

SOLUSI & PEMBAHASAN SOAL OSN ASTRONOMI 2009

Typed and Solved by Mariano N.

Mohon saya dikontak jika ada yang perlu direvisi

mariano.nathanael@gmail.com<http://soal-olim-astro.blogspot.com>

1. Kemampuan teleskop refraktor Zeiss Observatorium Bosscha yang berdiameter 60 cm untuk mengumpulkan cahaya dibandingkan mata kita yang dianggap memiliki diameter sekitar 1 cm adalah :
- A. $1/3600 \times$
 - B. $1/60 \times$
 - C. $60 \times$
 - D. $360 \times$
 - E. $3600 \times$

JAWAB : E

Kemampuan teleskop untuk mengumpulkan cahaya atau energi (B) hanya bergantung pada luas lensa/cermin obyektifnya, atau bisa dituliskan B sebanding dengan kuadrat diameter, atau :

$$B \sim D^2$$

Jadi jika dibandingkan teleskop di Bosscha ($D=60$ cm) dan mata manusia ($D=1$ cm), maka :

$$\frac{B_{60 \text{ cm}}}{B_{1 \text{ cm}}} = \frac{60^2}{1^2} = 3600 \times$$

2. Sebuah teleskop dengan diameter 20 cm ($f/D=10$) dilengkapi lensa okuler dengan panjang fokus 15 mm (okuler A) dan 40 mm (okuler B). Jika dipergunakan melihat planet Jupiter dengan diameter sudut 40 detik busur, maka :
- A. Planet Jupiter akan tampak lebih besar dengan okuler A
 - B. Planet Jupiter akan tampak lebih besar dengan okuler B
 - C. Planet Jupiter akan sama besar baik di okuler A maupun B
 - D. Planet Jupiter akan tampak redup di kedua okuler tersebut
 - E. Planet Jupiter akan tampak lebih kecil dengan okuler A

JAWAB : A

Besar objek pada teleskop tentu ditentukan oleh perbesaran teleskop, yang dirumuskan sebagai :

$$M = \frac{f_{ob}}{f_{ok}}$$

Jadi dengan panjang fokus obyektif yang tetap, perbesaran yang lebih besar akan terjadi jika menggunakan lensa okuler yang fokusnya lebih pendek

Kembali ke soal, dengan okuler A yang fokusnya lebih pendek (15 mm) tentu akan diperoleh gambar Jupiter yang lebih besar daripada okuler B (40 mm).

3. Apabila percepatan gravitasi Bumi (di permukaan laut) adalah 980 cm/s^2 , maka percepatan di sebuah stasiun ruang angkasa yang berada pada ketinggian 30.000 km di atas permukaan Bumi adalah :

- A. $198,81 \text{ cm/s}^2$
- B. $30,06 \text{ cm/s}^2$
- C. $8,18 \text{ cm/s}^2$
- D. $441,40 \text{ cm/s}^2$
- E. $566,20 \text{ cm/s}^2$

JAWAB : B

Rumus percepatan gravitasi adalah :

$$g = \frac{G \cdot M}{r^2}$$

Jika dibandingkan untuk dua ketinggian yang berbeda :

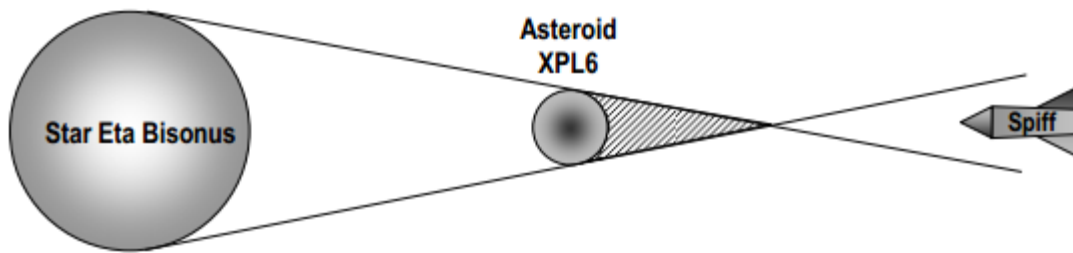
$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

Dengan $R_{\text{Bumi}} = 6370 \text{ km}$, maka :

$$\frac{g_2}{980} = \frac{6370^2}{(6370 + 30000)^2}$$

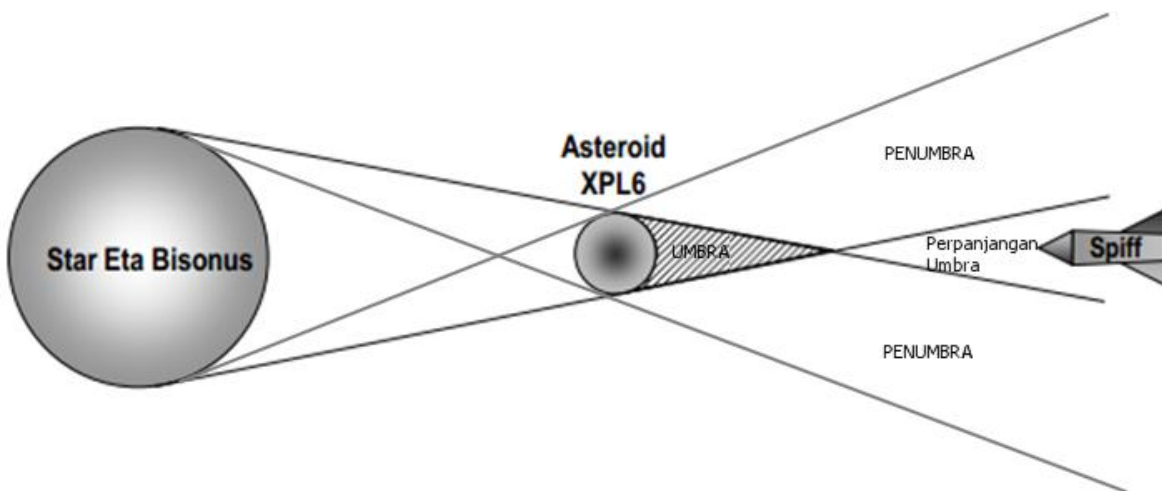
$$g_2 = 30,06 \text{ cm/s}^2$$

4. Pada diagram di bawah ini, asteroid XPL6 melintas tepat di antara pesawat ruang angkasa Spiff dan bintang raksasa η Bisonus. Berdasarkan ukuran relatif dan posisi bintang η Bisonus, asteroid XPL6 dan Spiff seperti gambar tersebut. Akankan Spiff mengalami gerhana total?
- Ya, karena Spiff berada dalam bayangan umbra
 - Tidak, karena Spiff berada dalam perpanjangan bayangan umbra
 - Dari diagram di atas kita tidak bisa tahu
 - Bentuk asteroid yang tidak beraturan, Spiff tidak mungkin mengalami gerhana total
 - Semua jawaban salah



JAWAB : B

Perhatikan gambar berikut ini :



Perhatikan daerah bayangan umbra, perpanjangan umbra (disebut antumbra) dan daerah bayangan penumbra.

Jika pengamat berada di :

- ⇒ daerah penumbra : pengamat akan mengamati gerhana sebagian
- ⇒ daerah umbra : pengamat akan mengamati gerhana total
- ⇒ daerah antumbra : pengamat akan mengamati gerhana cincin

5. Sebuah asteroid mempunyai jarak perihelium 2,0 Satuan astronomi (AU) dan jarak apheliumnya adalah 4 satuan astronomi. Berapakah periode satelit ini?
- A. 14,7 tahun
 - B. 8,0 tahun
 - C. 5,2 tahun
 - D. 2,8 tahun
 - E. 1,4 tahun

JAWAB : C

Untuk mengetahui periode asteroid harus mengetahui dulu berapa setengah sumbu panjang elips (a) dari orbit asteroid. Setengah sumbu panjang elips adalah :

$$a = \frac{r_{peri} + r_{ape}}{2} = \frac{2 + 4}{2} = 3 AU$$

Masukkan ke dalam rumus Hukum Kepler III untuk Tata Surya (yang pusatnya adalah Matahari) dengan menggunakan satuan-satuan Bumi (jarak dalam AU dan periode dalam tahun) :

$$T^2 = a^3$$

$$T^2 = 3^3$$

$$T = 5,20 \text{ tahun}$$

6. Dua buah benda mengorbit benda ketiga sebagai benda sentral. Benda A mengorbit elips dengan setengah sumbu panjang 16 satuan dan setengah sumbu pendek 9 satuan, benda B mengorbit lingkaran dengan jari-jari 12 satuan. Keduanya bergerak dari titik awal yang sama. Setelah menyelesaikan satu putaran, maka di titik awal itu
- A. Benda A dan benda B tiba bersamaan
 - B. Benda A tiba lebih awal dari benda B
 - C. Benda A mendahului benda B
 - D. Benda B tiba lebih awal dari benda A
 - E. Benda A berada di belakang benda B

JAWAB : D

Menyelesaikan satu putaran artinya menyelesaikan satu periode orbit. Periode orbit bergantung pada setengah sumbu panjang (a), jika a besar, maka periode lebih panjang, karena :

Benda A $\rightarrow a = 16$ satuan

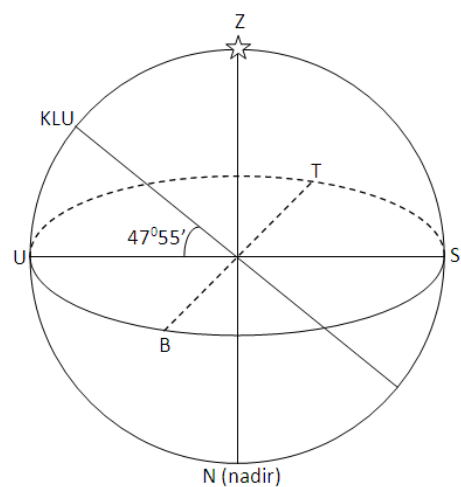
Benda B → a = 12 satuan

Jadi periode A lebih panjang daripada periode B, maka B lebih cepat kembali ke titik asal.

