

# SOLUSI SOAL OLIMPIADE SAINS NASIONAL TAHUN 2016



RONDE TEORI

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN MENENGAH
DIREKTORAT PEMBINAAN SEKOLAH MENENGAH ATAS
TAHUN 2016



## KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN

# DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN MENENGAH DIREKTORAT PEMBINAAN SEKOLAH MENENGAH ATAS

#### Soal Esai

1. Komponen suatu sistem bintang ganda mempunyai massa yang sama, yaitu  $1.25M_{\odot}$ . Jika periode orbit sistem adalah 7.5 jam dan orbit dianggap lingkaran dengan inklinasi sebesar  $65^{\circ}$  terhadap bidang langit, berapakah kecepatan radial masing-masing bintang (dalam satuan m/s)?

#### Jawab:

Gunakan hubungan Hukum III Kepler:

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$
$$a^3 = \frac{GMP^2}{4\pi^2}$$

dan kecepatan radial untuk orbit lingkaran  $(V_r)$ :

$$V_r = \frac{2\pi a \sin i}{P}$$

sehingga

$$a = \frac{PV_r}{2\pi \sin i}$$

Diperoleh:

$$\begin{split} \left(\frac{PV_r}{2\pi\sin i}\right)^3 &= \frac{P^2GM}{4\pi^2} \\ \frac{P^3V_r^3}{8\pi^3\sin^3 i} &= \frac{P^2GM}{4\pi^2} \\ V_r^3 &= \frac{2\pi GM\sin^3 i}{P} \\ V_r &= \sqrt[3]{\frac{2\pi GM}{P}}\sin i \\ &= \sqrt[3]{\frac{2\times\pi\times6,673\times10^{-11}\times4,97\times10^{30}}{2,7\times10^4}}\sin65^\circ \\ &= \sqrt[3]{77,14\times10^{15}}\times0,9 = 3,834\times10^5 \text{ m/s} \end{split}$$

dengan massa total M dan periode orbit P masing-masing

$$M = M_1 + M_2 = 2 \times 1,25 M_{\odot} = 2,5 M_{\odot} = 2,5 \times 1,989 \times 10^{30} \text{ kg} = 4,97 \times 10^{30} \text{ kg}$$
  
 $P = 7,5 \text{ jam} = 7,5 \text{ jam} \times (3600 \text{ s/jam}) = 2,7 \times 10^4 \text{ s}$ 

Kecepatan total orbit

$$V = V_1 + V_2$$

Dari hubungan

$$V_1 M_1 = V_2 M_2$$

dengan  $M_1 = M_2$ , maka

$$V_1 = V_2 \frac{M_2}{M_1} = V_2$$

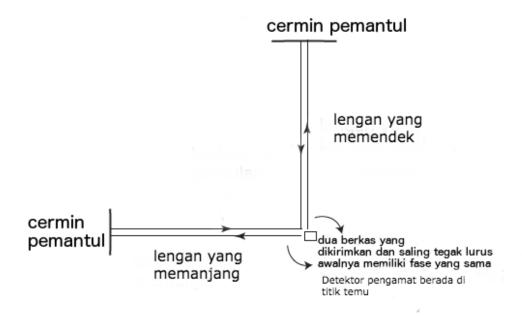
Dengan demikian,

$$V = V_1 + V_2 = 2V_1 = 2V_2$$

atau

$$V_1 = V_2 = \frac{1}{2} \ V = 1{,}917 \times 10^5 \ \mathrm{m/s}$$

2. Perhatikan skema interferometer LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) berikut. LIGO menggunakan Laser 700 nm dan memiliki panjang lengan awal masing-masing 4 km. Pada awalnya, berkas laser dari masing-masing lengan yang bertemu memiliki fase yang sama. Jika terdapat gelombang gravitasi, maka lengan interferometer dapat memendek atau memanjang sehingga menyebabkan perubahan pola interferensi di titik temu.



