OLIMPIADE ASTRONOMI
Tingkat Propinsi - 2017

SOAL PILIHAN GANDA

1. Angin Matahari di dekat orbit Bumi memiliki kecepatan 400 km/detik dan mengandung 10 proton per cm^3. Jika dua besaran tersebut dianggap selalu tetap hingga umur Matahari saat ini, yaitu 4,5 milyar tahun, maka massa Matahari yang telah hilang karena angin Matahari adalah sebesar

   A. $0{,}285 M_\odot$
   B. $0{,}675 M_\odot$
   C. $1{,}34 \times 10^{-4} M_\odot$
   D. $5{,}944 \times 10^{-11} M_\odot$
   E. $5{,}025 \times 10^{-24} M_\odot$

   Jawaban:

2. Berapa periode rotasi ekuator sebuah bintang katai putih yang berukuran sama dengan Planet Bumi dan memiliki massa sama dengan massa Matahari? (Anggaplah momentum sudut sebesar momentum sudut Matahari)

   A. 33 hari
   B. 3,3 hari
   C. 3,3 jam
   D. 3,3 menit
   E. 3,3 detik

   Jawaban:

3. Tidak teramatinya aurora di Planet Venus disebabkan oleh

   A. tidak ada oksigen di atmosfer Venus
   B. atmosfer Venus terlalu tebal
   C. medan magnet di Venus sangat lemah
   D. temperatur permukaan Venus yang tinggi
   E. jarak Venus terlalu dekat dengan Matahari

   Jawaban:

4. Kita tidak mengharapkan akan dapat mempelajari evolusi kehidupan di planet yang mengelilingi bintang bermassa besar, karena
   A. bintang bermassa besar luminositasnya amat tinggi
   B. kala hidup bintang bermassa besar terlalu pendek
   C. planet pada bintang bermassa besar terlalu panas untuk makhluk hidup
   D. orbit planet pada bintang bermassa besar tidak akan stabil
   E. semua alasan di atas benar

   Jawaban:

5. Objek di bawah ini yang dapat digunakan untuk menentukan pusat Galaksi kita adalah
   A. bintang muda
   B. awan antar bintang
   C. gugus bola
   D. gas Hidrogen dingin
   E. bintang bermassa 20 $M_\odot$

   Jawaban:

6. Kurva kecepatan radial dari sebuah sistem bintang ganda diberikan pada gambar di bawah ini (kecepatan radial dari masing-masing bintang dinyatakan terhadap fase orbitnya). Pernyataan manakah di bawah ini yang benar terkait dengan karakteristik dari kecepatan radial (V_A, V_B), periode orbital (T_A, T_B), dan massa (M_A,M_B) dari sistem bintang ganda tersebut?
   A. $V_A > V_B, T_A > T_B, M_A > M_B$
   B. $V_A < V_B, T_A = T_B, M_A > M_B$
   C. $V_A < V_B, T_A < T_B, M_A < M_B$
   D. $V_A > V_B, T_A = T_B, M_A < M_B$
   E. $V_A > V_B, T_A = T_B, M_A > M_B$

   Jawaban:

7. Adanya zaman es (*pleistocene*) di Bumi diyakini para ilmuwan disebabkan secara dominan oleh
   A. adanya perubahan dalam luaran energi dari Matahari
   B. tingkat aktivitas gunung berapi yang tinggi menyebabkan *outgassing* dari CO_2 di atmosfer
   C. pergerakan lempeng benua
   D. presesi sumbu rotasi Bumi dan perubahan kelonjongan orbit Bumi
   E. Bumi ditabrak oleh asteroid raksasa

   Jawaban:

8. Diketahui percepatan relatif sebuah wahana antariksa terhadap perepatan gravitasi Bumi adalah sebesar 2 m/detik^2. Massa wahana itu adalah sebesar 13150 kg. Hitung berapa lama wahana tersebut bisa mencapai kecepatan lepas Bumi jika awalnya wahana berada dalam keadaan diam kemudian bergerak tegak lurus terhadap permukaan Bumi

A. 2 detik

B. 250 detik

C. 90 menit

D. 120 menit

E. 120 jam

Jawaban:

9. Foton dengan panjang gelombang datang sebesar 0,2 Åmengalami kehilangan energi. Panjang gelombang foton setelah kehilangan 73% energi adalah

