

The Random Walk of Radiation from The Sun

Ridlo Wahyudi Wibowo and Febrie Ahmad Azizi

Department of Computational Science, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Institut Teknologi Bandung, Jalan Ganesa 10, Bandung 40132, Indonesia

Abstract. Salah satu proses utama yang terjadi pada inti Matahari adalah *p-p cycle*. Dari proses tersebut dihasilkan neutrino dan sinar gamma sebagai energi yang dibangkitkan oleh Matahari. Berbeda dengan neutrino yang dapat mudah melewati lapisan matahari, sinar gamma, dikarenakan *cross section* yang besar, mengalami berbagai tumbukan dalam prosesnya melewati lapisan matahari terutama pada zona radiasi Matahari. Pada zona ini pergerakan foton tersebut dapat disimulasikan dengan menggunakan *random walk*. Pada pekerjaan ini akan dilakukan simulasi *random walk* foton untuk mendapatkan perkiraan waktu yang dibutuhkan foton untuk melewati zona radiasi. Penyederhanaan dilakukan dengan menggunakan model kerapatan konstan (rata-rata) dan model kerapatan linear (gradien konstan). Dari simulasi ini didapati bahwa dibutuhkan waktu $x - y$ tahun untuk foton keluar dari zona radiasi Matahari.

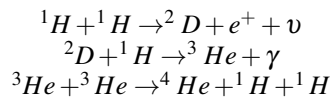
Keywords: Random Walks, Foton, Star: Sun

PACS: -

PENDAHULUAN

Energi diciptakan dari inti matahari dalam bentuk neutrino dan radiasi sinar gamma melalui proses proton-proton (*p-p cycle*). Neutrino dengan mudahnya dapat keluar dalam beberapa detik setelah dihasilkan karena neutrino hampir tidak berinteraksi dengan benda, sementara foton diperkirakan membutuhkan waktu 100.000 hingga 1000.000 tahun untuk keluar dari Matahari. Foton yang dihasilkan dari *p-p cycle* adalah sinar gamma yang berenergi tinggi, tetapi spektrum permukaan Matahari yang teramati dapat didekati dengan benda hitam bertemperatur 5900K (cahaya visual). Sesuatu pasti terjadi sebelum foton mencapai permukaan matahari.

Energi yang dihasilkan di inti matahari utamanya berasal dari *p-p cycle*. Reaksi ini mengikuti pola sebagai berikut



Setelah sinar gamma dihasilkan melalui proses *p-p cycle*, sinar tersebut harus melalui $R_{\odot} = 700.000$ km untuk keluar dari Matahari ($R_{\odot, \text{rad}} \approx 500.000$ km). Foton dari inti Matahari ini menghabiskan lebih banyak waktunya di zona radiasi daripada zona konveksi (Gambar 1), sehingga zona radiasi merupakan zona yang sangat krusial untuk diuji (juga karena masih sedikit studi tentang zona ini). Simulasi bagaimana sebuah foton melalui zona radiasi dapat dimodelkan dengan menggunakan simulasi *random walk*.

Pada inti dan zona radiasi, energi berpindah dalam bentuk foton yang berinteraksi dengan elektron pada saat proses perpindahan tersebut. Pada zona radiasi ter-

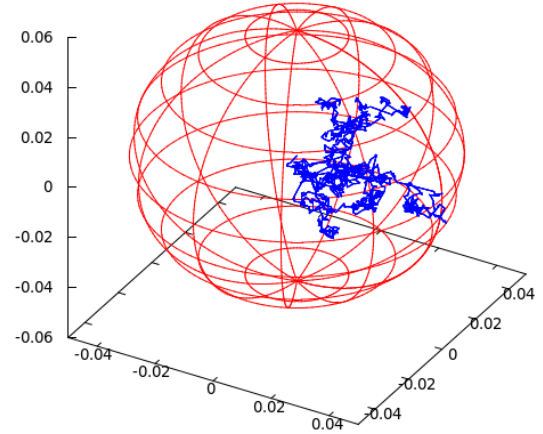


FIGURE 1. Random Walk di zona radiasi.

dapat jumlah proton dan elektron yang sama, tetapi elektron memiliki peran yang penting pada proses *scattering*. *Cross section* Thomson digunakan untuk menghitung *mean free path* tumbukan antara foton dan elektron.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{hE_3}{8\pi m_2 c E_1} \right)^2 S |M|^2$$

dimana E_1 adalah energi foton, E_3 adalah energi resultan partikel, m adalah massa dari partikel, S adalah faktor statistik, dan $|M|^2$ adalah amplitudo. Diketahui bahwa massa elektron

$$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

dan massa dari proton adalah

$$m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

dari perhitungan di atas didapati bahwa cross section proton 10^8 kali lebih kecil daripada elektron. Sehingga interaksi dengan proton sangat jarang terjadi (dapat diabaikan).