- (a) Jika terdapat gelombang gravitasi yang menyebabkan salah satu lengan interferometer memendek sebesar  $\Delta l$  sedangkan lengan lainnya memanjang sebesar  $\Delta l$ , maka akan terjadi perubahan pola interferensi dari terang menjadi gelap. Berapakah nilai  $\Delta l$  (dalam satuan m)?
- (b) Hitunglah perbandingan besar perubahan panjang lengan terhadap panjang lengan awal. Perbandingan ini disebut sebagai regangan atau *strain* yang sebanding dengan amplitudo gelombang gravitasi.
- (c) Jika gelombang gravitasi yang diakibatkan oleh interaksi lubang hitam ganda menyebabkan pada akhirnya kedua lubang hitam bersatu (*merge*) menjadi lubang hitam simetris, berapakah amplitudo gelombang gravitasi yang terdeteksi?

#### Jawab:

Diketahui nilai  $\lambda = 700$  nm dan l = 4 km.

(a) Karena prinsip pemantulan, jarak yang ditempuh pada masing-masing lengan adalah

$$2(l + \Delta l)$$

dan

$$2(l-\Delta l)$$

Perbedaan lintasan antara lengan LIGO (beda lintasan optik) adalah

$$2(l + \Delta l) - 2(l - \Delta l)$$

Pada interferometer dapat diperoleh perubahan pola gelap dari terang sebagai akibat dari terjadinya kondisi tidak sefase. Perbedaan lintasan adalah sebesar

$$n \frac{\lambda}{2}$$

Misalkan digunakan orde n = 1.

$$\begin{array}{rcl} 2(l+\Delta l)-2(l-\Delta l)&=&\frac{\lambda}{2}\\ &4\Delta l&=&\frac{\lambda}{2}\\ &\Delta l&=&\frac{700\times10^{-9}}{4\times2}=8{,}75\times10^{-8}~\mathrm{m} \end{array}$$

(b) Perbandingan besar perubahan panjang lengan terhadap panjang lengan awal (regangan/strain):

$$\frac{\Delta l}{l} = 2.19 \times 10^{-11}$$

- (c) 0. Benda simetris tunggal tidak mengemisikan gelombang gravitasi.
- 3. Gerhana Matahari Cincin akan terjadi pada tanggal 1 September 2016. Andaikan titik pusat kedua piringan Bulan dan Matahari berimpit, dan piringan Bulan di saat gerhana tersebut menutupi 98% piringan Matahari, berapakah jarak Bumi-Bulan pada saat itu (dinyatakan dalam satuan km)? Diketahui eksentrisitas orbit Bumi e=0.0167, dan Bumi berada di perihelion pada tanggal 3 Januari 2016.

#### Jawab:

Perbandingan diameter sudut dapat dihitung sebagai berikut:

Luas piringan Bulan = 0,98 Luas piringan Matahari 
$$\pi R_{\rm C}^2 = 0.98 \; \pi R_{\rm C}^2$$

Hubungan jejari dengan diameter sudut ( $\alpha$ ):

$$R \sim \alpha$$

$$\alpha_{\mathbb{C}} = \sqrt{0.98} \alpha_{\mathbb{O}}$$

$$\frac{R_{\mathbb{C}}}{d_{\mathbb{C}}} = \sqrt{0.98} \frac{R_{\mathbb{O}}}{d_{\mathbb{O}}}$$

$$d_{\mathbb{C}} = \frac{1}{\sqrt{0.98}} \frac{R_{\mathbb{C}}}{R_{\mathbb{O}}}$$

Perhitungan posisi untuk 1 September adalah sebagai berikut:

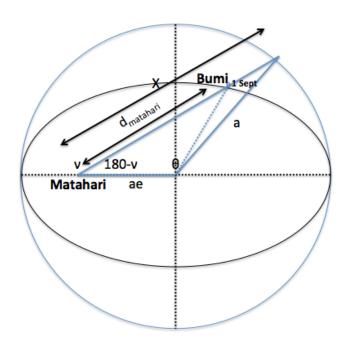
• jumlah hari sejak dari perihelion 2016 hingga 1 September 2016:

$$N_{
m hari}({
m 3~Jan~s/d~1~Sep})=242~{
m hari}$$

• Konversi sudut (terkecil) posisi Bulan ( $\theta$ ) tanggal 1 September 2016:

$$\begin{array}{rcl} 365,\!25\;{\rm hari}&=&360^\circ\\ 1\;{\rm hari}&=&\frac{360}{365,\!25}=0^\circ\!,\!9856262834\\ 242\;{\rm hari}&=&238^\circ\!,\!5215605749\\ \theta&=&360-238,\!5215605749=121^\circ\!,\!4784394251 \end{array}$$