7. Pada suatu malam sekitar jam 21.00, seorang yang ada di Ulanbator, Mongolia ($\phi = 47^{\circ}55'$ Lintang Utara dan $\lambda = 106^{\circ}$ Bujur Timur) melihat bintang Vega di atas kepalanya. Apabila pada saat yang sama seseorang pengamat yang berada di bujur yang sama dengan Ulanbator, melihat bintang tersebut pada ketinggian $35^{\circ}51'$, maka lintang tempat pengamat tersebut adalah
- A. $-58^{\circ}05'$
 - B. $-54^{\circ}05'$
 - C. $-6^{\circ}14'$
 - D. $-12^{\circ}04'$
 - E. $-5^{\circ}20''$

JAWAB : C

Gambarkan bola langit Ulanbator dengan bintang Vega tepat di atas kepalanya (berada di Zenith) :

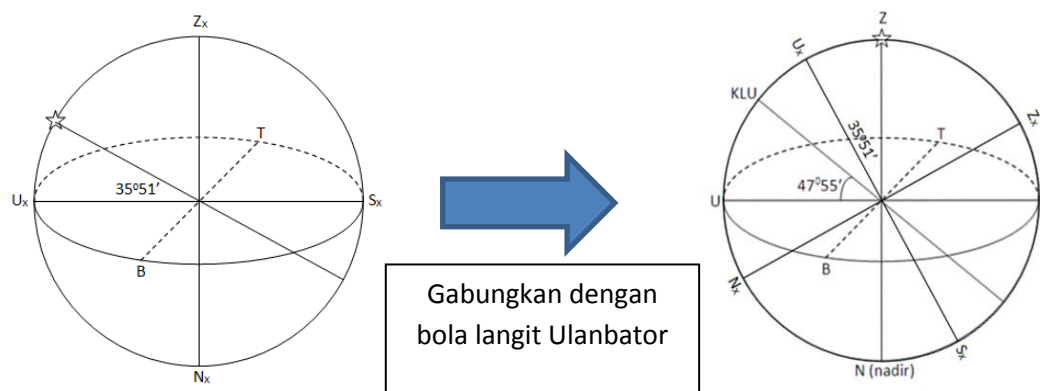


Pada bujur yang sama bagi pengamat di muka Bumi (yang lintangnya berbeda), untuk bintang yang sama akan memiliki sudut jam yang sama pula, artinya jika di Ulanbator bintang Vega sedang berada di Zenith (pada sudut jam = $HA = 0$, yaitu berada tepat di garis meridian), maka di tempat lain dengan bujur yang sama bintang Vegapun tetap memiliki sudut jam = 0 atau berada di garis meridian (Lingkaran besar dilangit yang menghubungkan titik (U – Z – S – N)).

Pengamat yang berada lebih utara dari Ulanbator akan melihat bintang Vega berada di daerah selatan, sedangkan pengamat yang lebih selatan dari Ulanbator akan melihat bintang Vega berada di daerah Utara

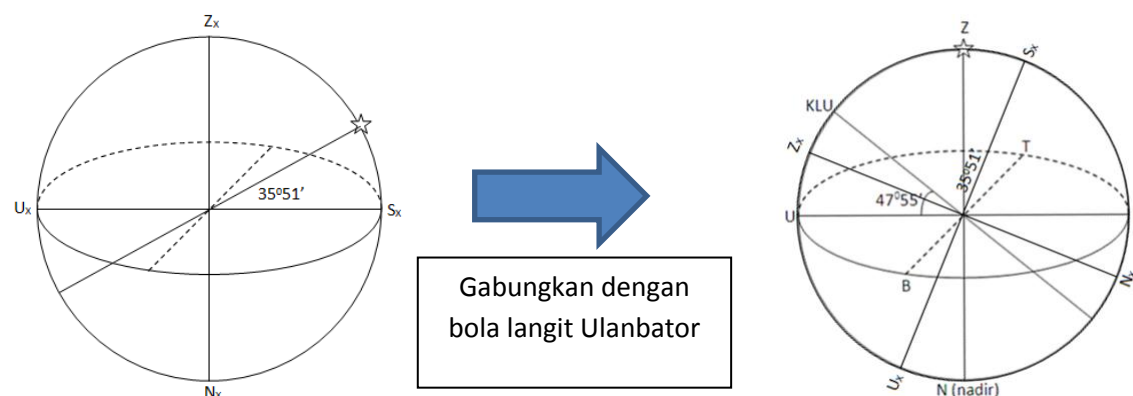
Gambarkan bola langit dari tempat yang memiliki bujur yang sama dengan Ulanbator (artinya bintang Vega juga ada di lingkaran meridian – lingkaran U-Z-S-N) dengan ketinggian bintang Vega $35^{\circ}51'$. Untuk hal ini ada dua kasus, yaitu Bintang Vega ada di atas titik Utara (pengamat di sebelah selatan Ulanbator) dan bintang Vega ada di atas titik selatan (pengamat ada di sebelah utara Ulanbator) :

Kasus 1 (Bintang Vega ada di atas titik Utara – pengamat di selatan Ulanbator) :



Pada bola langit gabungan, selisih lintang dinyatakan oleh jarak titik Utara Ulanbator dengan titik Utara lokasi X atau selisih jarak kedua zenith. Maka selisih lintang adalah : $90^{\circ} - 35^{\circ}51' = 54^{\circ}9'$ dibawah lintang Ulanbator. Maka lintang pengamat X adalah : $47^{\circ}55' - 54^{\circ}9' = -6^{\circ}14'$

Kasus 2 (Bintang Vega ada di atas titik Selatan) :



Pada bola langit gabungan, selisih lintang dinyatakan oleh jarak titik Selatan Ulanbator dengan titik Selatan lokasi X atau selisih jarak kedua zenith. Maka selisih lintang adalah : $90^{\circ} - 35^{\circ}51' = 54^{\circ}9'$ di atas lintang Ulanbator. Maka lintang pengamat X adalah : $47^{\circ}55' + 54^{\circ}9' = 102^{\circ}4'$, karena lintang paling tinggi adalah 90° , maka lokasi X melampaui kutub Utara dan berada pada bujur yang berselisih 180° dengan bujur Ulanbator, yaitu berada pada lintang $90^{\circ} - (102^{\circ}4' - 90^{\circ}) = 77^{\circ}56'$ dengan bujur yang berselisih 180° . Tentu ini bukan syarat dari soal yang mengharuskan bujur yang sama.

8. Bila satu bulan Draconic didefinisikan periode Bulan dua kali berturutan melewati titik simpul orbit Bulan yang sama yaitu 27,2122 hari, maka satu siklus Saros gerhana Bulan atau gerhana Matahari setara dengan

- A. 242 bulan draconic
- B. 223 bulan draconic
- C. 235 bulan draconic
- D. 239 bulan draconic
- E. 135 bulan draconic

JAWAB : A

Titik simpul adalah pertemuan antara lintasan matahari (ekliptika) dengan lintasan bulan di langit. Kedua lintasan ini membentuk sudut $5,1^{\circ}$. Waktu yang diperlukan Bulan untuk kembali ke titik simpul yang sama disebut 1 Bulan Draconic ($=27,2122$ hari).

Titik simpul ini ternyata bergeser juga di langit secara perlahan-lahan ke arah Timur dengan periode 18,6 tahun. Ini terjadi akibat tarikan gravitasi Matahari terhadap Bulan. Karena pergeserannya ke Timur, maka satu bulan Draconic lebih pendek dari pada satu bulan sideris, yaitu waktu yang diperlukan Bulan untuk kembali ke titik yang sama di langit (terhadap bintang latar belakang), yang besarnya 1 bulan sideris = 27,3217 hari.

Periode Bulan yang lain adalah periode anomalistik, yaitu periode bulan dari titik perige ke titik perige kembali atau dari titik apoge ke titik apoge kembali. Lamanya adalah 27,5546 hari.

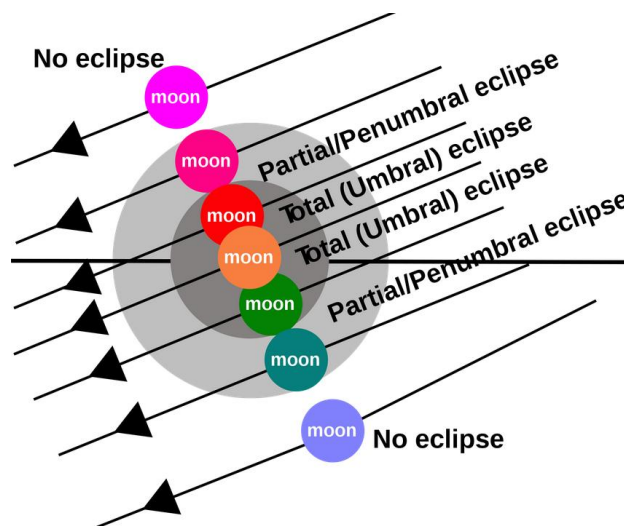
Ada lagi periode bulan sinodis, yaitu periode dari fase yang sama dan kembali lagi ke fase tersebut, misalnya dari bulan baru ke bulan baru, atau bulan purnama ke bulan purnama lagi. Lamanya adalah 29,5306 hari.

Siklus Saros adalah siklus pengulangan gerhana yang terjadi di arah langit yang hampir sama. Dalam rentang kesalahan sekitar 2 jam, setelah 223 bulan sinodis, **242 bulan draconic** dan 239 bulan anomalistik (semuanya dalam angka yang bulat), Bulan akan memiliki fase yang sama, berada pada titik nodal yang sama, berjarak sama ke Bumi dan Bumi berjarak hampir sama juga ke Matahari dan terjadi pada musim yang sama. Hal ini menyebabkan jika terjadi gerhana Matahari atau Gerhana Bulan, maka dalam siklus satu saros kemudian gerhana dalam geometri yang hampir sama akan terjadi. (dalam rentang satu saros akan terjadi sekitar 40 gerhana lain, tetapi dalam geometri yang berbeda). Perhatikan bahwa dalam bulan sideris tidak terjadi bilangan bulat artinya bulan tidak kembali berada di bintang latar belakang yang sama. Ini terjadi karena presesi orbit bulan akibat gravitasi Matahari. Siklus Saros telah diketahui oleh astronom Babilonia di sekitar tahun 600 SM.