A. $9{,}9 \times 10^{-11}$ m

B. $7{,}4 \times 10^{-11}$ m

C. $6{,}5 \times 10^{-11}$ m

D. $3{,}4 \times 10^{-11}$ m

E. $2{,}0 \times 10^{-11}$ m

Jawaban:

10. Tabel berikut adalah data untuk Bintang GI 581 yang memiliki sistem keplanetan

Data GI 581

Kelas spektrum	Magnitudo visual	Magnitudo mutlak bolometrik	Jarak ke Bumi
M3	10,55	9,58	6,21 pc

Beberapa planet di antaranya ditemukan berada pada zona yang dapat dihuni (*habitable zone*, *HZ*) dari bintang. *Habitable zone* adalah zona seputar bintang dengan tekanan atmosfer sedemikian rupa sehingga dapat ditemukan air berwujud cair di permukaan planet. Rumus empirik untuk batas dalam dan batas luar masing-masing adalah

$$HZ_{in} = 0{,}95\sqrt{\frac{L_*}{L_\odot}}\,\text{au}$$

$$HZ_{out} = 1{,}37\sqrt{\frac{L_*}{L_\odot}}\,\text{au}$$

dengan L_* dan $L_\odot$ adalah luminositas bintang dan Matahari. Nilai batas dalam dan batas luar untuk GI 581 dalam satuan au masing-masing adalah

A. 0,1 dan 0,14

B. 0,044 dan 0,095

C. 0,054 dan 0,078

D. 0,09 dan 0,20

E. 0,95 dan 1,15

Jawaban:

11. Daya pisah (*resolution*) suatu teleskop dengan bukaan D dan panjang fokus f dapat ditingkatkan dengan cara

    A. mengecilkan diameter teleskop

    B. mengamati objek pada panjang gelombang yang lebih pendek

    C. mengamati objek pada panjang gelombang yang lebih panjang

    D. menambah panjang fokus

    E. memperpendek panjang fokus

    Jawaban:

Untuk satu soal berikut ini (No 12), jawablah

A. **jika 1, 2, dan 3 benar**

B. **jika 1 dan 3 benar**

C. **jika 2 dan 4 benar**

D. **jika 4 saja benar**

E. **jika semua benar**

12. Pada bulan Februari tahun 2017, tim astronomi internasional menemukan tujuh eksoplanet yang mengelilingi sebuah bintang bernama TRAPPIST-1. Bintang bermassa 0,080$M_\odot$ ini memiliki jarak 39 tahun cahaya dari sistem Tata Surya. Tiga dari tujuh planetnya berada pada HZ (lihat soal 10) dan memiliki periode orbit berturut-turut 1,5, 2,5, dan 4 hari. Asumsikan orbit planet-planet tersebut berbentuk lingkaran dengan Bintang TRAPPIST-1 berada di pusatnya. Manakah pernyataan yang benar?

    1. Jarak planet terdekat pertama ke Bintang TRAPPIST-1 adalah 0,026 au.
    2. Jarak planet terdekat kedua ke Bintang TRAPPIST-1 adalah 0,084 au.
    3. Sudut paralaks Bintang TRAPPIST-1 dari planetnya adalah 0,08 detik busur.
    4. Periode sinodis antara planet pertama dan ketiga adalah 2,4 hari.

    Jawaban:

Gunakan petunjuk ini untuk menjawab tiga soal berikut (No. 13-15):

A. **Pernyataan pertama dan kedua benar serta memiliki hubungan sebab-akibat.**

B. **Pernyataan pertama dan kedua benar, tetapi tidak memiliki hubungan sebab-akibat.**

C. **Pernyataan pertama benar, sedangkan pernyataan kedua salah.**

D. **Pernyataan pertama salah, sedangkan pernyataan kedua benar.**

E. **Kedua pernyataan salah.**

13. Posisi Matahari terbenam tampak lebih rendah daripada posisi sebenarnya.

SEBAB

Cahaya Matahari mengalami refrak ketika melewati atmosfer Bumi.

Jawaban:

14. Light exhibit polarization.

BECAUSE

Light waves oscillate in the direction of their wave propagation.

