

Solusi Olimpiade Astronomi Tingkat Provinsi 2008

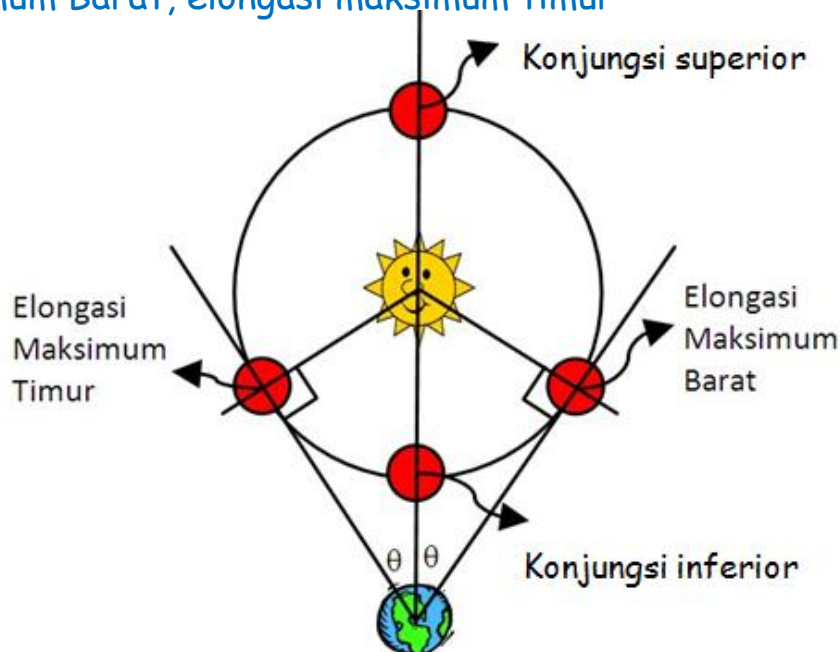
Typed and Solved by Mariano N.
Mohon saya dikontak jika ada yang perlu direvisi
mariano.nathanael@gmail.com
<http://soal-olim-astro.blogspot.com>

PILIHAN GANDA

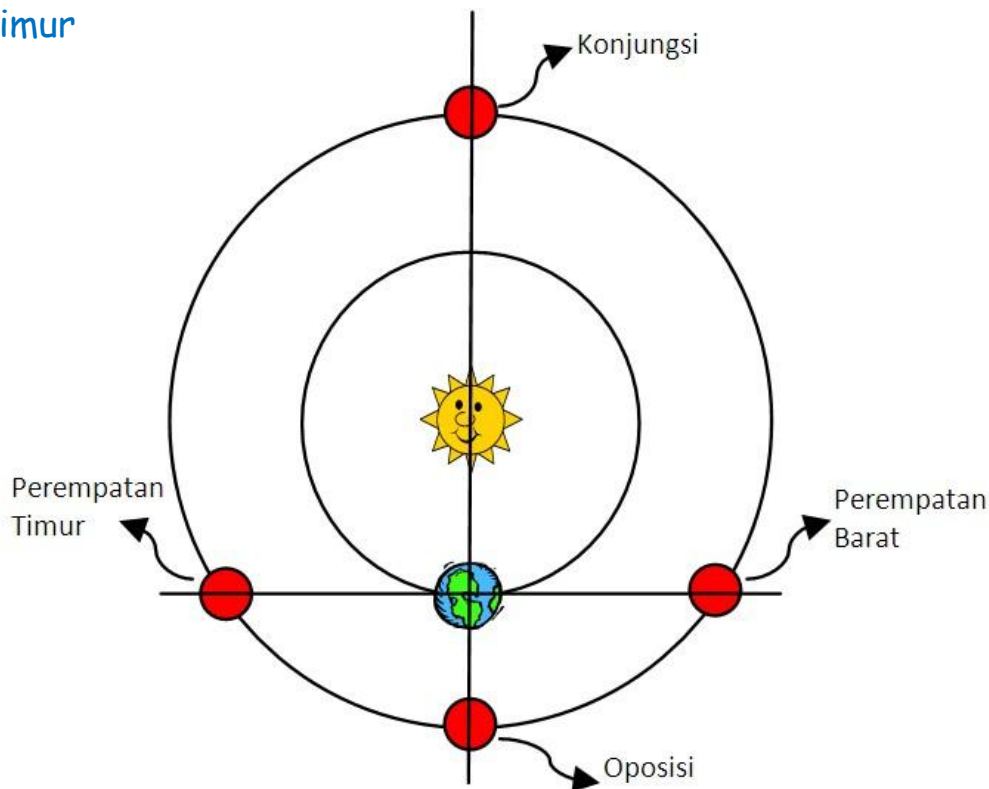
1. Pada saat oposisi Bumi- Planet dan Matahari mendekati satu garis lurus, konfigurasiya adalah:
A. Planet - Bumi - Matahari
B. Bumi - Planet - Matahari
C. Planet - Matahari - Bumi
D. Matahari - Planet - Bumi
E. Tidak ada yang benar

JAWAB : A

- ⇒ Fase adalah kedudukan planet jika dilihat dari bumi terhadap matahari. Ada beberapa jenis fase planet, yaitu fase untuk planet inferior dan fase untuk planet eksterior
- Untuk planet inferior (Merkurius dan Venus) → Ada 4 jenis fase :
Konjungsi inferior (bawah), konjungsi superior (atas), elongasi maksimum Barat, elongasi maksimum timur



