Pertemuan 4
DISTRIBUSI TEORETIS

Dr. Tukiyat,M.Si
081398222862

Program Studi Magister Teknik Informatika
Program Pascasarjana
Universitas Pamulang

Kajian

DISTRIBUSI DISKRIT

- Distribusi Binomial
- Proses & Distribusi Poisson

DEFINISI KONSEP

- Distribusi probabilitas adalah sebuah susunan distribusi yang mempermudah mengetahui probabilitas sebuah peristiwa.
- Merupakan hasil dari setiap peluang peristiwa,

Variabel Diskrit

- Variabel yang merupakan hasil penghitungan
- Variabel yang merupakan bilangan bulat dan jumlahnya terbatas

VARIABEL ACAK (RANDOM)

Variabel acak (random)
Sebuah ukuran atau besaran yang merupakan hasil suatu percobaan atau kejadian yang terjadi acak atau untung-untungan dan mempunyai nilai yang berbeda-beda.

Variabel acak diskret Ukuran hasil percobaan yang mempunyai nilai tertentu dalam suatu interval.

Variabel acak kontinu Ukuran hasil percobaan yang mempunyai nilai yang menempati seluruh titik dalam suatu interval.

VARIABEL DISKRIT DAN VARIABEL KONTINYU

- Variabel diskrit adalah:
  1. Variabel yang merupakan bilangan bulat dan jumlahnya terbatas
  2. Variabel yang merupakan hasil penghitungan
- Variabel kontinyu adalah:
  1. Variabel yang terdiri dari nilai-nilai yang terletak dalam interval tertentu, bisa berupa bilangan bulat maupun pecahan..
  2. Variabel yang merupakan hasil pengukuran.

Distribusi Binomial

- Sebuah variabel random, X, menyatakan jumlah sukses dari *n* percobaan Bernoulli dengan *p* adalah probabilitas sukses untuk setiap percobaan;
- dikatakan mengikuti **distribusi (diskrit) probabilitas binomial** dengan parameter *n* (jumlah sukses) dan *p* (probabilitas sukses).
- Selanjutnya, variabel random X disebut **variabel random binomial**.

Proses Bernoulli /Percobaan Bernoulli

Percobaan Bernoulli adalah percobaan yang memenuhi kondisi-kondisi berikut:

1. Satu percobaan dengan percobaan yang lain **independen**. Artinya, sebuah hasil tidak mempengaruhi muncul atau tidak munculnya hasil yang lain.
2. Setiap percobaan memberikan dua hasil yang mungkin, yaitu ***sukses**** dan ***gagal***. Kedua hasil tersbut bersifat **mutually exclusive** dan **exhaustive**.
3. **Probabilitas sukses**, disimbolkan dengan ***p***, adalah **tetap** atau konstan. **Probabilitas gagal,** dinyatakan dengan ***q***, adalah ***q = 1-p.***

* Istilah *sukses* dan *gagal* adalah istilah statistik yang tidak memiliki implikasi positif atau negatif.

Distribusi Binomial

Secara umum:

1. **Probabilitas** dari *x* sukses dari *n* percobaan dengan probabilitas sukses *p* dan probabili-tas gagal *q* adalah:

$$p^x q^{(n-x)}$$

2. **Jumlah urutan** dari *n* percobaan yang menghasilkan tepat *x* sukses adalah jumlah pilihan *x* elemen dari total *n* elemen:

$$nCx = \binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

Distribusi Binomial

Distribusi probabilitas binomial :

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x q^{(n-x)} = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{(n-x)}$$

dimana :
p probabilitas sukses sebuah percobaan,
q = 1-p,
n jumlah percobaan, dan
x jumlah sukses.

