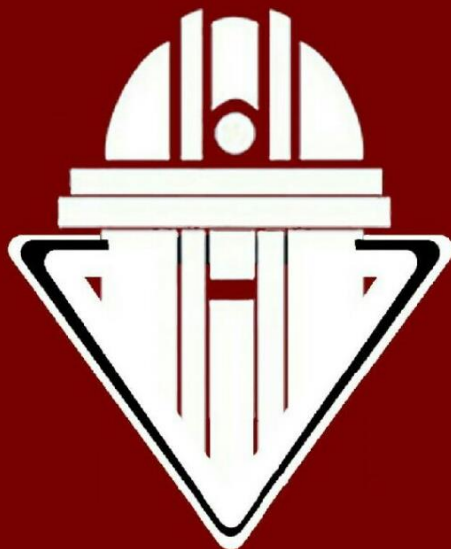


**SOLUSI SIMULASI OLIMPIADE SAINS NASIONAL
TINGKAT KABUPATEN/KOTA**



BIDANG: ASTRONOMI

OLEH:

TIM OLIMPIADE ASTRONOMI INDONESIA (TOASTI) 2019

PILIHAN GANDA

1. [RT] Sebuah irisan kerucut memiliki persamaan kartesian:

$$9x^2 - 54x + 25y^2 - 200y + 256 = 0$$

Tentukan pusat dan jenis irisan kerucut tersebut!

- A. Lingkaran, (3,5)
- B. Parabola, (3,5)
- C. Hiperbola, (3,4)
- D. Elips, (3,4)**
- E. Bukan irisan kerucut

Solusi:

$$9x^2 - 54x + 25y^2 - 200y + 256 = 0$$

$$9(x^2 - 6x) + 25(y^2 - 8y) + 216 = 0$$

$$9(x^2 - 6x) + 81 - 81 + 25(y^2 - 8y) + 400 - 400 + 216 = 0$$

$$9(x^2 - 6x + 9) - 81 + 25(y^2 - 8y + 16) - 400 + 216 = 0$$

$$9(x - 3)^2 + 25(y - 4)^2 = 225$$

$$\frac{(x - 3)^2}{25} + \frac{(y - 4)^2}{9} = 1$$

Persamaan di atas merupakan persamaan irisan kerucut berupa elips dengan koordinat pusat (3,4).

2. [LAA] Akhir-akhir ini layanan taksi *online* sangat populer. Terdapat sebuah perusahaan taksi *online* yang menghitung tarif berdasarkan jarak terdekat antar kota dalam km. Suatu hari, Tika memesan taksi *online* tersebut untuk berpergian dari kota Jakarta Pusat (6,18° LS, 106,83° BT) menuju Observatorium Bosscha (6,82° LS, 107,62° BT). Jika harga taksi *online* tersebut Rp.5.000/km, berapa uang yang harus dibawa Tika agar cukup untuk perjalanan pulang-pergi ditambah makan minum Rp.50.000,- jika dia pulang menggunakan taksi *online* lagi?
- A. Rp.1.171.000,-
 - B. Rp.1.717.000,-
 - C. Rp.1.710.700,-

D. Rp.1.771.000,-

E. Rp.1.177.000,-

Solusi: Karena tarif diukur menggunakan jarak terpendek, kita harus mencari jaraknya dengan hubungan cosinus dalam segitiga bola.

$$\cos x = \cos(90^\circ - \varphi_j) \cos(90^\circ - \varphi_b) + \sin(90^\circ - \varphi_j) \sin(90^\circ - \varphi_b) \cos \Delta\lambda$$

$$\cos x = \sin \varphi_j \sin \varphi_b + \cos \varphi_j \cos \varphi_b \cos \Delta\lambda$$

Didapatlah $X = 1,013^\circ$

Untuk mendapatkan jarak kota dalam kilometer kita gunakan hubungan panjang busur dan keliling lingkaran.

$$X(km) = \frac{X(^{\circ})}{360^{\circ}} \times 2\pi R$$

Didapat $X = 112,7 \text{ km}$

Dengan begitu, tarif perjalanan (T) menjadi:

$$T = 2(112,7 \times 5000) + 50000$$

$$T = \text{Rp } 1.177.000,-$$

3. **[ALN]** Sebuah mobil yang melintas di jalan tol diamati menggunakan teleskop pada jarak tertentu. Teleskop yang dipakai adalah teleskop dengan sistem *tracking* otomatis, sehingga objek yang diamati tidak akan keluar dari medan pandang. Diketahui, spesifikasi teleskop adalah sebagai berikut:

Diameter objektif: 30 cm

Focal ratio: f/4,5

Panjang fokus *eyepiece*: 25 mm

Pada jarak terdekatnya dengan mobil, panjang teleskop adalah 155,5 cm. Saat mobil mencapai gerbang tol, ternyata teleskop telah mengalami pergerakan azimuth sebesar 57° . Tentukan panjang teleskop supaya bayangan mobil tetap fokus! (Asumsikan jalan tol yang dilintasi mobil adalah jalan lurus dan sistem teleskop diatur supaya mata tidak berakomodasi.)

A. 138,8 cm

- B. 139,5 cm
- C. 137 cm
- D. 136,35 cm
- E. 140 cm

Solusi: oke, ada ralat di soal ini, yaitu panjang teleskop seharusnya 140 cm, bukan 155,5 cm.

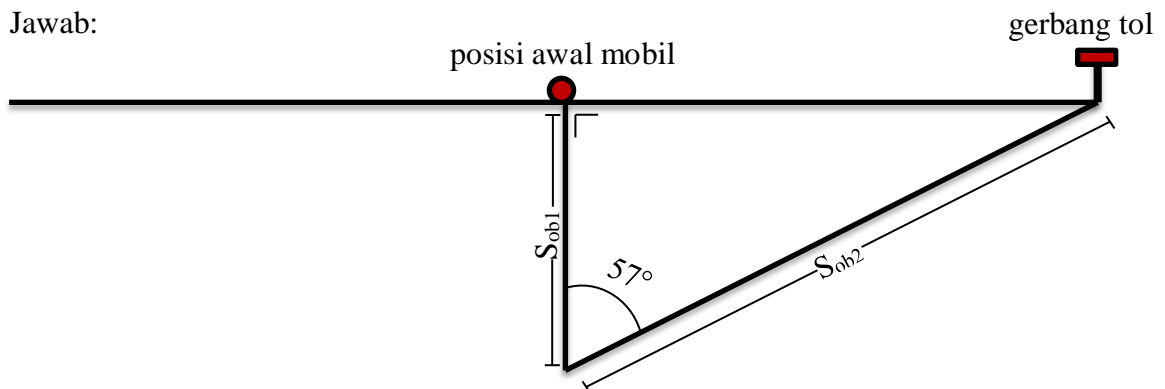
Diketahui:

$$f/4,5$$

$$f_{ok} = 25 \text{ mm}$$

Diameter teleskop = 30 cm

Jawab:



$$\text{Panjang awal teleskop} = S_{ob1} + f_{ok} = 140 \text{ cm}$$

$$S'_{ob1} + 2,5 \text{ mm} = 140 \text{ cm}$$

$$S'_{ob1} = 140 \text{ cm} - 2,5 \text{ mm} = 137,5 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f_{ob}} = \frac{1}{S_{ob1}} + \frac{1}{S'_{ob1}}$$

$$\frac{1}{135 \text{ cm}} = \frac{1}{S_{ob1}} + \frac{1}{137,5 \text{ cm}}$$

$$S_{ob1} = 74,25 \text{ m}$$

$$S_{ob2} = \frac{S_{ob1}}{\cos 57^\circ} = 136,329 \text{ m}$$

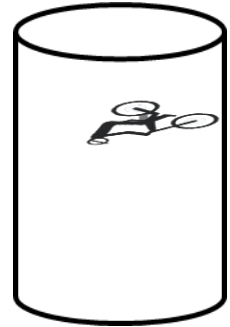
$$\frac{1}{f_{ob}} = \frac{1}{S_{ob2}} + \frac{1}{S'_{ob2}}$$

$$\frac{1}{135 \text{ cm}} = \frac{1}{136,329 \times 10^2} + \frac{1}{S'_{ob2}}$$

$$S'_{ob2} = 136,3 \text{ cm}$$

$$\text{panjang teleskop akhir} = s'_{ob2} + f_{ok} = 136,3 + 2,5 = 138,8 \text{ cm}$$

