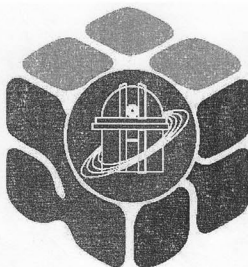




SOAL
OLIMPIADE SAINS NASIONAL



ASTRONOMI

Ronde Teori

Waktu: 240 menit

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DIREKTORAT PEMBINAAN SEKOLAH MENENGAH ATAS
2018

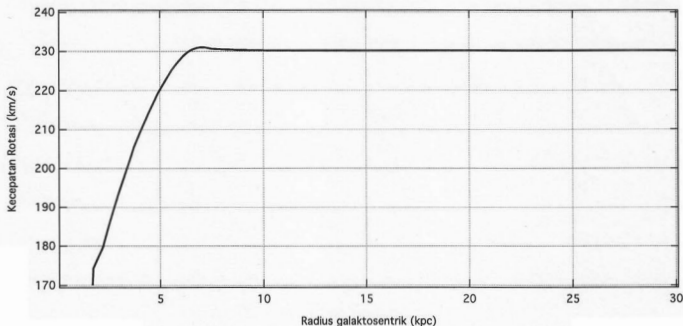


KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DIREKTORAT PEMBINAAN SEKOLAH MENENGAH ATAS

Petunjuk:

1. Jawablah seluruh soal hanya di lembar jawaban dan jangan di lembar soal ini.
2. Dalam naskah ini terdapat 10 soal esai.
3. Daftar konstanta dan data astronomi tersedia bersama berkas lembar jawaban.
4. Kalkulator boleh digunakan.

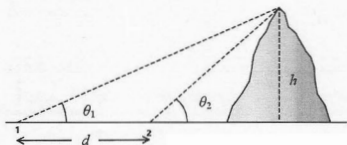
1. Selama perjalanan hidupnya, bintang akan menghabiskan sebagian besar waktunya pada fase evolusi yang disebut Deret Utama (DU). Untuk Matahari, usia selama di DU ini diperkirakan mencapai 10^{10} tahun. Selama proses evolusinya, bintang juga akan mengalami kehilangan massa. Jika diketahui sebuah bintang dengan massa, radius, dan temperatur efektif masing-masing sebesar $4,5 M_{\odot}$, $2,25 R_{\odot}$, dan $3 T_{\text{eff},\odot}$, hitunglah berapa persen massa yang hilang selama bintang tersebut berada di DU terhadap massanya saat tersebut. Gunakan hubungan massa–luminositas bintang selama di DU di mana luminositas sebanding dengan massa pangkat 3,5.
2. Matahari dan bintang-bintang lain di Galaksi Bima Sakti bergerak mengelilingi pusat galaksi dengan kurva rotasi seperti di Gambar 1.



Gambar 1: Kurva rotasi bintang-bintang di Galaksi Bima Sakti.

Diketahui jarak dari Matahari ke pusat galaksi adalah 8,5 kpc dan Matahari berada di piringan galaksi. Sebuah bintang tetangga memiliki koordinat galaksi $(\ell, b) = (35^\circ, 0,002^\circ)$ dan kecepatan radial bintang (heliosentrik) adalah 8 km/detik.