Jumlah sukses x	Probabilitas P(x)
0	$\frac{n!}{0!(n-0)!} p^0 q^{(n-0)}$
1	$\frac{n!}{1!(n-1)!} p^1 q^{(n-1)}$
2	$\frac{n!}{2!(n-2)!} p^2 q^{(n-2)}$
3	$\frac{n!}{3!(n-3)!} p^3 q^{(n-3)}$
M	M
n	$\frac{n!}{n!(n-n)!} p^n q^{(n-n)}$
	1.00

Contoh Distribusi Binomial

- Kepada mahasiswa diberikan kesempatan untuk tidak masuk kuliah sebanyak 4 kali dari 10 kali pertemuan. Jika dalam 1 kelas ada 5 mahasiswa, maka peluang kelima mahasiswa tersebut masuk semua?

probabilitas tidak masuk = p = percobaan sukses

Probabilitas masuk = q = percobaan gagal.

Karena ada 4 mahaiswa dari 10 maka p =0,4 dan q = 0,6

Karena dalam pertanyaan bahwa mahasiswa semua masuk maka yang ditanya x = 0

$$\text{Rumus} \quad : b(x;n;p) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x}$$

n = jumlah percobaan, x = jumlah kemungkinan, p = jumlah peluang, q = jumlah kemungkinan gagal

$$b(0;5;0,4) = \frac{5!}{0!(5-0)!} 0,4^0 0,6^{5-0} = 0,0776$$

Jadi peluang bahwa 5 mahasiwa masuk semua sebanyak 10 kali pertemuan ada 7,76 %

Lanjutan Distribusi Binomial

- Pada kasus yang sama, berapa peluang kelima mahasiswa tersebut jika 1 orang yang tidak masuk?

$$b\,(1;5;0.4) = \frac{5!}{1!\,(5-1)!}\,(0.4^1\,0.6^{5-1}$$

$$b\,(1;5;0.4) = \frac{5!}{1!\,(4)!}\,(0.4^1\,0.6^4$$

$$b\,(1;5;0.4) = \frac{120}{24}\,(0.4\,x\,0.1296)$$

- Distribusi binomial dipengaruhi oleh nilai :
  - Jika P < 0,5 maka distribusi akan melenceng ke kanan
  - P > 0,5 distribusi akan melenceng ke kiri