Perhatikan pada geometri berikut ini, sudut  $\theta$  diukur dengan anggapan gerak orbital Bumi bersifat gerak melingkar dengan kecepatan harian yang tetap. Karena itu, sudut  $\theta$  diukur dari pusat lingkaran:



Pada kenyataannya, orbit Bumi adalah elips dan posisi Bumi saat itu pada jarak  $d_{\sf Matahari} = d_{\odot}$  dari Matahari dengan sudut  $180^\circ - \nu$ 

$$d_{\odot} < X$$

• Mencari jarak X dengan rumus cosinus:

$$\begin{array}{rcl} X^2 & = & a^2 + (ae)^2 - 2a \; ae \; \cos\theta \\ \\ a & = & 1,49597870 \times 10^{11} \; \mathrm{m} \\ \\ e & = & 0,0167 \\ \\ \theta & = & 121^{\circ},\!4784394251 \\ \\ X & = & 150.917.459.047 \; \mathrm{m} \end{array}$$

• Menggunakan rumus sinus untuk mencari  $\nu$ :

$$\frac{X}{\sin \theta} = \frac{a}{\sin(180^{\circ} - \nu)}$$

$$\sin(180^{\circ} - \nu) = \frac{a}{X} \sin \theta$$

$$180^{\circ} - \nu = \arcsin\left(\frac{a}{X} \sin \theta\right) = 57^{\circ},7126409925$$

$$\nu = 180^{\circ} - 57^{\circ},7126409925 = 122^{\circ},2873590075$$

• Menentukan jarak Matahari  $(d_{\odot})$ :

$$d_{\odot} = \frac{a(1 - e^2)}{(1 + e \cos \nu)} = 150.902.282.980 \text{ m}$$

• Masukkan hasil tersebut ke persamaan pada perhitungan perbandingan sudut:

$$\begin{array}{ll} d_{\mathbb{C}} & = & \frac{1}{\sqrt{0.98}} \frac{R_{\mathbb{C}}}{R_{\odot}} \\ & = & \frac{1}{\sqrt{0.98}} \frac{1.738.000}{6.96 \times 10^8} \times 150.902.282.980 = 380.647.783 \; \mathrm{m} = 380.647.783 \; \mathrm{km} \end{array}$$

Sehingga, jarak Bumi-Bulan pada saat GMC 1 September 2016 adalah 380.648 km

4. Pada suatu bintang ganda gerhana, bintang pertama memiliki radius  $R_1$  dan temperatur efektif  $T_1$ , sedangkan bintang kedua dengan radius  $R_2 = 0.75R_1$  dan temperatur efektif  $T_2 = 2.5T_1$ . Pada saat bintang yang berukuran lebih besar menggerhanai bintang yang lebih kecil, berapakah perubahan magnitudo bolometrik sistem bintang ganda ini?

#### Jawab:

Luminositas total sistem bintang ganda:

$$L = L_1 + L_2 = 4\pi R_1^2 \sigma T_1^4 + 4\pi R_2^2 \sigma T_2^4 = 4\pi \sigma \left( R_1^2 T_1^4 + R_2^2 T_2^4 \right)$$