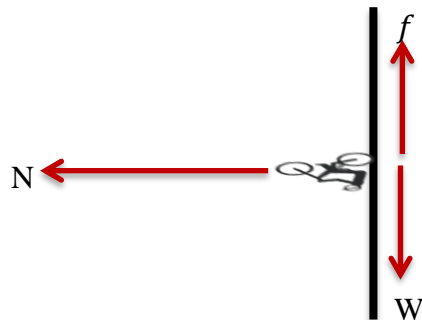
4. [RT] Seorang pemuda bermassa 60 kg bermain wahana di mana ia mengendarai motor mengelilingi tong raksasa dengan radius 5 meter. Hitung kecepatan pemuda saat ia hanya bergerak horizontal di dalam tong! ($\mu_s = 0,5$)



- A. 5 m/s
- B. 10 m/s**
- C. 15 m/s
- D. 20 m/s
- E. 25 m/s

Solusi:

Karena motor hanya bergerak ke arah horizontal, total gaya yang bekerja pada arah vertikal adalah 0.



$$f = W$$

$$N\mu_s = W$$

$$N \times 0.5 = 600$$

$$N = 1200 \text{ N}$$

Motor dapat dikatakan bergerak rotasi karena jalur geraknya adalah tepian wahana yang berbentuk lingkaran.

Maka,

$$N = F_{sp} = \frac{mv^2}{R}$$

$$1200 = \frac{60}{5} v^2$$

$$100 = v^2$$

$$v = 10 \text{ m/s}$$

5. **[ADM]** Sebuah sistem bintang terdiri dari tiga bintang. Magnitudo gabungan dari ketiga bintang tersebut adalah 2,5. Salah satu bintang pada sistem tersebut memiliki jarak yang cukup jauh dari kedua bintang lainnya sehingga magnitudo bintang pertama tersebut dapat dibedakan dan terukur sebagai 6,8. Berdasarkan evolusinya, para ahli menyatakan bahwa ketiga bintang merupakan anggota bintang deret utama dan perbandingan massa bintang kedua dan ketiga adalah 3 : 2. Berapa selisih magnitudo bintang pertama dengan bintang ketiga? (Hint: Untuk bintang deret utama hubungan massa-luminositas adalah $M^{3.5} \propto L$)

- A. 5,4322
- B. -3,6661
- C. 1,2352
- D. 2,5031**
- E. -6,4213

Solusi:

$$m_{1,2,3} - m_1 = -2,5 \log \frac{E_1 + E_{2,3}}{E_1}$$

$$m_{1,2,3} - m_1 = -2.5 \log \left(1 + \left(\frac{3}{2} \right)^{3.5} \frac{E_3}{E_1} + \frac{E_3}{E_1} \right)$$

$$m_{1,2,3} - m_1 = -2.5 \log \left(1 + (1,5^{3,5} + 1) \frac{E_3}{E_1} \right)$$

$$1 + (1,5^{3,5} + 1) \frac{E_3}{E_1} = 10^{-0,4(m_{1,2,3}-m_1)}$$

$$\frac{E_3}{E_1} = \frac{10^{-0,4(m_{1,2,3}-m_1)} - 1}{1,5^{3,5} + 1}$$

$$m_3 - m_1 = -2,5 \log \frac{E_3}{E_1} = -2,5 \log \frac{10^{-0,4(m_{1,2,3}-m_1)} - 1}{1,5^{3,5} + 1}$$

$$m_3 - m_1 = -2,5 \log \frac{10^{-0,4(2,5-6,8)} - 1}{1,5^{3,5} + 1} = -2,5031$$

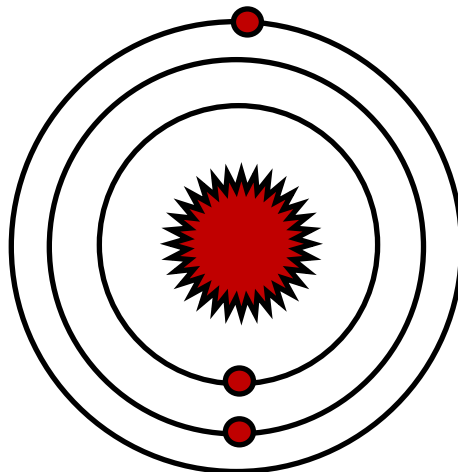
6. **[MRAK x RAN]** Seseorang hidup di sebuah tata surya dengan 3 planet anggota dan sebuah bintang induk. Planet tempat tinggalnya adalah planet kedua terdekat dari bintang induk. Dalam sebuah pengamatan, ia melihat ketiga planet dan bintang induknya dalam posisi sejajar dengan konfigurasi: planet ketiga-bintang induk-planet pertama-planet kedua. Jika periode orbit planet-planet di tata suryanya mengikuti barisan

$$P = \frac{8}{n}$$

dengan n adalah urutan planet dimulai dari yang terjauh dari bintang induk, kapan ketiga planet dan bintang induk kembali sejajar? Dan bagaimana konfigurasinya? (urutan planet dalam pilihan dimulai dari planet terdekat dari bintang induk)

- A. 2 tahun, bintang induk-planet pertama-planet kedua-planet ketiga
- B. 2 tahun, planet kedua-planet pertama-bintang induk-planet ketiga
- C. 4 tahun, planet pertama-bintang induk-planet kedua-planet ketiga**
- D. 4 tahun, planet ketiga-planet pertama-bintang induk-planet kedua
- E. 8 tahun, planet kedua-bintang kedua-bintang induk-planet ketiga

Solusi: di bawah ini adalah konfigurasi planet-planet dan bintangnya pada kondisi awal.



Separasi sudut awal antara planet pertama dan kedua dilihat dari bintang induk adalah 0° , sedangkan separasi sudut awal antara planet kedua dan planet ketiga adalah 180° .

Berdasarkan barisan di soal, diketahui bahwa periode planet pertama adalah $\frac{8}{3}$ tahun, periode planet kedua adalah 4 tahun, dan periode planet ketiga adalah 8 tahun. Ketiga planet dan bintang induknya dapat dikatakan sejajar jika separasi sudut antara planet kedua dan planet lainnya dilihat dari bintang induk adalah 0° atau 180° .

Separasi sudut antara planet pertama dan kedua dilihat dari bintang induk dapat dihitung dengan cara berikut:

$$\theta_1 - \theta_2 = \text{separasi sudut awal} + \omega_1 t - \omega_2 t$$

$$\omega = \frac{360^\circ}{P}$$

$$\theta_1 - \theta_2 = 0^\circ + \left(\frac{360^\circ}{P_1} - \frac{360^\circ}{P_2} \right) t$$

$$\theta_1 - \theta_2 = 0^\circ + 360^\circ \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{4} \right) t = 0^\circ + 45^\circ t = 45^\circ t \quad \dots (1)$$

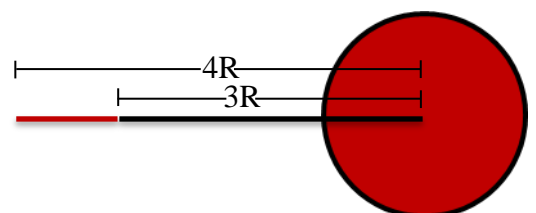
Menggunakan metode yang sama, separasi sudut antara planet kedua dan ketiga dapat dihitung menggunakan persamaan berikut:

$$\theta_2 - \theta_3 = 180^\circ + 360^\circ \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8} \right) t = 180^\circ + 45^\circ t \quad \dots (2)$$

Di pilihan, terdapat 3 nilai t , yaitu 2 tahun, 4 tahun, dan 8 tahun. Jika nilai $t = 2$ tahun dimasukkan dalam persamaan (1) dan (2), didapat separasi sudut planet pertama dan kedua dilihat dari bintang induk sebesar 90° , serta separasi sudut planet ketiga dan kedua dilihat dari bintang induk sebesar 270° . Jika digambarkan, dapat dilihat bahwa posisi ketiga planet dan bintang induknya saat ini tidak sejajar.