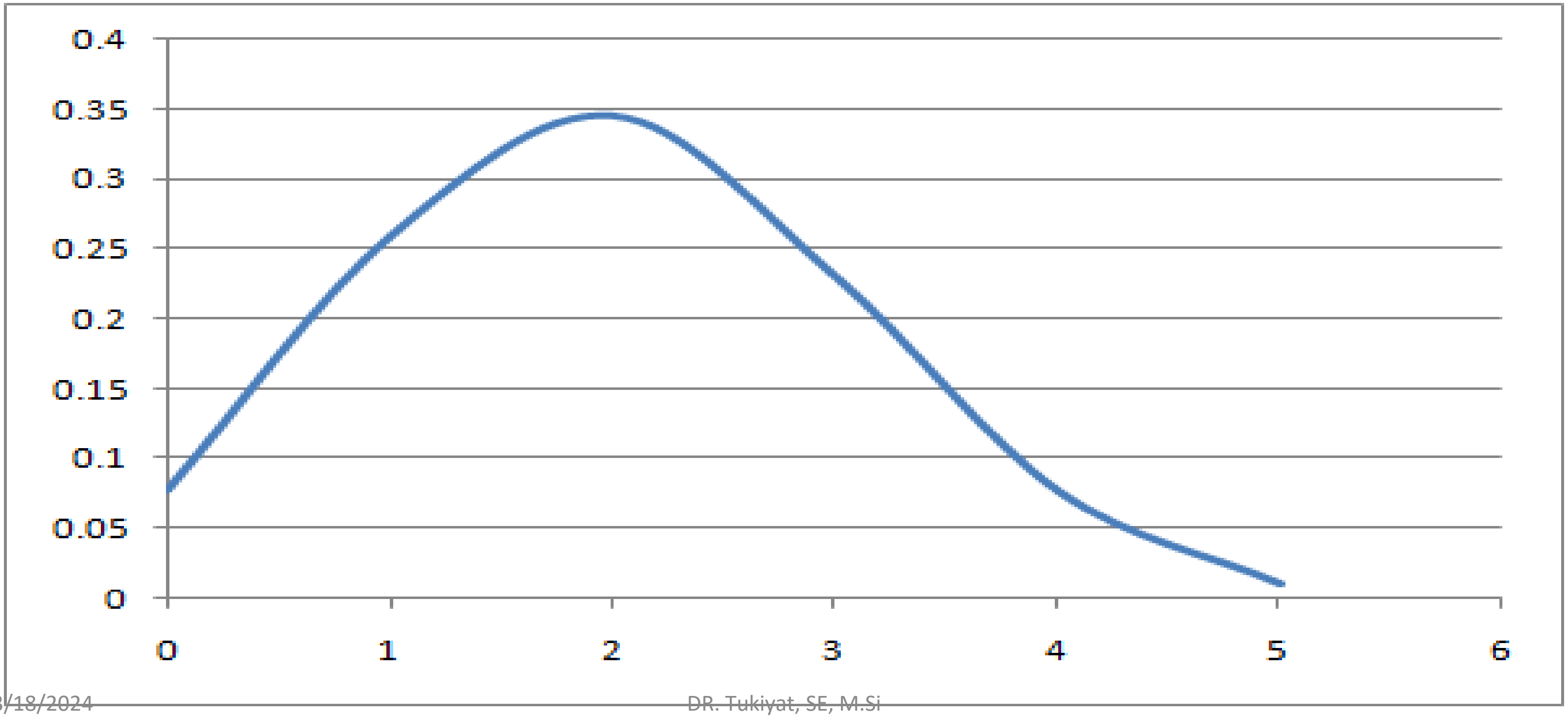
MENGGUNAKAN MS EXCEL UNTUK DISTRIBUSI BINOMIAL

1. Anda klik icon *fx* atau anda klik icon *insert* dan pilih *fx function*.
2. Anda pilih menu *statistical* pada function category
3. Anda pilih menu Binomdist pada function name, Anda tekan OK.
4. Setelah anda tekan OK pada langkah ke-3, maka akan keluar kotak dialog seperti berikut:

BINOMDIST Number_s : ………… (masukkan nilai X) Trials : ……….. (masukkan nilai n) Probability : ………… (masukkan nilai p) Cumulative: ………… (tulis kata False)

Nilai P(r) akan muncul pada baris Formula result atau tanda (=)

p (x)	prob binom	prob cum	PROB	n sample
p (x)	Binom	kumulatif	0.4	5
0	0.07776	0.07776		
1	0.2592	0.33696		
2	0.3456	0.68256		
3	0.2304	0.91296		
4	0.0768	0.98976		
5	0.01024	1		



LATIHAN KETERAMPILAN

- PT MJF mengirim buah melon ke Hero. Buah yang dikirim 90% diterima dan sisanya ditolak. Setiap hari 15 buah dikirim ke Hero. Berapa peluang 15 dan 13 buah diterima?

- Jawab:
- Untuk mencari nilai distribusi binomial dapat menggunakan tabel distribusi binomial dengan n=15; dimana X =15, dan X = 13 dengan P(p)= 0,9 dan dapat diperoleh nilai ...?

- (silahkan dihitung dengan rumus binomial!!!!!

DISTRIBUSI POISSON

DISTRIBUSI POISSON

- Dikembangkan oleh Simon Poisson
- Poisson memperhatikan bahwa distribusi binomial sangat bermanfaat dan dapat menjelaskan dengan baik, namun untuk n di atas 50 dan nilai P(p) sangat kecil akan sulit mendapatkan nilai binomialnya.

Distribusi Probabilitas Poisson (1)

Distribusi probabilitas Poisson bermanfaat dalam penentuan probabilitas dari sejumlah kemunculan pada rentang waktu atau luas/volume tertentu. Variabel random Poisson menghitung kemunculan pada interval waktu yang kontinyu.