Jawaban:

15. Warna galaksi spiral lebih biru daripada warna galaksi elips.

SEBAB

Adanya garis-garis emisi dalam spektrum galaksi spiral menandakan terjadinya pembentukan bintang-bintang.

Jawaban:

Soal Isian Singkat

16. Materi sebuah bintang bermassa $M = 1{,}989 \times 10^{30}$ kg dan beradius $R = 6{,}96 \times 10^{8}$ m dianggap memenuhi kondisi gas ideal dan sepenuhnya hanya mengandung hidrogen. Jumlah atom hidrogen di bintang tersebut adalah ....

Jawaban:

Memenuhi kondisi gas ideal berarti tidak ada efek-efek 'aneh' yang perlu kita tinjau :)

Jika bintang ini bermassa $1{,}989 \times 10^{30}$ kg, padahal ia tersusun atas Hidrogen dengan massa per atomnya adalah $1{,}6735 \times 10^{-27}$ kg, maka jumlah atom Hidrogennya adalah

$$\frac{1{,}989 \times 10^{30}}{1{,}6735 \times 10^{-27}} = 1{,}1885 \times 10^{57}$$

17. Fluks sebuah bintang bermagnitudo $m = 0$ adalah .... $\mathrm{W/m^2}$.

Jawaban: $2{,}692 \times 10^{-8}$

Luminositas Matahari, jarak, dan magnitudo semunya dapat ditemukan di daftar konstanta yang diberikan. Fluks Matahari diukur dari Bumi adalah

$$\begin{aligned} F &= \frac{L}{4\pi d^2} \\ &= \frac{3{,}9 \times 10^{26}}{4\pi(1{,}49597870 \times 10^{11})^2} = 1386{,}77 \quad \mathrm{W/m^2} \end{aligned}$$

Jika suatu bintang memiliki magnitudo semu $m = 0$, maka fluksnya sebesar

$$\begin{aligned} m - m_\odot &= -2{,}5 \log\left(\frac{F}{F_\odot}\right) \\ 0 + 26{,}78 &= -2{,}5 \log\left(\frac{F}{1386{,}77}\right) \\ F &= 2{,}692 \times 10^{-8} \quad \mathrm{W/m^2} \end{aligned}$$

18. Dua lokasi di muka Bumi masing-masing berada pada 30° Lintang Selatan (LS) dan 45° Lintang Utara (LU). Kedua lokasi terpisah jarak sejauh 2126π km. Beda bujur (ΔB_j) kedua lokasi tersebut dalam satuan radian adalah . . . .

    Jawaban: Tidak mungkin, data yang diberikan salah.

    Jarak dua lokasi dinyatakan dalam besarnya sudut di pusat Bumi,

    $$\theta = \frac{2126\pi}{6378} = \frac{\pi}{3} \quad \mathrm{rad} = 60^\circ$$

    Jarak ini terlalu kecil dan tidak sesuai dengan data lintang yang diberikan. Dari data lintang yang diberikan, jarak sudut minimum kedua lokasi adalah 75°, yaitu ketika keduanya berada di bujur yang sama.

    *Kecuali mereka berada di dalam tanah (radiusnya kurang dari radius Bumi) :P

19. Saat di perigee (jarak 356800 km), piringan Bulan purnama diamati sebesar 34,2 menit busur. Pada fase Bulan mati/baru di apogee, piringan Bulan diukur sebesar 30,0 menit busur. Sinar Matahari dianggap mengenai Bumi dan Bulan secara sejajar. Jarak Bulan pada fase $\frac{1}{2}$ adalah . . . . km.

    Jawaban: 382417,45

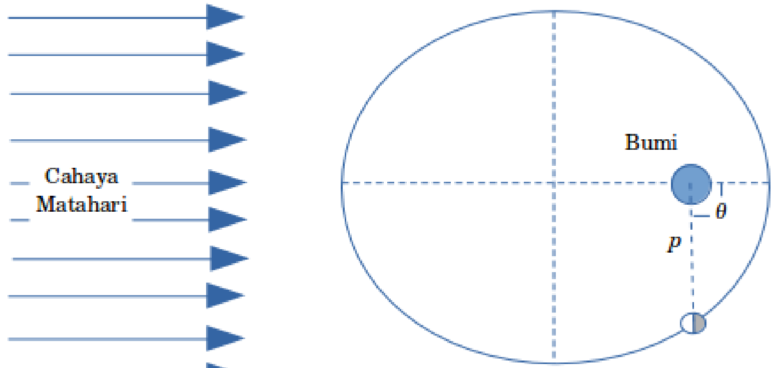
    Diketahui:

    Jarak terdekat bulan ($r_{\min}$) = 356800 km

    Jarak rata-rata Bumi-Bulan (a) = 384399 km eksenstrisitas orbit Bulan dapat dicari,

$$\begin{aligned} r_{\min} &= a(1-e) \\ e &= 1 - \frac{r_{\min}}{a} = 0{,}0718 \end{aligned}$$

Karena Bulan purnama tepat saat perigee dan Bulan baru tepat pada saat apogee, maka dapat digambarkan posisiny sebagai berikut.



Karena sinar Matahari dianggap mengenai Bumi dan Bulan secara sejajar (jarak Matahari cukup jauh dibanding jarak Bulan), maka posisi Bulan saat fase setengah pasti berada di semilatus rectum. Jaraknya dapat dicari dari persamaan elips,

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1 - e\cos\theta}$$

Saat berada di posisi semilatus rectum ($\theta = 90°$), jarak Bulan menjadi,

$$r = p = a(1-e^2) = 382417{,}45 \quad \text{km}$$

20. Garis spektral H_α ($\lambda_0 = 656{,}28$ nm) diemisikan dari sebuah galaksi yang mengalami pergeseran merah sebesar $z = 0{,}05$. Panjang gelombang yang teramati dari Bumi dan kecepatan radial galaksi tersebut masing-masing adalah .... nm dan .... km/detik.

Jawaban: 689,094 dan 14615

Panjang gelombang yang teramati:

$$\begin{aligned} z &= \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \\ z+1 &= \frac{\lambda}{\lambda_0} \\ \lambda &= 1{,}05 \cdot 656{,}28 = 689{,}094 \quad \text{nm} \end{aligned}$$

Kecepatan radial galaksi:

$$\begin{aligned}
\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}-1 &= z \\
\frac{1+\beta}{1-\beta} &= (z+1)^2 \\
\beta &= \frac{(z+1)^2-1}{(z+1)^2+1} \\
\frac{v}{c} &= \frac{1{,}05^2-1}{1{,}05^2+1} \\
v &= 0{,}04875148633 \cdot c = 14615{,}3 \quad \text{km/s}
\end{aligned}$$

Soal Esai

21. Suatu kalender surya akan dihitung ketelitiannya terhadap tahun tropis (sebagai rujukan). Kalender surya tersebut mengikuti aturan kalender setiap 2820 tahun. Satu siklus 2820 tahun tersebut terdiri dari 21 kali subsiklus 128 tahun dan 1 kali subsiklus 132 tahun. Setiap subsiklus 128 tahun terdiri dari 1 kali subsiklus 29 tahun dan 3 kali subsiklus 33 tahun. Sedangkan setiap subsiklus 132 tahun terdiri dari 1 kali subsiklus 29 tahun, 2 kali subsiklus 33 tahun, dan 1 kali subsiklus 37 tahun. Angka tahun berapapun akan masuk ke salah satu subsiklus 29 tahun, atau 33 tahun, atau 37 tahun sebagai tahun ke-1, ke-2, dan seterusnya hingga ujung subsiklus (29, 33, atau 37). Tahun ke-1 di setiap subsiklus ditetapkan sebagai tahun normal (yaitu sepanjang 365 hari), sedangkan tahun ke-t di setiap subsiklus ditetapkan sebagai tahun kabisat (yaitu sepanjang 366 hari) hanya jika dipenuhi syarat sederhana:

   sisa pembagian t dibagi 4 adalah 1

   (a) Hitunglah jumlah tahun kabisat kalender tersebut selama 2820 tahun.
   (b) Hitunglah jumlah hari pada kalender tersebut selama 2820 tahun.
   (c) Hitung selisih dari 2820 tahun tropis dengan 2820 tahun kalender tersebut.
   (d) Berapa lama waktu tunggu agar selisih di soal (21c) menjadi satu hari?

Jawaban:

Mari kita telurusi deskripsi panjang mengenai sistem kalender ini secara perlahan, per kalimat-nya.

