

SOLUSI & PEMBAHASAN SOAL OSN ASTRONOMI 2008 (REVISI 1)

Typed and Solved by Mariano N.

Mohon saya dikontak jika ada yang perlu direvisi

mariano.nathanael@gmail.com<http://soal-olim-astro.blogspot.com>

1. Misalkan massa sebuah bintang neutron adalah 2 kali massa Matahari. Jika massa bintang neutron adalah $1,67 \times 10^{-24}$ gram, berapakah jumlah neutron yang berada di bintang tersebut.
- a. $6,0 \times 10^{23}$ neutron
 - b. $1,2 \times 10^{23}$ neutron
 - c. $1,2 \times 10^{57}$ neutron
 - d. $1,3 \times 10^{50}$ neutron
 - e. $2,4 \times 10^{57}$ neutron

JAWAB : E

Bintang neutron adalah evolusi akhir dari kehidupan sebuah bintang, dimana ledakan supernova membuat pusat bintang runtuh menjadi sangat mampat sehingga elektron dipaksa untuk mendekat bahkan menembus inti atom sehingga menyatu dengan proton dan menghasilkan neutron.

Tekanan neutron yang terdegenerasi sempurna akan menghentikan laju pemampatan bintang dan menghasilkan bintang yang kaya dengan gas neutron yang rapat massanya mencapai 10^{15} gr/cm³ (1 milyar ton tiap cm³!). Tidak ada atom, yang ada adalah hanyalah neutron dengan sedikit campuran elektron, proton dan inti berat. Bintang ini disebut bintang neutron yang berjari-jari hanya sekitar 10 km saja meskipun massanya setara dengan massa Matahari.

Jika tekanan neutron yang terdegenerasi tidak sanggup menahan tekanan gravitasi, maka inti bintang tersebut akan terus menyusut dan menjadi sebuah black hole, yaitu benda yang sangat kecil tetapi sangat masif yang gravitasinya sanggup 'menahan' cahaya sehingga tidak bisa keluar dari permukaannya.

Kembali ke soal, jika kita menganggap bintang neutron hanya penuh terisi oleh neutron saja, maka jumlah neutron tentu adalah massa bintang neutron dibagi dengan massa sebuah neutron, atau :

$$n = \frac{\text{massa bintang}}{\text{massa neutron}} = \frac{2 \times 1,99 \times 10^{30}}{1,67 \times 10^{-27}} = 2,38 \times 10^{57} \text{ buah}$$

2. Sebuah galaksi yang sangat jauh terdeteksi oleh sebuah detektor yang berada di sebuah satelit di luar atmosfer Bumi mempunyai kecepatan radial 3000 km/s. Pada panjang gelombang berapakah garis Lyman Alpha terdeteksi oleh detektor ini?
- 1216,21 Angstrom
 - 1200,21 Angstrom
 - 1228,16 Angstrom
 - 1216,01 Angstrom
 - 1220,01 Angstrom

JAWAB : C

Lyman Alpha adalah gelombang pertama dari deret Lyman yang dipancarkan oleh elektron yang pindah kulit dari kulit ke dua ($m=2$) ke kulit yang pertama ($n=1$) pada atom hidrogen. Gelombang kedua dari deret Lyman berasal dari elektron di kulit ketiga ($m=3$) yang pindah ke kulit pertama ($n=1$), dst. Panjang gelombang yang dihasilkan berada pada daerah ultra Violet.

Jika elektron dari kulit lebih luar pindah ke kulit kedua ($n=2$), maka deret yang dihasilkan disebut deret Balmer dengan garis Balmer Alpha adalah elektron pindah dari kulit ketiga ($m=3$) ke kulit kedua ($n=2$), dst. Panjang gelombang yang dihasilkan berada pada daerah cahaya tampak.

Jika pindah ke kulit ketiga ($n=3$) disebut deret Paschen, jika pindah ke kulit keempat ($n=4$) disebut deret Brachet dan jika pindah ke kulit kelima ($n=5$) disebut deret Pfund dengan tiga deret terakhir ini menghasilkan panjang gelombang di daerah inframerah

Besar panjang gelombang yang dihasilkan nilainya dirumuskan oleh rumus :

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

Dengan R adalah konstanta Rydberg yang besarnya adalah $R = 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$.

Jadi Lyman Alpha ($m=2$ dan $n=1$) memiliki panjang gelombang :

$$\frac{1}{\lambda} = 1,097 \times 10^7 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \rightarrow \lambda = 1,21544 \times 10^{-7} \text{ m} = 1215,44 \text{ \AA}$$

Jika benda langit (bintang atau galaksi) menjauhi atau mendekati Bumi (Besarnya kecepatannya disebut kecepatan radial - V_r), maka panjang gelombang yang dipancarkan benda langit itu akan mengalami efek Dopler, yaitu panjang gelombang bergeser ke arah yang lebih pendek jika mendekati atau bergeser ke arah yang lebih panjang jika menjauhi, dan dirumuskan oleh :

$$V_r = \frac{\lambda_{diamati} - \lambda_{teori}}{\lambda_{teori}} \cdot c$$

Maka :

$$3000 = \frac{\lambda_{diamati} - 1215,44}{1215,44} \cdot 3 \times 10^5 \rightarrow \lambda_{diamati} = 1227,60 \text{ \AA}$$

3. Puncak spektrum pancaran bintang A terdeteksi pada panjang gelombang 2000 Angstrom, sedangkan puncak spektrum bintang B berada pada panjang gelombang 6500 Angstrom, berdasarkan data ini maka
- Bintang A 0,31 kali lebih terang daripada bintang B
 - Bintang B 0,31 kali lebih terang daripada bintang A
 - Bintang A 3,25 kali lebih terang daripada bintang B**
 - Bintang B 3,25 kali lebih terang daripada bintang A
 - Bintang A sama terangnya dengan bintang B

JAWAB : ? ? ? (Mungkin kalau dipaksakan jawabannya C)

Puncak spektrum adalah panjang gelombang yang menghasilkan intensitas paling maksimum. Bintang dapat dianggap sebagai sebuah benda hitam yang memancarkan seluruh panjang gelombang yang ada tetapi dengan intensitas yang berbeda-beda dan intensitas maksimumnya dapat diperoleh dalam hubungannya dengan suhu benda tersebut yang dirumuskan oleh Hukum Wien : $\lambda_{max} \cdot T = k$, dengan k adalah konstanta Wien yang besarnya adalah $k = 1,898 \times 10^3 \text{ m.K}$, maka kita bisa memperoleh perbandingan suhu bintang A dan bintang B adalah :

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{\lambda_{max B}}{\lambda_{max A}} = \frac{6500}{2000} = 3,25 \text{ kali}$$

T adalah suhu efektif bintang. Pada option soal yang ditanyakan adalah bagaimana perbandingan terang bintangnya (bukan perbandingan suhunya!). Untuk membandingkan terang bintang maka sebenarnya yang ditanya adalah perbandingan fluks bintangnya (E). Fluks bintang adalah besar energi bintang yang diterima oleh pengamat di Bumi tiap detik, dengan rumus :

$$E = \frac{\text{Luminositas bintang}}{4 \cdot \pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T^4}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$$

Dengan d adalah jarak bintang ke pengamat, R adalah jari-jari bintang, T adalah suhu efektif bintang dan σ adalah tetapan Stefan-Boltzman ($\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ J/s/m}^2/\text{K}^4$).

Sayangnya di soal tidak diberi data tentang jarak bintang dan jari-jari bintang sehingga soal ini tidak bisa dikerjakan.