- Elongasi (θ) adalah sudut yang dibentuk antara matahari - bumi - planet. Sudut elongasi minimum ($\theta = 0^\circ$) terjadi ketika konjungsi atas maupun bawah dan sudut elongasi maksimum terjadi ketika terbentuk segitiga siku-siku
- Sudut elongasi maksimum untuk planet Merkurius sekitar $18^\circ - 24^\circ$
- Sudut elongasi maksimum untuk planet Venus sekitar $34^\circ - 38^\circ$
- Untuk planet inferior, bentuk planet akan berubah-ubah sama seperti bentuk bulan
- Untuk planet superior (Mars s/d Neptunus) → Terdapat 4 jenis fase yang disebut : Konjungsi, oposisi, perempatan barat, perempatan timur



- Planet Superior memiliki elongasi maksimum terbesar adalah 180° pada fase oposisi
- Tidak terlihat bentuk sabit pada planet superior, tetapi memiliki lintasan yang disebut lintasan retrograde, yaitu gerak planet yang seolah-olah mundur, hal ini disebabkan perbedaan kecepatan planet luar dan Bumi ketika berada di sekitar fase oposisi

- ⇒ Perlu diperhatikan bahwa orbit planet bukanlah lingkaran, tetapi elips, sehingga ada variasi dalam jarak sehingga mempengaruhi nilai dari jarak atau sudut dari setiap fase planet, misalnya :
- pada sudut elongasi maksimum terdapat variasi, yaitu dari sudut elongasi maksimum yang paling minimum sampai sudut elongasi maksimum yang paling maksimum
 - jarak planet pada fase oposisi terdapat variasi, yaitu dari jarak oposisi terdekat sampai jarak oposisi terjauh, demikian juga untuk fase konjungsi, dll.
- ⇒ Selain koreksi elips, ada juga koreksi dari inklinasi/kemiringan orbit planet terhadap ekliptika

2. Pada saat konjungsi Bumi-Planet dan Matahari mendekati satu garis lurus, konfigurasi adalah;
- A. Planet - Bumi - Matahari
 - B. Bumi - Planet - Matahari
 - C. Planet - Matahari - Bumi
 - D. Matahari - Planet - Bumi
 - E. Tidak ada yang benar

JAWAB : C

Lihat pembahasan soal no. 1

Option A adalah fase oposisi

Option B adalah fase konjungsi inferior

Option C adalah fase konjungsi

Option D adalah fase konjungsi inferior

3. Jika setengah sumbu panjang dan eksentrisitas planet Mars adalah $a = 1,52$ dan $e = 0,09$ sedangkan untuk Bumi $a = 1$ SA dan $e = 0,017$. Kecerlangan maksimum Mars pada saat oposisi, terjadi ketika jaraknya dari Bumi pada saat itu;

