

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN MENENGAH DIREKTORAT PEMBINAAN SEKOLAH MENENGAH ATAS

Nama	Provinsi	Tanggal Lahir	
Kelas & Sekolah	Kabupaten/Kota	Tanda Tangan	

Lembar Jawaban Pilihan Berganda

Beri tanda \times pada jawaban yang kamu anggap benar. Beri tanda \times untuk jawaban yang dibatalkan.

1		В			
2			С		
3				D	
4			С		
5				D	
6	Α				
7					E
8			С		
9			С		
10					E

Hak Cipta
Dilindungi Undang-undang

1. **[CK]** Seorang pengamat di daerah khatulistiwa mengamati Mars saat oposisi, magnitudonya -2,5, berapakah Magnitudo Mars beberapa bulan kemudian, ketika jarak sudut Mars dari Matahari 90° ? Anggap orbit planet-planet berbentuk lingkaran, radius orbit Bumi 1 sa, radius orbit Mars 1,5 sa.

Jawab:

Lihat segitiga SMA

Jarak AM dapat dihitung dengan menggunakan rumus Phytagoras:

$$SM^2 = SA^2 + AM^2$$

→ (Rumus): 25 point

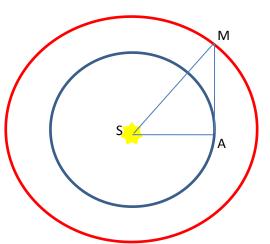
$$1.5^2 - 1^2 = AM^2$$

$$AM = 1,118 \text{ sa}$$

→ (Perhitungan & hasilnya) : 25 point

Magnitudo kemudian : → (Rumus magnitudo) : 25 point

$$m_2 = 2.5 + 5 \log 1.118 = 2.74 \rightarrow \text{(Perhitungan & hasilnya)} : 25 \text{ point}$$



2. **[CK]** Dalam waktu berapa bulan setelah oposisi Mars terbit pada tengah malam dilihat dari daerah Khatulistiwa?

Jawab:

Periode sideris Bumi: 1 tahun

Periode sideris Mars dapat dihitung dari Kepler III:

$$\frac{a_M^3}{T_M^2} = 1 \implies \textbf{20 point}$$

TM = 1,837 tahun → (Perhitungan) : 20 point

Periode Sinodis Mars:

$$\frac{1}{T_S} = \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_M}$$
 \rightarrow (Rumus/cara menghitung) : **20 point**

Ts=2,195 tahun → (Perhitungan & hasilnya) : **20 point**

Sudut ASM = arc cos (SA/SM) = 48°

- 1. Jangka waktu agar jarak sudut Mars dg matahari 90°= (48/360)x2,195 tahun = 3,5 bulan
- → 20 point

3. **[MR]** Melalui pengamatan dengan sebuah teleskop diketahui jarak relatif empat satelit alam Jupiter terhadap Jupiter. Anggap orbit keempat satelit tersebut adalah lingkaran dan jarak planet Jupiter terhadap satelit Io adalah 5,578 Rj, terhadap Europa adalah 8,876 Rj, terhadap Ganymede adalah 14,159 Rj dan terhadap Calisto adalah 24,903 Rj dan Rj adalah radius planet Jupiter. Selain itu periode Io, Europa, Ganymede dan Calisto masing – masing adalah 1,7699 hari, 3,5541 hari, 7,1650 hari dan 16,7536 hari. Dengan menggunakan salah satu data satelit tersebut, tentukanlah rapat massa planet Jupiter!

Solusi [dalam skala 100]:

Step 1 [20 point]:

Kecepatan satelit Jupiter v = kecepatan satelit = $(2 \pi r/T)$; T = periode orbit satelit Jupiter (1 hari = 86400 detik) dan r jarak satelit dari pusat massa Jupiter maka di orbit satelit alam Ek = -0.5 Epot atau $(mv^2) = G$ m Mj/r atau $(mv^2/r) = G$ m Mj/ r^2 atau kecepatan satelit v = (G Mj/r) $(1/2) = (2 \pi r/T)$; maka Mj = $(4 \pi^2 r^3 / GT^2)$.