4. Pada jarak 45.000.000 km, diameter sudut planet Venus adalah 55 detik busur. Berdasarkan data ini, maka diameter linier planet Venus adalah
- 11.999 km
 - 81.800 km
 - 25.210 km
 - 24.800 km
 - 10.800 km

JAWAB : A

Hubungan antara diameter linier (D) dan diameter sudut (δ - satuan radian, dimana 1 rad = 206265 detik busur) adalah :

$$D = \delta \cdot d = \frac{55}{206265} \cdot 45.000.000 \text{ km} = 11.999,13 \text{ km}$$

5. Bintang deret utama kelas B0 temperatur efektifnya adalah 3×10^4 K, dan Luminositasnya adalah $1,0 \times 10^3 L_{\odot}$. Radius bintang ini adalah
- $6,11 \times 10^8 \text{ cm}$
 - $1,08 \times 10^9 \text{ cm}$
 - $1,22 \times 10^9 \text{ cm}$
 - $8,11 \times 10^{10} \text{ cm}$
 - $2,13 \times 10^{10} \text{ cm}$

JAWAB : D

Karena diketahui luminositas, maka dimasukkan ke rumus luminositas (dengan $L_{\odot} = 3,826 \times 10^{26} \text{ J/s}$) :

$$L = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T^4$$

$$1,0 \cdot 10^3 \times 3,826 \cdot 10^{26} = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (3 \cdot 10^4)^4$$

$$R = 8,14 \cdot 10^8 \text{ m} = 8,14 \cdot 10^{10} \text{ cm}$$

6. Misalkan kamu mengamati sebuah bintang deret utama kelas K di sebuah gugus bintang. Dari pengamatan tersebut, diperoleh fluks bintang tersebut sebesar $6,23 \times 10^{-7} \text{ erg/m}^2$. Jika Luminositas bintang tersebut adalah $0,4 L_{\odot}$, maka jarak Gugus bintang tersebut adalah
- $9,03 \times 10^2 \text{ pc}$
 - $8,00 \times 10^2 \text{ pc}$

- c. $4,52 \times 10^2$ pc
- d. $2,26 \times 10^2$ pc
- e. $7,38 \times 10^2$ pc

JAWAB : C

Rumus fluks :

$$E = \frac{\text{Luminositas bintang}}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$$

Dengan d adalah jarak bintang ke pengamat, $1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ J}$, $L_{\odot} = 3,826 \times 10^{26} \text{ J/s}$
dan $1 \text{ m} = 3,09 \cdot 10^{16} \text{ parsec}$

$$6,23 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-7} = \frac{0,4 \times 3,826 \cdot 10^{26}}{4 \cdot \pi \cdot d^2} \rightarrow d = 1,398 \cdot 10^{19} \text{ m} / 3,09 \cdot 10^{16} = 452,48 \text{ pc}$$

7. Spektrum sebuah bintang didominasi oleh pita Titanium oksida (TiO). Dari keberadaan pita molekul ini kita dapat memperkirakan temperatur bintang ini adalah
- a. 7.500 - 11.000 K
 - b. 6.000 - 7.500 K
 - c. 5.000 - 6.000 K
 - d. 3.500 - 5.000 K
 - e. 2.500 - 3.000 K

Jawab : E

Ciri-ciri singkat kelas spektrum bintang dari Miss Annie J. Canon yang membagi spektrum bintang ke dalam 7 kelas : O B A F G K M adalah sbb. :

1. Kelas Spektrum O

Paling panas, $T > 30.000$ Kelvin, nampak paling biru, garis serapan terkuat : He yg terionisasi 1 kali (He II) & C yang terionisasi dua kali (C III), garis Balmer (hidrogen netral) tidak tampak (hampir seluruh H dalam keadaan terionisasi). Merupakan populasi bintang yang paling sedikit tetapi paling mudah ditemukan karena sangat terang. Contoh : Bintang 10 Lacerta dan Alnitak.

2. Kelas Spektrum B

Suhu diantara 11.000-30.000 K & berwarna putih-biru, garis serapan terkuat dari atom Helium yg netral. Garis Balmer nampak lebih kuat dibandingkan bintang kelas O. Contoh : Rigel dan Spica.

3. Kelas Spektrum A

Suhu diantara 7.500-11.000 K, berwarna putih, garis Balmer terlihat paling kuat. garis logam netral tampak lemah. Contoh : Sirius dan Vega.

4. Kelas Spektrum F

Suhu diantara 6000-7500 K, berwarna putih-kuning, garis Balmer yg lebih lemah daripada bintang kelas A tetapi masih jelas. Garis-garis logam nampak lebih kuat. Contoh : Canopus dan Procyon.

5. Kelas Spektrum G

Suhu diantara 5000-6000 K & berwarna kuning, garis Balmer pada bintang kelas ini lebih lemah daripada bintang kelas F, tetapi garis ion logam & logam netral semakin menguat. Pita molekul CH (G-Band) tampak sangat kuat. Contoh : Matahari, Capella, Alpha Centauri A.

6. Kelas Spektrum K

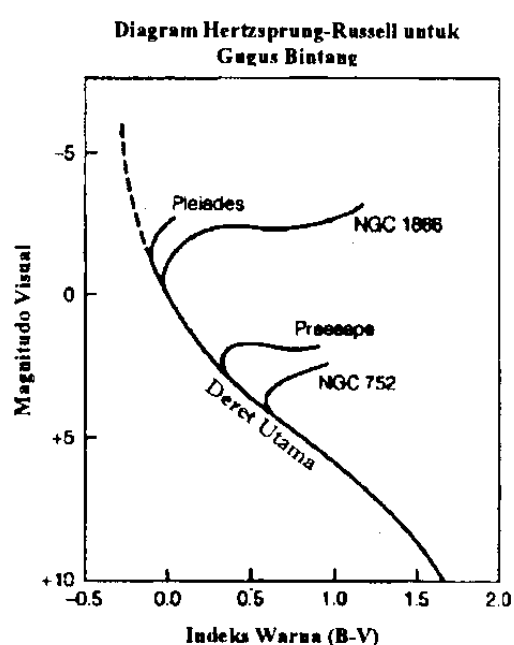
Suhu diantara 3500-5000 K, berwarna jingga memiliki. Beberapa bintang kelas K adalah raksasa & maharaksasa, garis Balmer sangat lemah. Garis logam netral tampak lebih kuat dan mendominasi daripada bintang kelas G. Garis-garis molekul Titanium Oksida (TiO) mulai tampak. **Contoh** : Alpha Centauri B, Arcturus, Aldebaran.

7. Kelas Spektrum M

Suhu lebih rendah dari 3500K, berwarna merah dan bintang dengan populasi paling banyak. Kebanyakan bintang yg berada dalam fase raksasa & maharaksasa, merupakan kelas ini. Garis serapan di dalam spektrum bintang kelas M terutama berasal dari logam netral. Garis Balmer hampir tidak tampak. Garis molekul Titanium Oksida (TiO) sangat jelas terlihat. **Contoh** : Proxima Centauri, Antares, Betelgeuse.

8. Pada gambar disamping tampak diagram Hertzsprung-Russel (diagram HR) beberapa gugus bintang. Berdasarkan bentuk diagram HR tersebut, maka susunan evolusi gugus-gugus bintang tersebut mulai dari yang tua sampai yang paling muda adalah

- Pleiades, NGC 1866, Praesepe dan NGC752
- Pleiades, NGC752, Praesepe, NGC 1866 dan Pleiades
- NGC 1866, NGC752, Pleiades dan Praesepe



d. Pleiades, Praesepe, NGC 1866 dan NGC752

e. NGC752, Praesepe, NGC 1866, Pleiades

JAWAB : E

Bintang yang bermassa besar adalah bintang yang lebih cepat berevolusi atau lebih cepat meninggalkan deret utama atau bergerak ke arah kanan dari deret utama di diagram HR. Bintang pada deret utama yang semakin atas akan memiliki massa yang semakin besar, karena itu bintang-bintang di deret utama yang lebih atas lebih cepat meninggalkan deret utama dibandingkan yang bagian bawah.