Satu siklus saros adalah 223 bulan sinodis (disebut juga 223 lunasi bulan), artinya selama $223 \times 29,5306 = 6585,3238$ hari = 18,0293 hari = 18 tahun 11 hari = atau sekitar $6585 \frac{1}{3}$ hari. Maka gerhana akan terjadi sekitar 8 jam kemudian yang artinya tempat terjadinya gerhana bergeser sekitar 120° ke arah barat. Jadi setelah gerhana

berikutnya setelah 1 saros dan 2 saros tidak akan teramati di tempat yang sama, dan kembali lagi terjadi di tempat yang sama setelah 3 saros, dikenal sebagai tripel Saros (*exeligmos*), yaitu sekitar 54 tahun dan 33 hari. Jadi jika kita melihat gerhana, maka di tempat yang sama akan terjadi lagi gerhana dalam geometri yang sama setelah 54 tahun kemudian.

Sebagai tambahan, meskipun geometri pada saros yang sama mirip, tetapi tidaklah sama persis (ingat rentang kesalahan 2 jam). Ini disebabkan kedudukan Matahari bergeser sekitar 28' terhadap titik nodal ke arah utara atau ke arah selatan untuk setiap satu siklus saros. Ini menyebabkan untuk satu macam geometri pada sebuah Saros tidak akan selamanya berulang, ada batasnya. Contoh : gerhana awal dimulai ketika bulan menyentuh bayangan penumbra Bumi dari bawah, kemudian setiap siklus akan pelan-pelan naik ke atas, menyentuh umbra, lalu melewati umbra dan keluar dari penumbra, semuanya dalam geometri yang sama.



Satu seri saros bisa berisi 71-72 buah gerhana. Dimulai terlihat di daerah kutub Utara dan berakhir dengan terlihat di daerah kutub selatan, atau sebaliknya.

Kembali ke soal, ingat saja bahwa 1 Saros adalah 223 periode sinodis (ini hafalan yang populer untuk siklus Saros), maka untuk mencari waktu saros dalam bulan draconik tinggal dibagi:

$$\frac{223 \text{ bulan sinodis} \times 29,5306 \text{ hari}}{27,2122 \text{ hari draconik}} = 242 \text{ bulan draconik}$$

9. Pada saat oposisi planet memperlihatkan terang yang paling tinggi, sementara pada saat konjungsi memperlihatkan terang yang paling rendah. Berapakah perbandingan terang Mars pada saat oposisi dan konjungsi?
 - A. 2,5 kali
 - B. 5 kali
 - C. 25 kali
 - D. 50 kali

JAWAB : C

Terang atau energi yang ditangkap oleh mata berbanding terbalik dengan kuadrat jaraknya, atau :

$$\text{Terang} \sim \frac{1}{r^2}$$

Karena pada soal tidak diberi tahu jarak planet Mars, maka gunakan saja Hukum Titius Bode untuk mencari jarak planet. Saya ulangi disini Hukum Titius Bode :

Langkah 1 : Buat deret berikut ini, mulai dengan 0 lalu 3 lalu kalikan 2 :

0, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384

Langkah 2 : Tambah masing-masing dengan 4, jadi diperoleh :

4, 7, 10, 16, 28, 52, 100, 196, 388

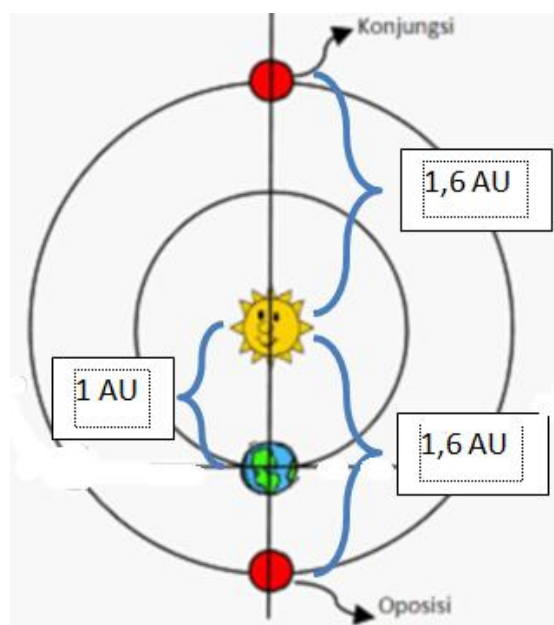
Langkah 3 : Bagi masing-masing dengan 10, jadi diperoleh :

0,4 ; 0,7 ; 1 ; 1,6 ; 2,8 ; 5,2 ; 10 ; 19,6 ; 38,8

Semuanya adalah jarak planet dari Merkurius sampai Neptunus dalam AU!

(Catatan : 2,8 adalah jarak asteroid terbesar Ceres)

Jarak planet Mars menurut metode tersebut adalah : 1,6 AU.



Jarak planet Mars ke Bumi pada saat konjungsi adalah $1,6 + 1 = 2,6$ AU

Jarak planet Mars ke Bumi pada saat oposisi adalah $1,6 - 1 = 0,6$ AU

Maka perbandingan terang pada saat oposisi dan konjungsi adalah :

$$\frac{\text{Terang saat oposisi}}{\text{Terang saat konjungsi}} = \frac{r_{konj}^2}{r_{opo}^2} = \frac{2,6^2}{0,6^2} = 18,78 \text{ kali}$$

Catatan, jika menggunakan nilai jarak Mars ke Matahari adalah 1,52 AU, maka : r konjungsi = 2,52 AU dan r oposisi = 0,52 AU. Jika dimasukkan ke dalam rumus, diperoleh perbandingan terang sebesar 23,48.

10. Pada titik perihelionnya jarak planet Merkurius 0,341 SA dari Matahari. Sedangkan setengah sumbu panjangnya adalah 0,387 SA. Berapakah luas daerah yang disapunya dalam satu periode?

- A. 0,467 SA²
- B. 0,312 SA²
- C. 0,213 SA²
- D. 0,104 SA²
- E. 0,621 SA²

JAWAB : A

Rumus luas elips adalah :

$$A = \pi \cdot a^2 \sqrt{1 - e^2} = \pi \cdot a \sqrt{Pe \cdot Ape}$$

Dengan :

$$Pe = a(1 - e) \text{ \& \ } Ape = a(1 + e)$$

Pe adalah jarak perihelion (jarak terdekat ke matahari)

Ape adalah jarak Aphelion (jarak terjauh dari matahari),

a adalah setengah sumbu panjang elips.

Dalam soal diketahui : Pe = 0,341 SA, a = 0,387 SA, jadi :

$$Pe = a(1 - e)$$

$$0,341 = 0,387(1 - e) \rightarrow e = 0,119$$

$$A = \pi \cdot a^2 \sqrt{1 - e^2} = \pi \cdot 0,387^2 \sqrt{1 - 0,119^2} = 0,467 \text{ SA}^2$$

11. Diketahui massa matahari M_☉, kita ketahui pula Matahari akan bertransformasi menjadi bintang raksasa dan berakhir di bintang Katai Putih (white dwarf). Akibatnya gerak Bumi mengelilingi Matahari juga akan berubah. Seandainya Bumi

kita masih tetap bertahan pada jarak 1 SA dan periodenya menjadi 258 hari, massa Matahari pada saat itu adalah :

- A. $3 M_{\odot}$
- B. $2,5 M_{\odot}$
- C. $2 M_{\odot}$
- D. $1,5 M_{\odot}$
- E. $1 M_{\odot}$

JAWAB : C

Gunakan Hukum Kepler III sebagai berikut :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot M}$$

Karena jarak planet tetap, maka persamaan tersebut bisa disederhanakan menjadi (indeks 1 untuk kondisi awal dan indeks 2 untuk kondisi ketika matahari telah berubah menjadi katai putih) :

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{M_2}{M_1} \implies \frac{365,25^2}{258^2} = \frac{M_2}{M_{\odot}} \implies M_2 = 2,004 M_{\odot}$$

Catatan : Matahari seharusnya semakin lama akan semakin kehilangan massanya, apalagi setelah menjadi katai putih yang sebelumnya mengalami proses kehilangan massa melalui hembusan-hembusan yang melemparkan bagian kulit Matahari. Jadi sebenarnya soal ini tidak realistis.

12. Jika massa Matahari menjadi dua kali lebih besar dari sekarang, dan apabila planet-planet termasuk Bumi tetap berada pada orbitnya seperti sekarang, maka periode orbit Bumi mengelilingi Matahari adalah

- A. 259 hari
- B. 321 hari
- C. 365 hari
- D. 423 hari
- E. 540 hari

JAWAB : A

Sebenarnya soal ini sama saja dengan soal di atas (no. 11). Jadi gunakan lagi Hukum Kepler III seperti soal no. 11

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{M_1}{M_2} \implies \frac{T_2^2}{365,25^2} = \frac{M}{2.M} \implies T_2 = 258,27 \text{ hari}$$

13. Sebuah bintang yang berjarak 2 pc mempunyai magnitudo semu $m = 1,3$. Apabila energi yang kita terima dari bintang ini adalah $8 \times 10^{-9} \text{ watt/m}^2$, maka energi yang kita terima dari sebuah bintang yang magnitudo semunya $m = 5,3$ adalah
- A. $3,18 \times 10^{-7} \text{ watt/m}^2$
 - B. $5,51 \times 10^{-8} \text{ watt/m}^2$
 - C. $3,26 \times 10^{-8} \text{ watt/m}^2$
 - D. $1,96 \times 10^{-9} \text{ watt/m}^2$
 - E. $2,01 \times 10^{-10} \text{ watt/m}^2$

JAWAB : E

Gunakan rumus Pogson :

$$m_1 - m_2 = -2,5 \cdot \log \frac{E_1}{E_2}$$
$$1,3 - 5,3 = -2,5 \cdot \log \frac{8 \times 10^{-9}}{E_2}$$
$$E_2 = 2 \times 10^{-10} \text{ watt/m}^2$$

14. Ada empat buah bintang dengan data fotometri sebagai berikut

| Bintang | V | B | M _V |
|---------|-------|-------|----------------|
| A | 10,72 | 10,82 | -1,0 |
| B | 13,15 | 10,21 | 3,0 |
| C | 15,67 | 14,27 | 5,5 |
| D | 7,34 | 11,54 | -3,5 |

Dari data tersebut, dan apabila kita abaikan penyerapan oleh materi antar bintang, maka bintang yang jaraknya sama dari kita adalah

- A. Bintang B dan A
- B. Bintang D dan C
- C. Bintang A dan D
- D. Bintang B dan C
- E. Bintang A dan C

JAWAB : D

Untuk menentukan jarak bintang adalah dengan menggunakan rumus modulus jarak :

$$m - M = -5 + 5 \log d$$

Dari rumus tersebut bisa kita lihat bahwa jika dua buah bintang memiliki nilai $(m - M)$ yang sama, maka jaraknya pasti sama.