Step 2 [40 point]:

Sedang $Mj = (4 \pi/3) \rho j Rj^3$. $\rho J = kerapatan planet Jupiter dan <math>Rj = radius planet Jupiter dan <math>\rho j = (3 \pi/G) (n^3/T^2); n = r/Rj$

Step 3 [40 point]:

Sedang Mj = $(4 \pi/3) \rho j Rj^3$. ρJ = kerapatan planet Jupiter dan Rj = radius planet Jupiter dan ρj = $(3 \pi/G) (n^3/T^2)$; n = r/Rj; $(n^3/T^2) \approx 7.5 \times 10^{-9} sec^{-2}$, G = $6.672 \times 10^{-11} Nm^2 kg^{-2}$, maka $\rho j \approx 1050 kg/m^3$.

[OK]

4. **[SS]** Pada tanggal 19 September 1998 wahana Spacewatch menemukan Benda kecil Tata Surya Diamati dari Bumi. Benda ini berada di belakang Matahari kira-kira setiap 380 hari, namanya adalah 52872 Okyrhoe mempunyai diameter 48 km, dikelompokkan dalam gugus Centaurus, apheliumnya 8,9 10,9 sa. Pertanyaannya berapakah eksentrisitas orbit dan periheliumnya ?

Penyelesaian:

$$T_{\sin} = \frac{T_{\oplus} T_{sid}}{T_{sid} - T_{\oplus}} \rightarrow T_{sid} = \frac{T_{\sin}}{T_{\oplus}} (T_{sid} - T_{\oplus}) = \frac{381}{365, 25} (T_{sid} - 1) = 1,043 T_{sid} - 1,043 T_{sid} = \frac{1,043}{0.043} = 24,25581 \text{ tahun}$$

380/365,25 (Tsid -1)= ...

→ 35 point

Dari hukum Kepler

$$T^2 = a^3 \rightarrow a = T^{\frac{2}{3}} = (24,25881)^{\frac{2}{3}} = 8,379 \text{ sa}$$

→ 25 point

Eksentrisitas orbit

$$r_a = a(1+e) \rightarrow e = \frac{r_a}{a} - 1 = \frac{10.9}{8,379} - 1 = 0,300816$$

25 point

Titik terdekat ke Matahari adalah

$$r_a + r_p = 2a \rightarrow r_p = 2a - r_a = 5,858709 \text{ sa}$$

→ 15 point

5. Sebuah exoplanet ditemukan karena planet itu transit terhadap bintang induknya secara periodik. Ketika terjadi *mid-transit*, magnitudo bintang induknya, yang merupakan deret utama (kelas G2V) meredup sebesar 0,004 magitudo. Taksirlah radius exoplanet itu dalam satuan km! Tuliskan asumsi yang menurutmu diperlukan!

(perlu data radius Matahari di tabel konstanta)

Jawab:

Andaikan R adalah jejari bintang dan r adalah jejari exoplanet

Luas piringan bintang : πR^2

Luas piringan yang memancarkan cahaya ke pengamat ketika gerhana : πR^2 - πr^2

Maka pelemahan magnitudo dapat diperoleh dengan:

$$\Delta m = -2.5 \log \left(\frac{\pi R^2 - \pi r^2}{\pi R^2} \right)$$

$$0,004 = -2,5\log\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

$$1 - \frac{r^2}{R^2} = 10^{0,0016}$$

Diperoleh perbandingan radius planet dengan bintangnya:

$$\frac{r}{R} = 0.060641$$

Jika dianggap radius Matahari adalah 700000 km, maka radius exoplanet itu kira-kira 42000 km (lebih detailnya 42449 km, tapi lebih masuk akal 42000 karena sulit dipercaya alat ukurnya bisa seteliti itu).