Bagi gugus bintang, ada yang disebut titik belok, yaitu pembelokan yang ada di deret utamanya karena sudah meninggalkan diagram HR, karena unsur kimia bintang dan usia bintang di dalam suatu gugus dianggap sama (karena dianggap lahir pada saat yang sama dan berasal dari awan debu yang sama), maka perkembangan evolusi bintang dalam gugus hanya tergantung pada massa masing-masing bintang saja, sehingga semakin besar massa bintang, maka bintang tersebut lebih dulu meninggalkan deret utama.

Bintang-bintang bermassa besar sudah pindah ke sebelah kanan diagram HR, sehingga titik belok tentu saja menyatakan umur gugus, sehingga gugus bintang yang titik beloknya berada lebih atas akan memiliki usia yang masih muda.

Jadi usia gugus yang paling tua tentu yang titik beloknya paling bawah, jika diurutkan dari paling tua ke paling muda sbb. : NGC752, Praesepe, NGC 1866, Pleiades

9. Matahari dan Bulan memiliki diameter sudut yang hampir sama jika dilihat dari Bumi, tetapi Bulan 400 kali lebih dekat ke kita. Dapat disimpulkan bahwa
- diameter Bulan hampir sama dengan diameter Matahari
 - diameter Bulan sekitar 400 kali lebih besar daripada diameter Matahari
 - diameter Bulan sekitar 400 kali lebih kecil daripada diameter Matahari
 - diameter Bulan sekitar 160.000 kali lebih besar daripada diameter Matahari
 - diameter Bulan sekitar 160.000 kali lebih kecil daripada diameter Matahari

JAWAB : C

Hubungan antara diameter linier (D) dan diameter sudut (δ - satuan radian) adalah : $D = \delta \cdot d$, karena diameter sudutnya sama, maka D sebanding dengan d . Jika Bulan 400 kali lebih dekat, maka diameter bulanpun 400 kali lebih kecil daripada diameter matahari.

10. Kita tidak dapat menggunakan hukum Hubble untuk menentukan jarak bintang-bintang dekat karena
- hukum tersebut belum pernah diuji untuk bintang.
 - bintang-bintang tidak berotasi secepat galaksi
 - pergeseran merah obyek-obyek dekat tidak disebabkan oleh pengembangan alam semesta
 - bintang tidak bergerak sehingga kita tidak dapat mengukur kecepatan mereka
 - obyek-obyek dekat mengalami pergeseran biru

JAWAB : C

Hukum Hubble menyatakan bahwa semua galaksi-galaksi jauh mengalami redshift. Hal ini disebabkan alam semesta yang mengembang sehingga semua benda di alam semesta jaraknya semakin jauh. Semakin jauh jarak galaksi (d) maka semakin cepat galaksi itu bergerak menjauhi Bumi (V = kecepatan pengembangan alam semesta), yang dinyatakan oleh Hukum Hubble : $V = H \cdot d$ (dengan H adalah konstanta Hubble).

Tetapi hal ini tidak berlaku bagi benda-benda yang dekat (bintang-bintang yang dekat) dikarenakan bintang-bintang dekat masih berada pada galaksi yang sama dengan Bumi dan bintang-bintang dalam galaksi bergerak karena pengaruh gravitasi dari pusat galaksi sehingga pergerakannya adalah pergerakan mengelilingi pusat galaksi, bukan karena pengembangan alam semesta.

Hukum Hubble juga tidak berlaku bagi galaksi-galaksi dekat, hal ini disebabkan jarak galaksi yang dekat (d kecil) sehingga kecepatan pengembangan alam semesta cukup kecil dan pergerakan galaksi dekat lebih didominasi oleh gerak dirinya/gerak lokalnya

11. Andaikan Matahari tiba-tiba runtuh menjadi sebuah black hole, maka Bumi akan
- Mengorbit lebih cepat tapi pada jarak yang sama
 - Jatuh dengan cepat ke dalam black hole tersebut
 - Radiasi gravitasional akan membuat Bumi juga menjadi black hole
 - Bergerak perlahan dalam lintasan spiral hingga akhirnya jatuh ke dalam black hole
 - Tidak mengalami perubahan orbit

JAWAB : E

Andaikan matahari menjadi black hole (sebenarnya menurut teori evolusi bintang, matahari pada akhir hidupnya akan menjadi bintang katai putih), maka jari-jarinya akan sangat kecil, hanya sekitar 3 km saja (dengan massa yang sama), dan hal ini akan mempengaruhi ruang dan waktu di sekitar matahari yang akan semakin melengkung tetapi semua komponen orbit benda akan tetap sama karena komponen-komponen orbit hanya ditentukan oleh interaksi gravitasi yang disebabkan massa sistem dan massa sistem dalam kasus ini adalah tetap.

12. Berikut ini adalah dua pengamatan terhadap suatu obyek yang dapat digunakan untuk menentukan massa galaksi kita, yaitu :

- kecepatan dan jarak objek tersebut dari pusat galaksi
- umur obyek tersebut dan komposisi kimianya
- massa dan kecepatan obyek tersebut
- umur dan jarak obyek tersebut dari pusat Galaksi
- massa dan umur obyek tersebut

JAWAB : A

Untuk menentukan massa galaksi, bisa dilakukan dengan mengamati Matahari. Hal yang perlu diketahui dari Matahari adalah kecepatan Matahari mengelilingi pusat galaksi dan jarak Matahari ke pusat galaksi, yang jika dimasukkan dalam hukum Kepler 3 dapat menghasilkan massa pusat galaksi yang merupakan titik pusat massa seluruh objek di galaksi. Demikian pula dengan objek lain, jika diketahui jarak dan periodenya terhadap pusat galaksi maka massa galaksi bisa ditentukan.

Caranya :

Diketahui : Kecepatan Matahari mengelilingi pusat galaksi = $V_B = 240 \text{ km/s} = 2,4 \times 10^5 \text{ m/s}$, Jarak Matahari ke pusat galaksi = $r = 30.000 \text{ ly} = 2,84 \cdot 10^{20} \text{ m}$

Masukkan ke dalam rumus kecepatan orbital (dari hukum Kepler III) :

$$V_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}} \rightarrow M = \frac{V_{orb}^2 \cdot r}{G} = \frac{(2,4 \times 10^5)^2 \cdot (2,84 \times 10^{20})}{(6,67 \times 10^{-11})} = 2,45 \times 10^{41} \text{ kg}$$

$$= 1,23 \times 10^{11} M_{\odot}$$

Jika semua bintang dalam galaksi Bima Sakti dianggap memiliki massa serupa Matahari, maka jumlah bintang dalam galaksi Bima Sakti adalah $1,23 \times 10^{11}$ buah atau sekitar 123 milyar bintang (biasanya dibulatkan jadi sekitar 100 milyar bintang)

13. Sebuah bintang diamati memiliki sudut paralaks 0,06". Maka

- Magnitudo semu bintang tersebut lebih besar daripada magnitudo mutlaknya.
- Magnitudo semu bintang tersebut lebih kecil daripada magnitudo mutlaknya.
- Magnitudo semu bintang dan magnitudo mutlak bintang tsb bernilai sama.
- Jarak bintang tersebut sekitar 60,0 pc.
- Jarak bintang tersebut sekitar 6,0 pc.