Pada tabel ada V yang artinya adalah magnitudo semu yang diukur pada panjang gelombang visual (dengan mata telanjang), bisa juga ditulis m . Huruf B adalah magnitudo semu yang diukur pada panjang gelombang biru dan M_V adalah magnitudo mutlak yang diukur pada panjang gelombang visual. Jadi modulus jarak setiap bintang adalah :

| Bintang | V | B | M_V | $(V - M)$ |
|---------|-------|-------|-------|-----------|
| A | 10,72 | 10,82 | -1,0 | 11,72 |
| B | 13,15 | 10,21 | 3,0 | 10,15 |
| C | 15,67 | 14,27 | 5,5 | 10,17 |
| D | 7,34 | 11,54 | -3,5 | 10,84 |

Jadi yang jaraknya sama (sampai ketelitian satu desimal) adalah B dan C.

15. Andaikan bahwa luminositas sebuah daerah pembentukan bintang didominasi oleh lima bintang terang tipe O yang masing-masing memiliki magnitudo mutlak -8. Maka magnitudo mutlak daerah pembentukan bintang tersebut adalah :
- A. -9,75
 - B. -9,25
 - C. -6,25
 - D. -6,75
 - E. -10,75

JAWAB : A

Untuk menghitung magnitudo gabungan bintang, bisa digunakan rumus :

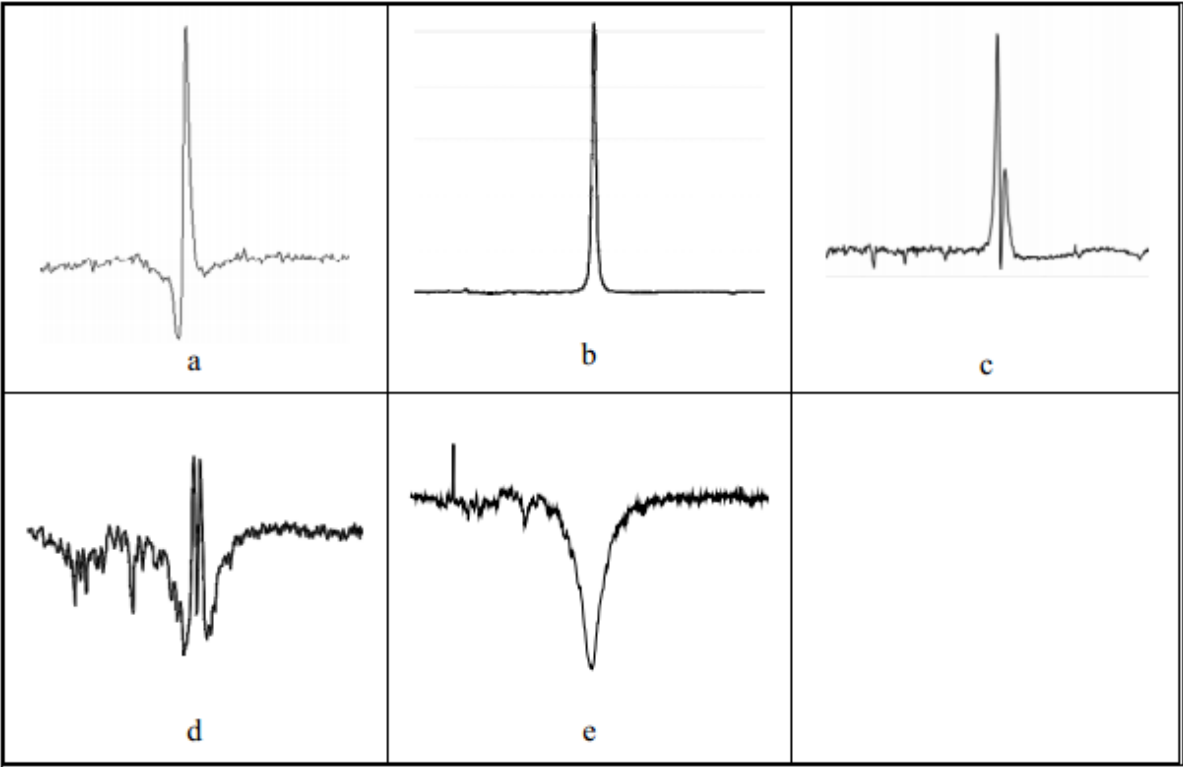
$$\frac{1}{2,512^{m_{gab}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2,512^{m_i}}$$

Untuk soal di atas, maka rumus tersebut akan menjadi :

$$\frac{1}{2,512^{m_{gab}}} = \frac{1}{2,512^{m_1}} + \frac{1}{2,512^{m_2}} + \frac{1}{2,512^{m_3}} + \frac{1}{2,512^{m_4}} + \frac{1}{2,512^{m_5}}$$

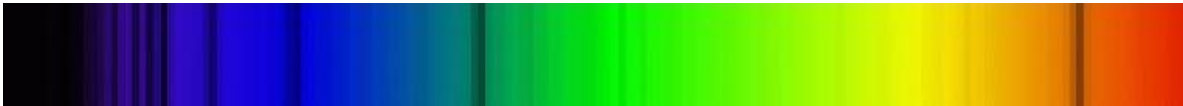
$$\frac{1}{2,512^{m_{gab}}} = \frac{1}{2,512^{-8}} + \frac{1}{2,512^{-8}} + \frac{1}{2,512^{-8}} + \frac{1}{2,512^{-8}} + \frac{1}{2,512^{-8}}$$
$$\frac{1}{2,512^{m_{gab}}} = \frac{5}{2,512^{-8}}$$
$$m_{gab} = -9,758$$

16. Pada gambar di bawah diperlihatkan 5 profil garis H α dari lima buah bintang. Dari kelima profil garis H α tersebut yang bintangnya mengalami kehilangan massa yang cukup besar adalah profil garis nomor



JAWAB : A

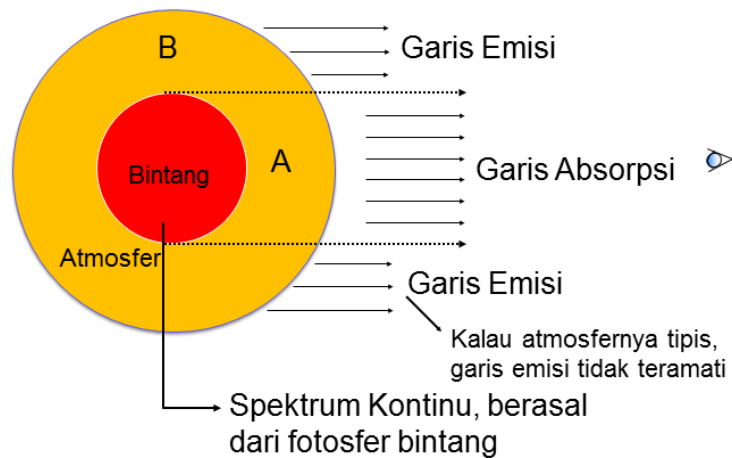
Dalam analisis spektroskopi bintang, cahaya bintang dipecah ke dalam spektrum warna melalui bantuan kisi atau prisma sehingga menghasilkan deretan warna yang disebut spektrum bintang seperti gambar di bawah ini :



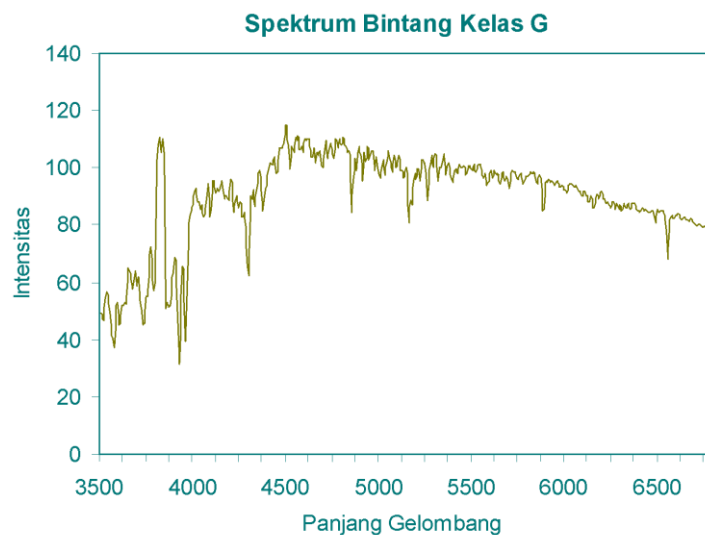
Pada spektrum tersebut sebagai latar belakang, tampak ada garis-garis warna yang lebih terang dan ada garis-garis yang lebih gelap dengan latar belakang pelangi. Menurut hukum Kirchoff :

- 1) Hukum Kirchoff I : Warna pelangi di latar belakang dihasilkan oleh gas yang bertekanan tinggi dan panas, yaitu dari bintang itu sendiri (dari fotosfernya), disebut spektrum kontinyu.