A. 0,37 SA

B. 0,27 SA

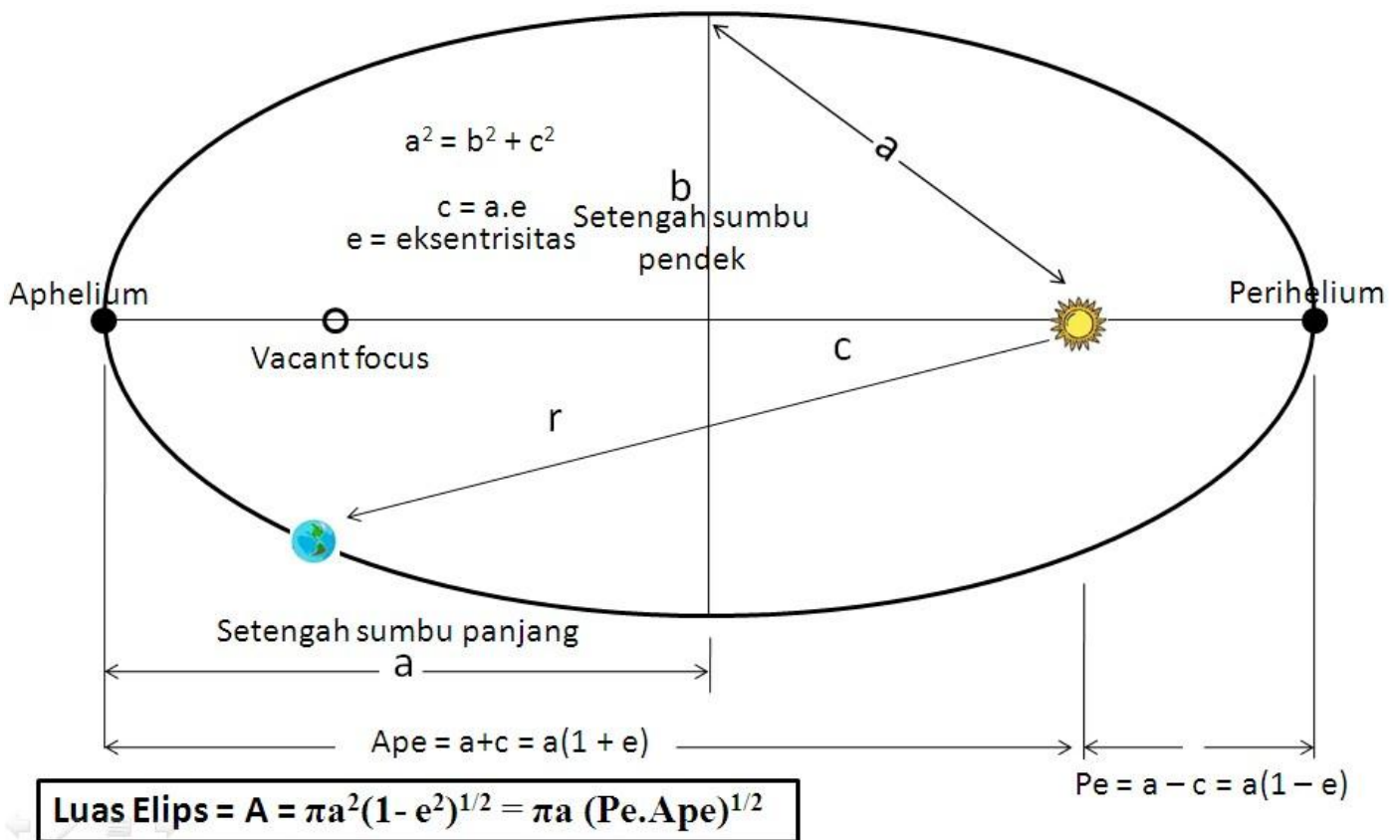
C. 0,32 SA

D. 0,40 SA

E. 0,50 SA

JAWAB : A

Lintasan elips planet menghasilkan banyak variasi dalam jarak planet terhadap Matahari. Pelajari parameter dasar elips berikut ini :



Fase oposisi Mars adalah fase dimana Mars memiliki kecerlangan maksimum (hal yang sama juga berlaku untuk Jupiter atau Saturnus) karena jaraknya yang paling dekat ke Bumi. Meskipun demikian, jarak Bumi - Mars pada saat oposisi akan bervariasi karena lintasan elips. Kapan Mars memiliki kecerlangan paling maksimum pada saat oposisi? Tentu pada saat jarak oposisi yang terdekat dengan Bumi, yaitu pada saat :

→ Bumi paling jauh dari Matahari → Bumi pada posisi aphelion

→ Mars paling dekat dengan Matahari → Mars pada posisi perihelion

Kombinasi keduanya pada saat oposisi akan menghasilkan jarak terdekat, yaitu :

$$r = r_{\text{Mars-Peri}} - r_{\text{Bumi-aphe}}$$

$$r = a_M(1-e_M) - a_B(1+e_B)$$

$$r = 1,52(1-0,09) - 1(1+0,017) = 0,3662 \text{ SA}$$

4. Jika setengah sumbu panjang dan eksentrisitas planet Mars adalah $a = 1,52$ dan $e = 0,09$ sedangkan untuk Bumi $a = 1 \text{ SA}$ dan $e = 0,017$. Kecerlangan minimum Mars pada saat oposisi, terjadi ketika jaraknya dari Bumi pada saat itu;

A. 0,67 SA

B. 0,70 SA

C. 0,72 SA

D. 0,37 SA

E. 0,50 SA

JAWAB : A

Perhatikan pembahasan soal no. 3.

Kecerlangan minimum Mars pada saat oposisi terjadi ketika :

→ Bumi paling dekat dari Matahari → Bumi pada posisi perihelion

→ Mars paling jauh dari Matahari → Mars pada posisi aphelion

Kombinasi keduanya pada saat oposisi akan menghasilkan jarak terjauh, yaitu:

$$r = r_{\text{Mars-Aphe}} - r_{\text{Bumi-peri}}$$

$$r = a_M(1+e_M) - a_B(1-e_B)$$

$$r = 1,52(1+0,09) - 1(1-0,017) = 0,6738 \text{ SA}$$

5. Elongasi maksimum terjadi ketika jarak Bumi ke Matahari dan jarak Planet ke Matahari memenuhi kaedah;

A. Jarak planet maksimum, jarak bumi minimum

B. Jarak planet maksimum, jarak bumi maksimum

C. Jarak planet minimum, jarak bumi minimum

D. Jarak planet minimum, jarak bumi maksimum

E. Tidak ada yang benar

JAWAB : A

Elongasi adalah jarak sudut planet terhadap Matahari. Untuk planet inferior (Merkurius dan Venus) akan memiliki sudut elongasi maksimum tertentu, sedang elongasi minimumnya adalah pada saat planet berimpit dengan Matahari (0°), yaitu fase konjungsi atas maupun konjungsi bawah.

Untuk planet superior (Mars, Jupiter, dst) akan memiliki sudut elongasi maksimum 180° (fase oposisi) dan elongasi minimum 0° (fase konjungsi).

Jika dilihat dari optionnya, yang dimaksud soal kemungkinan besar adalah posisi Bumi dan Planet inferior pada saat elongasi maksimum yang paling maksimum. Perhatikan gambar elongasi maksimum Barat maupun Timur di pembahasan soal no.1. Sudut elongasi akan terbuka secara selebar-lebarnya (dengan menjaga sudut tetap harus siku-siku) jika :

- Bumi berada pada jarak terdekat dari Matahari → Bumi di perihelion
- Planet berada pada jarak terjauh dari Matahari → Planet di Aphelion

6. Elongasi minimum terjadi ketika jarak Bumi ke Matahari dan jarak Planet ke Matahari memenuhi kaedah;
- A. Jarak planet maksimum, jarak bumi minimum
 - B. Jarak planet maksimum, jarak bumi maksimum
 - C. Jarak planet minimum, jarak bumi minimum
 - D. Jarak planet minimum, jarak bumi maksimum
 - E. Tidak ada yang benar

JAWAB : D

Perhatikan pembahasan soal no. 5.