Fungsi distribusi probabilitas Poisson :

$$P(x) = \frac{\alpha^x e^{-\alpha}}{x!} \quad \text{untuk x} = 1,2,3,\ldots$$

dimana α adalah rata-rata distribusi (yang juga merupakan variansi) dan *e* adalah bilangan logaritmik natural (*e=2.71828...*).

Distribusi Poisson

- Pada distribusi ini, peluang terjadinya suatu kejadian sangat jarang atau sangat sering, nilai rata-rata diketahui dengan cara $\mu = n.p$
- Untuk $n > 30$, rumus Poisson :

$$\boxed{P(x) = e^{-\mu}\, \mu^{x} / x!}$$

Keterangan :

$P(x)$	= Probabilitas x
μ	= Banyaknya sukses yang diharapkan
e	= Suatu konstanta matematis yang nilainya mendekati 2,71828
x	= Banyaknya sukses setiap unit

Proses & Distribusi Poisson

Sifat-sifat Proses Poisson:

- Jumlah sukses yang terjadi dalam suatu selang waktu (atau daerah tertentu) tidak dipengaruhi (*independent*) terhadap kejadian pada selang waktu atau daerah yang lain.
- Kemungkinan terjadinya suatu sukses (tunggal) dalam interval waktu yang pendek (Δt mendekati nol) sebanding dengan panjang interval dan tidak tergantung pada banyaknya sukses yang terjadi di luar interval tersebut.
- Kemungkinan terjadinya lebih dari satu sukses dalam interval waktu yang pendek dapat diabaikan.

Distribusi Probabilitas Poisson untuk n besar

Perusahaan telepon memberikan 1000 pilihan pesawat telepon (sebagai kombinasi warna, type, fungsi, dll). Sebuah perusahaan membuka cabang baru dan tersedia 200 sambungan telpon dimana setiap karyawan boleh memilih pesawat telepon sesuka hatinya. Asumsikan bahwa ke-1000 pilihan tersebut adalah equally likely. Berapa probabilitas bahwa sebuah pilihan tidak dipilih, dipilih oleh seorang, dua orang atau tiga orang karyawan?

$n = 200$; $p = 1/1000 = 0.001$;

$\alpha = np = (200)(0.001) = 0.2$

$$P(0) = \frac{.2^0 e^{-.2}}{0!} = 0.8187$$

$$P(1) = \frac{.2^1 e^{-.2}}{1!} = 0.1637$$

$$P(2) = \frac{.2^2 e^{-.2}}{2!} = 0.0164$$

$$P(3) = \frac{.2^3 e^{-.2}}{3!} = 0.0011$$

Contoh Distribusi Poisson

- **Misalnya :** Apabila diketahui probabilitas seseorang akan meninggal dunia karena terkena penyakit anjing gila adalah 0,01. Sementara itu rata-rata orang yang meninggal akibat menderita penyakit anjing gila adalah 2 orang. Hitunglah peluang untuk :
  A. 3 orang akan meninggal
  B. Tidak lebih dari 1 orang yang meninggal
  C. Lebih dari 2 orang meninggal

  $P(x=3)$?
  $P(x<1)$?
  $P(x>3)$?

  Jawab:

MODEL POISSON BERBASIS KOMPUTER

- Jumlah emiten di BEJ ada 120 perusahaan. Akibat krisis ekonomi, peluang perusahaan memberikan deviden hanya 0,1. Apabila BEJ meminta secara acak 5 perusahaan, berapa peluang ke-5 perusahaan tersebut akan membagikan dividen?