JAWAB: A

Dengan rumus paralaks dapat diketahui jarak bintang :

$$d = \frac{1}{p} = \frac{1}{0,06} = 16,7 \text{ pc}$$

Jika dimasukkan ke rumus modulus jarak :

$$\begin{aligned} m - M &= -5 + 5 \cdot \log d \\ m - M &= -5 + 5 \cdot \log 16,7 \\ m - M &= 1,11 \end{aligned}$$

Karena modulus jarak (m-M) positif, maka magnitudo semu pasti lebih besar dari magnitudo mutlaknya.

Cara lain :

jarak bintang > 10 pc □ magnitudo semu > magnitudo mutlak

jarak bintang = 10 pc □ magnitudo semu = magnitudo mutlak

jarak bintang < 10 pc □ magnitudo semu < magnitudo mutlak

14. Mars mempunyai dua buah satelit Phobos dan Deimos. Jika diketahui Deimos bergerak mengelilingi Mars dengan jarak $a=23490$ km dan periode revolusinya $P=30$ jam 18 menit. Berapakah massa planet Mars bila dinyatakan dalam satuan massa Matahari?

- $3,15 \times 10^{-7}$ massa Matahari
- $4,15 \times 10^{-7}$ massa Matahari
- $5,15 \times 10^{-7}$ massa Matahari
- $6,15 \times 10^{-7}$ massa Matahari
- $7,15 \times 10^{-7}$ massa Matahari

JAWAB : A

$$a = 23490 \text{ km} = 2,349 \times 10^7 \text{ m}$$

$$T = 30^j 18^m = 109.080 \text{ s}$$

Masukkan data yang diketahui ke dalam rumus Hukum Kepler 3 :

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G \cdot M_{Mars}}{4 \cdot \pi^2}$$

$$\frac{(2,349 \times 10^7)^3}{109080^2} = \frac{(6,67 \times 10^{-11}) \cdot M_{Mars}}{4 \cdot \pi^2}$$

$$M_{Mars} = 6,45 \times 10^{23} \text{ kg}$$

Karena $M_{\odot} = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$, maka massa planet Mars adalah $3,24 \times 10^{-7} M_{\odot}$

15. Sputnik I diluncurkan pada tahun 1957 yang lalu oleh Uni Sovyet, satelit berada pada ketinggian 200 km dari permukaan Bumi. Untuk keperluan komunikasi satelit ini dialihkan tugasnya menjadi satelit geostasioner maka periodenya haruslah

- a. 58 menit
- b. 68 menit
- c. 78 menit
- d. 88 menit
- e. 98 menit

JAWAB : Mungkin D

Satelit geosinkron adalah satelit yang letaknya selalu di atas satu titik di permukaan Bumi, jadi satelit ini tidak berpindah tempat dari titik yang ada di bawahnya/di Bumi sehingga periode satelit sama persis dengan periode rotasi Bumi, yang adalah periode sideris, yaitu sekitar 23j 56m.

Satelit geostasioner adalah satelit geosinkron yang letaknya tepat di atas khatulistiwa, dan dengan periode yang sama dengan rotasi Bumi dapat dihitung ketinggian satelit geostasioner, yaitu haruslah sekitar 35.786 km (disebut juga orbit Clarke atau sabuk Clarke) di atas permukaan laut. (masukkan saja nilai yang diketahui ke dalam Hukum Kepler III).

Tidak ada jawabannya!

Mungkin yang ditanyakan adalah periode satelit yang ada pada ketinggian 200 km = $2 \times 10^5 \text{ m}$ (bukan satelit geostasioner), maka masukkan ke Hukum Kepler 3, diperoleh :

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G \cdot M_{Bumi}}{4 \cdot \pi^2}$$

$$\frac{(2 \times 10^5 + 6,38 \times 10^6)^3}{T^2} = \frac{(6,67 \times 10^{-11}) \cdot (5,98 \times 10^{24})}{4 \cdot \pi^2}$$

$$T = 5298,03 \text{ s} = 88,3 \text{ menit}$$

16. Sebuah planet X yang bergerak mengitari Matahari mempunyai eksentrisitas $e = 0,2$. Jika F (fluks) menyatakan energi Matahari yang dia terima persatuan luas persatuan waktu dari Matahari, maka rasio fluks di perihelion dan aphelion F_p/F_a yang dia terima dari Matahari adalah

- a. 0,25
- b. 1,25
- c. 2,25
- d. 3,25
- e. 4,25

JAWAB : C

Soal a : Gunakan rumus fluks dari Matahari :

$$\frac{F_{peri}}{F_{ape}} = \frac{\frac{L_{Mat}}{4 \cdot \pi \cdot r_{peri}^2}}{\frac{L_{Mat}}{4 \cdot \pi \cdot r_{ape}^2}} = \frac{r_{ape}^2}{r_{peri}^2}$$

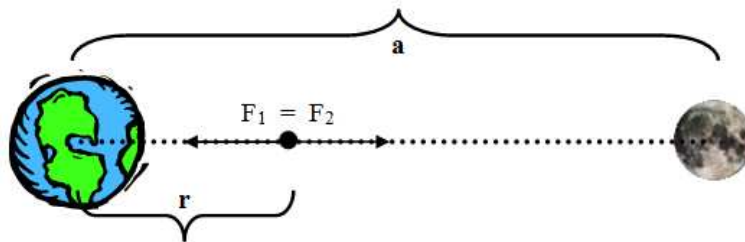
Gunakan rumus jarak aphelion ($r_{ape} = a(1+e)$) dan perihelion ($r_{peri} = a(1-e)$)

$$\frac{F_{peri}}{F_{ape}} = \frac{r_{ape}^2}{r_{peri}^2} = \frac{(a(1+e))^2}{(a(1-e))^2} = \frac{(1+0,2)^2}{(1-0,2)^2} = 2,25$$

17. Jika diambil massa Bumi = 81 kali massa Bulan, dan jarak Bumi-Bulan = a , maka jarak titik netral, r (titik dimana gaya gravitasi yang berasal dari Bulan dan yang berasal dari Bumi sama besarnya), adalah

- a. $r = 0,9 a$
- b. $r = 0,8 a$
- c. $r = 0,7 a$
- d. $r = 0,6 a$
- e. $r = 0,5 a$

JAWAB : A



$$F_1 = F_2$$

$$\frac{G \cdot M_{Bumi}}{r^2} = \frac{G \cdot M_{Bulan}}{(a - r)^2}$$

$$\sqrt{\frac{G \cdot 81 \cdot M_{Bulan}}{r^2}} = \frac{G \cdot M_{Bulan}}{(a - r)^2}$$

$$\frac{9}{r} = \frac{1}{(a - r)}$$

$$r = 0,9a$$

18. Jika M_0 , R_0 dan V_0 , masing-masing menyatakan massa Matahari, radius orbit planet terhadap Matahari dan kecepatan lepas planet dari gaya tarik Matahari. Massa planet, radius planet dan kecepatan lepas partikel dari sebuah planet masing-masing adalah M , R dan V . Maka kecepatan lepas partikel dari sebuah planet adalah

- a. $V = \sqrt{\frac{M_0 R}{M R_0}} V_0$
- b. $V = \sqrt{\frac{M R_0}{M_0 R}} V_0$
- c. $V = \sqrt{\frac{M R_0}{M_0}} V_0$
- d. $V = \sqrt{\frac{M}{M_0 R}} V_0$
- e. $V = \sqrt{2} V_0$

Jawab : B

Rumus kecepatan lepas (V_{esc}) adalah :

$$V_{esc} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}}$$

Jika data di soal dimasukkan, maka kecepatan lepas planet dari Matahari :

$$V_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_0}{R_0}}$$

Dan kecepatan lepas partikel dari permukaan planet adalah :

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}}$$

Jika kedua persamaan tersebut digabungkan, dengan sedikit otak-atik diperoleh persamaan :

$$V = \sqrt{\frac{R_0 \cdot M}{R \cdot M_0}} V_0$$

19. Jarak terdekat komet Halley adalah $8,9 \times 10^{10}$ meter dari Matahari. Periodenya $P=76$ tahun. Berapakah eksentrisitas, e , lintasannya?