- Buatlah sketsa posisi Matahari, bintang, dan pusat galaksi. Gambarkan pula vektor kecepatan radial bintang tersebut.
 - Tentukan kecepatan sudut bintang mengelilingi pusat galaksi dalam satuan km/detik/kpc.
 - Tentukan jarak dari Matahari ke bintang tersebut dalam satuan kpc. Tentukan pula jarak bintang tersebut dari bidang galaksi dalam satuan pc.
- Efisiensi kuantum suatu detektor astronomi ialah perbandingan antara jumlah foton yang dideteksi terhadap jumlah foton yang diterima. Diketahui diameter bukaan mata saat gelap, waktu integrasi, dan efisiensi kuantum mata manusia masing-masing adalah 7 mm, 100 milidetik, dan 10%. Dengan kemampuan ini, limit magnitudo untuk mata manusia adalah 6 magnitudo. Tentukanlah limit magnitudo hasil fotografi dengan waktu integrasi 1 jam, menggunakan teleskop dengan diameter 1 meter dilengkapi emulsi fotografi dengan efisiensi kuantum 2% sebagai detektor. Asumsikan derau (*noise*) pengamatan dapat diabaikan.
 - Dalam sistem magnitudo *UBV*, rumus Pogson untuk masing-masing magnitudo mengandung titik nol. Jika diketahui titik nol filter V ($\lambda = 5500 \text{ \AA}$, lebar pita = 1000 \AA) adalah $c_V = -38,53$, tentukan daya total yang dikumpulkan sebuah teleskop dengan diameter 10 cm dari bintang dengan magnitudo visual $V = 3,0 \text{ mag}$.
 - Diketahui rerata diameter sudut Bulan dan Matahari adalah $32'$ dan sudut refraksi di atmosfer Bumi dekat horizon adalah $34'$. Paralaks horizon untuk Bulan adalah $57''$ dan untuk Matahari $8''$. Secara prinsip, jarak zenith untuk syarat terbenamnya Matahari, Bulan, dan bintang dapat ditentukan berdasarkan tiga besaran tersebut. Dengan merujuk pada kombinasi variasi posisi Bumi di perihelion dan aphelion serta variasi posisi Bulan di perigee dan apogee, hitunglah variasi nilai jarak zenith untuk syarat terbenamnya Matahari, Bulan, dan bintang.
 - Sebuah elektron sinar kosmik bermassa m_e bergerak dengan kecepatan $v_e = 0,8c$ dan secara horizontal menumbuk partikel debu bermassa m_d di permukaan Bulan. Elektron kemudian melekat pada materi debu. Tentukan massa dan kecepatan debu setelah tumbukan. Apakah debu berpindah dari kedudukan semula? Asumsikan bahwa gesekan debu dengan permukaan Bulan diabaikan.
 - Sebuah spektrograf masa depan yang ditempatkan pada teleskop ruang angkasa memiliki resolusi spektral sebesar 10^8 . Salah satu target ilmiah dari instrumen ini adalah pencarian eksoplanet yang seukuran dengan Bumi. Hitunglah berapa massa minimum bintang target, yang memiliki planet dengan massa, albedo dan temperatur mirip Bumi pada daerah layak huni, yang dapat dideteksi oleh instrumen tersebut. Asumsikan hubungan massa dengan luminositas untuk bintang deret utama massa kecil adalah $L \sim M^4$.
 - Ilmuwan Persia yang bernama Abu Reyhan Al-Biruni (973-1048 CE) telah berhasil menghitung radius Bumi dengan cara yang berbeda dengan yang pernah dilakukan oleh matematikawan Yunani bernama Eratosthenes (276-194 BCE). Metode baru ini dinamakan sebagai metode Al-Biruni. Perhitungan radius Bumi dengan metode ini memerlukan puncak sebuah gunung dengan tinggi h , yang terisolir dan dikelilingi oleh bidang datar. Sudut θ_1 dan θ_2 pada titik-titik 1 dan 2 dari cakrawala ke puncak gunung diukur dengan alat kuadran. Jarak d antara titik 1 dan 2 juga diukur (lihat Gambar 2).



Gambar 2: Skema penentuan radius Bumi dengan metode Al-Biruni.

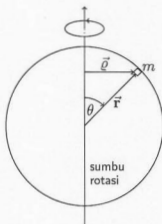
- Jelaskan cara menghitung tinggi gunung h dengan pengukuran menurut gambar di atas!
 - Seorang pengamat memanjat puncak gunung dan mengukur sudut penurunan cakrawala α (besar sudut antara cakrawala pengamat di puncak gunung dengan cakrawala benar di permukaan Bumi). Saat dia berada di tepi pantai, arah cakrawala akan sama dengan arah pandangan mata lurus dan badan tegak. Namun, bila dia berada di tempat tinggi, dia tidak hanya dapat melihat lebih jauh, tapi juga arah cakrawala akan tampak turun dan berada di bawah arah pandangan mata tegak lurus badan. Semakin tinggi posisi pengamat, semakin turun arah cakrawala ini. Jelaskan metode Al Biruni dalam mengukur radius Bumi setelah menghitung tinggi gunung h dan mengukur sudut penurunan cakrawala α . Buat sketsa geometri dari gunung, sudut penurunan cakrawala, dan radius Bumi.
 - Diketahui bahwa radius Bumi yang dihitung oleh Al-Biruni adalah 6336 km, yang hanya berbeda 35 km dari nilai modern. Faktor penting apa yang perlu diperhatikan agar didapat hasil pengukuran yang akurat?
9. Pada Gambar 3, elemen massa m berada pada jarak r dari pusat bintang berotasi, atau pada jarak $r \sin \theta$ dari sumbu rotasi. Total gaya yang bekerja pada m adalah

$$\begin{aligned}\Sigma \mathbf{F} &= m\mathbf{a} \\ \mathbf{F}_{\text{Tekanan}} + \mathbf{F}_{\text{Gravitasi}} &= -m\omega^2 \vec{r}\end{aligned}\quad (1)$$

dengan ω dan \vec{r} masing-masing adalah kecepatan sudut dan vektor jarak dari sumbu rotasi. Jika P adalah tekanan, komponen tekanan dapat dinyatakan

$$\mathbf{F}_{\text{Tekanan}} = -V\nabla P = -\frac{m}{\rho}\nabla P \quad (2)$$

dengan V dan ρ masing-masing adalah volume massa m dan rapat massa.