- sistem kalender ini berulang setiap 2820 tahun
- siklus besar tersebut terdiri dari 2 siklus kecil, yakni 21 kali siklus 128 tahun dan 1 kali siklus 132 tahun.
  Jika kita jumlah $(21 \times 128) + (1 \times 132) = 2820$ ✓
- Setiap siklus 128 tahun terdiri dari 1 kali subsiklus 29 tahun dan 3 kali subsiklus 33 tahun.
  Jika kita jumlah $(1 \times 29) + (3 \times 33) = 128$ ✓

- Setiap siklus 132 tahun terdiri dari 1 kali subsiklus 29 tahun, 2 kali subsiklus 33 tahun, dan 1 kali subsiklus 37 tahun.
  Jika kita jumlah $(1 \times 29) + (2 \times 33) + (1 \times 37) = 132$ ✓
- Dari kalimat: "*Angka tahun berapapun akan masuk ke salah satu subsiklus 29 tahun, atau 33 tahun, atau 37 tahun sebagai tahun ke-1, ke-2, dan seterusnya hingga ujung subsiklus (29, 33, atau 37).*"
  Dapat kita artikan bahwa tahun ke-t selalu diawali dari tahun ke-1, ke-2, dan seterusnya hingga berakhir diujung subsiklus (29, 33, atau 37), LALU kembali lagi menjadi tahun ke-1, ke-2, dan begitu seterusnya.

$$t = 1, 2, 3, \ldots, 28, 29, 1, 2, \ldots, 28, 29, 1, 2, \ldots, \ldots, 32, 33, 1, 2, \ldots$$

- Tahun ke-t adalah tahun kabisat (jumlah hari 366) apabila $t \mod 4 = 1$, KECUALI saat awal siklus atau $t = 1$.

(a) Menghitung jumlah tahun kabisat menjadi lebih mudah apabila sudah memahami aturan yang dibuat. Untuk setiap subsiklus

- 29 tahun, akan ada 7 tahun kabisat di dalamnya $\rightarrow 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29$
- 33 tahun, akan ada 8 tahun kabisat di dalamnya $\rightarrow 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33$
- 37 tahun, akan ada 9 tahun kabisat di dalamnya $\rightarrow 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37$

Jumlah tersebut sudah dikurangi tahun ke-1 pada setiap siklus yang merupakan tahun normal; walaupun $1 \mod 4 = 1$, tetapi di soal dibilang bahwa awal siklus selalu merupakan tahun normal/basit.

Jumlah tahun kabisat pada satu siklus kalender ini menjadi

$$21 \times (7 + 3 \times 8) \quad + \quad 1 \times (7 + 2 \times 8 + 9) = 683$$

Jumlah tahun normal/basit menjadi $2820 - 683 = 2137$

(b) Jumlah hari pada sistem kalender ini (selama 2820 tahun):

$$(683 \times 366) + (2137 \times 365) = 1029983 \quad \text{hari}$$

(c) Setiap sekali siklus 2820 tahun akan ada selisih dengan tahun tropis sebesar:

$$\begin{aligned} \Delta &= (365{,}242199 \times 2820) - 1029983 \\ &= 1029983{,}00118 - 1029983 \\ &= 0{,}00118 \quad \text{hari} \end{aligned}$$

(d) Kesalahan sebesar 0,00118 hari terjadi setiap 2820 tahun. Kesalahan pada kalender ini akan terakumulasi menjadi 1 hari setelah $1/0{,}00118 = 847{,}46$ kali siklus; dengan kata lain, kalender ini akan salah sebesar 1 hari setelah $847{,}46 \times 2820 = 2389830{,}5$ tahun.

Meskipun agak 'ribet', ternyata sistem kalender ini cukup baik :)

22. Batuan granit di Bumi mempunyai kerapatan 3000 kg/m^3. Air beku mempunyai kerapatan 900 kg/m^3. Kerapatan Bulan adalah 3300 kg/m^3. Diketahui informasi planet kerdil pada tabel berikut ini.