Sudut elongasi akan menjadi sekecil-kecilnya (dengan menjaga sudut tetap harus siku-siku) jika :

- Bumi berada pada jarak terjauh dari Matahari → Bumi di aphelion
- Planet berada pada jarak terdekat dari Matahari → Planet di perihelion

7. Yang dimaksud konjungsi inferior adalah ketika terjadi konfigurasi;
- A. Bumi - Planet - Matahari
 - B. Matahari - Bumi - Planet
 - C. Planet - Bumi - Matahari
 - D. Bumi - Matahari - Planet
 - E. Tidak ada yang benar

JAWAB : A

Perhatikan pembahasan soal no. 1

8. Yang dimaksud konjungsi superior adalah ketika terjadi konfigurasi;

- A. Bumi - Planet - Matahari
- B. Matahari - Bumi - Planet
- C. Planet - Bumi - Matahari
- D. Bumi - Matahari - Planet
- E. Tidak ada yang benar

JAWAB : D

Perhatikan pembahasan soal no. 1

9. Sebagian besar anggota Tata Surya bila dilihat dari kutub utara ekliptika, bergerak berlawanan dengan putaran jarum jam. Gerak seperti ini disebut;

- A. Indirek
- B. Prograde
- C. Retrograde
- D. Helix
- E. Beraturan

JAWAB : B

Beberapa istilah yang terkait dengan gerakan planet atau benda-benda di Tata Surya :

Gerak Direk / Gerak Prograde → adalah gerakan yang umum. Secara umum gerakan planet-planet dan benda-benda Tata Surya bergerak berlawanan jarum jam jika dilihat dari utara Ekliptika. Jika dilihat dari pengamat di Bumi, gerakan benda langit secara umum yang terlihat dari Bumi arah pergerakannya dari Timur ke Barat.

Gerak Retrograde → kebalikan dari Prograde/Direk, gerakan yang melawan/berkebalikan arah dengan gerakan yang umum. Pada tata surya yang secara umum bergerak elawan jarum jam, maka jika ada benda yang bergerak searah jarum jam disebut bergerak retrograde. Di Bumi dikatakan bergerak retrograde jika gerakannya yaitu terlihat bergerak dari Barat bergerak ke arah Timur. Semua planet superior pada suatu saat akan terlihat dari Bumi mengalami gerak retrograde, tetapi hanya sementara, setelah itu kembali bergerak secara prograde.

Gerak Helix → Gerakan spiral, biasanya terjadi pada satelit yang mengelilingi planet sementara planet tersebut mengelilingi Matahari, maka lintasan satelit dalam ruang akan menjadi spiral

Gerak Indirek → mungkin istilah yang berlawanan dengan gerak direk

10. Beberapa komet dan satelit dalam Tata Surya bila dilihat dari kutub utara ekliptika, bergerak searah dengan putaran jarum jam. Gerak seperti ini disebut;

- A. Direk
- B. Prograde
- C. Retrograde
- D. Helix
- E. Tidak beraturan

JAWAB : A

Lihat Pembahasan soal no. 9

11. Sinar matahari terutama berasal dari

- A. Corona
- B. Flare

- C. Fotosfer
- D. Kromosfer
- E. Sunspot

JAWAB : C

⇒ Korona

Merupakan lapisan atmosfer Matahari yang paling luar. Temperatur mencapai 1 sampai 2 derajat (padahal suhu lapisan paling dalam dari atmosfer (fotosfer) 'hanya' 5500 derajat saja. Korona (mahkota) hanya dapat terlihat pada saat gerhana matahari total saja. Pada korona juga terdapat lubang korona (*coronal hole*) yang merupakan tempat medan magnetik yang terbuka. Angin matahari yang berkecepatan tinggi berasal dari lubang korona.

⇒ Flare

Solar flare boleh dikatakan adalah sebuah ledakan yang terjadi di permukaan matahari. Ledakan ini memancarkan energi yang tinggi dan menghasilkan suhu sampai jutaan derajat dalam waktu yang singkat juga disertai pancaran radiasi elektromagnetik pada semua panjang gelombang ditambah dengan pancaran partikel bermuatan berenergi tinggi.

Solar flare pertama yang diamati tahun 1859 oleh Carrington dan Hodgson dikategorikan sebagai White Light Flare, yaitu flare yang mengemisikan cahaya tampak yang lebih kuat dari cahaya tampak yang berasal dari piringan matahari. Intensitas White Light Flare bahkan bisa mencapai 1,5 - 2 kali lipat lebih terang dari cahaya piringan matahari. Meskipun demikian, sebagian besar flare mengemisikan cahaya tampak yang 'lebih redup' dari cahaya piringan matahari. Jika emisi cahaya tampak piringan matahari mencapai $6 \cdot 10^{13} \text{ W/km}^2$, maka rata-rata flare 'hanya' mengemisikan cahaya tampak sebesar $2 \cdot 10^{11} \text{ W/km}^2$, sehingga banyak flare yang sama sekali tidak tampak jika diamati secara langsung dari bumi.

Meskipun demikian, ternyata flare dapat tampak dari 'cahaya' yang lain.

Mula-mula para pengamat solar flare mengamatinnya melalui panjang gelombang Ha. Mengapa harus melalui panjang gelombang ini? Karena ternyata jika flare terjadi, maka panjang gelombang Ha ini dapat mencapai peningkatan 150% dari panjang gelombang Ha yang dipancarkan piringan matahari. Melalui cara inilah para pengamat dapat menemukan dan meneliti solar flare yang terjadi di matahari.

⇒ Fotosfer

Permukaan matahari yang terlihat disebut sebagai fotosfer. Fotosfer ini berupa gas dan tebalnya 'hanya' 100 km dengan suhu di permukaan Matahari sekitar 5500 derajat dan terus naik seiring ketinggian dari permukaan Matahari. Dengan menggunakan teleskop, banyak hal-hal yang tampak terjadi di Matahari sebenarnya terjadi di fotosfer, antara lain adalah bintik matahari (sunspot), fakula, granula, dan supergranula.