Di dalam zona radiasi, foton bergerak hingga menumbuk sebuah elektron (*scattering*), pada saat itu foton akan kehilangan sebagian energinya (berubah panjang gelombangnya) dan akan kembali bergerak pada arah yang acak (masih dengan kecepatan cahaya $-c$).

Jika diamati faktor terpenting dari proses penghamburan di inti dan zona radiasi adalah *mean free path* antar interaksi. *Mean free path* (f) ini dihasilkan dari kerapatan zona radiasi Matahari ($\rho_{\odot rad}$) dan *cross section Thomson* σ_T . *Mean free path* dihitung dengan persamaan berikut:

$$\begin{aligned} m_{\odot rad} &= \rho_{\odot rad} V_{\odot rad} \\ N &= \frac{m}{m_e + m_p} \\ f &= \frac{V}{\sqrt{2} \sigma_T N} \end{aligned}$$

dimana N adalah jumlah partikel. Sehingga *mean free path* dapat dihitung dengan

$$f = \frac{m_e + m_p}{\sqrt{2} \sigma_T N}$$

METODA SIMULASI

Dalam simulasi ini, foton diletakkan pada $r = 0$, dan mulai bergerak dengan kecepatan c dalam arah yang acak. Pengambilan arah acak diawal dan ketika terjadi *collision* dilakukan dengan menggunakan koordinat bola. Untuk memperoleh sebaran *uniform* diperlukan pemilihan *theta* dan *phi* yang benar, yaitu mengikuti:

$$\begin{aligned} \theta &= \arccos(1 - 2r_1) \\ \phi &= 2\pi r_2 \end{aligned}$$

Dalam proses tracking digunakan persamaan sebagai berikut

$$r_{col} = -f \times \ln(r_3)$$

dimana r_{col} adalah jarak tumbukan dari titik asal dan r_1, r_2, r_3 adalah bilangan random *uniform* antara 0 dan 1.

Dua macam kerapatan akan digunakan pada pekerjaan ini. Yang pertama adalah kerapatan konstan, kerapatan konstan yang digunakan $\rho \approx 15.000 \text{ kg/m}^3$ yaitu kerapatan maksimum zona radiasi. Yang kedua adalah kerapatan dengan gradien konstan (linear).

$$\rho = -(3 \times 10^4) \frac{5r}{R_{rad}} + (1.5 \times 10^5)$$

dimana R_{rad} adalah radius yang jauh lebih kecil daripada radius matahari yang sesungguhnya karena jika

radius matahari yang dipergunakan, akan diperlukan waktu yang sangat lama untuk meloloskan satu foton keluar dari Matahari, r adalah radius posisi dari foton pada saat mengalami pergerakan. Dikarenakan kerapatan yang tidak lagi konstan maka untuk kasus tersebut ρ dan f harus dihitung kembali setiap foton bergerak. Simulasi dilakukan untuk radius yang berbeda $R_{rad} = 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 2.0, 5.0$ dengan masing-masing 1000 foton. Output dari program adalah $t_{mode, scale}$ yang merupakan perbandingan waktu tempuh foton tersebut keluar dari R_{rad} secara *random walk* dengan apabila foton bergerak lurus tanpa halangan. Setiap nilai radius di atas akan dicek distribusi dari seribu kali percobaan tersebut untuk memperoleh $t_{mode, scale}$ yang paling sering muncul. Setelah itu akan dilakukan fitting untuk dapat memperkirakan apabila kita pergunakan $R_{rad} = R_{\odot rad}$ dalam simulasi.

Simulasi dilakukan dengan mencoba program untuk diterapkan pada *single-processor* dan pada *multi-processor*. Digunakan server dengan *processor* Intel core i7, 4 core, 8 threads. *Running time* untuk percobaan yang dilakukan diperlihatkan pada Tabel 1.

HASIL

Setelah dilakukan running program didapatkan distribusi $t_{mode, scale}$ ditunjukkan pada Gambar 2 dan 3. Jika di fitting masing-masing distribusi dengan menggunakan fungsi Lorentzian diperoleh nilai tengah yang ditunjukkan pada Tabel 2. Jika kita lakukan fitting dengan fungsi power log ($f(R_{rad}) = aR_{rad}^b$) hasilnya diperlihatkan pada Gambar 4. Untuk model kerapatan konstan diperoleh:

$$t_{mode, scale} = 270.219 \times R_{rad}^{1.001}$$

sehingga untuk $R_{rad} = 5 \times 10^8 \text{ m}$ menghasilkan $t_{mode} = 1.378 \times 10^{11}$, sehingga waktu tempuhnya untuk keluar dari zona radiasi Matahari adalah:

$$t = t_{mode} \times \frac{R_{\odot rad}}{c} = 2.297 \times 10^{11} = 7279.97 \text{ tahun.}$$