Ketika bintang yang lebih besar (Bintang 1) menggerhanai bintang yang lebih kecil (Bintang 2), maka luminositas sistem didominasi oleh luminositas Bintang 1:

$$L_{\rm gerhana} = 4\pi R_1^2 \sigma T_1^4$$

Dengan demikian, perubahan magnitudo bolometrik,  $\Delta m$ :

$$\begin{split} \Delta m &= -2.5 \log \left( \frac{L}{L_{\mathsf{gerhana}}} \right) \\ &= -2.5 \log \left( \frac{4 \pi \sigma \left( R_1^2 T_1^4 + R_2^2 T_2^4 \right)}{4 \pi R_1^2 \sigma T_1^4} \right) = -2.5 \log \left( 1 + \frac{R_2^2 T_2^4}{R_1^2 T_1^4} \right) \\ &= -2.5 \log \left( 1 + (0.75)^2 (2.5)^4 \right) = -2.5 \log (22.97) = -3.4 \end{split}$$

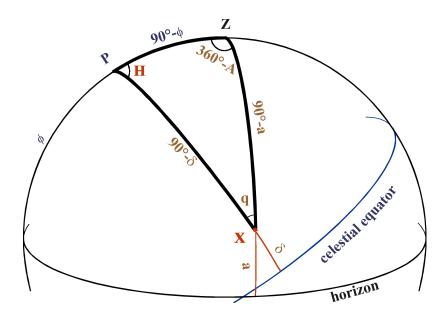
5. Kuil Abu Simbel atau disebut juga Monumen Nubia adalah sebuah kuil di tepi sungai Nil di selatan Mesir yang dibangun oleh Firaun Ramses II pada sekitar abad 13 SM. Kuil tersebut dibangun sebagai peringatan bagi Firaun Ramses II dan istrinya Nefertari setelah memenangkan sebuah perang besar yang disebut Perang Kadesh (perang antara kekaisaran Mesir dan kekaisaran Hittite). Kuil ini dibangun dengan mengukir sebuah bukit batu dan di depannya terdapat patung raksasa Ramses II.

Di ujung paling dalam kuil, terdapat sebuah altar dengan patung dewa Ra, Ramses II, dewa Amon, dan dewa Ptah (dewa kematian). Setiap dua kali setahun, cahaya Matahari yang baru terbit di horison akan masuk ke dalam kuil hingga menyinari altar tersebut. Kedua waktu tersebut diperkirakan sebagai saat hari lahir Firaun Ramses II dan hari ketika Ramses II diangkat menjadi Firaun. Jika diketahui koordinat kuil tersebut adalah  $\phi=22^{\circ}20'13''$  Lintang Utara,  $\lambda=31^{\circ}37'32''$  Bujur Timur, dan azimuth arah pintu masuk kuil adalah  $A_z=100{,}55$ , tentukan pada tanggal dan bulan apakah (dua waktu dalam satu tahun) cahaya Matahari terbit akan mengarah tepat ke patung di dalam altar. Abaikan efek refraksi dan efek ketinggian.

#### Jawab:

Informasi yang diberikan adalah:

- koordinat kuil Abu Simbel:  $\phi=22^{\circ}~20'~13''=22^{\circ}\!\!,\!33~\text{Lintang Utara, dan}$   $\lambda=31^{\circ}~37'~32''=31^{\circ}\!\!,\!62~\text{Bujur Timur}$
- $\bullet$  azimuth arah pintu masuk kuil adalah  $A_z=100^\circ,55$
- tinggi Matahari dapat dianggap  $h = 0^{\circ}$  (karena diamati pada saat Matahari terbit).



Untuk menentukan kapan saat Matahari tepat berada di arah pintu masuk kuil, maka kita perlu mengetahui deklinasi Matahari dengan informasi yang diberikan. Dengan menggunakan segitiga bola di atas, maka deklinasi Matahari dapat dihitung dengan menggunakan rumus kosinus

$$\cos(90^{\circ} - \delta) = \cos(90^{\circ} - \phi)\cos(90^{\circ} - h) + \sin(90^{\circ} - \phi)\sin(90^{\circ} - h)\cos(360^{\circ} - A)$$

$$\sin \delta = \sin \phi \sin h + \cos \phi \cos h \cos(360^{\circ} - A)$$

$$= \sin(22^{\circ},33)\sin(0) + \cos(22^{\circ},33)\cos(0)\cos(360^{\circ} - 100^{\circ},55)$$