Planet kerdil	Diameter (Bulan)	Massa (Bulan)
Ceres	27 %	1,30%
Pluto	66 %	17,80 %
Haumea	36 %	5,50 %
Makemake	46 %	5,40 %
Eris	67 %	22,70 %

Andaikan planet kerdil tersebut hanya mempunyai komposisi granit dan air beku, hitung komposisi perbandingan antara granit dan es untuk planet kerdil tersebut.

Jawaban:

Dengan mengasumsikan bahwa planet kerdil ini hanya terdiri dari granit dan es, maka terdapat dua persamaan/hubungan yang dapat kita gunakan:

$$\begin{aligned}\rho_{\mathrm{g}} V_{\mathrm{g}} + \rho_{\mathrm{es}} V_{\mathrm{es}} &= M \\ V_{\mathrm{g}} + V_{\mathrm{es}} &= V\end{aligned}$$

Karena ρ_{g}, ρ_{es}, M, dan V diketahui (dari tabel), maka sistem persamaan di atas dapat dicari solusinya. Dengan substitusi atau elimisai misalnya,

$$V_{\mathrm{g}} = \frac{M - \rho_{\mathrm{es}} V}{\rho_{\mathrm{g}} - \rho_{\mathrm{es}}} \quad \text{dan} \quad V_{\mathrm{es}} = \frac{\rho_{\mathrm{g}} V - M}{\rho_{\mathrm{g}} - \rho_{\mathrm{es}}}$$

Untuk mempermudah pekerjaan, ingat bahwa yang kita cari adalah perbandingan komposisi granit dan es:

$$\frac{M_{\mathrm{g}}}{M_{\mathrm{es}}} = \frac{\rho_{\mathrm{g}}}{\rho_{\mathrm{es}}} \frac{V_{\mathrm{g}}}{V_{\mathrm{es}}} = \left(\frac{\rho_{\mathrm{g}}}{\rho_{\mathrm{es}}}\right) \left(\frac{M - \rho_{\mathrm{es}} V}{\rho_{\mathrm{g}} V - M}\right) = \left(\frac{\rho_{\mathrm{g}}}{\rho_{\mathrm{es}}}\right) \left(\frac{\rho V - \rho_{\mathrm{es}} V}{\rho_{\mathrm{g}} V - \rho V}\right) = \left(\frac{\rho_{\mathrm{g}}}{\rho_{\mathrm{es}}}\right) \left(\frac{\rho - \rho_{\mathrm{es}}}{\rho_{\mathrm{g}} - \rho}\right)$$

Sekarang kita hanya membutuhkan ρ planet kerdil, yang dapat dicari dari tabel yang diberikan. Lebih lanjut kita dapat memanfaatkan data kerapatan Bulan yang sudah diberikan di soal.

$$\frac{\rho}{\rho_{\mathrm{bulan}}} = \frac{M/V}{M_{\mathrm{bulan}}/V_{\mathrm{bulan}}} = \frac{M}{M_{\mathrm{bulan}}} \frac{V_{\mathrm{bulan}}}{V} = \frac{M}{M_{\mathrm{bulan}}} \left(\frac{D_{\mathrm{bulan}}}{D}\right)^3$$

Untuk mencari rasio yang ditanyakan, dapat dilakukan dengan melengkapi tabel seperti berikut ini. Di soal diketahui: $\rho_{\mathrm{bln}} = 3300$ kg/m^3, $\rho_{\mathrm{g}} = 3000$ kg/m^3, $\rho_{\mathrm{es}} = 900$ kg/m^3; $\rho_{\mathrm{g}}/\rho_{\mathrm{es}} = 3.333$.

Planet kerdil	D/D_{bulan}	M/M_{bulan}	$(D_{\mathrm{bulan}}/D)^3$	ρ	$\rho - \rho_{\mathrm{es}}$	$\rho_{\mathrm{g}} - \rho$	rasio ($M_{\mathrm{g}}/M_{\mathrm{es}}$)
Ceres	0,27	0,013	50,805	2179,546	1279,546	820,454	5,199
Pluto	0,66	0,178	3,478	2043,159	1143,159	956,841	3,982
Haumea	0,36	0,055	21,433	**3890,175**	2990,175	-890,175	**-11,197**
Makemake	0,46	0,054	10,274	1830,772	930,772	1169,228	2,654
Eris	0,67	0,227	3,325	2490,665	1590,665	509,335	10,410

Dapat dilihat di tabel bahwa rasio Huamea bernilai negatif, tentu hal ini tidak benar. Penyebabnya adalah nilai kerapatan yang lebih besar dari kerapatan granit (> 3000), yang berarti

asumsi yang digunakan salah. Tidak mungkin suatu benda yang tersusun dari benda yang lebih rapat (granit) dan renggang (es) bisa memiliki kerapatan rata-rata lebih dari kerapatan penyusun ter-rapat-nya.