1. **[CK]** Sebuah satelit geostasioner yang massanya 800 kg mengelilingi Bumi dalam orbit lingkaran. Tiba-tiba satelit itu ditabrak oleh sebuah meteoroid kecil yang massanya 120 kg. Dilihat dari Bumi, meteoroid itu bergerak di bidang langit dengan kecepatan 4,2 km/dt, dengan arah mirip dengan arah gerak satelit tapi membentuk sudut kira-kira 30° dengan arah gerak satelit itu. Setelah tabrakan, meteoroid itu melesak ke dalam satelit tapi tidak menghancurkannya. Apakah orbit satelit itu berubah? Jika berubah, tunkukkan secara kuantitatif perubahan orbitnya. Jika tidak berubah, tunjukkan secara kuantitatif dan berikan argumen bahwa pengaruh tumbukan meteoroid itu kecil sehingga dapat diabaikan terhadap orbit satelit. Diketahui massa Bumi adalah $5,97 \times 10^{24}$ kg dan konstanta gravitasi $G = 6,67 \times 10^{-11}$ Nm²/kg².

Jawab:

Hitung radius orbit satelit geostasioner dengan menggunakan hukum Kepler 3.

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM_{\oplus}}{4\pi^2}$$

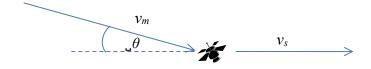
$$r^{3} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.97 \times 10^{24}}{4 \pi^{2}} (24 \times 60 \times 60)^{2}$$

Radius orbit satelit : $r = 4,222691 \times 10^7$ meter

Kecepatan orbit satelit $v_s = \frac{2\pi r}{T} = 3071 \text{ m/dt}$

Momentum satelit p_s = 800×3071 = 2456800 kgm/dt

Gerak meteoroid di bidang langit berarti sebidang dengan satelit, maka masalah tumbukannya merupakan masalah dua dimensi



Sudut
$$\theta = 30^{\circ}$$

Untuk menghitung besar dan kecepatan satelit setelah tumbukan, gunakan penjumlahan vektor. Mula-mula uraikan vektor kecepatan meteoroid menjadi ke arah gerak satelit dan kearah tegak lurus arah satelit.

Komponen v_m yang searah gerak satelit (sebut saja arah x):

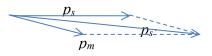
$$v_{mx} = v_m \cos \theta = 3637 \,\mathrm{m/dt}$$

Momentum meteoroid dalam arah $x: p_{mx} = 120x3637 = 436440 \text{ kgm/dt}$

Komponen v_m yang tegak lurus gerak satelit (sebut saja arah y):

$$v_{mv} = v_m \sin \theta = 2100 \text{ m/dt}$$

Momentum meteoroid dalam arah $y: p_{my} = 120x2100=252000 \text{ kgm/dt}$



Terapkan hukum kekekalan momentum dalam arah x

$$p_s + p_{mx} = (m_s + m_m)v_{sx}$$

$$2456800 + 436440 = 920 v_{sx}$$

$$v'_{sx} = 3145 \text{ m/s}$$

Terapkan hukum kekekalan momentum dalam arah y

$$p_s + p_{mv} = (m_s + m_m) v_{sv}$$

$$0 + 252000 = 920 v'_{sv}$$

$$v_{sy}^{'} = 274 \text{ m/s}$$

Besarnya kecepatan satelit setelah tumbukan

$$v_s' = \sqrt{v_{sx}'^2 + v_{sy}'^2} = 3157 \text{ m/s}$$

Arah satelit yang baru θ'

$$\tan\theta' = \frac{274}{3154}$$

Maka $\theta' \approx 5^{\circ}$, artinya sekarang orbit satelit mempunyai inklinasi terhadap khatulistiwa sebesar 5°

Bentuk orbitnya diperkirakan menjadi elips, lokasi tumbukan menjadi perigee satelit. Untuk menghitung periode orbit, gunakan teorema virial Energi mekanik total = Ep + Ek = 0,5 Ep pada pada posisi r=a:

$$-\frac{GM_{\oplus}m}{r} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{GM_{\oplus}m}{2a}$$

Kedua ruas dibagi dengan m lalu keluarkan a:

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{r} - \frac{v^2}{GM_{\oplus}}$$

Maka diperoleh

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{42226910} - \frac{3157^2}{6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24}}$$