$$= 0.9252 \times 1 \times (-0.1831) = -0.1694$$

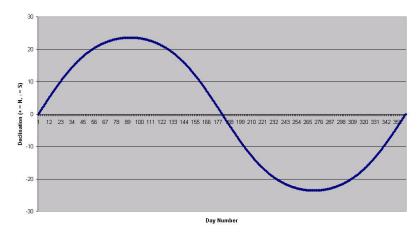
$$\delta = \arcsin(-0.1694)$$

$$= -9^{\circ},753$$

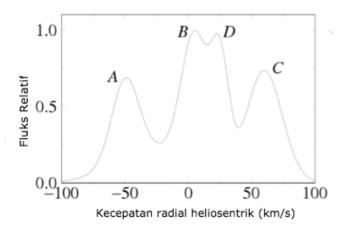
$$\approx -10^{\circ}$$

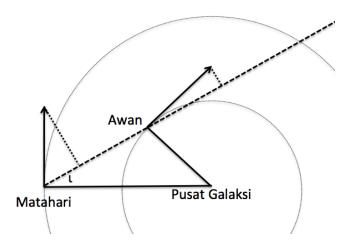
Deklinasi Matahari  $-10^{\circ}$  terjadi pada saat Matahari terbit di tanggal  $20~(\pm~5~\text{hari})$  Februari dan  $20~(\pm~5~\text{hari})$  Oktober.

#### Sun's Declination



### 6. Perhatikan spektrum dan skema berikut:





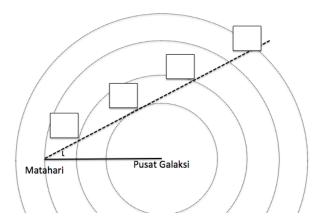
Diketahui spektrum Hidrogen 21 cm yang diamati pada koordinat galaktik  $(\ell,b)=(30^\circ,0^\circ)$  memiliki puncak-puncak A, B, C, dan D yang disebabkan oleh awan-awan antarbintang.

(a) Asumsikan awan antar bintang dan Matahari mengelilingi pusat Galaksi dengan orbit lingkaran dan jarak Matahari dari pusat Galaksi sebesar  $R_o=8$  kpc serta kecepatan orbit Matahari  $V_{\odot}=220$  km/s. Buktikanlah bahwa kecepatan radial awan antarbintang  $(V_r)$  yang teramati mengikuti persamaan berikut:

$$V_r = R_o \left(\omega - \omega_{\odot}\right) \sin \ell$$
,

dengan  $\omega$  dan  $\omega_{\odot}$  masing-masing adalah kecepatan sudut awan antar bintang dan kecepatan sudut Matahari.

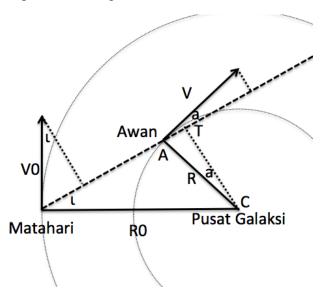
- (b) Berdasarkan kecepatan radial maksimum pada spektrum, berapakah jarak minimum dari pusat Galaksi (*Galactocentric*) dan kecepatan orbitnya?
- (c) Perhatikan skema berikut. Gambarlah skema tersebut di lembar jawaban, lalu posisikanlah awan antarbintang A, B, C, dan D dengan menuliskan alfabet nama awan pada kotak yang disediakan.



#### Jawab:

(a) Penurunan rumus kecepatan radial:

Dalam hal ini, ada dua faktor kecepatan yang berperan yaitu kecepatan Matahari dan kecepatan awan pada arah garis pandang. Perhatikan gambar:



$$V_{R} = V \cos \alpha - V_{\odot} \sin \ell$$

$$= \omega R \cos \alpha - \omega_{\odot} R_{0} \sin \ell$$

$$= \omega R \frac{CT}{R} - \omega_{\odot} R_{0} \sin \ell$$

$$= \omega R_{0} \sin \ell - \omega_{\odot} R_{0} \sin \ell$$

$$= (\omega - \omega_{\odot}) R_{0} \sin \ell$$

(b) Kecepatan radial awan maksimal pada gambar sekitar 65 km/s. Pada jarak dari galaksi minimum  $\sin \ell = R/R_0$  dan  $\cos \alpha = 1$ 

$$R = R_0 \sin \ell = 8 \sin 30^\circ = 4 \text{ kpc}$$

$$V = V_R + V_{\odot} \sin \ell = 65 + 220 \sin 30^{\circ} = 175 \text{ km/s}$$

- (c) Urutan dari terdekat hingga terjauh dari Matahari adalah D-C-B-A atau B-C-D-A.
- 7. Jika hanya meninjau energi radiasi, gradien temperatur pada jarak  $0 < r \leqslant R$  dari pusat bintang dapat didekati dengan hubungan

$$-\frac{\kappa \rho_r L_r}{a c T_r^3 r^2}$$

dan gradien tekanan pada jarak itu didekati dengan hubungan

$$-\frac{G M_r \rho_r}{r^2}$$

dengan  $\rho_r$ ,  $L_r$ ,  $T_r$ , dan  $\kappa$  masing-masing adalah massa jenis, luminositas, temperatur, dan kekedapan (opasitas) pada jarak r, sedangkan  $M_r$  adalah massa hingga jarak r. Jejari bintang adalah R.

Karena perbedaan yang sangat besar dengan nilai di pusat bintang, temperatur dan tekanan di permukaan bintang (r=R) dianggap nol, sedangkan temperatur dan tekanan di pusat akan dihitung secara perkiraan. Gunakanlah tetapan G, a, dan c di dalam tabel. Jika  $\kappa=1$  dan  $\rho_r$  selalu konstan tak nol, maka

- (a) rumuskanlah temperatur pusat dan tekanan pusat bintang sebagai fungsi dari L, M, dan R,
- (b) perkirakanlah nilai temperatur pusat Matahari (dalam satuan K) dan tekanan pusat Matahari (dalam satuan  $N/m^2$ ).
- (c) Anggap tekanan  $P_r$  di dalam bintang dapat didekati dengan

$$P_r = \frac{\mathcal{R}}{\mu} \rho_r T_r$$

dengan  $\mathcal{R}$  konstanta gas dan  $\mu$  berat molekul rata-rata (tak bersatuan). Dengan mengambil  $\mu = 0.5$ , berapakah massa jenis di pusat Matahari ( $\rho_c$ ) dinyatakan dalam satuan kg/m<sup>3</sup>?

(d) Dengan menggunakan persamaan dari soal (7c), buktikanlah bahwa hubungan luminositas dengan massa memenuhi persamaan:

$$L = \mathcal{Z} M^3$$

dengan  $\mathcal Z$  adalah konstanta. Dibandingkan dengan Matahari, berapa kalikah luminositas bintang deret utama bermassa  $3M_{\odot}$ ?

(e) Seandainya tekanan di Matahari menghilang seketika, berapa lama waktu keruntuhan Matahari?

#### Jawab:

(a) Misalkan M,R,L, dan  $T_c$  masing-masing adalah massa, jejari, luminositas, dan temperatur pusat bintang, maka gradien temperatur di permukaan bintang didekati dengan gradien linearnya adalah:

$$\frac{0 - T_c}{R - 0} \approx -\frac{3M}{4ac\pi R^3} \frac{L}{T_c^3 R^2}$$

$$-\frac{T_c}{R} \approx -\frac{3LM}{4ac\pi R^5 T_c^3}$$

$$T_c^4 \approx \frac{1}{R^4} \frac{3LM}{4ac\pi}$$

$$T_c \approx \frac{1}{R} \sqrt[4]{\frac{3LM}{4ac\pi}}$$

Gradien tekanan dapat didekati pula dengan gradien linearnya:

$$\frac{0 - P_c}{R - 0} \approx -\frac{GM}{R^2} \frac{3M}{4\pi R^3}$$

$$P_c \approx \frac{3GM^2}{4\pi R^4}$$

(b)