- 2) Hukum Kirchoff II : Garis-garis yang lebih terang dihasilkan oleh gas renggang yang panas, yaitu dari atmosfer bintang yang panas yang ada di sekeliling bintang (di samping bintang), tetapi bukan di depan bintang (searah pengamat), disebut spektrum emisi
- 3) Hukum Kirchoff III : Garis-garis yang lebih gelap menandakan ada gas dingin di depan gas yang panas yang menyerap warna-warna tertentu yang dipancarkan gas panas itu, yaitu dari atmosfer bintang yang ada di depan bintang itu sendiri (yang searah pengamat), karena suhu atmosfer di depan bintang lebih dingin daripada suhu bintang yang ada di belakangnya



Jika digambarkan bentuk intensitas energinya pada setiap setiap panjang gelombangnya dalam sebuah grafik, maka akan diperoleh kurva radiasi benda hitam yang tidak mulus, karena ada bagian yang mencuat ke atas (merupakan garis emisi) dan ada bagian yang mencuat ke bawah (merupakan garis absorpsi), seperti contoh spektrum bintang kelas F di bawah ini :



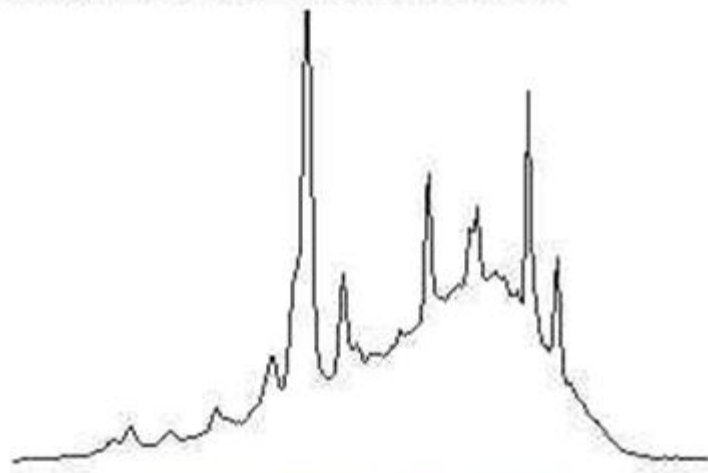
Melalui analisis spektrum bintang, banyak hal bisa dipelajari, seperti suhu permukaan, komposisi kimia, rotasi bintang, medan magnet bintang, pengembangan selubung, kecepatan radial, pelontaran massa oleh bintang dan juga masih banyak hal yang lain.

Salah satu hal yang bisa diketahui adalah pelontaran massa oleh bintang. Setidaknya ada dua jenis profil dari spektrum energi bintang yang menyatakan bahwa bintang tersebut sedang berada dalam proses kehilangan massa, yaitu :

1) Profil bintang Wolf Rayet (Bintang WR)

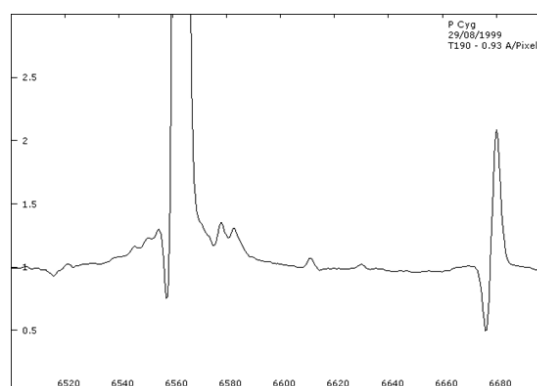
- ⇒ Spektrumnya menyerupai bintang kelas O, tetapi garis emisinya sangat lebar
- ⇒ Garis yang lebar ini diduga adalah pelontaran massa oleh bintang dengan kecepatan yang sangat tinggi (menghasilkan efek Doppler) dan membentuk selubung yang panas pada bintang itu sehingga menghasilkan garis emisi yang lebih terang dari spektrum kontinyunya yang ada di latar belakang.
- ⇒ Analisis Doppler menghasilkan kecepatan selubung yang sangat tinggi, sekitar 100 km/s, sehingga diduga bintang WR sudah kehilangan lapisan luarnya yang kaya akan hidrogen
- ⇒ Garis absorpsi hampir tidak tampak, garis hidrogen juga hampir tidak ada
- ⇒ Dibagi 2, yaitu kelas WN (mengemisikan garis He dan N) dan kelas WC (mengemisikan garis He dan C)
- ⇒ Contoh profil bintang WR 136

Colorful emission line stars in Cygnus...



2) Profil bintang P-Cygni.

- ⇒ Pola spektrumnya memiliki ciri yang sangat khas, yaitu garis absorpsi (pada bagian kiri – gel lebih pendek) tepat berdampingan dengan garis emisi (di sebelah kanannya – gel lebih panjang)
- ⇒ Contoh profil P-Cygni



- ⇒ Analisis spektrum yang khas ini menyatakan bahwa bintang sedang mengalami pelontaran massa
- ⇒ Hal ini ditunjukkan peristiwa letupan yang berlangsung secara acak

Kembali ke soal, gambar profil yang paling cocok untuk pelontaran massa ada pada gambar option A.

17. Dari pengamatan terhadap sebuah bintang deret utama kelas K yang berada di sebuah Gugus Bintang, diperoleh fluks sebesar $6,23 \times 10^{-7} \text{ erg/m}^2$. Jika luminositas bintang tersebut adalah $0,4 L_{\odot}$ (Luminositas Matahari), maka jarak Gugus Bintang adalah
- A. $2,95 \times 10^3 \text{ pc}$
 - B. $1,04 \times 10^3 \text{ pc}$
 - C. $9,03 \times 10^2 \text{ pc}$
 - D. $8,00 \times 10^2 \text{ pc}$
 - E. $4,53 \times 10^2 \text{ pc}$

JAWAB : E

Konversi satuan fluks bintang dengan $1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ J}$, sehingga E bintang adalah $6,23 \times 10^{-14} \text{ J/m}^2$

Gunakan rumus fluks :

$$E = \frac{L}{4\pi r^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{L}{4\pi E}} = \sqrt{\frac{0,4 \cdot L_{\odot}}{4\pi E}}$$

$$r = \sqrt{\frac{0,4 \times 3,96 \times 10^{26}}{4\pi \times 6,23 \times 10^{-14}}} = 1,42 \times 10^{19} \text{ m} = 460,93 \text{ pc}$$

18. Garis Absorpsi Kalsium di laboratorium biasanya ditemukan pada panjang gelombang 400 nm, Jika kita melihat garis tersebut pada 456 nm pada spektrum sebuah galaksi, berapakah jarak galaksi tersebut jika diketahui konstanta Hubble 70 km/s/Mpc?
- A. 60 Mpc
 - B. 600 Mpc
 - C. 6000 Mpc
 - D. 90 Mpc
 - E. 900 Mpc

JAWAB : B

Cari dulu kecepatan pengembangan alam semesta dengan efek Doppler :

$$v = \frac{\lambda_{diamati} - \lambda_{diam}}{\lambda_{diam}} \times c$$

$$v = \frac{456 - 400}{400} \times 2,9979 \cdot 10^5 = 41.970,6 \text{ km/s}$$

Setelah itu gunakan hukum Hubble :

$$d = \frac{v}{H}$$

$$d = \frac{41.970,6}{70} = 599,58 \text{ Mpc}$$

19. Magnitudo mutlak sebuah bintang dalam galaksi Andromeda yang berjarak 690 kpc adalah 5. Bintang tersebut meledak sebagai supernova dan menjadi 10^9 kali lebih terang. Magnitudo semu bintang tersebut setelah meledak menjadi supernova menjadi sekitar

- A. -17,5
- B. -5,2
- C. 6,7
- D. 20,1
- E. 29,2

JAWAB : C

Gunakan rumus Pogson untuk magnitudo mutlak :

$$M_2 - M_1 = -2,5 \log \frac{L_2}{L_1}$$

$$M_2 - 5 = -2,5 \log \frac{10^9 \cdot L_1}{L_1}$$

$$M_2 = -17,5$$

Untuk mencari magnitudo semunya gunakan modulus jarak :

$$m - M = -5 + 5 \cdot \log d$$

$$m - (-17,5) = -5 + 5 \cdot \log 690.000$$

$$m = 6,69$$

20. Nebula M20 yang dikenal dengan nama Nebula Trifid, mempunyai diameter sudut sebesar 20 menit busur. Jika jarak nebula ini dari Bumi 2.200 tahun cahaya, berapakah diameter nebula ini?

- A. Sekitar 0,5 tahun cahaya
- B. Sekitar 13 tahun cahaya
- C. Sekitar 10 tahun cahaya
- D. Sekitar 4 tahun cahaya
- E. Tidak bisa ditentukan jaraknya karena datanya masih kurang

JAWAB : B

Ubah satuan diameter sudut (dalam menit busur) menjadi radian :

$$20 \text{ menit busur} = 20 \times 60 = 1200 \text{ detik busur} = 1200/206265 = 5,82 \times 10^{-3} \text{ radian.}$$

Gunakan rumus diameter sudut (δ) :

$$D = r \cdot \delta$$

$$D = 2200 \times 5,82 \times 10^{-3} = 12,80 \text{ tc}$$

21. Berdasarkan data spektroskopi, kecepatan radial galaksi Andromeda adalah 240 km/detik menuju pengamat. Andaikan, kecepatan tangensial galaksi itu 180 km/detik. Jika Bumi dianggap sebagai acuan yang diam, berapa kecepatan Andromeda dalam ruang antar galaksi?

Keterangan :

Kecepatan radial adalah kecepatan dalam arah garis pandang.