Maka setengah sumbu panjang menjadi : 44775093 m ≈ 447750km

Maka periode orbit menjadi $\,T^{\,\prime}$, dapat dihitung dengan hukum Kepler III :

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM_{\oplus}}{4\pi^2}$$

Diperoleh $T' \approx 26$ jam 12 menit

Eksentrisitas dapat dihitung dengan menggunakan rumus perigee

$$r = a(1-e)$$

42226910=44775093(1-e)

Eksentrisitas : e = 0,0569

Jawab:

Step 1 [35 point]: Kondisi | E_{GR} | > Ekin; E_{GR} = − f (GM²/R), Ekin = (3/2) NkT = (3/2) (M/m) kT. (GM²/R) = (3/2) (M/m) kT atau M = (3 kT/2Gm) R atau (1/R) = (3 kT/2M Gm). Awan dengan massa M dan radius R dapat berkondensasi, bila massa partikel dalam Nebula, $m \approx massa$ atom hydrogen (1,6735 x 10⁻²⁷ kg), M = N m. MJ = (3 kT/2Gm) R;

Step 2 [35]: (M harus melebihi suatu massa kritis) MJ = massa Jeans atau massa kritis dan awan dalam radius R mempunyai kerapatan melebihi $\rho J = (3/4\pi M^2) (3kT/2Gm)^3$, $k = konstanta Boltzmann <math>k = 1.36 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$, $G = 6.672 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$. $M = (4 \pi /3) \text{ R}^3 \rho$ atau $\rho = (3 \text{ M}/4 \pi) \text{ R}^{-3}$; karena (1/R) = (3 kT/2M Gm) maka $\rho = (3 \text{ M}/4 \pi) (3 \text{ kT/2M Gm})^3$; $\rho J = (3/4\pi M^2) (3kT/2Gm)^3$.

 $t_{\rm ff}$ = (3 π /32 G ρ)^(1/2), G = 6.672 x 10 ⁻¹¹ Nm² kg⁻², $E_{\rm GR}$ = – f (GM²/R), f = 3/5 untuk yang uniform; Energi Nebula merupakan kontribusi energi setiap partikel dalam nebula, 3/2 kT, Ekin = (3/2) NkT.

```
Step 3 [30]: \rho J = (3/4\pi M^2) (3kT/2Gm)^3. \rho J = (3/(4\pi M^2)) (3kT/2Gm)^3. Msun = 1,989 x 10^{30} kg; (3/(4\pi M^2)) = 6.034507404 \times 10^{-66}, (3kT/2Gm)^3 = 4.879049523 \times 10^{46}, \rho J = (3/(4\pi M^2)) (3kT/2Gm)^3 = 2.944266047 \times 10^{-19} kg/m<sup>3</sup>,
```

Kerapatan rata – rata awan mempunyai nilai yang rendah. Kondisi tersebut lebih mudah dapat dicapai oleh awan antar bintang dengan massa M yang lebih besar.

3. [MR] Dua buah teleskop, A dan B bekerja dengan kondisi jangkauan jarak zenit maksimum 70 derajat untuk teleskop A dan jarak zenit maksimum 60 derajat untuk teleskop B. Hitung perbandingan luas langit yang dicakup teleskop A terhadap teleskop B! Diketahui sudut ekses segitiga bola

dan luas segitiga bola

Jawab:

Step 1 [40 point]: (diskripsi penyelesaian dan rumus yang akan dipergunakan)

$$tan^{2}$$
 (E/4) = $tan(s/2) tan((s-a)/2) tan((s-b)/2) tan((s-c)/2) atau$

```
cos a = cos b cos c + sin b sin c cos A
cos b = cos a cos c + sin a sin c cos B
cos c = cos a cos b + sin a sin b cos C
```

$$E = A + B + C - 180^{\circ}$$

 $S = \pi R^{2} E/180^{\circ} atau (S/R^{2}) = \pi E/180^{\circ}$

Step 2 [40 point]: Perhitungan

Teleskop A dengan jangkauan jarak zenith = 70° , maka segitigabola untuk ¼ luas langit yang dilingkup adalah zenith = C, A dan B maka sisi – sisi dihadapan sudut bola A, B dan C adalah a = 70° , b= 70° dan c= 90° .

```
tan^2 (E/4) = tan (s/2) tan ((s-a)/2) tan ((s-b)/2) tan ((s-c)/2) tan ((s-c)/2) tan (10 tan (10
```

