

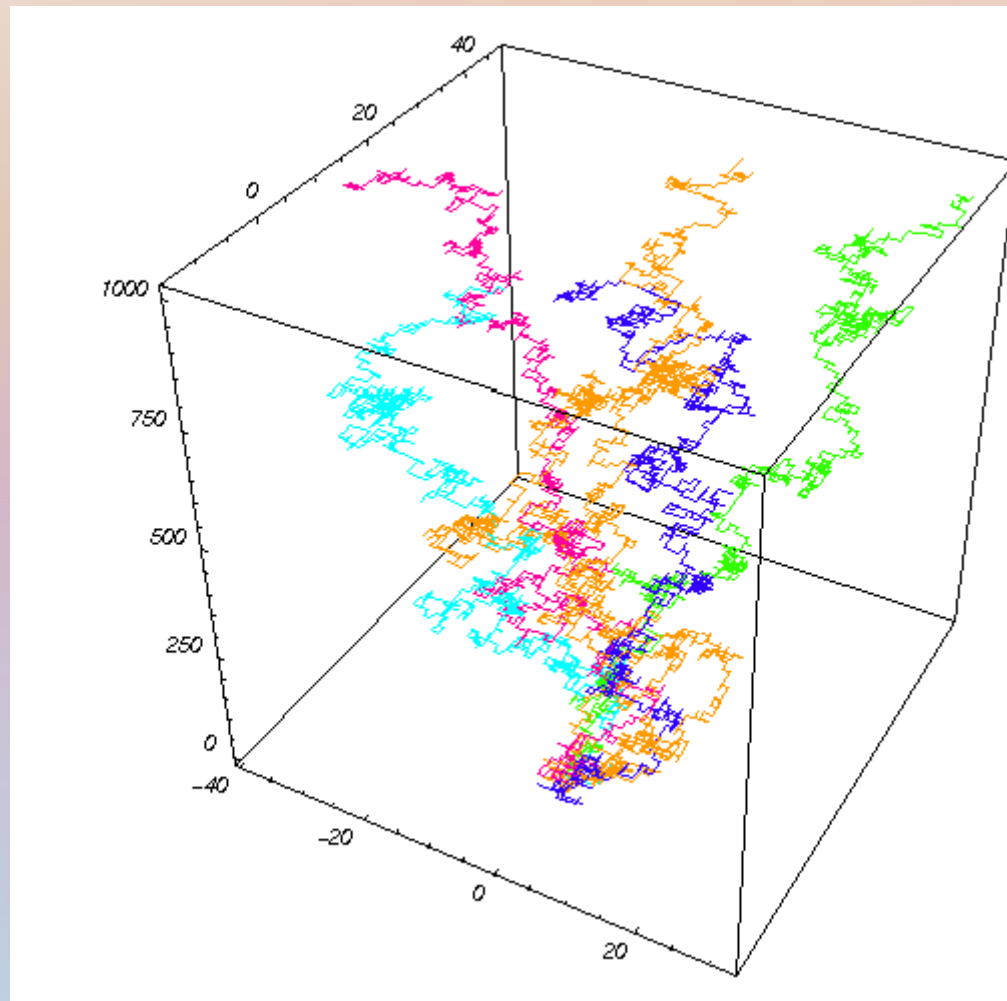
Random Walk Simulation of Radiation from the Sun

Febrie Ahmad Azizi - 20912008

Ridlo Wahyudi W. - 20912009

Random Walk

Random walk merupakan formalisasi matematis pada sebuah jalur dengan menggunakan konsep langkah secara acak.