Jika nilai $t = 4$ tahun dimasukkan ke dalam persamaan (1) dan (2), didapat separasi sudut planet pertama dan kedua dilihat dari bintang induk sebesar 180° , serta separasi sudut planet ketiga dan kedua dilihat dari bintang induk sebesar 0° . Jika digambarkan, dapat dilihat bahwa posisi ketiga planet dan bintang induknya saat ini sejajar dengan konfigurasi planet pertama-bintang induk-planet kedua-planet ketiga.

7. [RT]



Sebuah satelit mengorbit planet bermassa M dengan jarak 3 radius planet. Tentukan pertambahan energi potensial satelit saat beralih ke orbit dengan jarak 4 radius planet!

- A. $\frac{GMm}{R}$
- B. $-\frac{GMm}{R}$
- C. $\frac{GMm}{12R}$**
- D. $-\frac{GMm}{12R}$
- E. Tidak ada jawaban

Solusi: energi potensial dapat dicari menggunakan persamaan berikut:

$$E_p = -\frac{GMm}{r}; \text{ dengan } r = \text{radius orbit}$$

Pertambahan energi potensial dapat dicari dengan cara berikut:

$$\Delta E_p = -\frac{GMm}{r} + \frac{GMm}{r_0} = -\frac{GMm}{4R} + \frac{GMm}{3R} = \frac{1}{12} \frac{(GMm)}{R}$$

$$\Delta E_p = \frac{GMm}{12R}$$

8. **[LAA]** Terdapat sebuah sel surya berukuran 1 km X 2 km yang hanya bisa menangkap cahaya pada panjang gelombang 5000 Å. Diketahui sel surya tersebut dapat menangkap 20% energi matahari setiap detiknya. Berapa jumlah foton cahaya yang ditangkap sel surya per detiknya? (abaikan efek atmosfer)
- A. $1,3 \times 10^{27}$
 - B. $1,4 \times 10^{27}$**
 - C. $1,5 \times 10^{27}$
 - D. $1,6 \times 10^{27}$
 - E. $1,7 \times 10^{27}$

Solusi: Energi yang diterima bumi dari matahari per meter persegi per detik sebesar konstanta matahari, yaitu : 1368 W/m².

Karena sel surya hanya dapat menangkap energi pada panjang gelombang 5000 Å serta energi matahari yang tertangkap hanya 20% berarti 20% dari energi matahari ada

pada cahaya dengan panjang gelombang 5000 Å. Berarti, energi matahari pada panjang gelombang 5000 Å sebesar:

$$E = 20\% \times 1368 \text{ W/m}^2 \times A$$

$$E = 20\% \times 1368 \text{ W/m}^2 \times 1000 \text{ m} \times 2000 \text{ m}$$

$$E = 547,2 \times 10^6 \text{ W}$$

Karena kita sudah mengetahui energi dan panjang gelombangnya, kita hitung jumlah foton dengan cara:

$$E = \frac{nhc}{\lambda}$$

$$n = \frac{E\lambda}{hc}$$

$$n = 1,4 \times 10^{27}$$

Jadi, jumlah foton yang tertangkap adalah $1,4 \times 10^{27}$ foton.

9. **[RT]** Seorang murid mengukur luas permukaan utama kalkulator menggunakan penggaris 30 cm. Dari pengukuran, murid tersebut mendapatkan hasil pengukuran lebar = 8,8 cm dan panjang = 9,9 cm. Tentukan persentase kesalahan (*error*) untuk luas permukaan utama kalkulator tersebut! (luas = panjang x lebar)

Hint: gunakan $\sigma_A^2 = \left(\sigma_p \frac{\delta_A}{\delta_p}\right)^2 + \left(\sigma_l \frac{\delta_A}{\delta_l}\right)^2$

A. 0,76%

B. 1,52%

C. 2,28%

D. 3,04%

E. 3,80%

Solusi: berdasarkan hint:

$$\sigma_A^2 = \sigma_p^2 l^2 + \sigma_l^2 p^2$$

$$\left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2 = \sigma_p^2 \frac{l^2}{A^2} + \sigma_l^2 \frac{p^2}{A^2}$$

$$\left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_p}{p}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2$$

Ketelitian penggaris adalah 0,05 cm, yang juga merupakan galat pengukuran panjang dan lebar (σ_p dan σ_l).

$$\left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2 = \left(\frac{0,05}{9,9}\right)^2 + \left(\frac{0,05}{8,8}\right)^2$$

$$\frac{\sigma_A}{A} = 7,6 \times 10^{-3} = 0,76\%$$

10. **[RZ]** Risky adalah seorang penikmat langit malam. Ia bercita-cita menjadi astronom profesional saat dewasa nanti. Pada saat sedang memandang langit, ia melihat sebuah bintang yang sangat terang di langit. Setelah ia cek menggunakan Stellarium, ternyata bintang itu memiliki asensiorekta 6 jam 46 menit. Lalu ia mencatat waktu sideris pada saat itu, ternyata menunjukan jam 08.10. Berapakah sudut jam bintang itu ? :v
- A. 14 jam 46 menit
 - B. 2 jam 24 menit
 - C. 1 jam 24 menit**
 - D. 14 jam 56 menit
 - E. 6 jam 54 menit

Solusi: sudut jam = waktu sideris – asensiorekta bintang

$$\text{Sudut jam} = 8^{\text{h}}10^{\text{m}} - 6^{\text{h}}46^{\text{m}}$$

$$\text{Sudut jam} = 1^{\text{h}}24^{\text{m}}$$

11. **[VG]** Menurut teori *Big Bang* (Dentuman Besar), alam semesta terbagi menjadi beberapa masa dan fase. Salah satunya adalah saat alam semesta mulai tembus cahaya dan foton mengalami pergeseran merah membentuk CMB (*Cosmic Microwave Background*). Masa tersebut adalah...
- A. Inflasi
 - B. Era foton
 - C. Fase nukleosintesis
 - D. Rekombinasi**
 - E. *Dark Age*

Solusi: jawaban yang paling mendekati adalah rekombinasi.

Di era rekombinasi (umur alam semesta sekitar 300.000 tahun), alam semesta bersuhu sekitar 3.000 K. Elektron yang sebelumnya bergerak bebas mulai terikat dengan inti atom. Nah, sebenarnya ada yang waktunya berdekatan dengan rekombinasi tapi terkadang dianggap satu waktu dengan rekombinasi. Yang benar, setelah rekombinasi ada *photon decoupling* dan *last scattering*. Nah saat *last scattering* inilah CMB mulai merambat bebas tanpa dihamburkan oleh elektron.

Inflasi: teori mengembangkannya ruang secara eksponensial pada awal terbentuknya alam semesta yang menjawab permasalahan horizon pada model *Big Bang*.

Era foton (*photon epoch*): periode saat foton mendominasi alam semesta (10 detik setelah *Big Bang* sampai sebelum rekombinasi).

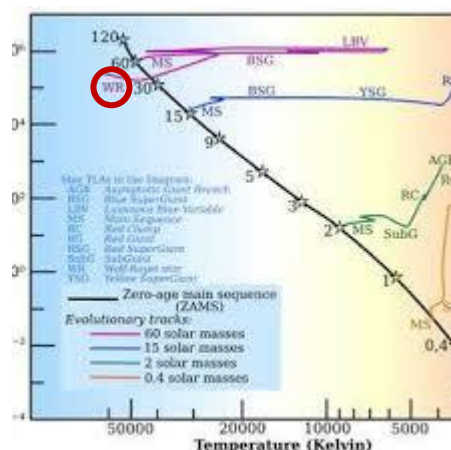
Fase nukleosintesis: 10 detik sampai 20 menit setelah Big Bang. Di fase ini terjadi pembentukan inti hidrogen, deuterium, dan helium.

Dark Age: Dimulai setelah rekombinasi, sebelum bintang dan galaksi pertama terbentuk.

12. [siapahayo] Jenis bintang yang dapat ditemukan di bagian kiri atas diagram HR adalah...