- a. 0,667
- b. 0,767
- c. 0,867
- d. 0,967
- e. 0,980

JAWAB : D

Masukkan ke Hukum III Kepler (yang massa pusatnya Matahari dan dalam satuan Bumi - jarak dalam AU dan waktu dalam tahun) :

$$T^2 = a^3$$

$$a = \sqrt[3]{T^2} = \sqrt[3]{76^2} = 17,94 \text{ AU}$$

Dengan a adalah setengah sumbu panjang elips. Jarak terdekat adalah jarak perihelion (r_{ape}) - diubah ke dalam AU juga, maka :

$$r_{ape} = a(1 - e)$$

$$\frac{8,9 \times 10^{10}}{1,496 \times 10^{11}} = 17,94 (1 - e)$$

$$e = 0,967$$

20. Seorang astronot mempunyai bobot 60 N di Bumi. Berapakah bobotnya pada sebuah planet yang mempunyai rapat massa yang sama dengan rapat massa Bumi tetapi radiusnya 2 kali radius Bumi. (Andaikan percepatan gravitasi Bumi = $9,6 \text{ m/s}^2$)

- a. 102,0 N

- b. 112,5 N
- c. 120,0 N
- d. 132,5 N
- e. 142,0 N

JAWAB : C

Ingatlah ada tiga bentuk rumus berat benda di permukaan suatu planet :

$$w = \frac{G \cdot m_{planet} \cdot m_{benda}}{R_{planet}^2} = m_{benda} \cdot g_{planet} = \frac{4}{3} \pi \cdot G \cdot \rho_{planet} \cdot m_{benda} \cdot R_{planet}$$

Dan 2 rumus percepatan gravitasi di permukaan planet :

$$g = \frac{G \cdot m_{planet}}{R_{planet}^2} = \frac{4}{3} \pi \cdot G \cdot \rho_{planet} \cdot R_{planet}$$

Maka, sesuai dengan yang diketahui di soal :

$$\frac{w_{di\ planet}}{w_{di\ Bumi}} = \frac{m_{astronot} \cdot g_{planet}}{m_{astronot} \cdot g_{Bumi}} = \frac{\frac{4}{3} \pi \cdot G \cdot \rho_{planet} \cdot R_{planet}}{\frac{4}{3} \pi \cdot G \cdot \rho_{Bumi} \cdot R_{Bumi}} = \frac{R_{planet}}{R_{Bumi}}$$

$$\frac{w_{di\ planet}}{60} = \frac{2 \cdot R_{Bumi}}{R_{Bumi}} \rightarrow w_{di\ planet} = 120\ N$$

21. Temperatur efektif Matahari adalah 5800 K. Berdasarkan hukum Stefan-Boltzmann, energi yang dipancarkan permukaan Matahari ke ruang angkasa persatuan waktu untuk tiap meter persegi adalah

- a. $6,42 \times 10^7\ J$
- b. $3,29 \times 10^{-4}\ J$
- c. $5,99 \times 10^{-26}\ J$
- d. $5,01 \times 10^{-23}\ J$
- e. $4,01 \times 10^3\ J$

JAWAB : A

Hukum Stefan Boltzman menyatakan jumlah energi total yang dipancarkan sebuah benda hitam ke segala arah setiap detiknya sbb. :

$$\frac{W}{t} = A \cdot \sigma \cdot T^4$$

Jika ingin dihitung jumlah energi yang dipancarkan benda hitam setiap satuan luas permukaannya (fluks pancaran), maka persamaannya menjadi :

$$\frac{W}{A \cdot t} = \sigma \cdot T^4 = (5,67 \times 10^{-8}) \cdot 5800^4 = 6,42 \times 10^7 \text{ J/s/m}^2$$

22. Sebuah asteroid mempunyai setengah sumbu panjang elips, $a = 2,5 \text{ SA}$. Semester 1 tahun 2007 ia berada di perihelion. Maka ia akan berada di aphelion pada tahun

- a. 2008
- b. 2009
- c. 2010
- d. 2011
- e. 2012

JAWAB : B

Masukkan ke Hukum III Kepler (yang massa pusatnya Matahari dan dalam satuan Bumi - jarak dalam AU dan waktu dalam tahun) :

$$T^2 = a^3$$

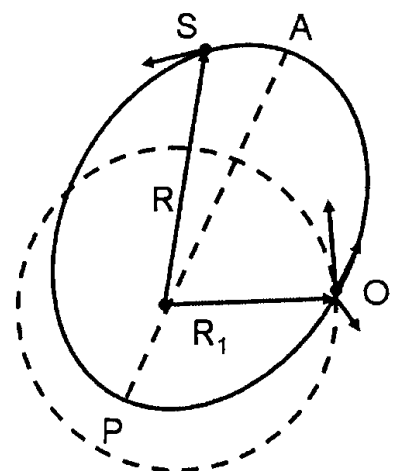
$$T = \sqrt{a^3} = \sqrt{2,5^3} = 3,952 \text{ tahun}$$

Dengan a adalah setengah sumbu panjang elips dan T adalah periode revolusi planet. Waktu tempuh dari perihelion ke aphelion adalah setengah revolusinya, maka waktunya adalah : $\frac{1}{2} \times 3,952 = 1,976 \text{ tahun} (\sim 2 \text{ tahun})$

Jika asteroid berada di perihelion semester 1 tahun 2007, maka asteroid tersebut berada di aphelion setelah 2 tahun kemudian, atau semester 1 tahun 2009.

Soal ESSAY

- Sebuah satelit bergerak dengan orbit lingkaran, dengan jejari R_1 mengitari Bumi. Sesaat kemudian sebuah roket kecil pada satelit dihidupkan untuk mengubah arahnya sehingga menjadi elips. Perubahan ini mengakibatkan satelit kehilangan setengah momentum sudutnya tetapi energi total tetap konstan. Berapakah jarak titik terdekat (perige, P) dan titik terjauh (apoge, A) satelit ini dari pusat Bumi, dinyatakan sebagai fungsi dari R_1 ? Tentukan juga eksentrisitas orbit yang terbentuk.