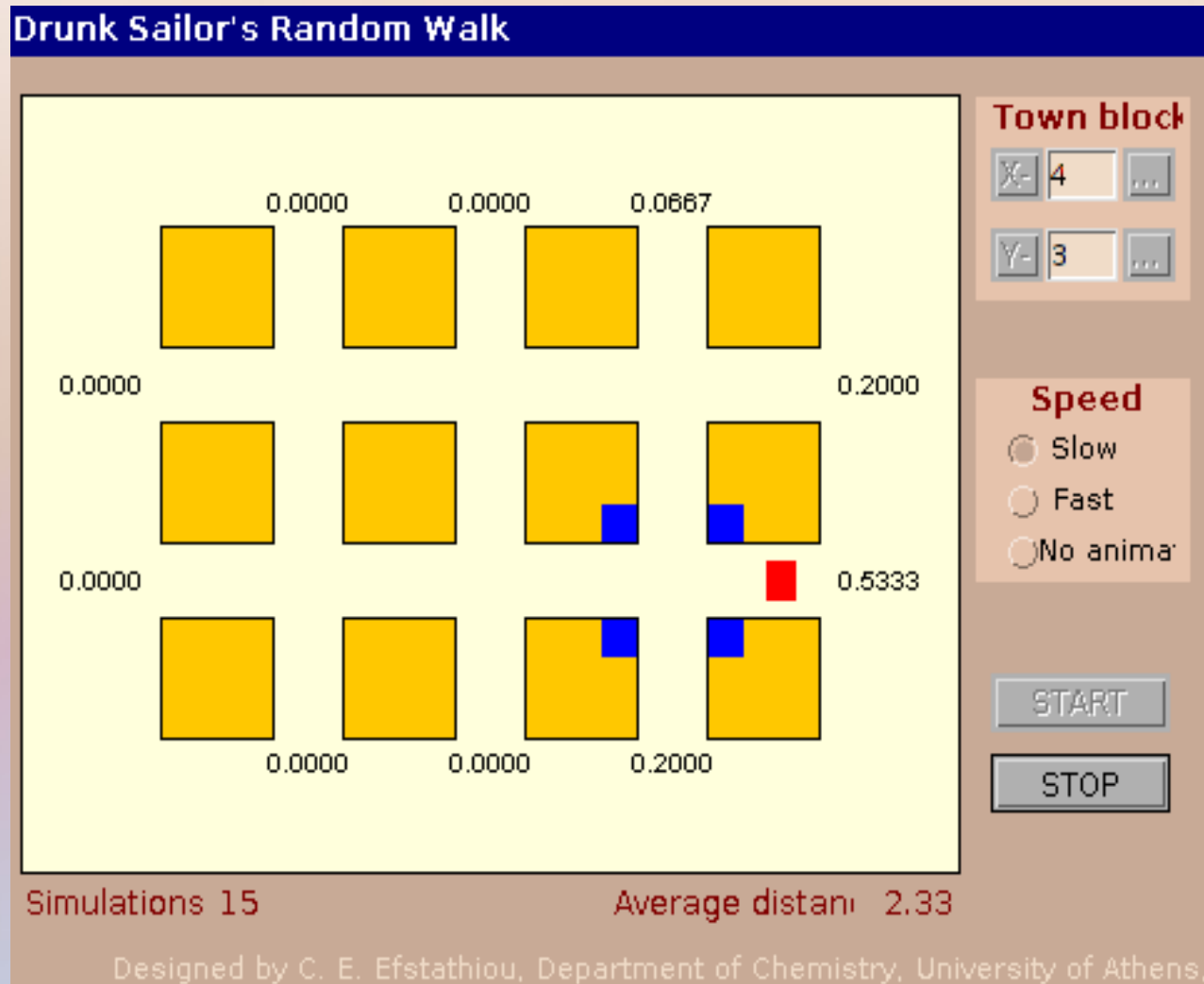


Contoh Sederhana: Two Drunken Sailor

Asumsi : setiap blok berbentuk persegi dan pelaut MABUK!.

- 1st sailor :
 - Bergerak dari suatu persimpangan jalan
 - Secara acak memilih arah ketika di persimpangan
- 2nd sailor :
 - Setelah beberapa langkah berganti arah secara acak
 - Ada kalanya si pelaut terhenti setelah beberapa langkah

Contoh simulasi : Drunken Sailor



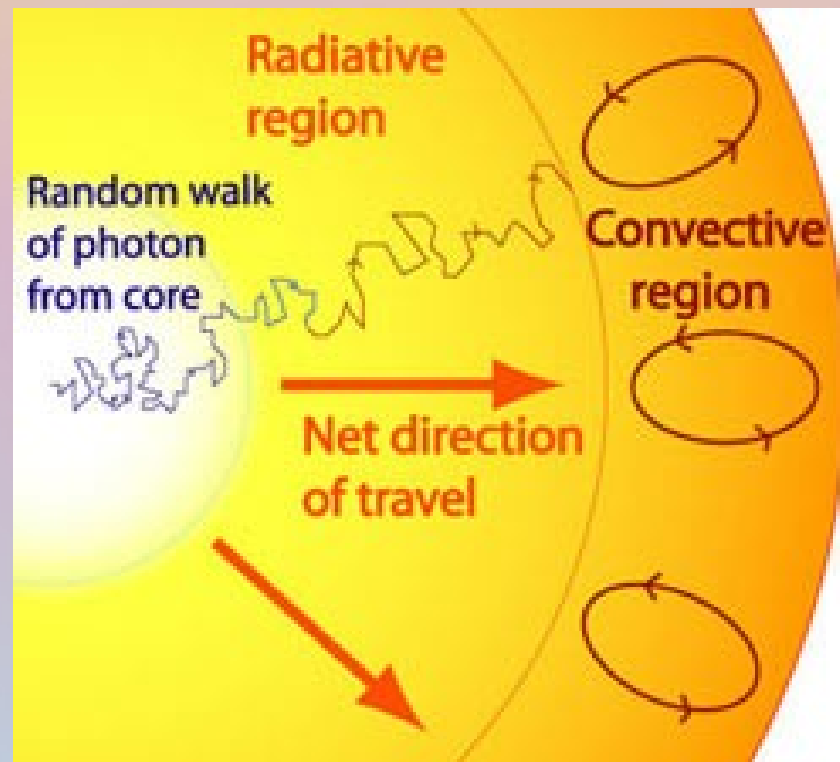
Contoh Lain Penerapan Random Walk

- Pergerakan atom pada kisi (2D)
- Pergerakan atom pada liquid (3D)
- *Pergerakan foton pada bintang (3D)*
- Pergerakan neutron pada serpihan material (3D)
- etc..