 $E = 54^{\circ} 55' 26''.95; (S/\pi R^2) = 0.3051341787$

Teleskop B dengan jangkauan jarak zenith = 60° , maka sisi – sisi dihadapan sudut bola A, B dan C adalah a = 60° , b= 60° dan c= 90° .

$$2s = 60^{\circ} + 60^{\circ} + 90^{\circ} = 210^{\circ}$$
 maka $s = 105^{\circ}$; $(s-a) = 45^{\circ}$, $(s-b) = 45^{\circ}$ dan $(s-c) = 15^{\circ}$

 tan^2 (E/4) =0.02943725152 atau tan (E/4) = 0.1715728753 atau (E/4) = 9° 44′ 8″.2 E = 38° 56′ 32″.79; (S/ πR^2) = 0.2163468959

Step 3 [20 point]:

Perbandingan luas langit yang bisa dilingkup teleskop B terhadap teleskop A adalah (0.2163468959/0.3051341787) = 0.7090221648 atau perbandingan luas langit yang bisa dilingkup teleskop A terhadap teleskop B adalah 1.410393144.

4. **[MR]** Seorang pengamat berada di sebuah planet/asteroid padat yang mengorbit sebuah bintang. Pengamat tersebut mengamati diameter sudut bintang, dan diketahui diameter sudut minimal

$$\theta_{min} = 841,1710243$$
",

diameter sudut maksimal

$$\theta_{\text{maks}} = 2982,333632$$
".

Hitung kecepatan ketika planet berada pada jarak 70% dari jarak apastron! Diketahui diameter bintang $\mathcal{D}_{bin} = 1400000$ km dan $(\alpha^3/7^2) = \text{konstan} \approx 7.5 (\text{au}^3/\text{hari}^2) \times 10^{-6}$.

Jawab:

Step 1 [30 point]:

 $\vartheta A = 841.1710243$ ", Diameter sudut bintang $\vartheta A = (D_{bin}/d_{bin}) \times 206265$ " atau dA = $(D_{bin}/\vartheta A) \times 206265$ "; bila $D_{bin} = 1400000$ km dan dA = 343296418.5 km; dA = (1 + e) a;

diameter sudut bintang $\vartheta P = (D_{bin}/d_{bin}) \times 206265"$; $dP = (D_{bin}/\vartheta P) \times 206265"$ bila $D_{bin} = 1400000$ km dan $\vartheta P = 2982.333632$ "maka dP = 96827194.95 km,

a = (dA + dP) / 2 = (343296418.5 + 96827194.95) km = 440123613.5 km / 2 = 220061806.7 km = 1.471001382 au; dP = (1 - e) a; d_{bin} P = 96827194.95 km; e = 0.56

Step 2 [40 point]:

Momentum sudut p = mvr, m = massa, v = kecepatan, r jarak, momentum sudut persatuan massa H = (p/m) = rv dapat ditulis H/2 = rv/2 atau v = H/r

Defenisikan H/2 = A/T; A = luas ellips = πab dan T = periode orbit (bila seluruh ellips ditempuh maka total luasnya adalah luas ellips = πab . A = setengah sumbu panjang ellips dan b = setengah sumbu pendek ellips, $b^2 = a^2 - (ae)^2$ atau $b^2 = a^2$ (1 - e²) atau $b^2 = a^2$ (1 - e) (1 + e) atau b = a (1 - e) (1/2) (1+e) (1/2)

Bila disubtitusikan $v = H/r = (2 A/T) (1/r) = (2 \pi ab/T)(1/r) = [(2 \pi a \times a (1 - e)^{(1/2)} (1+e)^{(1/2)}) /T](1/r)$

Di Perihelion $rp = a (1 - e) maka vp = [(2 \pi a/T) x (1 - e)^{(-1/2)} (1+e)^{(1/2)})$