JAWAB :

Momentum sudut satelit sebelum perubahan orbit :

$$L_1 = I \cdot \omega_1 = m \cdot R_1^2 \cdot \frac{v_1}{R_1} = m \cdot v_1 \cdot R_1$$

Momentum sudut satelit sesudah perubahan orbit :

$$L_2 = \frac{1}{2} L_1$$

$$m \cdot v_2 \cdot r = \frac{1}{2} m \cdot v_1 \cdot R_1$$

$$v_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_1}{r} \cdot R_1$$

Kecepatan satelit pada orbit lingkaran :

$$v_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R_1}}$$

Maka kecepatan satelit pada orbit baru adalah :

$$v_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{\frac{G \cdot M}{R_1}}}{r} \cdot R_1$$

$$v_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{G \cdot M \cdot R_1}}{r}$$

Dari hukum kekekalan energi diperoleh :

$$EM_1 = EM_2$$

$$EK_1 + EP_1 = EK_2 + EP_2$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_s \cdot v_1^2 - \frac{G \cdot M \cdot m_s}{r_1} = \frac{1}{2} \cdot m_s \cdot v_2^2 - \frac{G \cdot M \cdot m_s}{r_2}$$

Coret m_s , masukkan nilai $r_1=R_1$, $r_2=r$, v_1 dan v_2 :

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{\frac{G \cdot M}{R_1}} \right)^2 - \frac{G \cdot M}{R_1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{G \cdot M \cdot R_1}}{r} \right)^2 - \frac{G \cdot M}{r}$$

Jika dikerjakan maka akan diperoleh persamaan kuadrat :

$$4 \cdot r^2 - 8 \cdot R_1 \cdot r + R_1^2 = 0$$

Dengan solusi (dari rumus abc) :

$$r_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$r_{1,2} = \frac{-(-8 \cdot R_1) \pm \sqrt{(-8 \cdot R_1)^2 - 4 \cdot 4 \cdot R_1^2}}{2 \cdot 4}$$

$$r_{1,2} = \left(1 \pm \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) R_1$$

Tanda (+) menyatakan jarak aphelion dan tanda (-) menyatakan jarak perihelion, jadi :

$$\text{Aphelion : } r_{ape} = \left(1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) R_1$$

$$\text{Perihelion : } r_{peri} = \left(1 - \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) R_1$$

Untuk mencari eksentrisitas, perlu dicari dulu setengah sumbu panjang elips (a), yaitu :

$$a = \frac{1}{2}(r_{ape} + r_{peri}) = \frac{1}{2}\left(\left(1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) R_1 + \left(1 - \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) R_1\right)$$

$$a = R_1$$

Maka bisa diperoleh eksentrisitas, yaitu :

$$r_{ape} = a(1 + e)$$

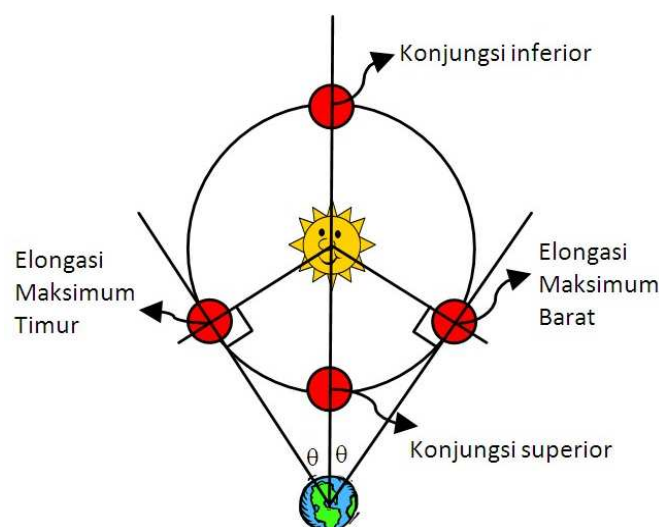
$$\left(1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) R_1 = R_1(1 + e)$$

$$e = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

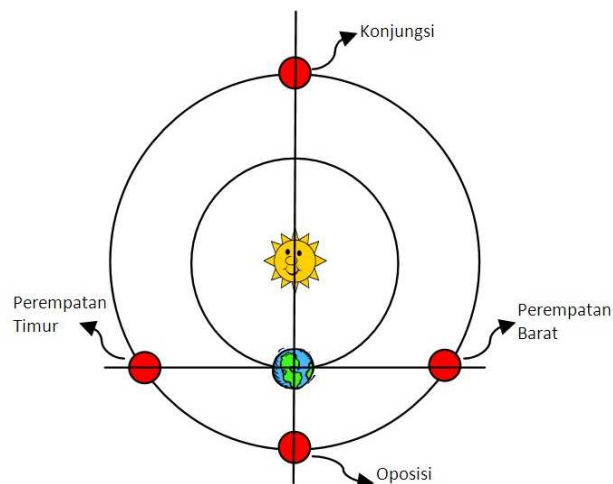
2. Diketahui Bumi mempunyai setengah sumbu panjang $a_B=1$ SA dan eksentrisitas $e_B = 0,017$ sedangkan Merkurius mempunyai $a_M= 0,39$ SA dan $e_M = 0,206$. Hitunglah elongasi maksimum dan minimum planet Merkurius!

JAWAB :

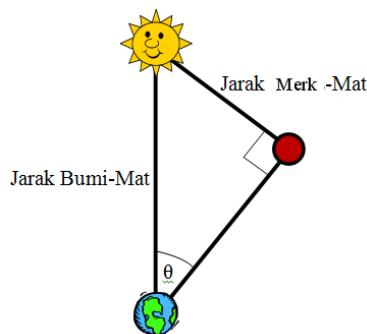
Sudut elongasi adalah jarak sudut antara Matahari dan planet. Bagi planet inferior (Merkurius dan Venus), elongasi minimum jelas 0° dan elongasi maksimum memiliki nilai tertentu, yaitu pada saat terbentuk segitiga siku-siku Matahari-planet-Bumi (lihat gambar).



Untuk planet superior (Mars - Neptunus), sudut elongasi minimum adalah 0° dan sudut elongasi maksimum 180° (lihat gambar). Ini menyebabkan pada waktu tertentu kita bisa melihat planet luar berada di zenith saat tengah malam (pada saat Matahari di nadir) sementara planet dalam tidak pernah mencapai zenith pada saat tengah malam.



Nilai elongasi maksimum pada planet inferior dapat bervariasi, hal ini dikarenakan orbit planet berbentuk elips dan ada inklinasi orbit planet (pada soal ini tidak diperhitungkan inklinasi orbit), karena itu pada fase elongasi maksimum, ada variasi nilai elongasi maksimum dari yang paling minimum sampai yang paling maksimum (kemungkinan besar ini yang dimaksud oleh soal).



Fasa elongasi maksimum yang paling minimum (dengan tetap mempertahankan posisi segitiga siku-siku) akan diperoleh jika jarak Merkurius terdekat dari Matahari (perihelion) dan jarak Bumi terjauh dari Matahari (aphelion) :

Dengan menerapkan nilai sinus θ , diperoleh :

$$\sin \theta_{min} = \frac{r_{M-peri}}{r_{B-aphe}} = \frac{a_M(1 - e_M)}{a_B(1 + e_B)} = \frac{0,39(1 - 0,206)}{1(1 + 0,017)} = 0,304$$

$$\theta_{min} = 17,73^\circ$$

Fasa elongasi maksimum yang paling maksimum (dengan tetap mempertahankan posisi segitiga siku-siku) akan diperoleh jika jarak Merkurius terjauh dari Matahari (aphelion) dan jarak Bumi terdekat dari Matahari (perihelion) :

Dengan menerapkan nilai sinus θ , diperoleh :

$$\sin \theta_{max} = \frac{r_{M-aphe}}{r_{B-peri}} = \frac{a_M(1 + e_M)}{a_B(1 - e_B)} = \frac{0,39(1 + 0,206)}{1(1 - 0,017)} = 0,478$$

$$\theta_{max} = 28,59^\circ$$

3. Suatu kelompok bintang yang sejenis terdiri dari empat buah bintang. Paralaks rata-rata kelompok bintang ini adalah $0''.08$ dan magnitudo visual masing-masing bintang adalah 11,03, 11,17, 12,04, dan 12,95. Apabila magnitudo mutlak kelompok bintang ini dianggap sama, tentukanlah magnitudo mutlak dan paralaks masing-masing anggota kelompok bintang tersebut.