Random walk simulation of radiation from the Sun

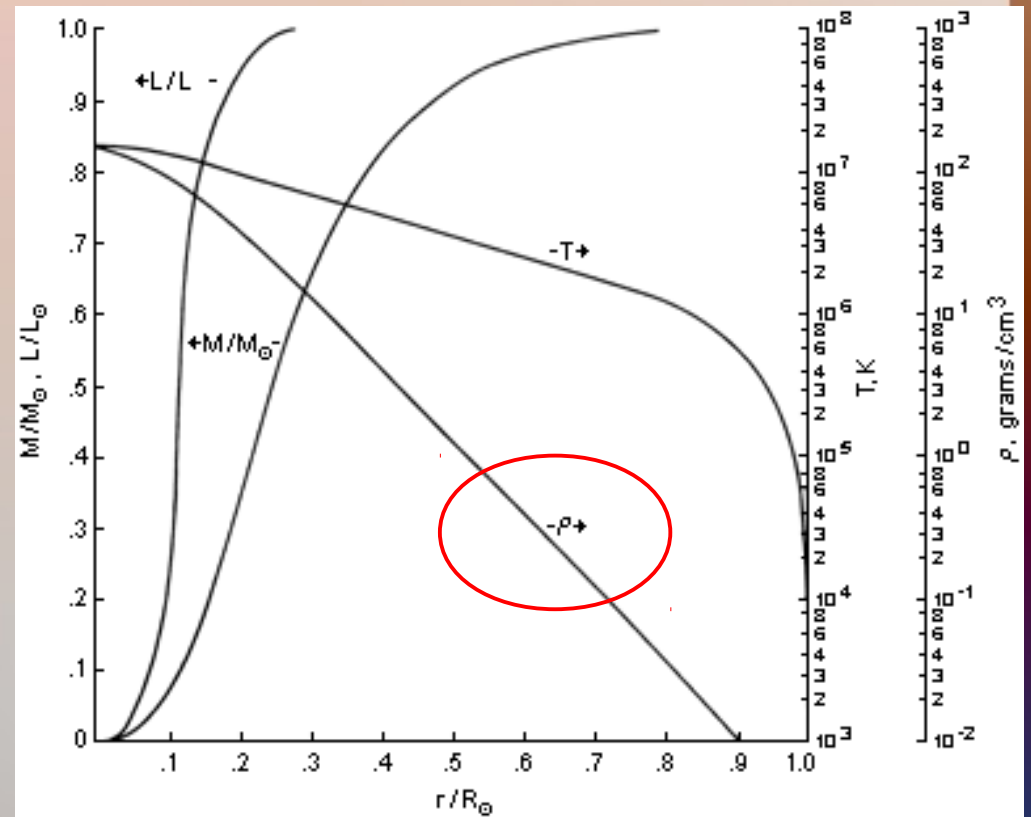
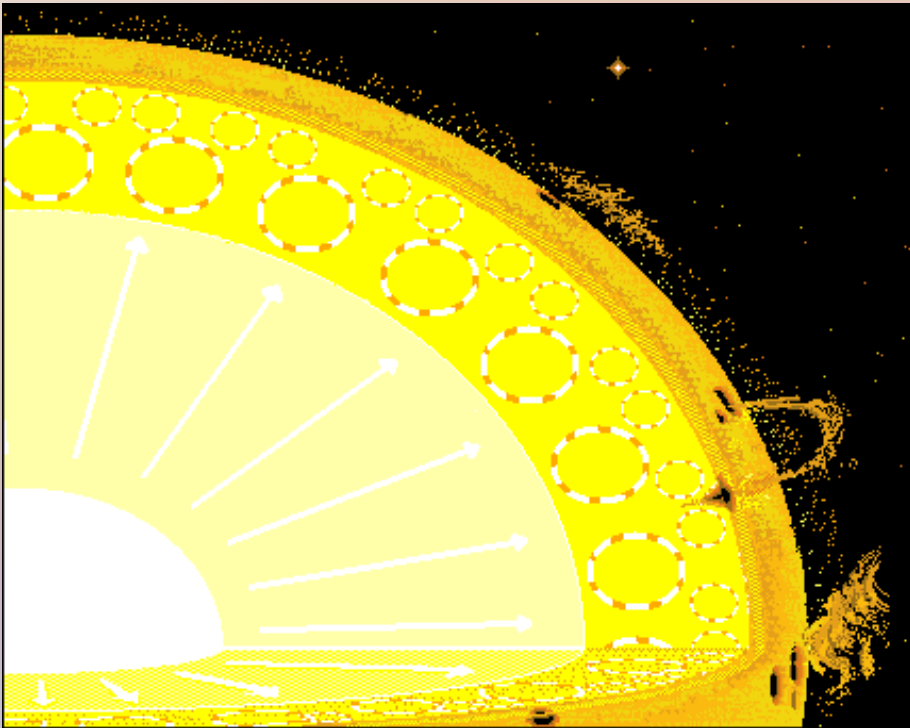
Tujuan:

- mengetahui waktu tempuh rata-rata yang ditempuh foton selama berada di zona radiasi Matahari.
- membuat model spektrum hasil random walk foton yang keluar dari zona radiasi Matahari.*



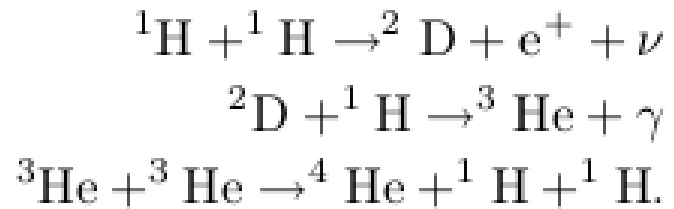
Model kerapatan zona radiasi:

- kerapatan konstan (rata-rata)
 - kerapatan dengan gradien linier menurun
- nilai yang diharapkan berada satu orde diantara kedua model ini.



Model Standar Matahari

Energi terbentuk di pusat Matahari dalam bentuk neutrino dan radiasi melalui *p-p cycle*.

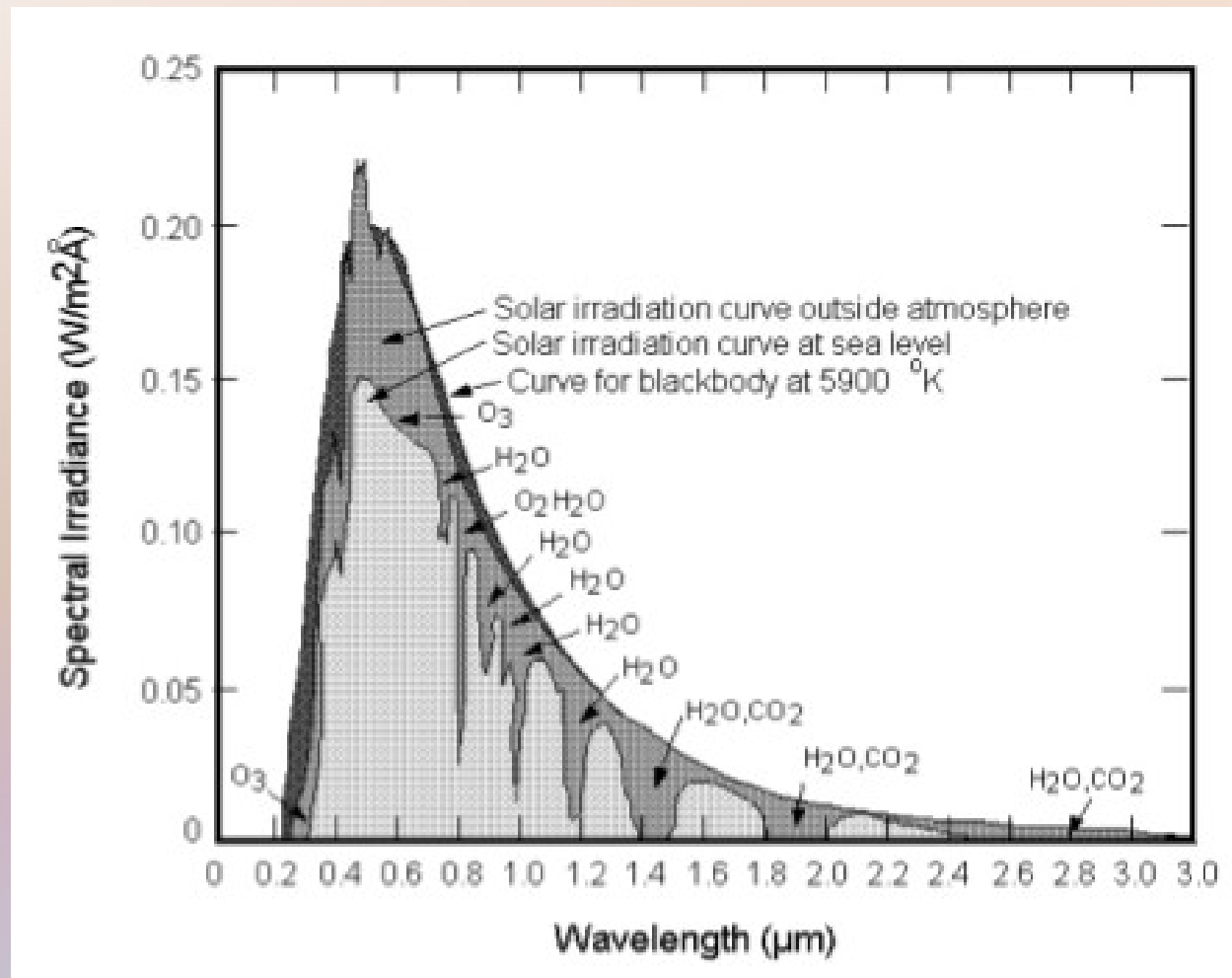


Neutrino dapat langsung lolos dari dalam matahari hanya dalam beberapa detik, karena memiliki cross section interaksi yang sangat kecil.