⇒ Kromosfer

Lapisan ini terletak di atas fotosfer dan mempunyai temperatur yang lebih tinggi, sekitar 20000°C. Kromosfer umumnya diamati dalam panjang gelombang Ha. Pada kromosfer tampak adanya chromospheric network, plage, fakula dan prominensa. Plage tampak sebagai daerah yang terang, sedangkan fakula tampak seperti benang-benang gelap di permukaan matahari, dan bila terdapat di tepi disebut sebagai prominens.

⇒ Sunspot (Bintik Matahari)

Bintik matahari terlihat sebagai noktah yang gelap di permukaan matahari, karena temperaturnya yang lebih rendah dari sekelilingnya (sekitar 3600 K). Bintik matahari merupakan daerah di fotosfer yang mempunyai medan magnetik yang kuat. Bintik matahari dapat bertahan dengan kala hidup yang sangat bervariasi, dari beberapa hari hingga beberapa minggu. Pada umumnya bintik matahari terbentuk akibat puntiran medan magnet yang disebabkan oleh rotasi diferensial, dan terbentuk dalam suatu kelompok yang disebut daerah aktif yang mempunyai dua polaritas yang berlawanan. Bintik matahari terdiri dari bagian tengah yang gelap yang disebut umbra dan tepi yang kurang gelap yang disebut penumbra .

12. Temperatur fotosfer matahari dalam derajat Kelvin kira-kira;

- A. 1.000.000
- B. 5.800
- C. 5.000.000
- D. 20.000
- E. 3.000

JAWAB : B

Lihat pembahasan soal no. 11.

13. Garis Fraunhofer adalah;

- A. Filamen tipis dan terang yang terlihat dalam foto matahari dalam cahaya hidrogen atom
- B. Garis emisi dalam spektrum piringan hitam
- C. Garis emisi dalam spektrum korona ketika diamati selama gerhana matahari total
- D. Garis absorpsi berbagai elemen dan spektrum piringan hitam
- E. Garis absorpsi dalam spektrum flare matahari

JAWAB : D

Ketika orang mengambil spektrum optik dari matahari, maka diperoleh spektrum kontinyu yang di dalamnya ada garis-garis gelap yang di sebut garis-garis Fraunhofer (dinamakan berdasarkan fisikawan Jerman Joseph von Fraunhofer). Dicatat pertama kali oleh seorang kimiawan Inggris William Hyde Wollaston pada tahun 1802 dan diteliti secara khusus oleh Fraunhofer di tahun 1814 yang menemukan lebih dari 570 garis gelap. Garis yang gelapnya kuat diberi nama A sampai K, sedangkan yang lebih lemah diberi

nama dengan huruf yang kecil.

Garis-garis ini berasal dari gas yang lebih dingin yang ada di antara pengamat dan matahari (baik di lapisan atmosfer teratas matahari maupun oleh molekul-molekul oksigen di atmosfer Bumi) yang mana gas ini mengambil sebagian energi Matahari (diserap/diabsorpsi) sehingga sebagian panjang gelombang spektrum Matahari menjadi hilang dan tampak sebagai garis-garis gelap.

Jawabannya mungkin D (kalimat : "... dan spektrum piringan hitam" mungkin lebih tepat: "... dalam spektrum piringan matahari")

14. Radius matahari besarnya 110 kali radius bumi dan densitas rata-ratanya $\frac{1}{4}$ densitas rata-rata Bumi. Dengan data ini, massa matahari besarnya;

A. 1.330.000

B. 330.000

C. 25.000

D. 3.000

E. 10.000

JAWAB : B

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3} \pi R^3} \rightarrow m \sim \rho \cdot R^3$$

$$\frac{m_{Mat}}{m_{Bumi}} = \frac{\rho_{Mat} \cdot R_{Mat}^3}{\rho_{Bumi} \cdot R_{Bumi}^3} = \frac{\frac{1}{4} \rho_{Bumi} \cdot (110 \cdot R_{Bumi})^3}{\rho_{Bumi} \cdot R_{Bumi}^3} = 332.750 \times$$

15. Di dalam gugusan suatu gugus bintang terdapat 50 buah bintang. Bintang-bintang di dalam gugus itu kemudian dikelompokkan berdasarkan ukurannya menjadi kelompok bintang berukuran besar dan berukuran kecil. Ternyata ada 27 bintang yang termasuk kategori besar.

Selain itu dikelompokkan juga berdasarkan temperaturnya menjadi dua kelompok, bintang bertemperatur tinggi dan rendah. Ternyata ada 35 bintang yang termasuk kategori bertemperatur tinggi. Jika ada 18 bintang besar dan bertemperatur tinggi, ada berapa banyak bintang kecil yang bertemperatur rendah ?

- A. 4 bintang
- B. 5 bintang
- C. 6 bintang
- D. 7 bintang
- E. 8 bintang

JAWAB :

$$n(\text{bintang}) = 50$$

$$n(\text{besar}) = 27$$

$$n(\text{kecil}) = 23$$

$$n(\text{suhu tinggi}) = 35$$

$$n(\text{suhu rendah}) = 15$$

$$n(\text{besar dan suhu tinggi}) = 18$$

Untuk menjawab soal tersebut akan lebih mudah jika dibantu oleh tabel sebagai berikut :

	Bintang suhu tinggi	Bintang suhu rendah	Jumlah
Bintang Besar	18		27
Bintang Kecil			23
Jumlah	35	15	50