Untuk model kerapatan linear diperoleh:

$$t_{mode, scale} = 1327.61 \times R_{rad}^{0.982361}$$

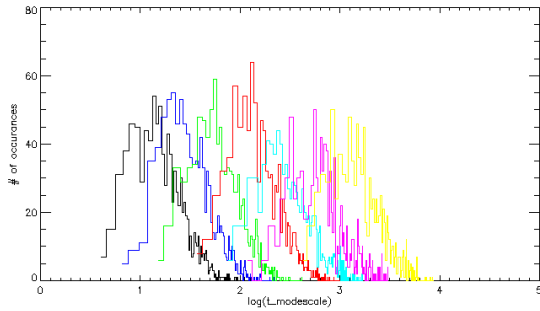
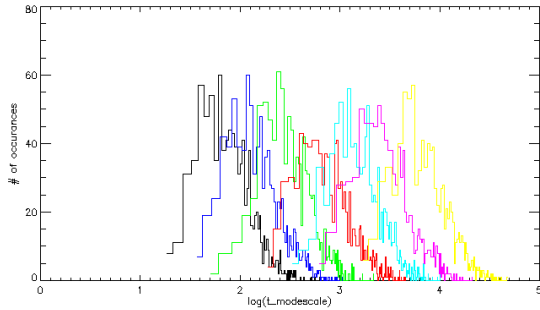
sehingga untuk $R_{rad} = 5 \times 10^8 \text{ m}$ dibutuhkan waktu 24623.18 tahun untuk foton keluar dari zona radiasi Matahari.

CONCLUSION

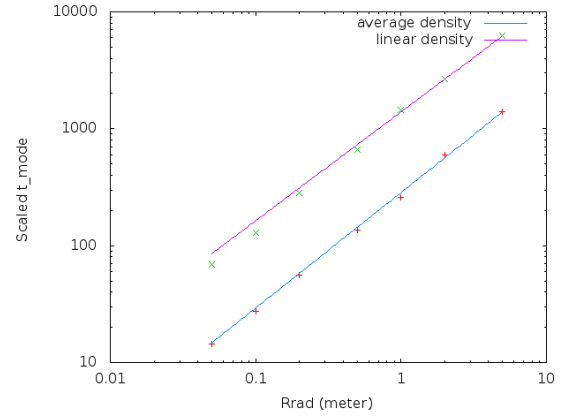
Foton menempuh perjalanan yang lebih lama pada model kerapatan linear dibandingkan dengan kerapatan rata-rata. Hasil yang diperoleh masih lebih kecil daripada

TABLE 1. Running time dari program random walk foton.

Radius	Running Time (s)			
	Constant	Constant MPI	Linear MPI (4 Thread)	Linear MPI (8 Thread)
0.05	0.27	0.06	2.34	1.67
0.1	1.05	0.21	9.16	6.61
0.2	4.03	0.8	34.91	26.71
0.5	25.67	5.14	213.64	155.57
1.0	104	21	957	651
2.0	408	88	3596	2578
5.0	2637	497	22326	14778
Total time	53 menit	9.97 menit	448.117 menit	298.3 menit

**FIGURE 2.** Distribusi random walk foton untuk kerapatan konstan.**FIGURE 3.** Distribusi random walk foton untuk kerapatan linear.

yang diperkirakan dan dihitung oleh [3]. Hal ini kemungkinan disebabkan kesalahan dalam penggunaan fitting lorentzian dalam menentukan titik tengah distribusi random walk foton. Penggunaan MPI dibuktikan dapat memaksimalkan kinerja komputer *multi-processor* dalam pekerjaan ini, sehingga waktu komputasi menjadi lebih singkat dibandingkan dengan menggunakan *single-processor*.

**FIGURE 4.** Log-log plot dari $t_{mode, scale}$ vs R_{rad} untuk kerapatan konstan dan linear. Data ini di-fit dengan menggunakan power law.**TABLE 2.** Titik tengah dari distribusi jarak tempuh foton.

Radius	Center (t-mode)	
	Constant	Linear
0.05	1.43×10^1	6.90×10^1
0.1	2.74×10^1	1.30×10^2
0.2	5.58×10^1	2.83×10^2
0.5	1.35×10^2	6.65×10^2
1.0	2.61×10^2	1.44×10^3
2.0	5.92×10^2	2.68×10^3
5.0	1.39×10^3	6.22×10^3

ACKNOWLEDGMENTS

Ucapan terima kasih kami ucapkan kepada rekan Muhammad Yusuf yang sudah memberikan akses ke cluster dan bantuan teknisnya.

REFERENCES

1. Harwit, Martin, *Astrophysical Concepts*: Third Edition. New York: Springer-Verlag New York, Inc., 2000.
2. Ryden, Barbara & Bradley M. Peterson, *Foundations of Astrophysics*. San Fransisco: Pearson Addison-Wesley, 2010.
3. Walker, Lisa May. *The random walk of radiation from the Sun*. 2006.