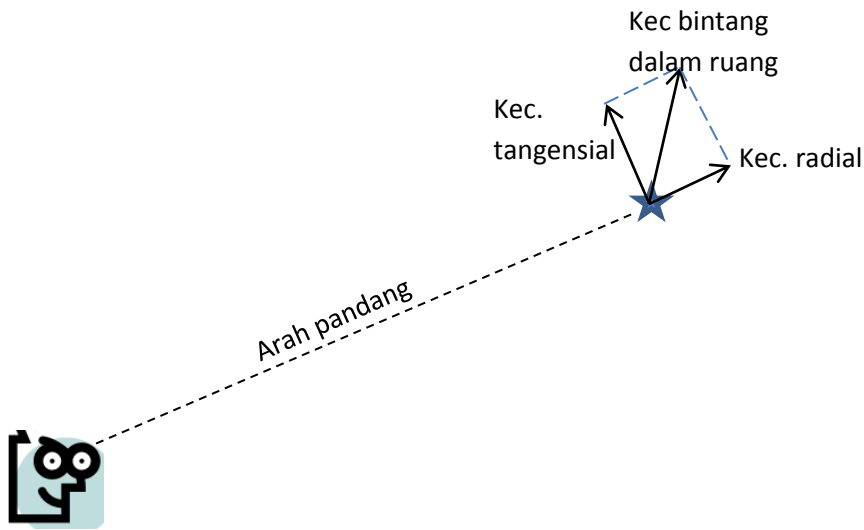
Kecepatan tangensial adalah kecepatan yang arahnya tegak lurus terhadap garis pandang

Garis pandang adalah garis khayal yang menghubungkan mata dan obyek yang diamati

- A. 160 km/detik
- B. 210 km/detik
- C. 270 km/detik
- D. 300 km/detik
- E. 420 km/detik

JAWAB : D

Kecepatan tangensial adalah kecepatan yang tegak lurus arah pandang, sedangkan kecepatan radial adalah kecepatan yang searah dengan arah pandang. Karenanya kedua kecepatan tersebut saling tegak lurus. Ini adalah komponen vektor kecepatan bintang sebenarnya baik dalam sumbu x maupun sumbu y



Sesuai gambar di atas, diperoleh hubungan :

$$v = \sqrt{v_T^2 + v_R^2}$$

$$v = \sqrt{180^2 + 240^2} = 300 \text{ km/s}$$

22. Tahun galaksi adalah lamanya waktu Matahari untuk mengorbit Galaksi. Dalam tahun Bumi, lamanya tahun Galaksi ini adalah
- A. 100 juta tahun
 - B. 230 juta tahun
 - C. 620 juta tahun
 - D. 940 juta tahun
 - E. 1000 juta tahun

JAWAB : B

Ini adalah soal hafalan, lamanya yaitu 230 juta tahun untuk 1 kali mengelilingi pusat galaksi Bima Sakti

23. Galaksi tetangga kita yaitu galaksi Andromeda mempunyai luminositas 3 kali luminositas galaksi kita Bimasakti, dan jaraknya adalah 0,7 Mpc. Fluks yang diamati dari galaksi Andromeda 10.000 kali lebih terang daripada fluks yang diamati dari sebuah quasar. Quasar ini mempunyai luminositas 1000 kali luminositas galaksi kita Bimasakti. Jarak quasar adalah
- A. $1,28 \times 10^{-1}$ Mpc
 - B. $3,85 \times 10^2$ Mpc
 - C. $1,28 \times 10^3$ Mpc
 - D. $2,36 \times 10^6$ Mpc

E. $3,85 \times 10^{12}$ Mpc

JAWAB : C

Perbandingan fluks andromeda dan quasar :

$$E_{Andromeda} = 10.000 \times E_{Quasar}$$

$$\frac{L_{Andromeda}}{4\pi \cdot d_{Andromeda}^2} = 10.000 \times \frac{L_{Quasar}}{4\pi \cdot d_{Quasar}^2}$$

$$\frac{3 \times L_{Bima Sakti}}{4\pi \cdot 0,7^2} = 10.000 \times \frac{1000 \times L_{Bima Sakti}}{4\pi \cdot d_{Quasar}^2}$$

$$d_{Quasar} = 1287,02 \text{ Mpc}$$

24. Sebuah quasar yang sangat jauh teramati mempunyai pergeseran merah $v/c = 0,15$, dimana v adalah kecepatan resesi quasar dan c adalah kecepatan cahaya. Dari persamaan Hubble, dapat dihitung jarak quasar tersebut, yaitu (Ambil konstanta Hubble $H_0 = 70 \text{ km/s/Mpc}$)

- A. 642,9 Mpc
- B. 0,038 Mpc
- C. $4,77 \times 10^{-12}$ Mpc
- D. 6,77 Mpc
- E. $5,35 \times 10^{10}$ Mpc

JAWAB : A

Hukum Hubble :

$$d = \frac{v}{H} = \frac{0,15 c}{70} = 642,86 \text{ Mpc}$$

25. Secara tidak langsung, Hukum Hubble menyatakan bahwa :

- A. Alam semesta mengembang selamanya, umurnya tak hingga
- B. Sebelum memulai pengembangannya sekarang ini, alam semesta telah mengerut dan mengembang beberapa kali sebelumnya
- C. Galaksi-galaksi terjauh adalah yang tertua dan paling lanjut evolusinya
- D. Galaksi kita adalah pusat di mana alam semesta mulai mengembang
- E. Alam semesta mulai mengembang pada suatu waktu tertentu di masa lampau, alam semesta memiliki umur yang berhingga

JAWAB : E

Hukum Hubble muncul dari bentuk kurva kecepatan radial galaksi-galaksi (sb-y) terhadap jaraknya (sb-x) yang ternyata mempunyai pola yang linier, sehingga diperoleh persamaan : $v = H \cdot d$, dengan H adalah gradien kemiringan garis yang disebut konstanta Hubble.

Melalui kurva Hubble, dapat diestimasi bahwa semakin jauh jaraknya dari Bumi, maka galaksi akan memiliki kecepatan yang semakin besar dalam arah yang makin menjauh sehingga diambil kesimpulan bahwa alam semesta ini sedang dalam proses pengembangan.

Apakah akan selamanya berkembang atau akan menyusut kembali tidaklah bisa diprediksi dari Hukum Hubble, untuk mengetahui hal tersebut haruslah mengetahui kerapatan alam semesta untuk dibandingkan dengan kerapatan kritis secara teori. Jika kerapatan alam semesta cukup besar maka alam semesta bisa kembali menyusut, jika kerapatan alam semesta lebih kecil maka alam semesta akan mengembang selamanya dan jika kerapatannya sama dengan harga kritis maka alam semesta akan menjadi statis.

Karena alam semesta saat ini sedang mengembang, maka tentulah di masa lampau galaksi-galaksi jauh lebih dekat dari sekarang, bahkan jika diestimasi lebih jauh lagi, di suatu waktu tertentu semua galaksi-galaksi bermula dari suatu titik yang akhirnya meledak dan ledakannya terdeteksi sampai sekarang melalui pengembangan alam semesta (disebut teori Big Bang).

Ini menghasilkan kesimpulan bahwa alam semesta memiliki usia yang berhingga karena memiliki waktu awal.

SOAL ESSAY

1. Koordinat Antares adalah $\alpha = 16^h 29^m 24,40^s$, $\delta = -26^0 25' 55,0''$. Tentukanlah waktu sideris pada saat bintang Antares terbit dan terbenam di Jakarta ($\phi = -6^0 10' 28''$), dan abaikan refraksi oleh atmosfer Bumi.

JAWAB :

Untuk menentukan waktu terbit dan terbenam bintang bisa menggunakan rumus :

$$\cos HA = -\tan \delta \cdot \tan \phi$$

Dengan HA adalah waktu dari bintang untuk terbit sampai di meridian (transit) juga sama dengan waktu dari bintang berada di meridian (transit) sampai terbenam, atau bisa juga setengah dari waktu terbit sampai terbenamnya bintang.

δ adalah deklinasi bintang, bisa positif atau negatif dan ϕ adalah lintang pengamat, positif jika LU dan negatif jika LS.

Dengan data yang ada, maka :

$$\cos HA = -\tan(-26^{\circ} 25' 55,0'') \cdot \tan(-6^{\circ} 10' 28'')$$

$$HA = 93^{\circ} 4' 57,85''$$

$$HA = 6^j 12^m 19,86^s$$

Ingat bahwa mengubah dari derajat ke jam adalah dibagi dengan 15 karena $1 \text{ jam} = 15^{\circ}$. Nilai HA tersebut bisa positif atau negatif.

Nilai $+HA$ menyatakan sudut jam pada waktu terbenam dan nilai $-HA$ menyatakan sudut jam pada waktu terbit.

Jika menggunakan hubungan HA dengan ascensio recta (α) bintang, yaitu :

$$LST = HA + \alpha$$

Dengan LST (Local Siderial Time) menyatakan posisi titik Aries (titik acuan koordinat ekuator) juga menyatakan waktu sideris lokal, diperoleh :

Waktu bintang terbit \rightarrow

$$LST = -HA + \alpha$$

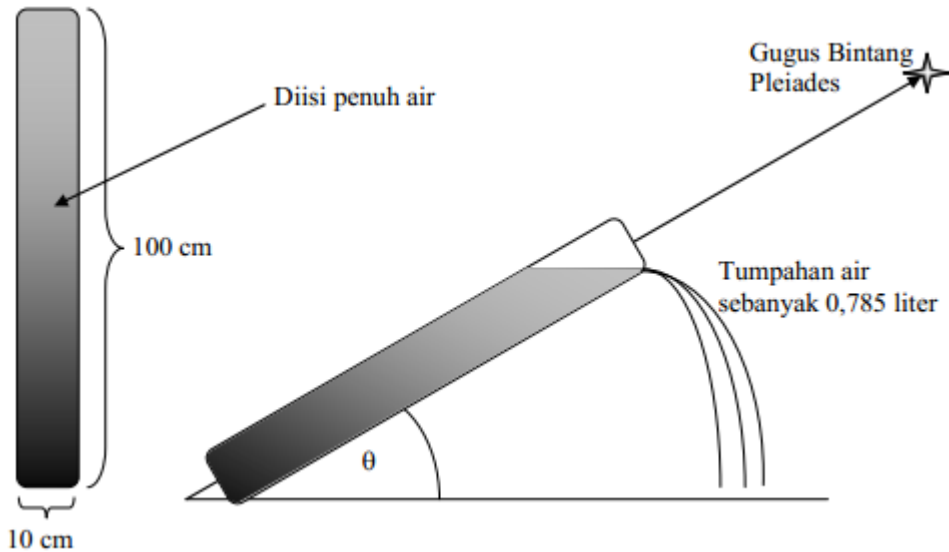
$$LST = -6^j 12^m 19,86^s + 16^j 29^m 24,40^s = 10^j 17^m 4,54^s$$

Waktu bintang terbenam \rightarrow

$$LST = -HA + \alpha$$

$$LST = +6^j 12^m 19,86^s + 16^j 29^m 24,40^s = 22^j 41^m 44,26^s$$

- Untuk menentukan waktu menanam padi tahun ini, seorang petani yang berada di kota A ($\lambda = 7^h 10^m 27^s$ BT dan $\phi = -6^{\circ} 49'$) menggunakan posisi gugus bintang Pleiades ($\alpha = 3^h 47^m$, $\delta = -20^{\circ} 7'$) yang diamati pada jam 7 malam waktu lokal. Kebiasaan ini telah dilakukan oleh para petani di pulau Jawa sejak abad ke-17. Pengamatannya dilakukan dengan menggunakan selongsong bambu yang diisi penuh dengan air dan diarahkan ke gugus bintang Pleiades di arah timur. Volume air yang tumpah akan menandai posisi Pleiades cukup tinggi untuk dimulai musim menanam padi pada tahun tersebut. Jika panjang selongsong bambu adalah 100 cm, dan selongsong tersebut diisi air sampai penuh. Kemudian diarahkan ke Pleiades, ternyata air yang tumpah sebanyak 0,785 liter. Tentukan kapan waktu pengamatan Pleiades yang dilakukan petani tersebut?