Maka dengan mudah kotak-kotak yang lain bisa diisi :

$$\text{Bintang yang besar dan bersuhu rendah} = 27 - 18 = 9 \text{ buah}$$

$$\text{Bintang yang kecil dan bersuhu tinggi} = 35 - 18 = 17 \text{ buah}$$

Bintang yang kecil dan bersuhu rendah = 6 buah

16. Seorang astronot sedang menyiapkan barang-barang yang akan dibawa ke International Space Station, sebuah stasiun angkasa luar. Ada dua kotak berbentuk kubus yang dapat digunakan sebagai wadah. Rusuk (sisi) kotak pertama 4 dm lebih panjang daripada rusuk kotak kedua. Jika kotak pertama dapat memuat barang 784 dm^3 lebih banyak daripada kotak kedua, maka luas permukaan kotak pertama (yang lebih besar) adalah :

A. $2,16 \text{ m}^2$

B. $3,6 \text{ m}^2$

C. 6 m^2

D. $7,2 \text{ m}^2$

E. $9,6 \text{ m}^2$

JAWAB : C

Dari soal diketahui : $r_1 = 4 + r_2$ dan $V_1 = 784 + V_2$, Volume kotak = r^3 , maka

$$r_1^3 = 784 + (r_1 - 4)^3$$

$$r_1^3 = 784 + r_1^3 - 12.r_1^2 + 48.r_1 - 64$$

$$r_1^2 - 4.r_1 - 60 = 0$$

dengan faktorisasi diperoleh $r_1 = 10 \text{ dm}$

$$\text{Luas permukaan} = 6.r^2 = 6 . 10^2 = 600 \text{ dm}^2 = 6 \text{ m}^2$$

ESSAY

1. Diketahui jarak α Centarury A dari Matahari adalah 4,4 tahun cahaya dan magnitudo semu Matahari dilihat dari Bumi adalah, $m = -26$. Koordinat ekuatorial α Centaury A adalah $(\alpha, \delta) = (14^h 39,5^m, -60^\circ 50')$. Seorang astronot dari Bumi pergi ke bintang itu kemudian melihat ke arah

Matahari. Jika astronot itu menggunakan peta bintang dari Bumi dan menggunakan sistem koordinat ekuatorial Bumi dengan acuan bintang-bintang yang sangat jauh, berapakah koordinat ekuatorial dan magnitudo matahari menurut astronot itu ?

JAWAB :

⇒ Jika pengamat pergi ke bintang α -Centarury A, maka koordinat Bumi sama saja dengan koordinat oposisi α -Centarury A, yaitu hubungannya :

$$\alpha_{\text{bumi}} = |\alpha_{\text{bintang}} - 12\text{h}| = |14\text{h } 39,5\text{m} - 12\text{h}| = 02\text{h } 39,5\text{m}$$

$$\delta_{\text{bumi}} = -\delta_{\text{bintang}} = -(-60^{\circ}50') = +60^{\circ}50'$$

⇒ Jadi koordinat bumi dilihat dari bintang α -Centarury A adalah $(\alpha, \delta) = (02\text{h } 39,5\text{m}, +60^{\circ}50')$

⇒ Untuk mencari magnitudo Matahari dilihat dari α -Centarury A, maka perlu mengetahui dulu magnitudo mutlak Matahari karena besar magnitudo mutlak tidak bergantung pada jarak.

⇒ Gunakan rumus modulus jarak (Jarak bumi matahari = 1 AU = 1/206265 Parsek) :

$$m - M = -5 + 5 \log d$$

$$-26 - M = -5 + 5 \log (1/206265)$$

$$M = 5,57$$

⇒ Gunakan kembali rumus modulus jarak untuk matahari tetapi dengan pengamat ada di bintang α -Centarury A (jarak bintang - Matahari = 4,4 ly = 4,4/3,26 = 1,35 Pc)

$$m - M = -5 + 5 \log d$$

$$m - 5,57 = -5 + 5 \log (1,35)$$

$$m = 1,22$$

2. Sebuah asteroid ketika berada di perihelium menerima fluks dari matahari sebesar F_0 ketika di aphelium ia menerima sebesar $0,5 F_0$. Orbit asteroid mempunyai setengah sumbu pendek $b = 1,3 \text{ SA}$. Pertanyaannya;

- berapakah periode asteroid ini
- ketika di aphelium berapakah kecepatan lepas asteroid ini ?

JAWAB :

Soal a : Gunakan rumus fluks Matahari :

$$\frac{F_{aphe}}{F_{peri}} = \frac{\frac{L_{Mat}}{4 \cdot \pi \cdot r_{aphe}^2}}{\frac{L_{Mat}}{4 \cdot \pi \cdot r_{peri}^2}} = \frac{r_{peri}^2}{r_{aphe}^2}$$

Gunakan rumus jarak aphelion dan perihelion (lihat di pembahasan soal no. 3 Pilihan Ganda) :

$$\frac{0,5 \cdot F_0}{F_0} = \frac{(a(1 - e))^2}{(a(1 + e))^2}$$

Otak-atik sedikit persamaan tersebut, maka akan diperoleh :

$$e = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = 0,17$$

Gunakan rumus dasar elips : $a^2 = b^2 + c^2$ (dengan $c = a \cdot e$), jadi :

$$a^2 = b^2 + a^2 \cdot e^2$$

$$a^2 = 1,3^2 + a^2 \cdot 0,17^2$$

Selesaikan persamaan tersebut, maka diperoleh : $a = 1,32$ SA

Tinggal menggunakan hukum Kepler III : $T^2 = a^3$, diperoleh $T = 1,52$ tahun

Soal b : Jarak aphelium = $r_{Aphe} = a(1 + e) = 1,32(1 + 0,17) = 1,54$ SA

Masukkan ke rumus kecepatan lepas :

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \times 10^{-11} \cdot 1,99 \times 10^{30}}{1,54 \cdot 1,496 \times 10^{11}}} = 33.945,19 \text{ m/s} \cong 34 \text{ km/s}$$

3. Ada sebuah bintang ganda gerhana yang kedua bintang anggotanya sama persis, radiusnya sama, temperaturnya sama, dan inklinasi orbit 90° . Bila ditilik kurva cahaya (grafik magnitudo terhadap waktu) bintang ganda itu, berapakah perbedaan magnitudo antara keadaan paling terang dan keadaan paling redup ?