Sedangkan foton membutuhkan waktu *ratusan ribu hingga jutaan tahun* untuk dapat keluar mencapai permukaan Matahari.

Foton hasil *p-p cycle* merupakan foton sinar-gamma, namun spektrum permukaan Matahari yang sangat mirip benda hitam dengan suhu 5900K (visible). Sesuatu pasti terjadi dalam perjalanan foton dari inti ke permukaan Matahari.

Spektrum Matahari



Foton akan bergerak melalui inti Matahari, zona radiasi (hingga 500000 km), kemudian bergerak menuju permukaan ($R_s = 700$ ribu km) dengan melewati zona konveksi.

Jika investigasi kita lakukan, maka energi foton paling banyak berkurang ketika melewati zona radiasi, sehingga peristiwa di dalam zona radiasi ini sangat penting. Foton yang melewati zona radiasi ini dapat dimodelkan dengan menggunakan *random-walk*

Ketika berada di zona radiasi foton akan berinteraksi dengan elektron dan proton yang berada di sana (interaksi (hamburan) dengan elektron jauh lebih besar).

Cross section for an interaction:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar E_3}{8\pi m_2 c E_1} \right)^2 S |\mathcal{M}|^2$$

E_1 = energi foton

E_3 = energi resultan

partikel yang berinteraksi

m_2 = massa partikel

S = faktor statistik

$|\mathcal{M}|$ = amplitudo hamburan

dengan $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg dan $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg sehingga cross section proton 10^8 kali lebih kecil dibanding elektron

Mean free path (f) antar interaksi yang dipengaruhi kerapatan dan Thomson cross-section (σ_T) \rightarrow klasik :

$$\begin{aligned} m_{\odot\text{rad}} &= \rho_{\odot\text{rad}} V_{\odot\text{rad}} \\ N &= \frac{m}{m_e + m_p} \\ f &= \frac{V}{\sqrt{2}\sigma_T N}, \end{aligned}$$

N = jumlah partikel

$$f = \frac{m_e + m_p}{\sqrt{2}\sigma_T \rho}.$$

Program

Simulasi dilakukan dengan membuat sumber foton berasal dari pusat bintang ($r = 0$), kemudian foton bergerak dengan kecepatan cahaya (c) ke arah yang acak. Setiap time step lalu diperiksa apakah foton mengalami tumbukan, jika tidak maka jalan terus, jika iya maka diberikan nilai random lagi untuk arah gerak yang baru ($v \text{ tetap} = c$).

Time step (dt) dibuat sedemikian sehingga panjang jalurnya $l = c * dt$ cukup kecil dibanding dengan mean free path nya (f)

Probabilitas tumbukan

$$P = 1 - e^{-l/f},$$

- model kerapatan konstan

- model kerapatan dengan gradien tetap (linier)

$$\rho = - \left(3 \times 10^4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \frac{5r}{R_{\text{rad}}} + (1.5 \times 10^5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$$

R_{rad} = radius zona radiasi

r = radius posisi foton saat itu,

Sehingga setiap step dihitung terlebih dahulu kerapatan, dan mean free path (f), baru kemudian menghitung probabilitasnya (P)

Jika kita menggunakan $R_{\text{rad}} = R_{\text{sun},\text{rad}}$ perhitungan akan selesai dalam waktu (computational time) yang sangat lama untuk satu foton saja. Sehingga program akan dibuat untuk R_{rad} yang jauh lebih kecil, kemudian hasil dari banyak random dan beberapa R_{rad} dapat kita gunakan untuk melakukan ekstrapolasi mendapatkan *escape time* untuk $R_{\text{rad}} = R_{\text{sun},\text{rad}}$.

main program

```
double r, theta, phi, x, y, z, dx, dy, dz, Rrad, P, l, f, rho, dt, t, prand;  
double Rsun = 500000000.;  
double me = 9.11e-31; // kg  
double mp = 1.67e-27; // kg  
double sigmaT = 6.65245854533e-29; // m^2  
unsigned int n=0;  
x = 0.0; y = 0.0; z = 0.0, t=0.0;  
Rrad = 0.05; // m  
  
// constant density  
rho = 15000.;  
f = (me+mp)/(sqrt(2.)*sigmaT*rho);  
dt = f/(10.*c);  
l = c*dt;  
P = 1. - exp(-l/f);
```