Di Aphelion ra = a (1 + e) maka va = $[(2 \pi a/T) \times (1 + e)^{(-1/2)} (1-e)^{(1/2)})$

Hukum 2 Kepler : (1/2) rp vp = (1/2) ra va

Secara umum : ra va = r v; v = ra va/r; (r/ra) = 0.7

Setengah sumbu panjang a = 1.471001382 au = 220061806.7 km, 70% x a = 154043264,7 km = 1.029700967 au

$$va = (2 \pi a/T) [(1-e)/(1+e)]^{(1/2)} = 598637.1041 \text{ km/hari}$$

$$T^2 = 4 \pi^2 a^3 / G (M + mp) atau (a^3/T^2) = konstan \approx 7.5 (au^3/hari^2) \times 10^{-6}$$
.

$$T \approx ((1.471001382)^3/(7.5x10^{-6}))^{(1/2)}$$
 hari = 651.4618518 hari $e = 0.56$; $[(1-e)/(1+e)]^{(1/2)} = 0.2820512821$ $a = 1.471001382$ au = 220061806.7 km

Step 3 [30 point]:

$$(va = (2 \pi a/T) [(1 - e) / (1 + e)]^{(1/2)} = 598637.1041 \text{ km/hari}$$

 $ra = 343296418.5 \text{ km}; r = 0.7 \text{ ra maka } v = [598637.1041 \text{ km/jam}] \times (0.7) = 419045.9729 \text{ km/hari}.$

- 5. [IR] Planet Kepler-16ab mengedari dua bintang induk, bintang Kepler-16A (M = 0,69 M☉) dan bintang Kepler-16B (M = 0,20 M☉). Sistem itu berjarak 200 tahun cahaya dari Matahari. Planet Kepler-16ab berukuran Saturnus mengorbit bintang Kepler-16A pada jarak 0,7 sa. Periode rotasi planet sama dengan periode orbitnya. Bintang Kepler-16B mengorbit Kepler-16A pada jarak 0,2 sa. Diameter kedua bintang masing-masing adalah 890000 km dan 300000 km. Jika orang berada di planet Kepler-16ab, tentukan
 - a. Pada saat separasi maksimum, berapa jarak sudut terbesar kedua bintang itu dan berapa diameter sudut masing-masing bintang (yang dilihatnya) dinyatakan dalam satuan diameter sudut Matahari!
 - b. Berapa periode planet mengedari Kepler-16A?
 - c. Berapa periode Kepler-16B mengedari Kepler-16A?
 - d. Jika awalnya pengamat melihat di meridian, Kepler-16B melintas tepat di pusat Kepler-16A (menggerhanai), tentukan selang waktu kedua bintang mencapai separasi maksimum.

Asumsikan semua orbit objek sebidang dan berbentuk lingkaran.

Jawab:

Separasi terbesar saat planet di satu titik segitiga [sama kaki], berjarak 105 juta km dari Kepler A, dan sisi segitiga yang lain, Kepler A berjarak 30 juta km dari Kepler B. Maka dari tan(Θ) = 30 juta/105 juta = 0,286. Dari arctan(0,286)=16 derajat. Diameter sudut masing-masing, tan Θ =0,89km/105km, samadengan 0,49 derajat dan tan Θ =0,3km/109km, jadi 0,16 derajat.

[segitiga siku-siku]

D^2=105^2 + 30^2= 109juta km.

 $P_B = [(0,2)^3]^{1/2} dan P_{ab} = [(0,7)^3]^{1/2} -$

→ hitung ulang dengan rumus umum Huk. Kepler 3

 $P_B = 0.09$ tahun, $P_{ab}=0.58$ tahun

Beda kecepatan sudut antara Kepler-16ab dan Kepler-16B adalah:

$$2\pi/P_{ab}$$
 - $2\pi/P_B$

Maka selang waktu planet melihat keduanya berada pada separasi maksimum adalah:

 $(16/180)\pi/(2\pi/P_{ab} - 2\pi/P_B) = 0.088\pi/(10.83-69.81) = -0.00468$ tahun=1,7 hari