dan 3 benar

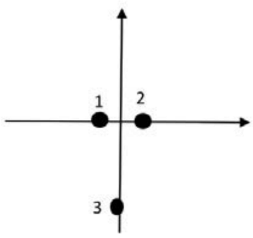
B. jika 1 dan 3 benar

C. jika 2 dan 4 benar

D. jika 4 saja benar

E. jika semua benar

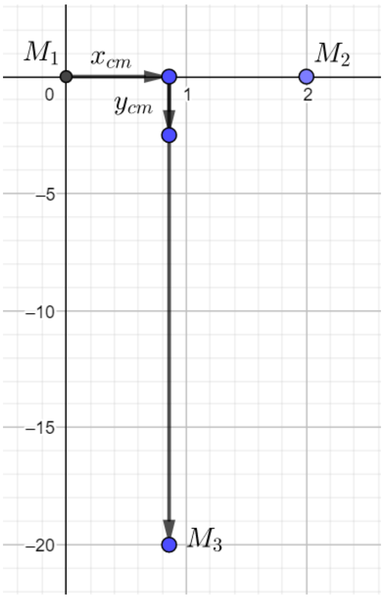
29. Seorang astronom menemukan sebuah sistem bintang baru. Sistem bintang ini terdiri atas 3 bintang. Dinyatakan dalam massa Matahari ($M_\odot$), massa bintang pertama, kedua, dan ketiga masing-masing adalah $2\,M_\odot$, $1,5\,M_\odot$, dan $0,5\,M_\odot$. Bintang pertama dan bintang kedua membentuk sistem bintang ganda. Sistem bintang ganda ini membentuk sistem tiga bintang dengan



bintang ketiga. Jika jarak antara bintang pertama dan bintang kedua 2 sa dan jarak antara titik pusat massa bintang pertama dan kedua dengan bintang ketiga adalah 20 sa,

1. Pusat massa bintang pertama dan kedua berjarak 0,86 sa dari bintang pertama
2. Pusat massa bintang pertama dan kedua dengan bintang ketiga terletak 2,64 sa dari bintang pertama.
3. Pusat massa bintang pertama dan kedua dengan bintang ketiga terletak 2,5 sa dari titik pusat massa bintang pertama dan kedua.
4. Pusat massa bintang pertama dan kedua dengan bintang ketiga terletak 3,75 sa dari bintang kedua.

Solusi: A
[**EAC**] Perhatikan gambar di bawah. Misalkan posisi bintang ketiga tegak lurus dengan ruas garis bintang pertama dan kedua pada titik pusat massa bintang pertama dan kedua



Dengan mengambil posisi bintang pertama di titik asal, maka pusat massa sistem bintang pertama dan kedua adalah

$$r_{12} = \frac{x_1 M_1 + x_2 M_2}{M_1 + M_2} = \frac{2 \text{ sa} \times 1,5 M_\odot}{2M_\odot + 1,5M_\odot} = \frac{6}{7} \text{ sa} \approx 0,86 \text{ sa}$$

Sehingga pernyataan (1) benar. Perlu diperhatikan, saat opsi 1 benar, maka opsi 3 pun akan benar juga, sehingga kita hanya perlu melihat opsi 2 dan 4. (Hal yang akan bermanfaat untuk kalian yang entah tahun depan atau 2 tahun lagi akan mengikuti UTBK):))
Sekarang tinjau pusat massa ketiga sistem. Pada arah-x

$$\begin{aligned} x_{cm} &= \frac{x_1 M_1 + x_2 M_2 + x_3 M_3}{M_1 + M_2 + M_3} \\ &= \frac{r_{12}(M_1 + M_2) + r_{12} M_3}{M_1 + M_2 + M_3} \\ &= r_{12} = \frac{6}{7} \text{ sa} \end{aligned}$$

Nilai ini sesuai dengan gambar. Pada arah-y

$$y_{cm} = \frac{y_1 M_1 + y_2 M_2 + y_3 M_3}{M_1 + M_2 + M_3} = \frac{20 \text{ sa} \times 0,5 M_\odot}{2M_\odot + 1,5M_\odot + 0,5M_\odot} = 2,5 \text{ sa}$$

Maka pernyataaan (3) memang benar. Jarak bintnag pertama ke pusat massa sistem tiga bintang r

$$r = \sqrt{x_{cm}^2 + y_{cm}^2} = \sqrt{(0,86 \text{ sa})^2 + (2,5 \text{ sa})^2} = 2,64 \text{ sa}$$

Sehingga pernyataan (2) benar. Jarak bintang kedua ke pusat massa sistem tiga benda R

$$r = \sqrt{(x_2 - x_{cm})^2 + y_{cm}^2} = \sqrt{(2\ \text{sa} - 0,86\ \text{sa})^2 + (2,5\ \text{sa})^2} = 2,75\ \text{sa}$$

Sehingga pernyataan (4) salah. Jawabannya pernyataan (1), (2), dan (3) benar.

30. Di bawah ini, ada empat pernyataan pengakuan tentang pengamatan Bulan sabit dan Bulan purnama. Pengakuan yang BENAR adalah:

    1. *"Saya melihat Bulan sabit di arah Barat di saat Matahari terbit"*
    2. *"Saya melihat Bulan purnama terbit di Timur saat Matahari terbit"*
    3. *"Saya melihat Bulan purnama terbit di Barat saat Matahari terbenam"*
    4. *"Saya melihat Bulan sabit di arah Barat di saat Matahari terbenam"*

    Solusi: D
    [**MAS**] Mari kita periksa pernyataan di atas satu-persatu

    1. Matahari terbit di arah timur, sehingga Bulan sabit hanya mungkin diamati di dekat matahari. Maka mustahil melihat Bulan sabit di arah Barat saat Matahari terbit
    2. Bulan purnama hanya tampak pada arah yang berlawanan dengan arah Matahari sebesar 180°. Jika Matahari terbit, maka Bulan purnama haruslah terbenam.
    3. Semua objek langit yang jauh pasti terbit di arah timur
    4. Matahari terbenam di arah Barat dan Bulan sabit hanya tampak di dekat Matahari. Sehingga Bulan sabit mungkin terlihat di arah Barat saat Matahari terbenam.