Artinya Haumea tidak dapat dimodelkan hanya dengan granit dan es.

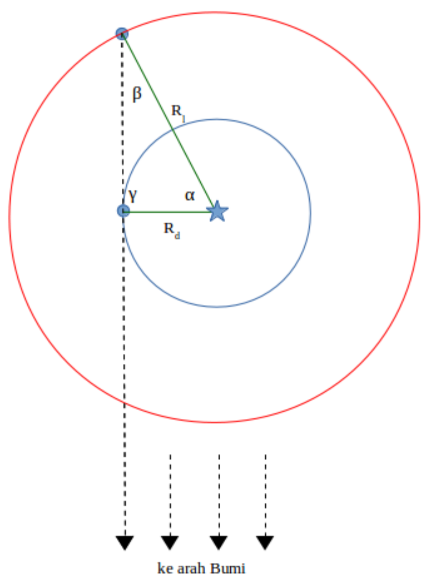
23. Suatu sistem eksoplanet memiliki dua planet (planet dalam dan planet luar) dengan orbit lingkaran yang sebidang. Pada saat τ, posisi salah satu planet adalah kuadratur menurut planet lainnya (seperti terlihat dalam gambar), sehingga kedua planet berada pada arah pandang yang sama dari Bumi dan terjadilah peristiwa planet luar terhalangi (okultasi) oleh planet dalam.

    Bila rasio radius orbit planet dalam terhadap planet luar adalah 0,39685, hitunglah

    (a) sudut fase dan fase planet luar dilihat dari planet dalam, dan sebaliknya,

    (b) busur sapuan planet dalam dan planet luar (segera setelah τ) ketika okultasi yang sama (bukan pada kuadran lain) kembali terjadi.

Jawaban:



Sudut α dapat dicari dengan,

$$\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{R_d}{R_l} \\ \alpha &= \arccos 0{,}39685 \\ \alpha &= 66{,}61859612301^\circ \end{aligned}$$

Karena $\gamma = 90^\circ$, maka $\beta = 23{,}38140387699^\circ$.

a) Berbeda dengan sudut elongasi yang terletak di pengamat, sudut fase (ϕ) merupakan sudut yang terletak pada objek yang diamati.

Fase (q) dapat dicari dari sudut fase (ϕ) menggunakan persamaan,

$$q = \frac{1}{2}(1 + \cos\phi)$$

- Menurut planet dalam, saat itu planet luar memiliki sudut elongasi $\beta = 23{,}38140387699°$ dan fase $= 0{,}959$.
  Planet luar terlihat "hampir purnama" menurut planet dalam.
- Menurut planet luar, saat itu planet dalam memiliki sudut elongasi $\gamma = 90°$ dan fase $= 0{,}5$.
  Planet dalam terlihat "setengah" menurut planet luar; seperti Bulan terlihat saat quartir.

b) Dari hukum Kepler kita tahu bahwa perbandingan jarak rata-rata pangkat tiga dengan periode kuadrat selalu konstan untuk satu sistem; dalam hal ini kedua planet mengorbit bintang yang sama.

$$\begin{aligned}
\frac{R_d^3}{T_d^2} &= \frac{R_l^3}{T_l^2} = \text{konstan} \\
\left(\frac{T_d}{T_l}\right)^2 &= \left(\frac{R_d}{R_l}\right)^3 \\
\frac{T_d}{T_l} &= \left(\frac{R_d}{R_l}\right)^{3/2} \\
\frac{T_d}{T_l} &= 0{,}24999975149 \simeq 0{,}25 = \frac{1}{4}
\end{aligned}$$

Sepertinya pembuat soal sengaja membuat periode kedua planet merupakan kelipatan bilangan bulat. Artinya okultasi setelah τ akan terjadi lagi di kuadran yang sama 'tepat' di titik yang sama pula, yaitu ketika planet luar sudah mengorbit tepat sekali, sedangkan planet dalam mengorbit tepat 4 kali.