$$\begin{array}{lll} T_c & \approx & \frac{1}{6,96 \, \times \, 10^8} \sqrt[4]{\frac{3 \, \times \, 3,9 \, \times \, 10^{26} \, \times \, 1,989 \, \times \, 10^{30}}{4 \, \times \, 7,5659 \, \times \, 10^{-16} \, \times \, 2,99792458 \, \times \, 10^8 \, \times \, \pi}} \\ & \approx & 7.680.211 \, \, \mathrm{K} \approx 7,7 \, \times \, 10^6 \, \, \mathrm{K} \\ P_c & \approx & \frac{3GM^2}{4\pi R^4} \\ & \approx & 268.574.714.879.929 \, \, \mathrm{N/m^2} \approx 2,7 \, \times \, 10^{14} \, \, \mathrm{N/m^2} \end{array}$$

(c) Massa jenis di pusat Matahari ( $\rho_c$ ):

$$\rho_c = \frac{P_c}{T_c} \frac{\mu}{\mathcal{R}}$$

$$= \frac{2.7 \times 10^{14}}{7.7 \times 10^6} \frac{0.5}{8314.5}$$

$$\approx 2.103 \text{ kg/m}^3$$

(d) Tinjau tekanan di pusat:

$$P_c = \frac{\mathcal{R}}{\mu} \rho_c T_c \approx \frac{\mathcal{R}}{\mu} \frac{3MT_c}{4\pi R^3}$$

Tetapi juga

$$P_c \approx \frac{3GM^2}{4\pi R^4}$$

Sehingga

$$\frac{\mathcal{R}}{\mu} \frac{3MT_c}{4\pi R^3} \approx \frac{3GM^2}{4\pi R^4}$$

atau

$$T_c \approx \frac{\mu}{\mathcal{R}} \frac{GM}{R}$$

Tetapi juga

$$T_c \approx \frac{1}{R} \sqrt[4]{\frac{3LM}{4ac\pi}}$$

$$\frac{\mu}{\mathcal{R}} \frac{GM}{R} \approx \frac{1}{R} \sqrt[4]{\frac{3LM}{4ac\pi}}$$

$$\frac{\mu^4}{\mathcal{R}^4} G^4 M^3 \approx \frac{3L}{4ac\pi}$$

$$L \approx \frac{4ac\pi \mu^4 G^4}{3\mathcal{R}^4} M^3$$

$$L \approx \text{konstanta} \times M^3$$

Dengan  ${\mathcal Z}$  sebagai konstanta, relasi luminositas terhadap massa bintang dapat didekati dengan

$$L = \mathcal{Z} M^3$$
.

Sehingga untuk bintang bermassa  $3M_{\odot}$ , maka luminositas bintang tersebut adalah

$$L = \left(\frac{3M_{\odot}}{M_{\odot}}\right)^3 L_{\odot} = 27 \ L_{\odot}$$

(e) Seandainya tekanan di Matahari menghilang seketika, maka gravitasi menyebabkan Matahari mengalami peristiwa jatuh bebas (free fall) dengan kecepatan awal  $v_0=0$ . Gerak jatuh bebas akan menempuh jarak jejari bintang, R, dalam waktu  $t_{\rm ff}$  detik.

$$R = \frac{1}{2}at_{\mathsf{ff}}^2$$

Percepatan a adalah sebesar percepatan gravitasi di permukaan Matahari yaitu

$$a = \frac{GM}{R^2}$$

Sehingga

$$t_{\rm ff} = \sqrt{\frac{2R^3}{GM}} \approx 2.254 \; {\rm detik} \approx 38 \; {\rm menit} \label{eq:tff}$$