- A. Cepheid
- B. T Tauri
- C. RR Lyrae
- D. Wolf-Rayet**
- E. Red clump

Solusi: bagian kiri atas diagram HR adalah tempat bintang-bintang dengan temperatur dan luminositas yang tinggi. Bintang jenis Wolf-Rayet sendiri memiliki temperatur yang sangat tinggi, yaitu 30000 K hingga 200000 K, dengan luminositas yang dapat mencapai ribuan kali luminositas Matahari. Tanda lingkaran merah di bawah adalah posisi bintang Wolf-Rayet dalam diagram HR.



Sumber: <https://www.researchgate.net>

Bintang variabel Cepheid adalah jenis bintang variabel berpulsasi yang memiliki hubungan antara periode pulsasi dan luminositasnya sehingga berguna dalam penentuan jarak-jarak astronomis. Walaupun luminositasnya tinggi, bintang jenis ini memiliki temperatur yang cukup dingin, sekitar 5000-6000 K, sehingga posisinya berada di bagian kanan diagram HR.

Bintang jenis T Tauri adalah bintang yang baru terbentuk dan bersumber energi dari keruntuhan dirinya sendiri akibat gravitasi. Karakteristik paling menonjol dari bintang jenis ini adalah kadar lithiumnya yang tinggi karena temperatur inti yang belum cukup tinggi untuk menghancurkan lithium, serta aktivitas bintang yang tinggi. Kelas spektrum bintang-bintang T Tauri dapat merupakan F, G, K, atau M, karena massa bintang T Tauri tidak melebihi 2 massa Matahari. Kelas-kelas spektrum di atas tidak berada di sebelah kiri diagram HR.

Bintang variabel RR Lyrae adalah bintang-bintang tua bermassa sekitar setengah massa Matahari, dan diduga memiliki massa mirip Matahari saat mereka masih berada di deret utama. Kelas spektrum dari bintang jenis ini adalah A atau F, dan posisinya berada agak kiri di diagram HR, tetapi tidak cukup pojok.

Bintang *red clump* sendiri merupakan bintang semassa Matahari yang sedang melalui pembakaran helium di pusatnya, dengan temperatur sekitar 5000 K dan luminositas yang tinggi karena bintang jenis ini termasuk raksasa sehingga memiliki radius yang besar. Walaupun begitu, posisinya tetap tidak di kiri karena temperatur permukaannya rendah.

13. [VG] Berikut yang paling tepat mengenai bentuk galaksi dan pernyataannya yang benar adalah...
- A. Galaksi spiral; terdapat banyak bintang muda dan terang di sekitar pusat galaksi.
 - B. Galaksi eliptis; jumlahnya paling dominan pada gugus galaksi.**
 - C. Galaksi ireguler; contohnya Galaksi Triangulum.
 - D. Galaksi eliptis; terdiri dari banyak bintang-bintang berusia muda.
 - E. Galaksi spiral; di bagian halo terdapat bintang-bintang tua terkonsentrasi pada gugus terbuka.

Solusi: baiklah, soal ini dianulir karena ngga ada jawaban yang paling tepat. Yang bikin soal ini mungkin lagi ngantuk pas bikin nomor ini. Tapi sebagai koreksi dan FYI:

- a. Seharusnya dekat pusat galaksi spiral isinya bintang-bintang tua.
 - b. Seharusnya jawabannya yang ini tapi ada kesalahan kata, niatnya: Galaksi eliptis; jumlahnya dominan di tengah gugus galaksi. Alasannya karena usianya yang lebih tua daripada galaksi spiral. Karena *orbital decay* (berkurangnya radius orbit karena gaya gesek dll.) di gugus galaksi, galaksi eliptis lebih cenderung ditemukan di pusat gugus.
 - c. Galaksi Triangulum adalah galaksi spiral.
 - d. Terdiri dari bintang tua namun gas dan debu sedikit karena sudah banyak yang terpakai untuk pembentukan bintang.
 - e. Seharusnya gugus bola bukan gugus terbuka. Gugus bola terdiri dari bintang-bintang tua sedangkan beberapa gugus terbuka berisi bintang-bintang muda (contohnya Pleiades).
14. **[DAM]** Seorang penjelajah antariksa pergi meninggalkan Bumi ketika ia berumur 20 tahun menggunakan roket dengan kecepatan $0,6c$ menuju sebuah planet yang mengorbit bintang X. Jika ketika sampai di planet tersebut ia berumur 70 tahun, maka paralaks bintang X dilihat dari Bumi akan tampak sebesar...
- A. $0'',062$
 - B. $0'',087$**
 - C. $0'',109$
 - D. $0'',120$
 - E. $0'',215$

Solusi: menurut sang penjelajah antariksa, ia menghabiskan waktu sebanyak 50 tahun di dalam pesawat antariksa hingga sampai ke planet tujuannya. Sedangkan menurut pengamat di Bumi, waktu yang dihabiskan sang penjelajah antariksa dalam perjalanan adalah sebesar:

$$t_{bumi} = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 62,5 \text{ tahun}$$

Jarak bintang X dari Bumi dapat dihitung dengan cara:

$$d = vt_{bumi} = 0,6c \times 62,5 \text{ tahun} = 11,466 \text{ pc}$$

Sedangkan paralaksnya dapat dihitung dengan cara:

$$p = \frac{1}{d} = \frac{1}{11,466} = 0'',087$$

15. **[RZ]** *Julian Date* (JD) adalah sistem penanggalan yang dimulai sejak 1 Januari 4712 SM, dan berubah setiap harinya pada jam 12.00 UT (*Universal Time*). Formula untuk mencari nilai JD tiap tanggal 1 Januari dari tahun 1901-2099 M adalah:

$$JD = f(a) = 365,25a + 1721045, \text{ dengan } a = \text{tahun masehi.}$$

Pada suatu ketika, karena sedang gabut, Diki iseng-iseng liburan di London pada JD = 2458499,90. Pada hari dan tanggal berapakah dia di sana?

- A. Tanggal 15 Januari 2019 hari Selasa
- B. Tanggal 14 Januari 2019 hari Senin
- C. Tanggal 17 Januari 2019 hari Kamis
- D. Tanggal 16 Januari 2019 hari Rabu**
- E. Tanggal 17 Januari 2018 hari Rabu

Solusi: JD = 2458499,90

(Masukkan nilai JD ke dalam persamaan untuk mengetahui tahun berapa Diki di London)

$$JD = 365,25a + 1721045$$

$$2458499,90 = 365,25a + 1721045$$

$$365,25a = 737454,90$$

$$a = 2019,041478$$

a = 2019 menunjukkan tanggal 1 Januari 2019, sedangkan sisa 0,41478 menunjukkan pertambahan hari. Jika dikalikan dengan 365,25, diperoleh 15.

Jadi, Diki sedang berada di London pada tanggal 1 Januari 2019 + 15 hari = 16 Januari 2019.

Untuk mencari hari, dapat memakai rumus

$$(JD)/7 = \dots$$

Jika sisa 0, maka hari Senin.

Jika sisa 1/7, maka hari Selasa, dan seterusnya.

16. **[RAN]** Aku sedang duduk di pinggir tebing di tepi laut sambil menonton kapal di bawahku yang sedang berlayar menjauh. Lalu seseorang memanggilku dan aku menjawab kalau aku akan pergi mendatanginya saat kapalnya sudah hilang dari pandangan. Jika kapal tersebut berlayar lurus melintasi sebuah lingkaran besar dengan kecepatan 100 m/s dan ketinggian tebing adalah 282,23 meter, aku akan mendatangi orang yang memanggilku dalam waktu...

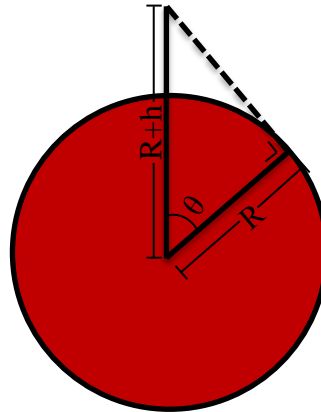
- A. 1 menit
- B. 2 menit

C. 5 menit

D. 10 menit

E. 15 menit

Solusi: berikut ini adalah gambar peristiwa pada soal. Kapal dikatakan menghilang saat mencapai horizon pengamat (saat kapal mencapai persinggungan garis putus-putus dengan lingkaran Bumi).