JAWAB :

Rumus paralaks rata-rata adalah :

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2 + \dots + p_N}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i \rightarrow N\bar{p} = \sum_{i=1}^N p_i$$

Dari rumus Pogson :

$$m_i - M = -5 - \log p_i \rightarrow p_i = 10^{0,2(M-m_i-5)}$$

Masukkan persamaan tersebut ke dalam persamaan dari paralaks rata-rata, maka diperoleh :

$$N\bar{p} = \sum_{i=1}^N p_i = \sum_{i=1}^N 10^{0,2(M-m_i-5)} = 10^{0,2(M-5)} \sum_{i=1}^N 10^{-0,2m_i}$$

Jika kedua ruas diberi logaritma, maka :

$$\begin{aligned} \log N\bar{p} &= \log 10^{0,2(M-5)} + \log \sum_{i=1}^N 10^{-0,2m_i} \\ \log N\bar{p} &= 0,2 M - 1 + \log \sum_{i=1}^N 10^{-0,2m_i} \end{aligned}$$

Persamaan tersebut dikali 5 dan dicari rumus M , diperoleh :

$$M = 5 + 5 \cdot \log N\bar{p} - 5 \cdot \log \sum_{i=1}^N 10^{-0,2m_i}$$

Dengan analisis gerak diri bintang dapat diperoleh nilai paralaks rata-rata sebuah gugus. Dengan analisis fotometri dapat diperoleh magnitudo setiap bintang. Maka dengan memasukkan data tersebut ke dalam rumus di atas, dapat diperoleh magnitudo mutlak dari tiap bintang dalam gugus (yang dianggap sama). Jika magnitudo mutlak dapat ditentukan, maka paralaks setiap bintang dapat diperoleh dengan rumus : $p_i = 10^{0,2(M-m_i-5)}$.

Cara ini disebut paralaks statistik dan sangat berguna untuk menentukan jarak bintang yang jauh. Hanya saja syaratnya adalah dilakukan pada kelompok bintang yang jenisnya sama (sama kelas spektrum dan kelas luminositasnya). Jadi Luminositas atau magnitudo mutlak semua bintang dalam kelompok ini diharapkan sama.

Kembali ke soal, diketahui :

$$\bar{p} = 0'',08$$

$$m_1 = 11,03,$$

$$m_2 = 11,17,$$

$$m_3 = 12,04,$$

$$m_4 = 12,95.$$

Magnitudo mutlak kelompok bintang ini dianggap sama,

Dit : magnitudo mutlak dan paralaks masing-masing anggota kelompok bintang tersebut!

Masukkan ke rumus paralaks rata-rata :

$$M = 5 + 5 \cdot \log N \bar{p} - 5 \cdot \log \sum_{i=1}^N 10^{-0,2m_i}$$

$$M = 5 + 5 \cdot \log (4 \cdot 0,08) - 5 \cdot \log (10^{-0,2 \cdot 11,03} + 10^{-0,2 \cdot 11,17} + 10^{-0,2 \cdot 12,04} + 10^{-0,2 \cdot 12,95})$$

$$M = 11,19$$

Masukkan nilai ini ke rumus Pogson untuk mencari paralaks masing-masing bintang

$$: p_i = 10^{0,2(M-m_i-5)}$$

$$p_1 = 10^{0,2(11,19-11,03-5)} = 0,11''$$

$$p_2 = 10^{0,2(11,19-11,17-5)} = 0,10''$$

$$p_3 = 10^{0,2(11,19-12,04-5)} = 0,07''$$

$$p_4 = 10^{0,2(11,19-12,95-5)} = 0,04''$$

4. Sebuah bintang mempunyai paralaks $0'',474$ dan gerak diri (proper motion) bintang tersebut adalah $3'',00/\text{tahun}$. Jika kecepatan radial bintang adalah 40 km/s , tentukanlah kecepatan linier bintang tersebut.

JAWAB :

Dik :

$$\text{Paralaks} = p = 0'',474$$

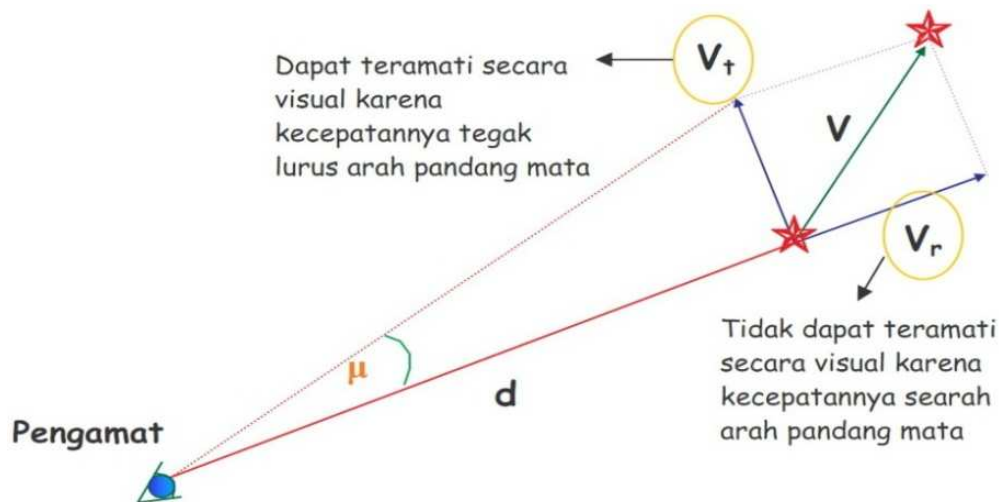
$$\text{Gerak Diri} = \mu = 3'',00/\text{tahun}$$

$$\text{Kec. Radial} = V_r = 40 \text{ km/s}$$

Dit : Kecepatan linier ?

Jawab :

Perhatikan gambar ini :



Rumus kecepatan tangensial :

$$V_r = 4,74 \cdot \frac{\mu}{p} = 4,74 \cdot \frac{3}{0,474} = 30 \text{ km/s}$$

Rumus kecepatan linier :

$$V = \sqrt{V_r^2 + V_t^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ km/s}$$

5. Luminositas sebuah bintang 100 kali lebih terang daripada luminositas Matahari, tetapi temperaturnya hanya setengahnya dari temperatur Matahari. Berapakah radius bintang tersebut dinyatakan dalam radius Matahari?

JAWAB :

$$\frac{L_*}{L_{\odot}} = \frac{4\pi \cdot R_*^2 \cdot \sigma \cdot T_*^4}{4\pi \cdot R_{\odot}^2 \cdot \sigma \cdot T_{\odot}^4} = \frac{R_*^2 \cdot T_*^4}{R_{\odot}^2 \cdot T_{\odot}^4}$$

$$\frac{100L_{\odot}}{L_{\odot}} = \frac{R_*^2 \cdot \left(\frac{1}{2}T_{\odot}\right)^4}{R_{\odot}^2 \cdot T_{\odot}^4}$$

$$R_* = 40 R_{\odot}$$

6. Bintang A dan B mempunyai magnitudo semu yang sama. Jika luminositas bintang A lima kali luminositas bintang B, dan jarak bintang A sekitar 15 pc, berapakah jarak bintang B?

JAWAB :

Magnitudo semu sama artinya fluks cahaya bintang (E) yang sampai ke Bumi sama besar, maka :

$$E_A = E_B$$

$$\frac{L_A}{4\pi \cdot r_A^2} = \frac{L_B}{4\pi \cdot r_B^2}$$

$$\frac{5L_B}{4\pi \cdot 15^2} = \frac{L_B}{4\pi \cdot r_B^2}$$

$$r_B = 3\sqrt{5} \text{ pc} = 6,7 \text{ pc}$$

7. Dua gugus terbuka A dan B terlihat saling berdekatan dalam bidang galaksi. Diameter sudut kedua gugus tersebut masing-masing adalah θ dan 3θ , sedang modulus jaraknya 15,00 dan 10,00. Seandainya diameter sesungguhnya kedua gugus tersebut sama, tentukan jarak kedua gugus tersebut dalam kpc dan koefisien serapan antar bintang a dalam magnitudo/kpc.

