Chapitre 3 - Limite d'une fonction (1)

I. Limite finie à l'infini

A. Définition et notation

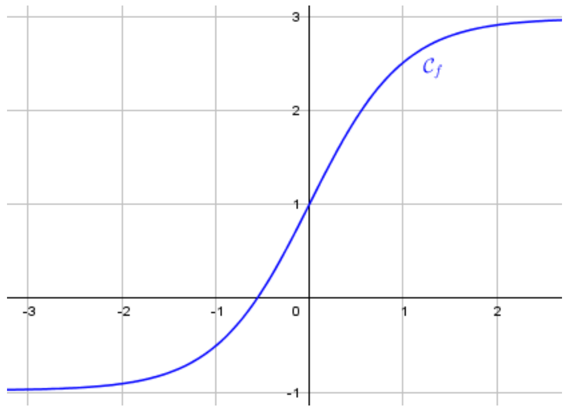
Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et soit L un nombre réel.

- Si $I =]a; +\infty[$, on dit que la **limite de f en $+\infty$ est égale à** L lorsque la distance entre $f(x)$ et L est aussi proche de zéro que l'on veut dès que x est assez grand. On note alors : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = L$.
- Si $I =]-\infty; a[$, on définit de façon analogue : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = L$.

Remarque : Dire que « la distance entre $f(x)$ et L est aussi proche de zéro dès que x est assez grand » signifie que pour tout entier naturel k, on a $|f(x) - L| < 10^{-k}$ dès que x est supérieur à un certain seuil. Dans ce cas, on dit alors que $f(x)$ **tend vers** L **lorsque** x **tend vers** $+\infty$.

Exemple : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont une partie de la représentation graphique est donnée ci-contre. Par lecture graphique, déterminer les limites de f :



B. Asymptote horizontale

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.
Si la fonction f admet une limite finie L en $+\infty$ (respectivement $-\infty$), alors on dit que la droite d d'équation $y = L$ est une **asymptote horizontale** à la courbe $\mathcal{C}$ en $+\infty$ (resp. $-\infty$).

Remarque : Donner une interprétation graphique d'une limite revient à déterminer les éventuelles asymptotes.

Exemple 1 : On reprend l'exemple de la partie 1. Déterminer les asymptotes pour la courbe de la fonction f.

Exemple 2 : Soit une fonction g définie sur $\mathbb{R}$ telle que $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 4$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = -2$.
On note $\mathscr{C}_g$ la représentation graphique de la fonction g.
Donner une interprétation graphique des limites précédentes.

II. Limite infinie en un point

A. Définitions et notations

B. Asymptote verticale