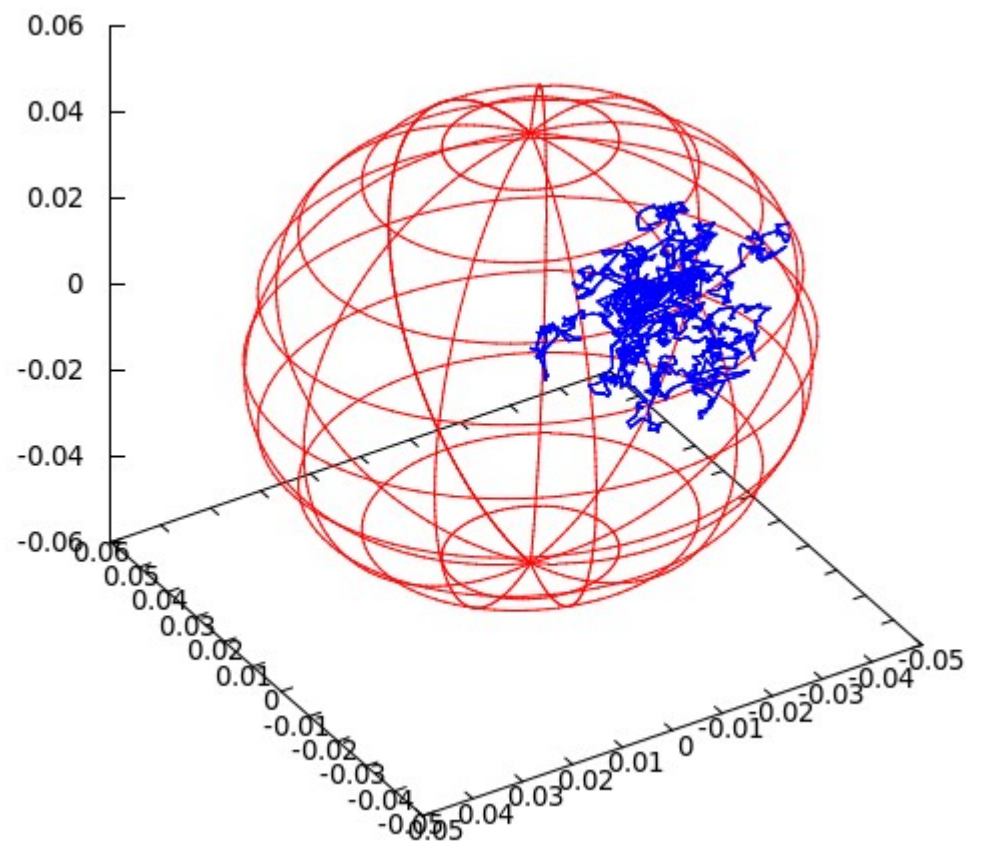
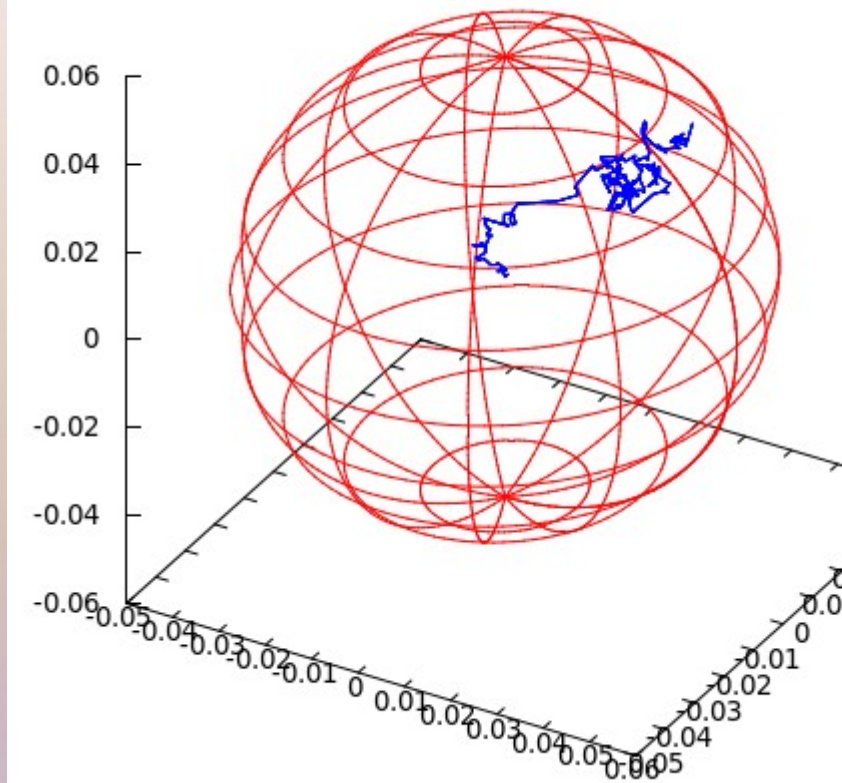


```

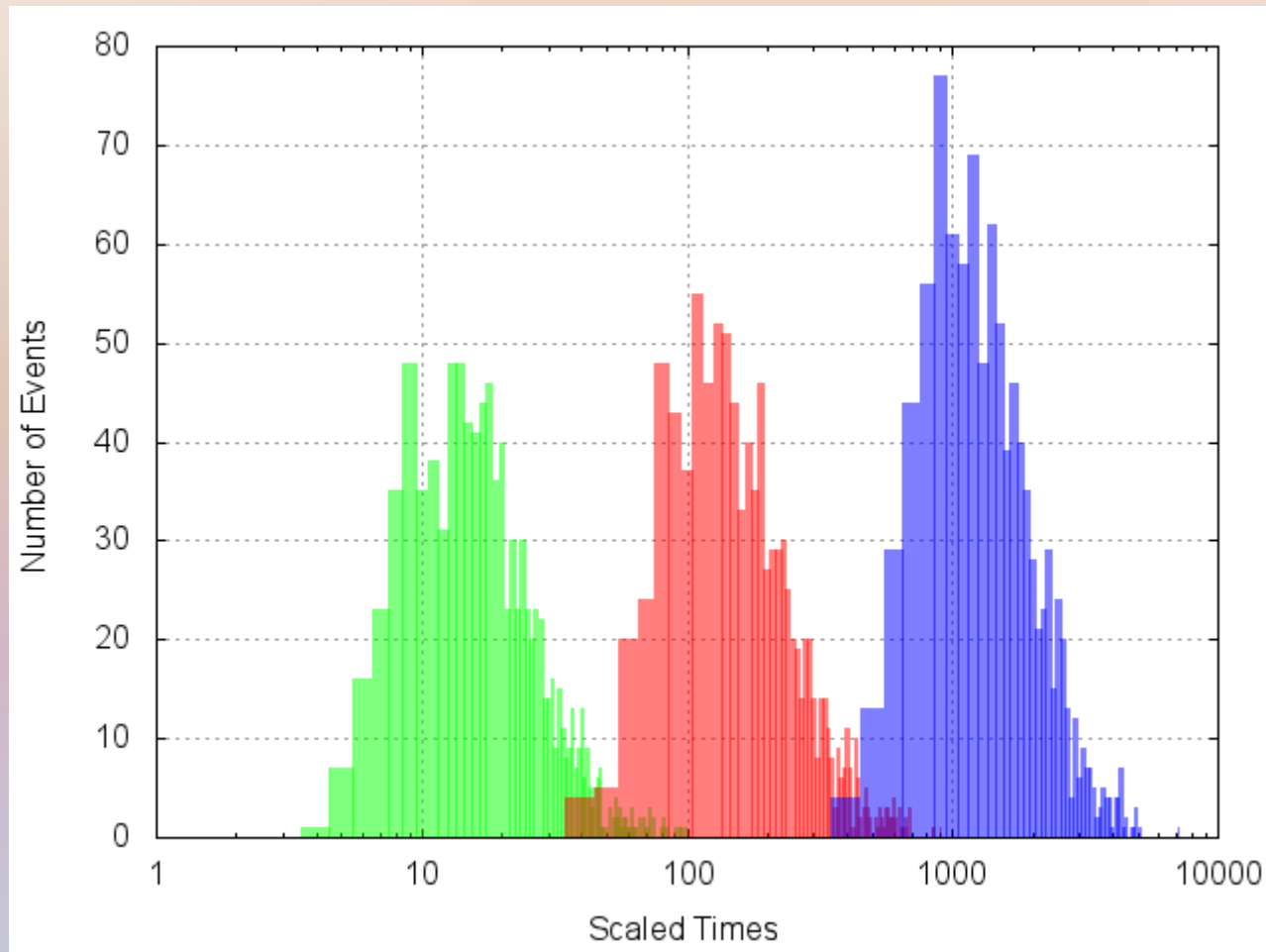
srand(time(NULL));
phi = 2.*M_PI*unirand(); theta = acos(1.-2.*unirand());
do{
    prand = unirand();
    if (prand < P){ // collision
        phi = 2.*M_PI*unirand();
        theta = acos(1.-2.*unirand());
        dx = l*sin(theta)*cos(phi);
        dy = l*sin(theta)*sin(phi);
        dz = l*cos(theta);
        x=x+dx; y=y+dy; z=z+dz;
    }
    else { // no collision
        dx = l*sin(theta)*cos(phi);
        dy = l*sin(theta)*sin(phi);
        dz = l*cos(theta);
        x=x+dx; y=y+dy; z=z+dz;
    }
    t = t+dt; n = n+1;
    r = sqrt(x*x + y*y + z*z);
} while (r <= Rrad);
double tm = t/(Rrad/c);
cout << tm << " " << n << endl;
usleep(1001000);
return 0;
}