JAWAB :

Dengan data yang sama untuk kedua bintang, maka kedua bintang memiliki magnitudo yang sama (baik magnitudo mutlak maupun magnitudo semunya).

Kondisi paling terang tentu terjadi jika kedua bintang saling berdampingan, dan kondisi paling redup terjadi jika bintang yang satu tepat menutupi bintang partnernya (ini dimungkinkan karena inklinasi orbitnya 90°).

Kondisi paling terang \rightarrow Energinya sama dengan energi 2 bintang dan kondisi paling redup \rightarrow energinya sama dengan energi satu bintang, maka perbedaan magnitudonya adalah :

$$m_{\text{terang}} - m_{\text{redup}} = -2,5 \cdot \log \frac{E_{\text{terang}}}{E_{\text{redup}}}$$
$$m_{\text{terang}} - m_{\text{redup}} = -2,5 \cdot \log \frac{2 \cdot E}{E} = -2,5 \cdot \log 2 = -0,75$$

4. Sebuah bintang ganda terdiri dari sebuah bintang maharaksasa biru yang massanya 90 massa matahari dan sebuah bintang katai putih bermassa kecil. Periode orbit bintang ganda itu adalah 12,5 hari. Karena temperatur bintang raksasa itu sangat tinggi, ia mengalami kehilangan massa melalui angin bintang yang dihembuskannya. Setiap tahun bintang raksasa itu kehilangan massa 10^{-6} kali massa matahari. Jika diasumsikan jarak antara kedua bintang itu tidak berubah. Hitunglah periode orbit bintang ganda itu 10 juta tahun kemudian.

JAWAB :

Karena setiap tahun bintang itu kehilangan massa sebanyak 10^{-6} kali massa matahari, maka dalam waktu 10 juta tahun bintang raksasa biru itu sudah kehilangan sebanyak 10 massa matahari, atau massanya menjadi 80 massa

matahari.

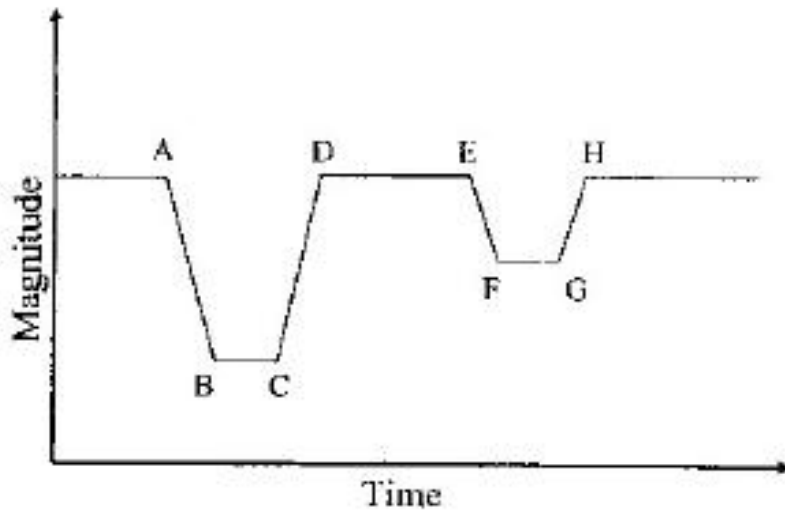
Rumus Kepler III jika diperhitungkan massa pusat adalah :

$$\frac{T^2 \cdot M}{a^3} = \text{konstan}$$

Jadi dimasukkan kondisi bintang ganda pada saat ini dan pada saat 10 juta tahun kemudian, maka :

$$\begin{aligned}\frac{T_1^2 \cdot M_1}{a_1^3} &= \frac{T_2^2 \cdot M_2}{a_2^3} \rightarrow (a_1 = a_2 = a) \\ \frac{12,5^2 \cdot 90}{a^3} &= \frac{T^2 \cdot 80}{a^3} \rightarrow T = 13,26 \text{ hari}\end{aligned}$$

5. Sebuah bintang ganda gerhana mempunyai periode 50 hari. Dari kurva cahayanya seperti yang diperlihatkan pada gambar di bawah, tampak bahwa bintang kedua menggerhanai bintang pertama (dari titik A sampai D) dalam waktu 10 jam (saat kontak pertama sampai kontak terakhir), sedangkan dari titik B sampai titik C yaitu saat gerhana total, lamanya adalah 1 jam. Dari spektrumnya diperoleh bahwa kecepatan radial bintang pertama adalah 20 km/s dan bintang kedua adalah 50 km/s. Apabila orbitnya dianggap lingkaran dan inklinasinya $i = 90^\circ$, tentukanlah radius bintang pertama dan kedua dan juga massa kedua bintang.