JAWAB :

Dik : Dua gugus terbuka A dan B berdekatan dalam bidang galaksi

Gugus terbuka A : Diameter $D_A = D$

Diameter Sudut $\delta_A = \theta$

Modulus jarak = $m_A - M_A = 15,00$

Gugus terbuka B : Diameter $D_B = D$

Diameter Sudut $\delta_B = 3\theta$

Modulus jarak = $m_B - M_B = 10,00$

Dit : d_A, d_B (dalam kpc) dan a (koefisien serapan dalam mag/kpc)

Jawab :

Dari rumus diameter sudut diperoleh (Diameter sesungguhnya sama)

$$D_A = D_B$$

$$\delta_A \cdot d_A = \delta_B \cdot d_B$$

$$\theta \cdot d_A = 3\theta \cdot d_B$$

$$d_A = 3d_B$$

Rumus modulus jarak (d dalam pc) yang memperhitungkan serapan adalah :

$$m - M = -5 + 5 \cdot \log d + A_V$$

Dengan A_V adalah serapan dalam panjang gelombang visual dan satuannya magnitudo. Jika ingin memperhitungkan serapan dalam satuan magnitudo/kpc (a), maka hubungannya adalah :

$$a = \frac{A_V}{d} \rightarrow A_V = a \cdot d$$

Jadi rumus modulus jarak menjadi :

$$m - M = -5 + 5 \cdot \log d + a \cdot d$$

Masukkan data gugus A ke dalam rumus tersebut :

$$\begin{aligned} 15 &= -5 + 5.\log 3d_B + 3a.d_B \\ 20 &= 5.\log 3 + 5.\log d_B + 3a.d_B \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

Masukkan juga data gugus B ke dalam rumus tersebut :

$$\begin{aligned} 10 &= -5 + 5.\log d_B + a.d_B \\ 15 &= 5.\log d_B + a.d_B \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

Pers. (2) dikali 3 lalu eliminasi dengan pers (1) :

$$\begin{aligned} 45 &= 15.\log d_B + 3a.d_B \\ \underline{20 &= 5.\log 3 + 5.\log d_B + 3a.d_B} - \\ 25 &= 10.\log d_B - 5.\log 3 \rightarrow d_B = 547,72 \text{ pc} = 0,548 \text{ kpc} \end{aligned}$$

Dengan demikian variabel yang lain bisa ditentukan :

$$\begin{aligned} d_A &= 1643,17 \text{ pc} = 1,643 \text{ kpc} \\ a &= 0,00239 \text{ mag/pc} = 2,39 \text{ mag/kpc} \end{aligned}$$

8. Sebuah sistem bintang bertiga memiliki magnitudo total 0,0. Bintang A dan B masing-masing memiliki magnitudo 1,0 dan 2,0. Tentukanlah magnitudo komponen ketiga (sebut bintang C).

JAWAB :

Salah satu rumus Pogson berbentuk :

$$\frac{E_1}{E_2} = 2,512^{-(m_1-m_2)}$$

Jika sebuah bintang sudah diketahui nilai m dan E-nya, maka rumus Pogson tersebut akan berbentuk :

$$E = k.2,512^{-m}$$

Nilai k tergantung bintang acuan yang dipakai. Rumus tersebut kita diterapkan untuk bintang A, B, C, dan bintang gabungan, diperoleh :

$$\begin{aligned} E_A &= k.2,512^{-m_A} = k.2,512^{-1} = 0,398.k \\ E_B &= k.2,512^{-m_B} = k.2,512^{-2} = 0,158.k \\ E_C &= k.2,512^{-m_C} \\ E_{Gab} &= k.2,512^{-m_{Gab}} = k.2,512^{-0} = k \end{aligned}$$

Maka nilai gabungan ketiga bintang adalah :

$$\begin{aligned} E_{Gab} &= E_A + E_B + E_C = k \\ E_A + E_B + E_C &= k \\ 0,398.k + 0,158.k + k.2,512^{-m_C} &= k \\ 2,512^{-m_C} &= 0,443 \\ m_C &= 0,883 \end{aligned}$$

Cara lain :

Rumus cepat untuk menghitung magnitudo gabungan n buah bintang adalah :

$$\frac{1}{2,512^{m_{gab}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2,512^{m_i}}$$

Untuk soal di atas, maka rumus tersebut akan menjadi :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2,512^{m_{gab}}} &= \frac{1}{2,512^{m_1}} + \frac{1}{2,512^{m_2}} + \frac{1}{2,512^{m_3}} \\ \frac{1}{2,512^0} &= \frac{1}{2,512^1} + \frac{1}{2,512^2} + \frac{1}{2,512^{m_c}} \\ m_c &= 0,883 \end{aligned}$$

9. Sebuah bintang A0 mempunyai magnitude visual $m_v = 12,5$ dan magnitude biru $m_B = 13,3$.
- Berapakah eksess warna untuk bintang ini,
 - Absorpsi visual A_v didepan bintang tersebut,
 - Jarak bintang sebenarnya (dalam parsek),
 - Berapakah kesalahan penentuan jarak ini, jika seandainya faktor adsorbsi tidak diikutsertakan.

JAWAB :

Bintang kelas A0 memiliki keistimewaan, karena nilai $(B-V)_0 = 0$. (B-V adalah indeks warna bintang, yaitu magnitudo Biru dikurangi magnitudo Visual, sedangkan indeks 0 menyatakan warna intrinsik, yaitu warna bintang sebenarnya jika tidak ada penyerapan/absorpsi.

- a. Ekses warna adalah selisih antara indeks warna yang diamati dengan indeks warna intrinsiknya, yaitu :

$$E_{BV} = (B - V) - (B - V)_0$$

Jadi indeks warna bintang A0 tersebut adalah :

$$E_{BV} = (13,3 - 12,5) - 0 = 0,8$$

- b. Rumus penyerapan dalam magnitudo visual (A_v) adalah :

$$A_v = m - m_0 = R \cdot E_{BV}$$

Dengan m adalah magnitudo visual yang teramati, m_0 adalah magnitudo visual jika tidak ada penyerapan, R adalah perbandingan absorpsi (untuk absorpsi normal nilainya $R = 3,2$) dan E_{BV} adalah indeks warna.

Jadi penyerapan bintang A0 tersebut jika dianggap penyerapan normal :

$$A_V = 3,2 \cdot 0,8 = 2,56 \text{ magnitudo}$$

- c. Untuk menentukan jarak bintang digunakan rumus modulus jarak, yang artinya harus mengetahui berapa nilai magnitudo mutlak dari bintang A0 tersebut.

Melalui tabel yang ada, diketahui magnitudo mutlak bintang A0 adalah $M = 0,8$, jadi :

$$m - M = -5 + 5 \log d + A_V$$

$$12,5 - 0,8 = -5 + 5 \log d + 2,56$$

$$d = 672,98 \text{ pc}$$

- d. Jika tidak memakai faktor serapan, maka jaraknya adalah :

$$m - M = -5 + 5 \log d$$

$$12,5 - 0,8 = -5 + 5 \log d$$

$$d = 2187,76 \text{ pc}$$

Jika diubah kedalam bentuk persentasi, maka :

$$\% \text{ kesalahan jarak} = \frac{2187,76 - 672,98}{672,98} \times 100\% = 225\%$$