JAWAB :

Diketahui :

Bujur kota A $\rightarrow \lambda = 7^{\text{h}} 10^{\text{m}} 27^{\text{s}}$ BT

Lintang kota A $\rightarrow \phi = -6^{\circ} 49'$

Asensio rekta Pleiades $\rightarrow \alpha = 3^{\text{h}} 47^{\text{m}}$

Deklinasi Pleiades $\rightarrow \delta = -20^{\circ} 7'$

Waktu pengamatan \rightarrow jam 7 malam waktu lokal.

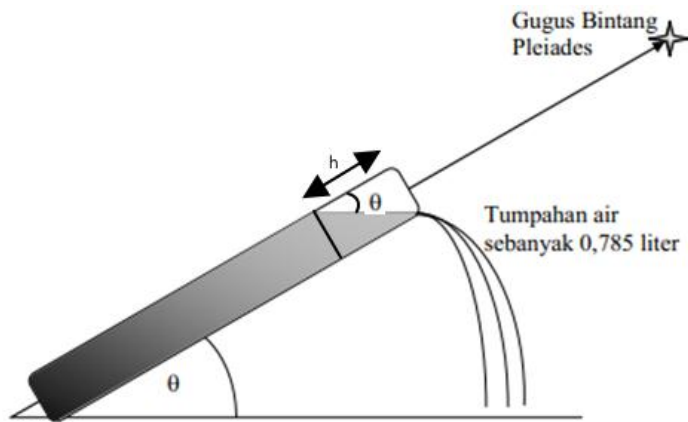
Ditanyakan : Tanggal pengamatan ?

Langkah-langkah menjawab :

- 1) Tentukan dulu tinggi Pleiades dengan informasi dari selongsong bambu dan air yang tumpah
- 2) Gunakan transformasi koordinat Ekuator – Horizon untuk mendapatkan nilai HA
- 3) Gunakan hubungan $LST = HA + \alpha$ untuk mendapatkan nilai LST
- 4) Hubungkan LST dengan waktu pengamatan lokal (LT) untuk mendapatkan tanggal pengamatan melalui selisih LST dan LT

Mari kita kerjakan langkah demi langkah tersebut satu persatu :

Perhatikan gambar selongsong bambu ini :



Tinggi gugus bintang Pleiades sama saja dengan sudut θ .

Volume air yang tumpah sama saja dengan setengah dari volume tabung setinggi h (dengan diameter alas 10 cm), jadi : (ubah Liter ke cm^3)

$$\text{Volume air tumpah} = \frac{1}{2} \text{Volume tabung setinggi } h$$

$$0,785 \times 10^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \pi D^2 \cdot h$$

$$0,785 \times 10^3 = \frac{1}{8} \pi (10)^2 \cdot h$$

$$h = 19,98986 \text{ cm}$$

Perhatikan segitiga yang terbentuk, maka :

$$\tan \theta = \frac{D}{h} = \frac{10}{19,98986} \rightarrow \theta = 26^\circ 34' 36,03''$$

Jadi tinggi Pleiades adalah $26^\circ 34' 36,03''$ atau jarak zenitnya $\rightarrow z = 90^\circ - 26^\circ 34' 36,03'' = 63^\circ 25' 23,97''$

Langkah berikutnya adalah menggunakan rumus transformasi koordinat ekuator-horizon untuk mendapatkan nilai HA, yaitu :

$$\cos z = \sin \delta \cdot \sin \phi + \cos \delta \cdot \cos \phi \cdot \cos HA$$

$$\cos 63^\circ 25' 23,97'' = \sin(-20^\circ 7') \cdot \sin(-6^\circ 49') + \cos(-20^\circ 7') \cdot \cos(-6^\circ 49') \cdot \cos HA$$

$$HA = 64^\circ 8' 47,77''$$

$$HA = 4^h 16^m 35,18^s$$

Ingat bahwa mengubah dari derajat ke jam adalah dibagi dengan 15 karena $1 \text{ jam} = 15^\circ$.

Nilai HA ini bisa positif (artinya Pleiades ada di sebelah barat) juga bisa negatif (Pleiades ada di sebelah timur), jadi ada dua kemungkinan. Tetapi melalui keterangan di soal, Pleiades ada di sebelah Timur, jadi harus menggunakan $HA = -4^h 16^m 35,18^s$

Langkah berikutnya adalah mencari waktu bintang lokal (LST), yaitu :

$$LST = HA + \alpha$$

$$LST = -4^j24^m47,01^s + 3^j47^m = -29^m35,18^s$$

Ini adalah nilai LST yang diamati pada pukul 7 malam (19^j).

Selisih Waktu Bintang dengan Waktu Matahari (Waktu Lokal) adalah :

$$Selisih waktu = LST - Waktu Lokal$$

$$Selisih waktu = -29^m35,18^s - 19^j$$

$$Selisih waktu = -19^j29^m35,18^s + 24^j = 4^j30^m24,82^s$$

Dari selisih waktu ini kita dapat mencari tanggal karena setiap hari terdapat selisih waktu sebesar 4 menit antara waktu Matahari dengan waktu bintang.

Ingat tabel hubungan LST dan Waktu Matahari rata-rata di empat tanggal istimewa :

| Tanggal | Waktu Matahari (WMM) | Waktu Bintang (LST) | Selisih (LST - WMM) |
|--------------|----------------------|---------------------|---------------------|
| 21 Maret | 00.00 | 12.00 WB | 12.00 jam |
| 22 Juni | 00.00 | 18.00 WB | 18.00 jam |
| 23 September | 00.00 | 00.00 WB | 00.00 jam |
| 22 Desember | 00.00 | 06.00 WB | 06.00 jam |

Jadi selisih sebesar 4^j30^m24,82^s akan dihitung dari acuan tanggal terdekat, yaitu dari 22 Desember (yang dihitung ke belakang), atau berselisih :

$$Selisih waktu = 6^j - 4^j30^m24,82^s = 1^j29^m35,18^s$$

Karena setiap hari berselisih 4 menit, jadi :

$$Selisih waktu = \frac{1^j29^m35,18^s}{4 \text{ menit per hari}} = \frac{89,58633 \text{ menit}}{4 \text{ menit per hari}} = 22,4 \text{ hari}$$

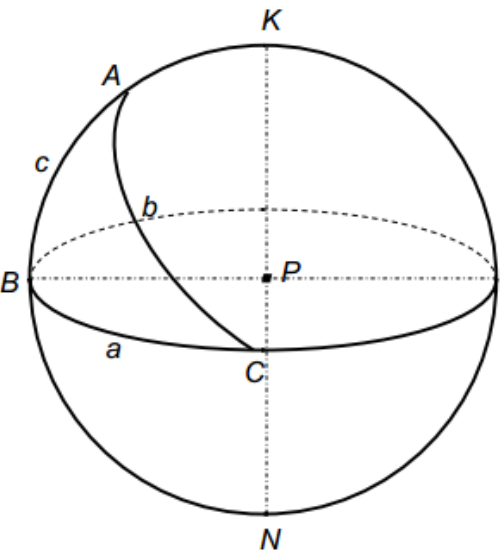
Jadi waktu menanam padi adalah 22,4 hari (sekitar 23 hari) sebelum tanggal 22 Desember, atau adalah sekitar tanggal 30 November.

Catatan tambahan : Memahami rumus transformasi koordinat !

Transformasi koordinat ekuator ke horizon (atau sebaliknya) berasal dari rumus-rumus pada segitiga bola, terutama rumus aturan sinus dan aturan kosinus pada segitiga bola. Perhatikan keterangan segitiga bola di bawah ini :

SEGITIGA (TRIGONOMETRI) BOLA

adalah segitiga di permukaan bola yang sisi-sisinya merupakan bagian dari lingkaran besar.



ABC merupakan segitiga bola
A,B,C = sudut-sudut segitiga bola
a,b,c = panjang busur segitiga bola
P = pusat bola langit atau bumi

SIFAT SEGITIGA BOLA

1. Jumlah ketiga sudutnya tidak harus 180°
2. Jarak sudut (panjang busur) antara sebuah lingkaran besar dan kutubnya adalah 90°
3. Panjang busur salah satu busur segitiga bola yang menghadap sudut yang berada di kutubnya adalah sama dengan besar sudut tersebut.

Pada segitiga bola berlaku rumus

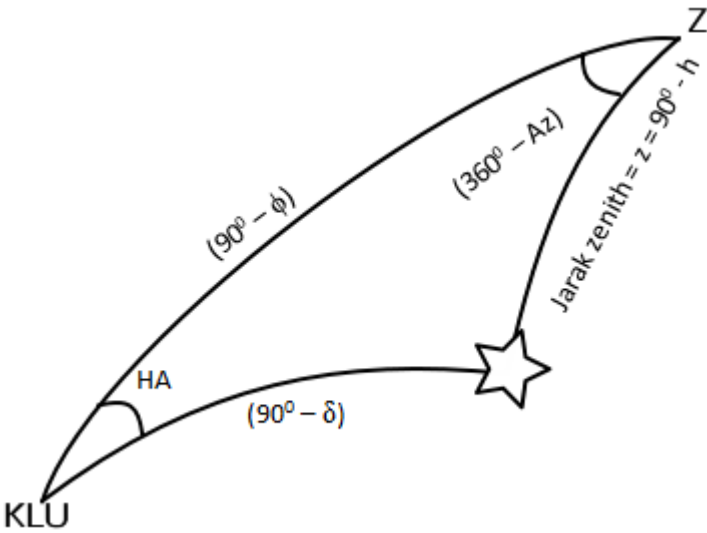
Rumus cos:

$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$
 $\cos b = \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B$
 $\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$

Rumus sin:

$\sin A / \sin a = \sin B / \sin b = \sin C / \sin c$

Pada gambar bola langit yang menggabungkan koordinat horizon dan koordinat ekuator, akan kita temui segitiga bola yang berikut ini (gambar bola langitnya coba sendiri ya...)