```

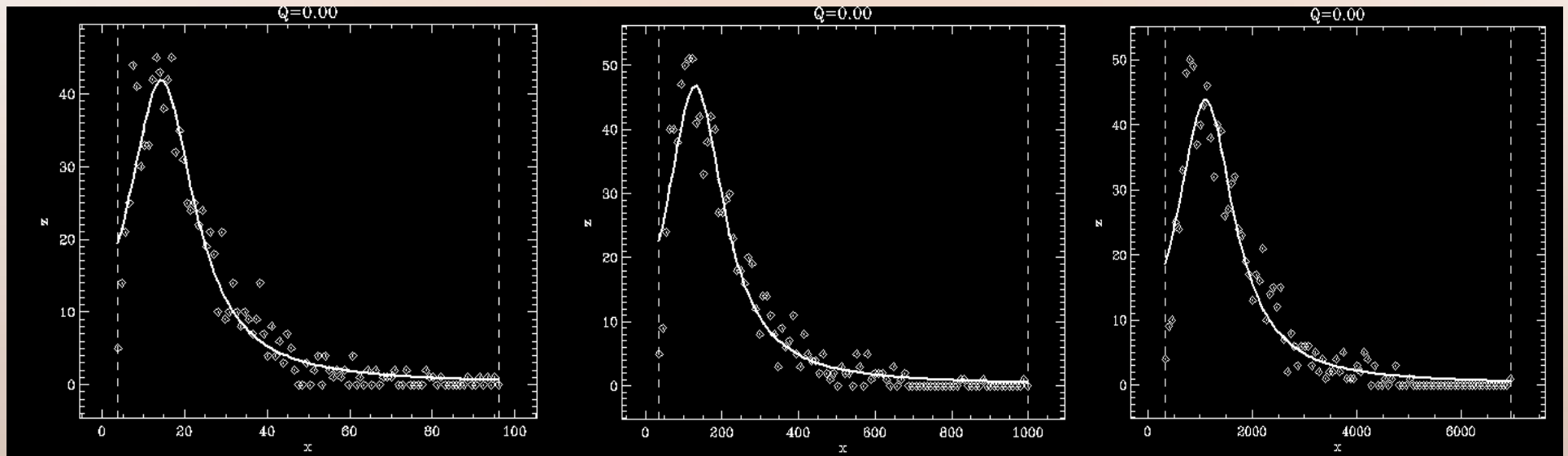
Contoh hasil



Distribusi $t_{\text{mode, scale}}$ untuk 3 Rrad dengan masing-masing 1000 kali *running*



Fitting (lorentzian)



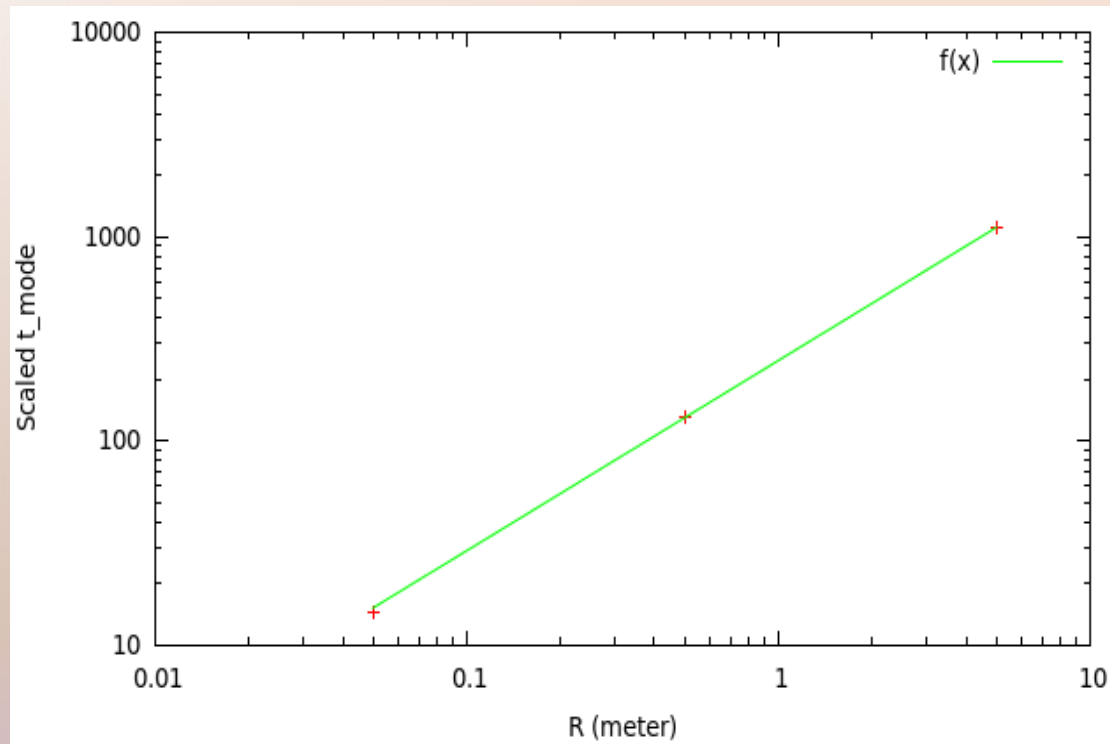
Center:

0.05 m \rightarrow 14.33

0.5 m \rightarrow 130

5 m \rightarrow 1108

Fitting



Kita peroleh persamaan

$$t_{\text{mode_scale}} = 247.516 \times R_{\text{rad}}^{0.9313}$$

Sehingga $t_{\text{mode_scale}}$ untuk radius Matahari: 31231201061.8

Dan $t_{\text{mode}} = t_{\text{mode_scale}} \times R_{\text{sun,rad/c}} = 52052001769.6$ detik
= 1649.428 tahun

Referensi:

1. Harwit, Martin. *Astrophysical Concepts*: Third Edition. New York: Springer-Verlag New York, Inc., 2000.
2. Ryden, Barbara & Bradley M. Peterson. *Foundations of Astrophysics*. San Francisco: Pearson Addison-Wesley, 2010.
3. Walker, Lisa May. "*The random walk of radiation from the Sun.*" 2006.