Posisi awal kapal (posisi pengamat) membentuk sudut θ di pusat Bumi dengan posisi kapal saat melewati horizon. Jarak yang ditempuh kapal dapat dihitung menggunakan persamaan:

$$d = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi R$$

Sedangkan menggunakan trigonometri, didapat persamaan untuk mencari θ , yaitu:

$$\cos \theta = \frac{R}{R+h}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{R}{R+h} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{6378000}{6378000 + 282,23} \right) = 0,539^\circ$$

Memasukkan nilai θ dalam persamaan jarak, didapat $d \approx 60$ km. Waktu yang dibutuhkan kapal untuk menempuh jarak 60 km dapat dihitung dengan cara:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{60000}{100} = 600 \text{ s} = 10 \text{ menit}$$

17. [AB] Bentuk trigonometri $\frac{1-2 \sin(x)\cos(x)}{\sin(x)+\sin(270+x)}$ dapat disederhanakan menjadi...

- A. $\sin x + \cos x$
- B. $\csc x + \sec x$
- C. $\cos x - \sin x$
- D. $\sin x - \cos x$**
- E. $\sin x - \sec x$

Solusi: bentuk trigonometri dapat disederhanakan sebagai berikut:

$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x - 2\sin x \cos x}{\sin x - \cos x}$$

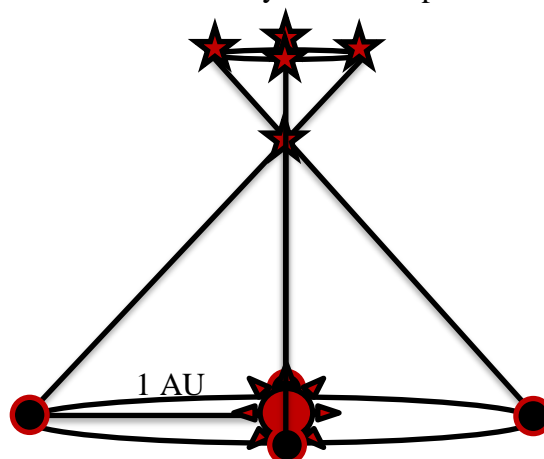
Maka, bentuk tersebut menjadi

$$\frac{(\sin x - \cos x)^2}{\sin x - \cos x} = \sin x - \cos x$$

18. **[AB]** Seorang astronom mengamati sebuah bintang dengan lintang ekliptik 90 derajat bergerak 0,2" dalam waktu 3 bulan akibat presesi, tentukan jarak bintang tersebut dari pengamat!

- A. 5,09 pc
- B. 6,08 pc
- C. 7,07 pc**
- D. 8,08 pc
- E. 9,04 pc

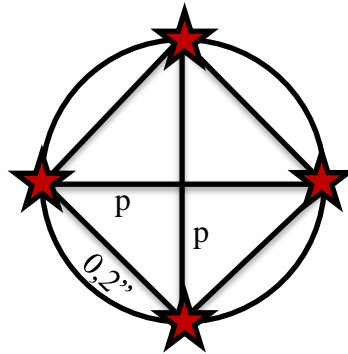
Solusi: oke, pertama-tama ini seharusnya efek dari paralaks bukan presesi huhuhu ☹.



Bidang ekliptika adalah bidang orbit Bumi mengelilingi Matahari. Maka, bintang dengan lintang ekliptika 90° terletak di garis yang tegak lurus dengan bidang ekliptika, sesuai dengan gambar di atas. Pergerakan Bumi mengelilingi Matahari

dalam setahun menyebabkan bintang tersebut bergerak dengan lintasan lingkaran kecil seperti di atas.

Jika lingkaran lintasan semu bintang dilihat secara *face on* (dari atas), akan tampak seperti berikut.



Perpindahan semu bintang dalam seperempat waktu revolusi Bumi (3 bulan) adalah garis lurus dengan tanda $0,2''$ pada gambar di atas. Karena $0,2''$ adalah sisi miring dari sebuah segitiga siku-siku dengan kedua sisi lain yang sama-sama sepanjang p , berlaku hubungan $0,2'' = p\sqrt{2}$. Berdasarkan rumus paralaks, $d = \frac{1}{p} = \frac{\sqrt{2}}{0,2''} = 7,07 \text{ pc}$.

SEBAB-AKIBAT

19. [MRAK x RAN] Pilihlah:

- A. Jika pernyataan pertama dan kedua benar serta memiliki hubungan sebab akibat.**
- B. Jika pernyataan pertama dan kedua benar, tetapi tidak memiliki hubungan sebab akibat.**
- C. Jika pernyataan pertama benar, sedangkan pernyataan kedua salah.**
- D. Jika pernyataan pertama salah, sedangkan pernyataan kedua benar.**
- E. Jika kedua pernyataan salah.**

Planet yang berbentuk seperti donat memiliki cuaca yang ekstrim dan angin yang kencang.

SEBAB

Dibutuhkan gaya sentrifugal yang kuat untuk mengimbangi gaya gravitasi planet dan menjaga bentuknya agar tidak berubah.

Solusi: planet berbentuk donat membutuhkan gaya sentrifugal yang kuat agar lubang di tengahnya tidak runtuh karena gravitasi planet itu sendiri. Karena itu, planet yang berbentuk donat pasti memiliki kecepatan rotasi yang tinggi. Kecepatan rotasi yang tinggi akan menghasilkan angin yang kencang dan cuaca ekstrim.

PILIHAN GANDA KOMPLEKS

20. [MRAK x RAN] Pilihlah:

A. Jika 1, 2, dan 3 benar

B. Jika 1 dan 3 benar

C. Jika 2 dan 4 benar

D. Jika 4 saja benar

E. Jika semua benar

1. Gelombang gravitasi pertama yang berhasil dideteksi berasal dari tabrakan dua pulsar.
2. Gelombang gravitasi merambat dengan kecepatan cahaya.
3. Keberadaan gelombang gravitasi diprediksi oleh Einstein dalam teori relativitas khususnya.
4. Frekuensi gelombang gravitasi yang dihasilkan dua objek yang akan bertabrakan semakin tinggi ketika kedua objek tersebut semakin dekat.

Solusi: gelombang gravitasi pertama kali dideteksi oleh LIGO pada tahun 2015. Gelombang gravitasi tersebut berasal dari tabrakan dua lubang hitam bermassa sekitar 36 dan 29 massa matahari. Maka, pernyataan 1 salah.

Gelombang gravitasi merambat dalam ruang-waktu dengan kecepatan cahaya, sesuai dengan relativitas umum yang menyatakan bahwa setiap interaksi fisik dibatasi oleh kecepatan cahaya. Maka, pernyataan 2 benar.

Keberadaan gelombang gravitasi diprediksi oleh Einstein pada 1916 dalam teori relativitas umumnya. Maka, pernyataan 3 salah.

Ketika dua objek yang saling mengorbit akan bertabrakan, radius orbit mereka akan terus mengecil, sehingga periode orbit mereka semakin singkat. Hal ini berarti variasi gravitasi objek akan terjadi dalam periode yang semakin cepat, sehingga frekuensi gelombang gravitasi meninggi. Maka, pernyataan 4 benar.

ISIAN SINGKAT

21. **[FS]** Berikut ini adalah tabel frekuensi banyak dan ukuran asteroid yang masuk ke atmosfer bumi.

No.	Ukuran (dalam meter)	Banyak
1.	1-10	5
2.	11-20	17
3.	21-30	289
4.	31-40	60
5.	41-50	89
6.	51-60	10
7.	61-70	5

Berdasarkan tabel di atas, tentukan modulus dari ukuran meteorit tersebut!

Solusi: Dengan menggunakan formula modulus data kelompok,

$$Mo = Lo + C \frac{d1}{d1 + d2}$$

Dengan Lo adalah tepi bawah, C adalah panjang kelas, $d1$ adalah selisih dengan kelas sebelumnya, dan $d2$ adalah selisih dengan kelas selanjutnya.

Karena kelas modulus adalah kelas ke-3 [21 – 30], maka tepi bawahnya adalah 20,5.