Gambar 3: Elemen massa m pada bintang berotasi.

Untuk dua komponen gaya gerak,

$$\mathbf{F}_{\text{Gravitasi}} + m\omega^2 \vec{r} = -\frac{GMm}{r^2} \hat{r} + m\omega^2 \vec{r} = -m\nabla \Psi, \quad (3)$$

dengan Ψ adalah potensial gravitasi yang memenuhi

$$\Psi = -\frac{GM}{r_k} = \text{konstan.}$$

Setelah integrasi, persamaan tersebut dapat dituliskan ringkas menjadi

$$-\frac{GM}{r_k} = -\frac{GM}{r} - \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \sin^2 \theta$$

atau

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_k} - \frac{\omega^2 r^2 \sin^2 \theta}{2GM} \quad (4)$$

Persamaan (4) dapat dipandang sebagai persoalan akar dari persamaan fungsi

$$f(r) = \frac{r}{r_k} - \frac{\omega^2 r^3 \sin^2 \theta}{2GM} - 1 = 0 \quad (5)$$

Untuk wilayah ekuatorial ($\theta = 90^\circ$), persamaan akar menjadi

$$f(r) = \frac{r}{r_k} - \frac{\omega^2 r^3}{2GM} - 1 = 0 \quad (6)$$

atau

$$r = \frac{\omega^2 r^3}{2GM} + r_k \quad (7)$$

Secara komputasional, persamaan (7) dapat ditulis menjadi:

$$r_{i+1} = \frac{\omega^2 r_k}{2GM} r_i^3 + r_k \quad (8)$$

Berdasarkan persamaan-persamaan tersebut, solusi untuk r dapat diperoleh dengan mengerjakan perhitungan berulang (*iteratif*) dengan menggunakan algoritma sepuluh langkah di bawah ini hingga galat (*error*, ϵ) kurang dari nilai ϵ_{stop} yang diberikan. (Tanda \leftarrow dibaca: "diisi dengan nilai").

- mulai
- galat pemberhentian (dalam persen): $\epsilon_{\text{stop}} \leftarrow 0,2$
- $i \leftarrow 0$
- $r_i \leftarrow 0$
- hitung r_{i+1} dari persamaan (8)
- hitung galat (dalam persen): $\epsilon \leftarrow 100 \times \left| \frac{r_{i+1} - r_i}{r_{i+1}} \right|$
- $i \leftarrow i + 1$
- $r_i \leftarrow r_{i+1}$
- bila $\epsilon \geq \epsilon_{\text{stop}}$ kembali ke (e)
- selesai

Erjakanlah instruksi di algoritma tersebut dengan menggunakan nilai-nilai parameter berikut ini untuk bintang serupa Matahari:

$$\begin{aligned} T &= 0,3 \text{ hari} = 25920 \text{ detik} \\ \omega &= 2\pi/T = 0,0002424068 \text{ radian/detik} \\ r_k &= 695000 \text{ km} = 6,95 \times 10^8 \text{ m} \end{aligned}$$

10. Pulsar PSR 1257+12 terdiri atas sebuah bintang neutron dan sebuah planet. Planet mengorbit lingkaran dekat bintang induk. Bintang neutron memancarkan pulsasi sinar-X setiap 0,062 detik, sedangkan planet mengorbit setiap 66,54 hari. Inklinalasi orbit adalah 53° . Kecepatan orbital planet adalah 59 km/detik, dan untuk bintang neutron adalah $4,35 \times 10^{-4}$ km/detik. Tentukan massa kedua objek tersebut.