- 8. Pada saat Gerhana Matahari Total, kita dapat mengamati korona Matahari yang memiliki kerapatan rendah ( $n=10^8~{\rm cm}^{-3}$ ) dan temperatur tinggi ( $2\times10^6~{\rm K}$ ). Korona ini tersusun dari atom-atom Hidrogen yang terionisasi dan di bawah pengaruh medan magnet.
  - (a) Agar partikel-partikel atom Hidrogen dapat lepas dari Matahari, berapakah laju minimum yang dibutuhkan (dalam satuan m/s)?
  - (b) Hitunglah laju termal atom Hidrogen dan Hidrogen terionisasi (yang terdiri dari proton dan elektron) di korona (masing-masing dalam satuan m/s). Apakah orde laju tersebut sesuai dengan yang dibutuhkan untuk lepas dari Matahari? Apakah semua partikel dapat lepas?
  - (c) Jika partikel yang lepas menjadi angin Matahari, tentukan berapa massa Matahari yang hilang tiap tahun. Anggap angin Matahari mengembang dengan bentuk simetri bola dan partikel yang lepas hanya elektron.
  - (d) Selain terdiri dari partikel-partikel, korona juga terdiri dari medan magnet yang bergerak bebas. Hal ini dikarenakan tekanan medan magnetik  $P_B$  lebih besar dari tekanan gas P di korona. Diketahui tekanan medan magnetik mengikuti persamaan berikut:

$$P_B = \frac{B^2}{2\,\mu_0}$$

dengan  $\mu_0$  adalah permeabilitas di ruang hampa. Jika kuat medan magnet di korona, yaitu B=10 Gauss, hitunglah tekanan magnetik di korona.

(e) Hitunglah tekanan gas di korona. Bandingkanlah tekanan magnetik pada soal (8d) dengan tekanan gas di korona.

Jawab:

(a) Laju untuk lepas:

$$V_{\rm lepas} = \sqrt{\frac{2GM_{\odot}}{R_{\odot}}} = 6.18 \times 10^5 \ \rm m/s$$

(b) Laju termal:

$$\frac{1}{2}mv_{\mathsf{termal}}^2 = \frac{3}{2}kT$$

$$v_{\text{termal}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Untuk Hidrogen:

$$v_{\rm termal,H} = \sqrt{\frac{3kT}{m_H}} = 2.23 \times 10^5 \ \rm m/s$$

Hidrogen terionisasi akan menjadi proton maupun elektron:

$$v_{\rm termal,e} = \sqrt{\frac{3kT}{m_e}} = 9.54 \times 10^6 \ \rm m/s$$

$$v_{\rm termal,p} = \sqrt{\frac{3kT}{m_p}} = 2.23 \times 10^5~{\rm m/s}$$

Ya, benar. Orde kecepatan partikel di korona (sekitar ratusan km/s) sesuai dengan orde kecepatan atau laju untuk lepas dari Matahari. Namun demikian, tidak semua partikel dapat lepas. Elektron akan lebih mudah lepas dibandingkan dengan proton.

(c) Diketahui  $n=10^8~{\rm cm}^{-3}=10^{14}~{\rm m}^{-3}.$  Massa yang hilang adalah

$$n \times m_e \times v_{\text{termal,e}} \times 4\pi R_{\odot}^2 \times t$$

Massa yang hilang (dalam satuan Matahari per tahun) adalah

$$\frac{10^{14} \times m_e \times v_{\rm termal,e} \times 4\pi (6.96 \times 10^8)^2 \times 31536000 \; {\rm detik}}{1.988 \times 10^{30} \; {\rm kg}} = 8.4 \times 10^{-14} \; M_{\odot}/{\rm tahun}$$

(d) Tekanan magnetik

$$P_{\mathsf{mag}} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

1 Gauss = 0.0001 Tesla sehingga 10 G = 0.001 T

$$P_{\mathsf{mag}} = \frac{0.001^2}{2(4\pi 10^{-7})} = 0.4 \; \mathsf{N/m}^2$$

# (e) Tekanan gas di korona

$$P_{\rm g} = nkT = 10^{14} \times 1{,}38 \times 10^{-23} \times 2 \times 10^6 = 0{,}003 \ {\rm N/m^2}$$

$$\frac{P_{\mathsf{mag}}}{P_{\mathsf{g}}} = \frac{0.4}{0.003} = 133.33$$

Tekanan magnetik 133 kali lebih kuat dari pada tekanan gas, sehingga garis medan magnet bergerak bebas.