Sementara $C = 10$, dan $d1 = 289 - 17 = 272$, sementara $d2 = 289 - 60 = 229$, masukkan ke dalam persamaan di atas.

$$Mo = 20,5 + 10 \frac{272}{272 + 229}$$

Didapat $Mo = \mathbf{25,93}$ [correct to 3 significant figures].

22. **[RAN]** Sebuah pesawat luar angkasa berwarna kuning ($\lambda = 580 \text{ nm}$) berangkat dari Bumi menuju asteroid Milomilo yang berjarak 10 AU tanpa berbelok dalam perjalanan. Jika kecepatan awal pesawat adalah 0 dan percepatan pesawat konstan sebesar $1,86 \text{ km/s}^2$, berapakah persentase jarak tempuh pesawat yang dilalui tanpa bisa dilihat mata manusia terhadap jarak tempuh totalnya? (rentang panjang gelombang cahaya tampak: 380-740 nm, abaikan kecepatan Bumi)

Solusi: karena bergerak menjauh, pesawat akan mengalami pergeseran merah, sehingga warnanya akan bergeser ke λ yang lebih panjang. Gelombang cahaya

terpanjang yang dapat dilihat mata manusia memiliki panjang 740 nm. Berarti, kita harus mencari pada jarak berapa panjang gelombang warna pesawat mencapai 740 nm. Untuk mencarinya, dapat digunakan cara berikut:

$$s = \frac{(\Delta v)^2}{2a} = \frac{(v - v_0)^2}{2a} = \frac{(v - 0)^2}{2a} = \frac{v^2}{2a}$$

Sedangkan v dapat dicari menggunakan persamaan Doppler relativistik, yaitu:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} - 1$$

$$\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} = \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1\right)^2 = \left(\frac{\lambda - \lambda_0 + \lambda_0}{\lambda_0}\right)^2 = \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2$$

$$1 + \frac{v}{c} = \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2 \frac{v}{c}$$

$$\left(\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2 + 1\right) \frac{v}{c} = \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2 - 1$$

$$v = \frac{\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2 - 1}{\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2 + 1} c = \frac{\left(\frac{740}{580}\right)^2 - 1}{\left(\frac{740}{580}\right)^2 + 1} c = 71624623,45 \text{ m/s}$$

Memasukkan nilai v ke dalam persamaan jarak, didapat $s = 9,19$ AU. Ini berarti, pada jarak di atas 9,19 AU panjang gelombang cahaya dari pesawat akan melebihi 740 nm sehingga tidak bisa dilihat mata manusia. Karena pesawat pergi ke suatu tempat berjarak 10 AU, jarak yang ditempuh pesawat tanpa terlihat mata manusia adalah 10 AU dikurangi 9,19 AU, yaitu 0,81 AU. Persentase jarak tempuh pesawat yang dilalui tanpa terlihat mata manusia terhadap jarak tempuh total adalah $\frac{0,81}{10} \times 100\% = \mathbf{8,1\%}$.

23. **[AB]** Dalam melakukan rotasi planet A memiliki vektor momentum sudut $L = 3i + 4k - 5k$, sedangkan planet B memiliki vektor jari-jari $R = 2i + 4j + 5k$ dan vektor momentum linear $P = -2i + j$. Tentukanlah perbedaan inklinasi rotasi planet A dan planet B dalam satuan radian!

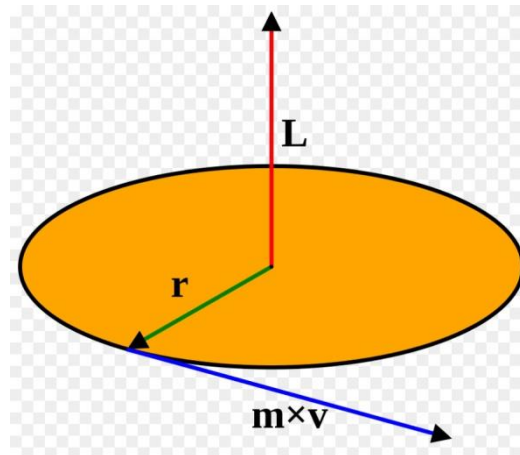
Solusi: Diketahui bahwa:

$$L_a = 3i - k$$

$$L_b = R \times P$$

$$L_b = 2k + 8k - 10j - 5i$$

$$L_b = -5i - 10j + 10k$$



Sumber: www.pngdownload.id

Di sini kita menganggap bidang xy sebagai bidang datar dengan z sebagai arah sumbu rotasi planet jika planet memiliki inklinasi 0 derajat.

Dengan catatan bahwa perbedaan sudut antara L_a dan L_b bukan merupakan perbedaan inklinasi, maka yang perlu kita lakukan ialah menentukan inklinasi masing masing L_a dan L_b .

Untuk L_a

Kita mencari sudut yang dibentuk bidang xy dengan vektor L_a .

Maka, $L_a = 3i - k$

Dan vektor acuan bidang xy,

$$L_a' = 3i + 0k$$

$$\text{Maka, } \cos \theta = \frac{L_a \cdot L_a'}{[L_a][L_a']} = 0,948$$

$$\theta \approx 18,4^\circ$$

$$\text{Maka, sudut inklinasi planet a} = 90 - 18,4 = 71,6^\circ$$

Untuk L_b

Kita mencari sudut yang dibentuk bidang xy dengan vektor L_b .

$$\text{Maka, } L_b = -5i - 10j + 10k$$

Dan vektor acuan bidang xy,

$$L_b' = -5i - 10j + 0k$$

$$\text{Maka, } \cos \theta = \frac{L_b \cdot L_b'}{[L_b][L_b']} = 0,745$$

$$\theta \approx 41,8^\circ$$

Dengan cara yang sama dengan L_a , sudut inklinasi planet b = $90 - 41,8 = 48,2^\circ$

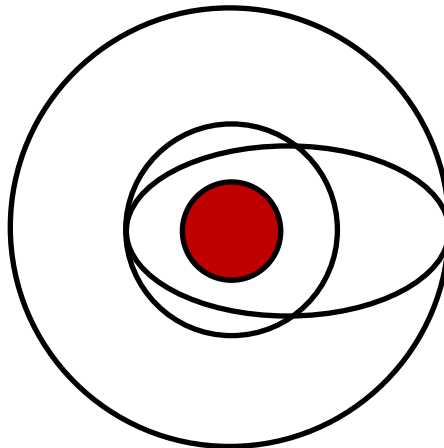
Maka, perbedaan inklinasi planet a dan planet b ialah $71,6 - 48,2 = 23,4^\circ$

Jika dikonversi ke radian, didapat perbedaan inklinasi sebesar $\frac{23,4}{360} \times 2\pi = \mathbf{0,41 \text{ rad}}$.

24. **[HLAS]** Sebuah satelit bergerak dalam orbit lingkaran di sekitar planet dengan periode revolusi sebesar $T = 64$ jam. Lintasan tersebut akan diubah ke orbit lingkaran lainnya dengan periode $T' = 125$ jam melalui cara seperti berikut: satelit tersebut diubah besar kecepatannya pada orbit pertamanya tanpa diubah arahnya sehingga satelit akan bergerak dengan orbit transisi berbentuk elips. Ketika satelit telah sampai ke orbit yang diinginkan, seketika kecepatannya diubah sesuai dengan kecepatan orbit kedua dengan periode T' . Tentukan waktu yang diperlukan untuk berpindah orbit?

Clue: gunakan hukum Kepler III saja.

Solusi: berikut ini adalah lintasan satelit pada orbit awal, orbit transisi, dan orbit akhirnya.



Orbit awal adalah lingkaran yang lebih kecil, orbit akhir adalah lingkaran yang lebih besar, dan orbit transfer adalah elips pada gambar di atas.

Berdasarkan hukum Kepler III:

$$a^3 \propto P^2$$

$$\frac{a_{awal}}{a_{akhir}} = \sqrt[3]{\frac{P_{awal}^2}{P_{akhir}^2}}$$

$$a_{awal} = \sqrt[3]{\frac{64^2}{125^2}} a_{akhir} = \frac{16}{25} a_{akhir}$$

Dapat dilihat pada gambar bahwa sumbu mayor orbit transisi sama dengan penjumlahan radius orbit awal dan akhir.