JAWAB :

Periode = 50 hari

A sampai D = 10 jam (Bintang-1 menggerhanai Bintang-2)

B sampai C = 1 jam (Gerhana Total)

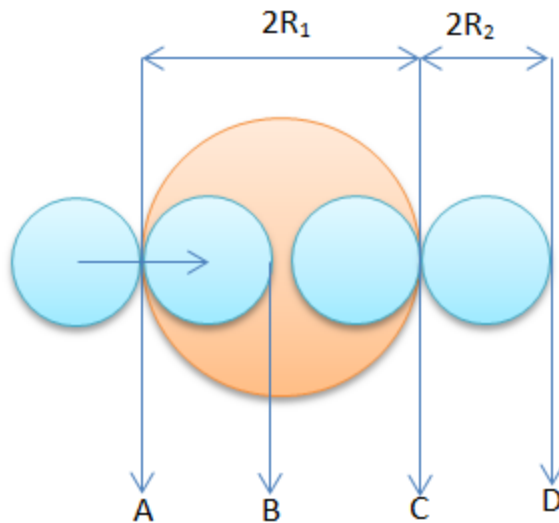
V radial bintang-1 = 20 km/s

V radial bintang-2 = 50 km/s

Carilah : Radius bintang 1 dan 2 juga massa kedua bintang

Karena orbitnya lingkaran, maka kecepatan radial adalah kecepatan orbit bintang tersebut yang saling mengitari pusat massanya dengan arah yang berlawanan.

Jika Bintang-1 sedang ke kanan, maka Bintang-2 sedang ke kiri, maka jika Bintang-1 dianggap diam, kecepatan Bintang-2 adalah $20 + 50 = 70$ km/s.



Dari gambar di atas, saat gerhana dari A sampai D, jarak yang ditempuh bintang-2 adalah :

$$d_{AD} = 2R_1 + 2R_2 = 2 (R_1 + R_2)$$

Jarak ini ditempuh dalam waktu 10 jam dengan kecepatan 70 km/s, maka jarak tempuhnya adalah : $d_{AD} = 70 \times (10 \times 3600) = 2.520.000$ km, atau :

$$R_1 + R_2 = 1.260.000 \text{ km(1)}$$

Dari gambar di atas, saat gerhana total dari B ke C, jarak yang ditempuh bintang 2 adalah :

$$d_{BC} = 2R_1 - 2R_2 = 2 (R_1 - R_2)$$

Jarak ini ditempuh dalam waktu 1 jam dengan kecepatan 70 km/s, maka jarak tempuhnya adalah : $d_{BC} = 70 \times (1 \times 3600) = 252.000$ km, atau :

$$R_1 - R_2 = 126.000 \text{ km(2)}$$

Eliminasi dan substitusi persamaan (1) dan (2), maka diperoleh :

$$R_1 = 693.000 \text{ km}$$

$$R_2 = 567.000 \text{ km}$$

Sekarang untuk mencari massa sistem bintang ganda. Karena sudah diketahui periode sistem (50 hari) maka tinggal mencari berapa jarak tiap bintang ke titik pusat massanya dan dimasukkan ke Hukum Kepler 3 maka akan keluar nilai massanya. Perhitungan ini lebih mudah karena bentuk orbit adalah

lingkaran. Gunakan rumus $v = \omega.R = \frac{2\pi}{T}.R \Rightarrow R = \frac{v.T}{2\pi}$

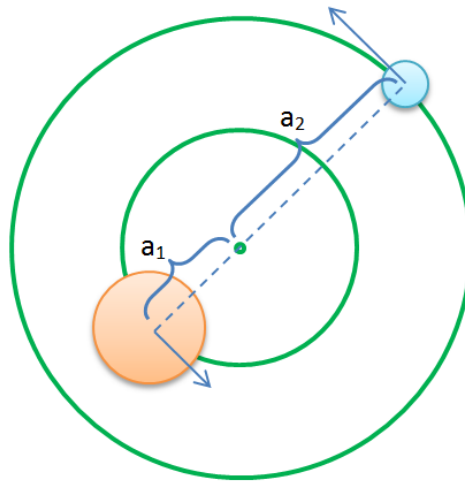
Bintang satu memiliki periode 50 hari dan kecepatan orbit 20.000 m/s, jadi :

$$a_1 = \frac{v.T}{2\pi} = \frac{20000.(50 \times 24 \times 3600)}{2\pi} = 1,375 \times 10^{10} \text{ m} = 0,092 \text{ SA}$$

Bintang dua memiliki periode 50 hari dan kecepatan orbit 50.000 m/s, jadi :

$$a_2 = \frac{v.T}{2\pi} = \frac{50000.(50 \times 24 \times 3600)}{2\pi} = 3,438 \times 10^{10} \text{ m} = 0,229 \text{ SA}$$

Perhatikan gambar lintasan orbit kedua bintang tersebut :



Jarak kedua bintang selalu tetap setiap saat karena periodenya sama dan kedua bintang selalu dalam satu garis yang melalui titik pusat lingkaran (=titik pusat massa kedua bintang).

Jarak kedua bintang adalah : $a_1 + a_2 = 0,092 + 0,229 = 0,321 \text{ SA}$

Jika nilai jarak ini dimasukkan dalam hukum Kepler III, akan diperoleh massa total sistem, yaitu : (cat. : periode diubah ke dalam tahun)

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{1}{(M_1 + M_2)}$$
$$\frac{(50/365,25)^2}{(0,321)^3} = \frac{1}{(M_1 + M_2)}$$

$$M_1 + M_2 = 1,765 \text{ Massa Matahari}$$

Gunakan kesetimbangan mekanik (lihat gambar di atas) :

$$M_1.a_1 = M_2.a_2$$

$$M_1 \times 0,092 = (1,765 - M_1) \times 0,229$$

Maka diperoleh nilai :

$$M_1 = 1,259 \text{ massa Matahari}$$

$$M_2 = 0,506 \text{ massa Matahari}$$