- Busur sapuan planet dalam $= 4 \times 360° = 1440°$
- Busur sapuan planet luar $= 360°$

24. Galaksi Bima Sakti memiliki tiga komponen populasi yaitu piringan, *bulge*, dan halo. Diketahui massa total komponen piringan, $M_{\text{piringan}} = 6 \times 10^{10} M_\odot$, dan luminositas totalnya, $L_{\text{piringan}} = 1{,}8 \times 10^{10} L_\odot$. Hubungan antara luminositas dan massa untuk bintang deret utama mengikuti relasi:

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^\alpha$$

dengan nilai parameter $\alpha = 4$. Hitunglah massa rata-rata bintang anggota populasi piringan di Bima Sakti.

Jawaban:

Hanya dengan data tersebut kita **tidak dapat** menentukan massa rata-rata bintang anggota populasi piringan Bima Sakti, bergantung pada fungsi distribusi massa bintangnya.

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{N} M_i &= 6 \times 10^{10} = N \cdot \bar{M} \\ \sum_{i=1}^{N} M_i^4 &= 1{,}8 \times 10^{10} \neq N \cdot \bar{M}^4\end{aligned}$$

Andaikan massa bintang semuanya sama, $M_i \equiv \bar{M}$, maka berlaku $\sum_{i=1}^{N} M_i^4 = N \cdot \bar{M}^4$, sehingga

$$\begin{aligned}N \cdot \bar{M} &= 6 \times 10^{10} \\ N \cdot \bar{M}^4 &= 1{,}8 \times 10^{10} \\ \bar{M}^3 &= 0{,}3 \\ \bar{M} &= 0{,}67 M_\odot\end{aligned}$$

25. Kecepatan sudut rotasi diferensial Matahari dalam satuan derajat per hari dapat dinyatakan dengan rumus :

$$\Omega = 14{,}3 - 1{,}9 \sin^2 \phi - 2{,}5 \sin^4 \phi$$

dengan ϕ adalah lintang heliografik. Dua kelompok bintik Matahari tersebut teramati berada bersamaan pada meridian tengah. Lintang heliografik kedua kelompok bintik Matahari masing-masing adalah $\phi_1 = 0°$ dan $\phi_2 = +25°$. Keduanya bergerak sesuai dengan rumus kecepatan sudut di atas. Hitung berapa tahun lagikah kedua kelompok bintik Matahari tersebut bertemu kembali di meridian yang sama jika dilihat dari Bumi. Asumsikan gerak bintik Matahari tidak mengalami perubahan lintang heliografik.

Jawaban:

Dapat kita hitung kecepatan sudut masing-masing kelompok bintik Matahari:

$$\Omega_1 = 14{,}3 - 1{,}9 \sin^2 0 - 2{,}5 \sin^4 0 = 14{,}3 \qquad \text{derajat/hari}$$

dan

$$\Omega_2 = 14{,}3 - 1{,}9 \sin^2 25 - 2{,}5 \sin^4 25 = 13{,}514 \qquad \text{derajat/hari}$$

Untuk menentukan kapan mereka berada di meredian yang sama lagi, kita gunakan kecepatan sudut relatif antara keduanya,

$$\begin{aligned}\Omega_{rel} &= \Omega_1 - \Omega_2 \\ \frac{2\pi}{T_{rel}} &= \frac{2\pi}{T_1} - \frac{2\pi}{T_2} \qquad \text{rad/s} \quad \text{(sama seperti menentukan periode sinodis)} \\ \frac{360°}{T_{rel}} &= 14{,}2 - 13{,}514 \qquad \text{derajat/hari} \\ T_{rel} &= 458{,}093 \qquad \text{hari} \\ &= 1{,}254 \qquad \text{tahun}\end{aligned}$$

Mereka akan bertemu lagi dibujur/meredian yang sama setiap 1,254 tahun.

[*]Apakah ketika itu terjadi, orang di Bumi dapat melihatnya? :)

[†]Ingat bahwa sebetulnya bintik Matahari bergerak perlahan ke arah ekuator dan lama-lama akan menghilang, digantikan bintik Matahari yang baru.