Maka,

$$2a_{transisi} = \frac{16}{25}a_{akhir} + a_{akhir}$$

$$a_{transisi} = \frac{16 + 25}{50}a_{akhir} = \frac{41}{50}a_{akhir}$$

Periode orbit transisi dapat dicari dengan hukum Kepler III:

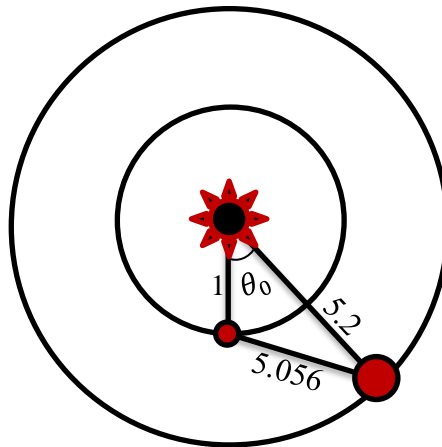
$$P^2 \propto a^3$$

$$P_{transisi} = \left(\frac{41}{50}\right)^{\frac{3}{2}} P_{akhir} = \left(\frac{41}{50}\right)^{\frac{3}{2}} \times 125 \text{ jam} = 92,82 \text{ jam}$$

Berdasarkan gambar, dapat dilihat bahwa perjalanan menuju orbit akhir dari orbit awal melalui orbit transisi memiliki jarak tempuh sebesar setengah orbit transisi. Dapat disimpulkan bahwa waktu yang dibutuhkan satelit untuk berpindah orbit sama dengan setengah periode orbit transisi, yaitu **46,41 jam**.

25. **[RAN]** Jarak Jupiter ke bumi hari ini adalah 5,056 AU, dan lebih jauh daripada jarak Jupiter ke Bumi kemarin. Berapakah sudut elongasi Jupiter 3 hari yang akan datang? Berada di posisi apakah Jupiter saat itu?

Solusi: berikut ini adalah skema posisi Matahari, Bumi, dan Jupiter hari ini.

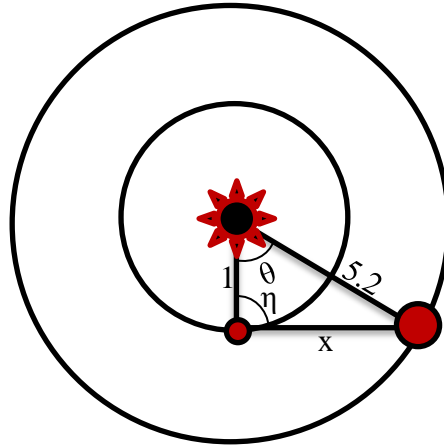


θ_0 adalah separasi sudut antara Bumi dan Jupiter dilihat dari Matahari hari ini, yang dapat dihitung dengan persamaan cosinus segitiga datar seperti berikut:

$$5.056^2 = 1^2 + 5.2^2 - 2 \times 1 \times 5.2 \times \cos \theta_0$$

$$\theta_0 = \cos^{-1} \left(\frac{1^2 + 5.2^2 - 5.056^2}{2 \times 1 \times 5.2} \right) = 76,22^\circ$$

Gambar di bawah ini adalah skema posisi Matahari, Bumi, dan Jupiter 3 hari mendatang.



Separasi sudut antara Bumi dan Jupiter dilihat dari Matahari 3 hari lagi dapat dicari dengan cara berikut:

$$\theta = \theta_0 + (\omega_{bumi} - \omega_{jupiter})t$$

$$\omega = \frac{360^\circ}{P}; P^2 = a^3$$

$$\theta = \theta_0 + \left(\frac{360^\circ}{365,25} - \frac{360^\circ}{\sqrt{5,2^3} \times 365,25} \right) t$$

$$\theta = 76,22^\circ + \frac{360^\circ}{365,25} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{5,2^3}} \right) \times 3 = 78,93^\circ$$

Menggunakan persamaan sin segitiga datar, didapat:

$$\frac{\sin \eta}{5,2} = \frac{\sin \theta}{x}$$

Nilai x dapat dicari menggunakan persamaan cos segitiga datar seperti berikut:

$$x^2 = 1^2 + 5,2^2 - 2 \times 1 \times 5,2 \times \cos \theta = 5,103 \text{ AU}$$

Memasukkan nilai x ke dalam persamaan sin, didapat:

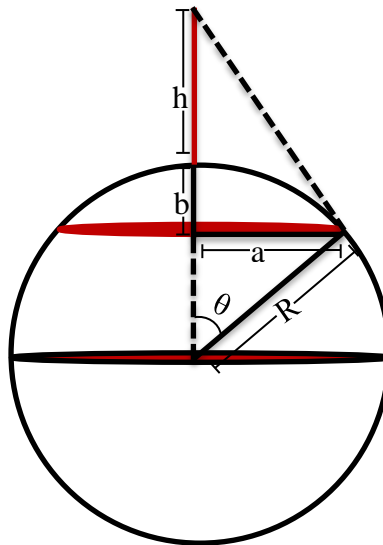
$$\sin \eta = \frac{\sin \theta}{5,103} \times 5,2$$

$$\eta = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \theta}{5,103} \times 5,2 \right) = \sin^{-1} \left(\frac{\sin 78,93^\circ}{5,103} \times 5,2 \right) \approx 90^\circ$$

Sudut elongasi Jupiter 3 hari yang akan datang adalah 90° , yang berarti Jupiter sedang berada dalam posisi kuadratur. Berdasarkan gambar, dapat dilihat bahwa Jupiter terbit lebih awal daripada Matahari (rotasi Bumi berlawanan arah jarum jam), yang berarti posisi Jupiter lebih barat dibanding Matahari jika dilihat dari Bumi. **Dapat disimpulkan bahwa Jupiter sedang berada dalam posisi kuadratur barat.**

26. [MAS] Suatu wahana antariksa mengorbit bumi pada ketinggian tertentu. Ketinggian minimum wahana tersebut agar dapat melihat seperempat permukaan bumi adalah ... km.

Solusi:



Jika dianggap bagian dari Bumi yang berada di atas lingkaran merah kecil adalah bagian Bumi yang dapat dilihat oleh satelit, maka luas permukaannya dapat dicari dengan rumus $A = 2\pi ab$ (coba google *spherical cap*).

Dari gambar, didapat $a = R \cos \theta$ dan $b = R(1 - \sin \theta)$. Diketahui perbandingan luas permukaan Bumi yang dapat dilihat satelit dengan luas permukaan total Bumi adalah seperempat. Maka,

$$\frac{1}{4} = \frac{2\pi R^2 \cos \theta (1 - \sin \theta)}{4\pi R^2}$$

$$1 = 2 \cos \theta (1 - \sin \theta)$$

$$1 = 2 \cos \theta - 2 \cos \theta \sin \theta$$

$$(2 \cos \theta \sin \theta)^2 = (2 \cos \theta - 1)^2; 1 = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta$$

$$4 \cos^2 \theta (1 - \cos^2 \theta) = 1 - 4 \cos \theta + 4 \cos^2 \theta$$

$$4 \cos^2 \theta - 4 \cos^4 \theta = 1 - 4 \cos \theta + 4 \cos^2 \theta$$

$$1 - 4 \cos \theta + 4 \cos^4 \theta = 0$$

$$\theta = 26,26^\circ$$

Ketinggian satelit dapat dicari dengan cara:

$$\cos \theta = \frac{R}{R + h}$$

$$h = R \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right) = \mathbf{733,99 \text{ km}}$$

27. [VG] Galaksi Andromeda merupakan objek terluas kedua di langit malam yang membentang dengan panjang dan lebar sebesar $3,167^\circ$ dan 1° . Karena objek tersebut tidak bisa diasumsikan sebagai titik, *surface brightness* digunakan untuk menghitung kecerlangan total. *Surface brightness* untuk Galaksi Andromeda adalah $22,4 \text{ mag/arcsec}^2$. Kecerlangan objek ini dibandingkan dengan matahari ($m = -26,7$) adalah ... kali.