Nama besaran	Notasi	Harga
Satuan astronomi	sa	$1,49597870 \times 10^{11}$ m
Jarak Bumi-Matahari (perihelion) ¹		0,9832843 sa
Jarak Bumi-Matahari (aphelion) ²		1,0166961 sa
Parsek	pc	$3,0857 \times 10^{16}$ m
Tahun cahaya	ly	$0,9461 \times 10^{16}$ m
Tahun sideris		365,2564 hari
Tahun tropik		365,2422 hari
Tahun Gregorian		365,2425 hari
Tahun Julian		365,2500 hari
Periode sinodis Bulan (<i>synodic month</i>)		29,5306 hari
Periode sideris Bulan (<i>sidereal month</i>)		27,3217 hari
Hari Matahari rerata (<i>mean solar day</i>)		$24^{\text{h}} 3^{\text{m}} 56^{\text{s}}_{,56}$
Hari sideris rerata (<i>mean sidereal day</i>)		$23^{\text{h}} 56^{\text{m}} 4^{\text{s}}_{,09}$
Massa Matahari	M_{\odot}	$1,989 \times 10^{30}$ kg
Jejari Matahari	R_{\odot}	$6,96 \times 10^8$ m
Temperatur efektif Matahari	$T_{\text{eff},\odot}$	5.785 K
Luminositas Matahari	L_{\odot}	$3,9 \times 10^{26}$ W
Magnitudo semu visual Matahari	V	-26,78
Indeks warna Matahari	$B - V$	0,62
	$U - B$	0,10
Magnitudo mutlak visual Matahari	M_V	4,79
Magnitudo mutlak biru Matahari	M_B	5,48
Magnitudo mutlak bolometrik Matahari	M_{bol}	4,72
Massa Bulan	M_{L}	$7,348 \times 10^{22}$ kg
Jejari Bulan	R_{L}	1.738.000 m
Jarak rerata Bumi-Bulan		384.400.000 m
Jarak Bumi-Bulan (perigee) ³		357.432.000 m
Jarak Bumi-Bulan (apogee) ⁴		406.223.000 m
Konstanta Hubble	H_0	69,3 km/s/Mpc
1 jansky	1 Jy	$1 \times 10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$

^{1,2}Rujukan data perihelion dan aphelion untuk tahun 2018:

<http://www.astropixels.com/ephemeris/perap2001.html>

^{3,4}Rujukan data perigee dan apogee untuk Juli 2018:

<http://www.astropixels.com/ephemeris/moon/moonperap2001.html>

Konstanta dan Data Astronomi

Nama konstanta	Simbol	Harga
Kecepatan cahaya	c	$2,99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$
Konstanta gravitasi	G	$6,673 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg/s}^2$
Konstanta Planck	h	$6,6261 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Konstanta Boltzmann	k	$1,3807 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
Konstanta kerapatan radiasi	a	$7,5659 \times 10^{-16} \text{ J/m}^3/\text{K}^4$
Konstanta Stefan-Boltzmann	σ	$5,6705 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2/\text{K}^4$
Muatan elektron	e	$1,6022 \times 10^{-19} \text{ C}$
Massa elektron	m_e	$9,1094 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Massa proton	m_p	$1,6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Massa neutron	m_n	$1,6749 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Massa atom ${}_1\text{H}^1$	m_{H}	$1,6735 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Massa atom ${}_2\text{He}^4$	m_{He}	$6,6465 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Massa inti ${}_2\text{He}^4$		$6,6430 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Konstanta gas	R	$8,3145 \text{ J/K/mol}$

Objek	Massa (kg)	Jejari ekuatorial (km)	P_{rotasi}	P_{sideris} (hari)	Jarak rerata ke Matahari (10^3 km)
Merkurius	$3,30 \times 10^{23}$	2.440	58,646 hari	87,9522	57.910
Venus	$4,87 \times 10^{24}$	6.052	243,019 hari	244,7018	108.200
Bumi	$5,97 \times 10^{24}$	6.378	$23^{\text{j}} 56^{\text{m}} 4^{\text{d}},1$	365,2500	149.600
Mars	$6,42 \times 10^{23}$	3.397	$24^{\text{j}} 37^{\text{m}} 22^{\text{d}},6$	686,9257	227.940
Jupiter	$1,90 \times 10^{27}$	71.492	$9^{\text{j}} 55^{\text{m}} 30^{\text{d}}$	4.330,5866	778.330
Saturnus	$5,69 \times 10^{26}$	60.268	$10^{\text{j}} 39^{\text{m}} 22^{\text{d}}$	10.746,9334	1.429.400
Uranus	$8,66 \times 10^{25}$	25.559	$17^{\text{j}} 14^{\text{m}} 24^{\text{d}}$	30.588,5918	2.870.990
Neptunus	$1,03 \times 10^{26}$	24.764	$16^{\text{j}} 6^{\text{m}} 36^{\text{d}}$	59.799,8258	4.504.300