Catatan : gambar di atas adalah menurut pengamat di lintang utara. Jika pengamat di lintang selatan maka yang dipakai adalah KLS (bukan KLU). Silahkan buktikan sendiri melalui menggambar bola langitnya.

Dari segitiga tersebut, jika kita terapkan aturan sinus, akan diperoleh :

$$\frac{\sin HA}{\sin z} = \frac{\sin(360^{\circ} - Az)}{\sin(90^{\circ} - \delta)}$$

Atau dapat menjadi :

$$\sin HA \cdot \cos \delta = - \sin z \cdot \sin Az$$

Jika menerapkan aturan cosinus, kita bisa memperoleh :

$$\cos z = \cos(90 - \phi) \cdot \cos(90 - \delta) + \sin(90 - \phi) \cdot \sin(90 - \delta) \cdot \cos HA$$

Atau dapat menjadi :

$$\cos z = \sin \phi \cdot \sin \delta + \cos \phi \cdot \cos \delta \cdot \cos HA$$

Ini adalah rumus yang dipakai pada soal di atas.

Cara lain menghafal rumus di atas adalah dengan mengingat :

$\cos z = \cos (90 - h) = \sin h$, jadi rumus tadi bisa diubah ke :

$$\sin h = \sin \phi \cdot \sin \delta + \cos HA \cdot \cos \phi \cdot \cos \delta$$

maka bisa dibaca :

3 sin hafidi tambah tiga cos HAfidi

Rumus transformasi lain bisa diperoleh dengan aturan cosinus pada sudut yang lain, yaitu :

$$\cos(90 - \delta) = \cos(90 - \phi) \cdot \cos z + \sin(90 - \phi) \cdot \sin z \cdot \cos(360 - Az)$$

Atau dapat menjadi :

$$\sin \delta = \sin \phi \cdot \cos z + \cos \phi \cdot \sin z \cdot \cos Az$$

Dengan memahami segitiga bolanya, maka kita bisa menurunkan sendiri rumus transformasi tersebut!

3. Angin matahari yang isotropik (sama ke segala arah) menyebabkan laju kehilangan massa matahari $3 \times 10^{-14} M_{\odot}$ setiap tahunnya.
 - a. Berapa massa yang di'tangkap' setiap hari oleh Bumi ketika mengelilingi matahari?
 - b. Berapa persen pertambahan berat badan kita setiap hari akibat pertambahan massa bumi yang disebabkan angin matahari ini?

JAWAB :

Untuk mengerjakan soal ini maka kita perlu memahami soalnya dengan baik.

Matahari memancarkan angin matahari (yang merupakan massanya) ke segala arah sehingga matahari kehilangan massanya melalui angin matahari (selain oleh reaksi inti) sebesar $3 \times 10^{-14} M_{\odot}$ pertahun atau sama saja dengan $1,63 \times 10^{14}$ kg per hari atau 1891,8 ton tiap detik (coba hitung sendiri ya).

Bumi yang beredar mengelilingi matahari tentu akan menangkap sebagian kecil dari massa yang dibuang Matahari ini.

Kita bisa menganalogikannya dengan luminositas, yaitu energi total yang dipancarkan matahari ke segala arah tiap detik. Fluks yang diterima Bumi adalah energi yang diterima oleh Bumi pada jarak 1 AU tiap meter persegi, sehingga rumusnyapun mirip.

Fluks massa matahari yang ditangkap Bumi tiap detik tiap meter persegi adalah :

$$\text{Fluks massa } \odot = \frac{\text{massa total yang dipancarkan tiap detik}}{4\pi r^2 (\text{luas permukaan bola pada jarak Bumi})}$$

$$\text{Fluks massa } \odot = \frac{1,8918 \times 10^6}{4\pi (1,496 \times 10^{11})^2} = 6,73 \times 10^{-15} \text{ kg/s/m}^2$$

Fluks massa yang ditangkap oleh Bumi bukan hanya 1 m² saja, tetapi oleh seluruh permukaan Bumi yang dianggap berbentuk lingkaran, jadi massa matahari yang diterima seluruh permukaan Bumi setiap detik adalah:

$$\text{Massa } \odot = \text{Fluks massa } \odot \times \text{luas lingkaran permukaan Bumi}$$

$$\text{Massa } \odot = 6,73 \times 10^{-15} \times \pi \cdot R_{\text{bumi}}^2$$

$$\text{Massa } \odot = 6,73 \times 10^{-15} \times \pi \cdot (6,371 \times 10^6)^2 = 0,858 \text{ kg/s}$$

Jadi setiap hari, Bumi menerima :

$$\text{Massa } \odot = 0,858 \times 1 \text{ hari}$$

$$\text{Massa } \odot = 0,858 \times (3600 \times 24) = 74.109,88 \text{ kg/hari}$$

Atau dengan kata lain, massa Bumi tiap hari bertambah sekitar 74 ton.

Karena massa Bumi bertambah, maka akan mempengaruhi besar gravitasi Bumi yang akan berefek pada pertambahan berat badan ($w = m \cdot g$).

Persentasi pertambahan berat badan tiap hari adalah :

$$\% \text{ pertambahan berat} = \frac{w' - w}{w} \times 100\%$$

$$\% \text{ pertambahan berat} = \frac{m \cdot g' - m \cdot g}{m \cdot g} \times 100\%$$

$$\% \text{ pertambahan berat} = \left(\frac{g'}{g} - 1 \right) \times 100\%$$

$$\% \text{ pertambahan berat} = \left(\frac{\frac{GM'}{R^2}}{\frac{GM}{R^2}} - 1 \right) \times 100\%$$

$$\% \text{ pertambahan berat} = \left(\frac{M'}{M} - 1 \right) \times 100\%$$

$$\% \text{ pertambahan berat} = \left(\frac{M + \Delta M}{M} - 1 \right) \times 100\%$$

$$\% \text{ pertambahan berat} = \left(\frac{\Delta M}{M} \right) \times 100\%$$

$$\% \text{ pertambahan berat} = \left(\frac{74.109,88}{5,97 \times 10^{24}} \right) \times 100\%$$

$$\% \text{ pertambahan berat} = 1,24 \times 10^{-18} \%$$

Ini sangat-sangat kecil, bahkan seumur hidup kitapun (anggap 100 tahun) pertambahan berat badan kita sangat tidak berarti. Supaya berat kita bertambah 1 persen saja membutuhkan waktu yang melebihi usia alam semesta.

4. Pada saat sebuah bintang masif meledak menjadi sebuah supernova, maka bintang tersebut akan bertambah terang dalam waktu yang singkat dengan luminositasnya menjadi 40 milyar kali lebih besar daripada luminositas Matahari. Jika supernova seperti itu tampak di langit seterang Matahari, berapa jarak supernova tersebut?

JAWAB :

Jika supernova menjadi seterang matahari, maka tentu fluks energi supernova yang sampai ke bumi sama dengan fluks energi matahari yang sampai ke Bumi (disebut konstanta Matahari)

$$E_{\text{supernova}} = E_{\text{matahari}}$$

$$\frac{L_{\text{supernova}}}{4\pi \cdot d_{\text{supernova}}^2} = \text{konstanta Matahari}$$

$$\frac{40 \times 10^9 \cdot L_{\text{matahari}}}{4\pi \cdot d_{\text{supernova}}^2} = 1,37 \times 10^3$$

$$\frac{40 \times 10^9 \cdot 3,96 \times 10^{26}}{4\pi \cdot d_{\text{supernova}}^2} = 1,37 \times 10^3$$

$$d_{\text{supernova}} = 3,033 \times 10^{16} \text{ m} = 0,98 \text{ pc}$$

5. Pengamatan pada panjang gelombang radio pada suatu awan gas yang berputar di sekeliling sebuah lubang hitam (*black hole*) yang berada di pusat sebuah galaksi X memperlihatkan bahwa radiasi yang berasal dari transisi hidrogen (frekuensi dirinya = 1420 MHz) terdeteksi pada frekuensi 1421,23 MHz.

- Hitunglah kecepatan awan ini dan apakah awan ini bergerak menuju atau menjauhi kita?
- Jika awan gas ini berada 0,2 pc dari lubang hitam, dan orbitnya berupa lingkaran, hitunglah massa lubang hitam.

JAWAB :

Awan gas terdeteksi memiliki frekuensi yang lebih besar daripada frekuensi diamnya, artinya panjang gelombangnya lebih kecil daripada panjang gelombang diamnya (frekuensi berbanding terbalik dengan panjang gelombang, $\lambda = \frac{c}{f}$), atau awan mengalami blue-shift. Artinya awan sedang mendekati pengamat.

Kecepatan awan tersebut dapat diperoleh melalui rumus Doppler :

$$v = \frac{\lambda_{diamati} - \lambda_{diam}}{\lambda_{diam}} \times c = \frac{f_{diam} - f_{diamati}}{f_{diamati}} \times c$$

$$v = \frac{1420 - 1421,23}{1421,23} \times 2,9979 \times 10^8 = -2,59 \times 10^5 \text{ m/s}$$

Tanda negatif artinya objek sedang mendekati pengamat (blue shift).

Jika dianggap awan gas sedang mengitari pusat galaksi/black hole pada jarak 0,2 pc, maka kecepatan yang dihitung tersebut dianggap sama dengan kecepatan orbitnya, atau :

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

$$2,59 \times 10^5 = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \cdot M}{0,2 \times 3,086 \times 10^{16}}}$$

$$M = 6,23 \times 10^{36} \text{ kg} = 3,13 \times 10^6 M_{\odot}$$