Solusi: Asumsi: Galaksi Andromeda berbentuk elips sempurna, jadi luasnya adalah luas elips yaitu πab . Huruf a melambangkan setengah sumbu panjang dan b setengah sumbu pendek. Setelah itu, tentukan magnitudonya dan bandingkan kecerlangannya dengan matahari.

Diketahui:

$$m_{\text{sun}} = -26,7$$

$$2a = 3,167^\circ = 11401,2''$$

$$2b = 1^\circ = 3600''$$

$$S_{\text{gal}} = 22,4 \text{ mag/arcsec}^2$$

Ditanya:

$$\frac{E_{\text{gal}}}{E_{\text{sun}}} = ?$$

Jawab:

$$m_{\text{gal}} = S_{\text{gal}} - 2,5 \log A$$

$$m_{\text{gal}} = 22,4 - 2,5 \log \left(\frac{\pi \times 11401,2}{2} \times \frac{3600}{2} \right)$$

$$m_{\text{gal}} = 3,63$$

$$m_{gal} - m_{sun} = -2,5 \log \left(\frac{E_{gal}}{E_{sun}} \right)$$

$$\frac{E_{gal}}{E_{sun}} = 10^{-0,4(m_{gal} - m_{sun})}$$

$$\frac{E_{gal}}{E_{sun}} = 10^{-0,4(3,63 + 26,7)}$$

$$\frac{E_{gal}}{E_{sun}} = \mathbf{7,38 \times 10^{-13}}$$

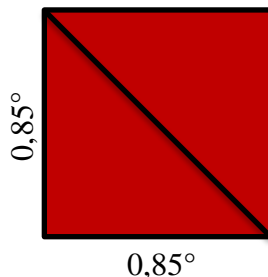
28. **[HLAS]** Teleskop Zeiss berdiameter 60 cm dan memiliki focal ratio f/18. Pada teleskop tersebut diletakkan sebuah CCD 80 x 80 pixel dengan ukuran 2 mm/pixel. Jika sebuah komet melintas pada malam Minggu, lalu Miko yang adalah seorang jomblo iseng mengukur panjang komet tersebut sebesar $1,16^\circ$ pada CCD, tentukan apakah komet tampak utuh pada CCD atau tidak! Jika ya, berapa panjangnya pada CCD? Jika tidak, berapakah ukuran pixel yang diperlukan agar komet tampak utuh?

Solusi: yang pertama harus dilakukan adalah mencari skala bayangan teleskop Zeiss. Skala bayangan teleskop dapat dicari dengan cara seperti berikut:

$$S_b = \frac{206265}{f_{ob}}$$

Sedangkan panjang fokus objektif teleskop dapat dicari dengan mengalikan focal ratio dengan diameternya. Memasukkan nilai fokus objektif sebesar 18 x 60 cm, didapat skala bayangan sebesar $19,099''/\text{mm}$. Karena 1 pixel berukuran 2 mm, skala bayangan ini sama dengan $2 \times 19,099''/\text{pixel}$ atau $38,197''/\text{pixel}$.

CCD yang tertempel pada teleskop memiliki dimensi 80 x 80 pixel. Ini berarti satu sisi CCD dapat menampung citra seukuran $80 \times 38,197''$, atau $3055,78''$. Jika dikonversi ke derajat, ukuran ini sama dengan $0,85^\circ$. Sedangkan ukuran sudut terbesar yang dapat dimuat dalam CCD sama dengan ukuran sudut yang dapat dimuat oleh diagonal CCD.



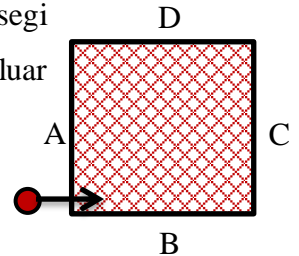
Maka, ukuran sudut terbesar yang dapat dimuat dalam CCD adalah $0,85^\circ \times \sqrt{2}$, atau $1,2^\circ$. Karena ukuran sudut komet lebih kecil dari ukuran sudut maksimum yang dapat

dimuat CCD, **komet bisa tampak utuh di CCD**. Ukuran komet di CCD dapat dihitung seperti berikut:

$$\text{ukuran komet} = \frac{1,16^\circ}{S_b} = \frac{1,16 \times 3600}{19,099} \text{ mm} = \mathbf{218,65 \text{ mm}}$$

29. [RT] Sebuah proton memasuki medan magnet 0,5 mT berbentuk persegi berukuran $8 \times 8 \text{ cm}^2$. Tentukan kecepatan minimal proton agar dapat keluar melalui sisi D!

Solusi: kecepatan minimal proton agar dapat keluar melalui sisi D adalah kecepatan yang dibutuhkan proton agar bisa bergerak setengah lingkaran dengan diameter lintasan 8 cm (btw, motif silang-silang itu awalnya dimaksudkan agar jadi tanda kalau arah medan magnetnya menuju permukaan tempat soal ini ditampilkan, tapi ternyata, hasil akhirnya tidak sesuai ekspektasi ☹).



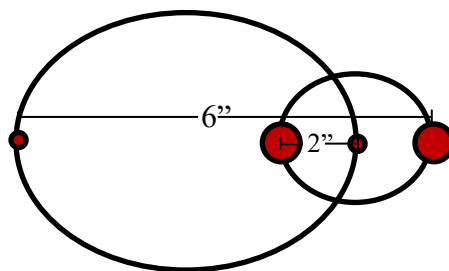
$$F_L = F_{sp}$$

$$Bqv = \frac{mv^2}{r}$$

$$v = \frac{Bqr}{m} = 1915 \text{ m/s} \approx \mathbf{1,9 \text{ km/s}}$$

30. [MAS] Suatu sistem bintang ganda berjarak 8 pc memiliki separasi sudut maksimum $6''$ dan minimum $2''$. Keduanya saling mengorbit dengan periode 100 tahun. Jika perbandingan massa kedua bintang adalah 1:3, maka bintang yang memiliki massa lebih besar mengorbit dengan kecepatan ... km/s.

Solusi: soal ini dikerjakan dengan asumsi inklinasi orbit kedua bintang adalah 90°



Berdasarkan gambar di atas, separasi minimum terjadi saat kedua bintang berada pada posisi periastron, sedangkan separasi maksimum terjadi saat kedua bintang berada pada posisi apastron. Maka,

$$6+2 = r_{ap1} + r_{ap2} + r_{per1} + r_{per2} = 2a_1 + 2a_2$$

$$a_1 + a_2 = \frac{6 + 2}{2} = 4''$$

Ukuran linear sumbu semimayor sistem dapat dicari dengan persamaan diameter sudut:

$$\theta = \frac{D}{d}$$

$$D = \theta d = 4 \times 8 = 32 \text{ AU}$$

Sumbu semimayor bintang yang bermassa lebih besar dapat dicari dengan cara:

$$m_1 a_1 = m_2 a_2$$

$$m_1 a_1 = m_2 (32 \text{ AU} - a_1)$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{32 \text{ AU}}{a_1} - 1$$

$$3 = \frac{32 \text{ AU}}{a_1} - 1$$

$$a_1 = 8 \text{ AU}$$

Sedangkan massa total sistem dapat dicari dengan hukum Kepler III:

$$\frac{a(\text{AU})^3}{P(\text{tahun})^2} = M_1 + M_2 (M_{\text{matahari}})$$

$$M_1 + M_2 = 3,28 M_{\text{matahari}}$$

Jika diasumsikan eksentrisitas orbit kedua bintang sama, nilainya dapat dicari dengan cara:

$$6'' = a_1(1 + e) + a_2(1 + e) = 4''(1 + e)$$

$$e = \frac{6}{4} - 1 = 0,5$$

Kecepatan orbit bintang akan mencapai maksimum pada posisi periastron, dan minimum pada posisi apastron. Kecepatan maksimum bintang bermassa lebih besar adalah:

$$v = \sqrt{G(M_1 + M_2) \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{G(M_1 + M_2) \left(\frac{2}{a(1-e)} - \frac{1}{a} \right)} = 46,62 \text{ km/s}$$

Dengan cara yang sama, didapat kecepatan minimum bintang sebesar 15,54 km/s.

Kecepatan orbit bintang yang bermassa lebih besar adalah di antara 15,54 km/s dan 46,62 km/s.