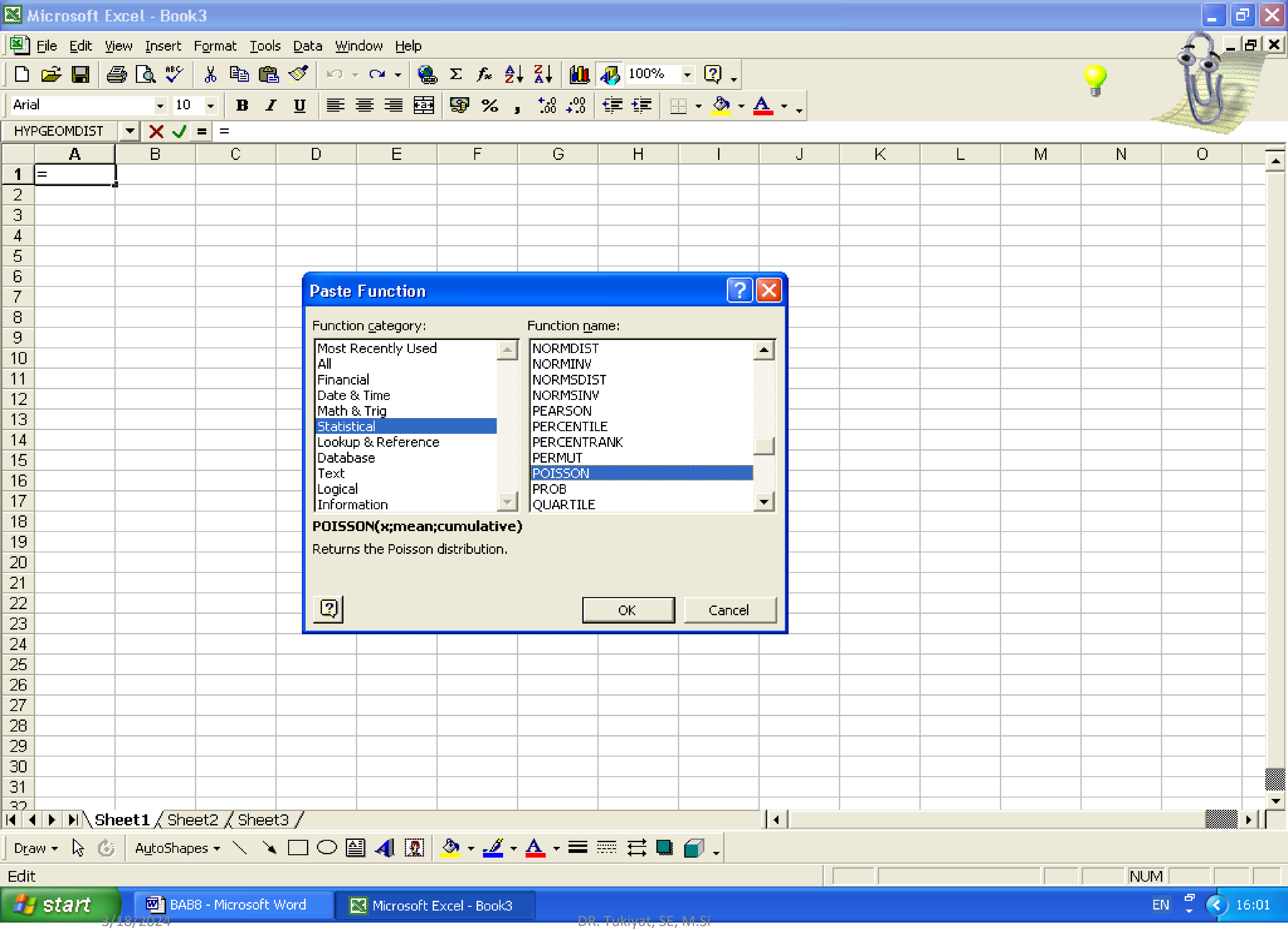
- Jawab:
- μ = N P = 120 * 0.1 = 12
- Untuk mendapatkan nilai distribusi Poisson, dapat digunakan tabel distribusi Poisson. Carilah Nilai μ = 12 dan nilai X = 5, maka akan didapat nilai ...?

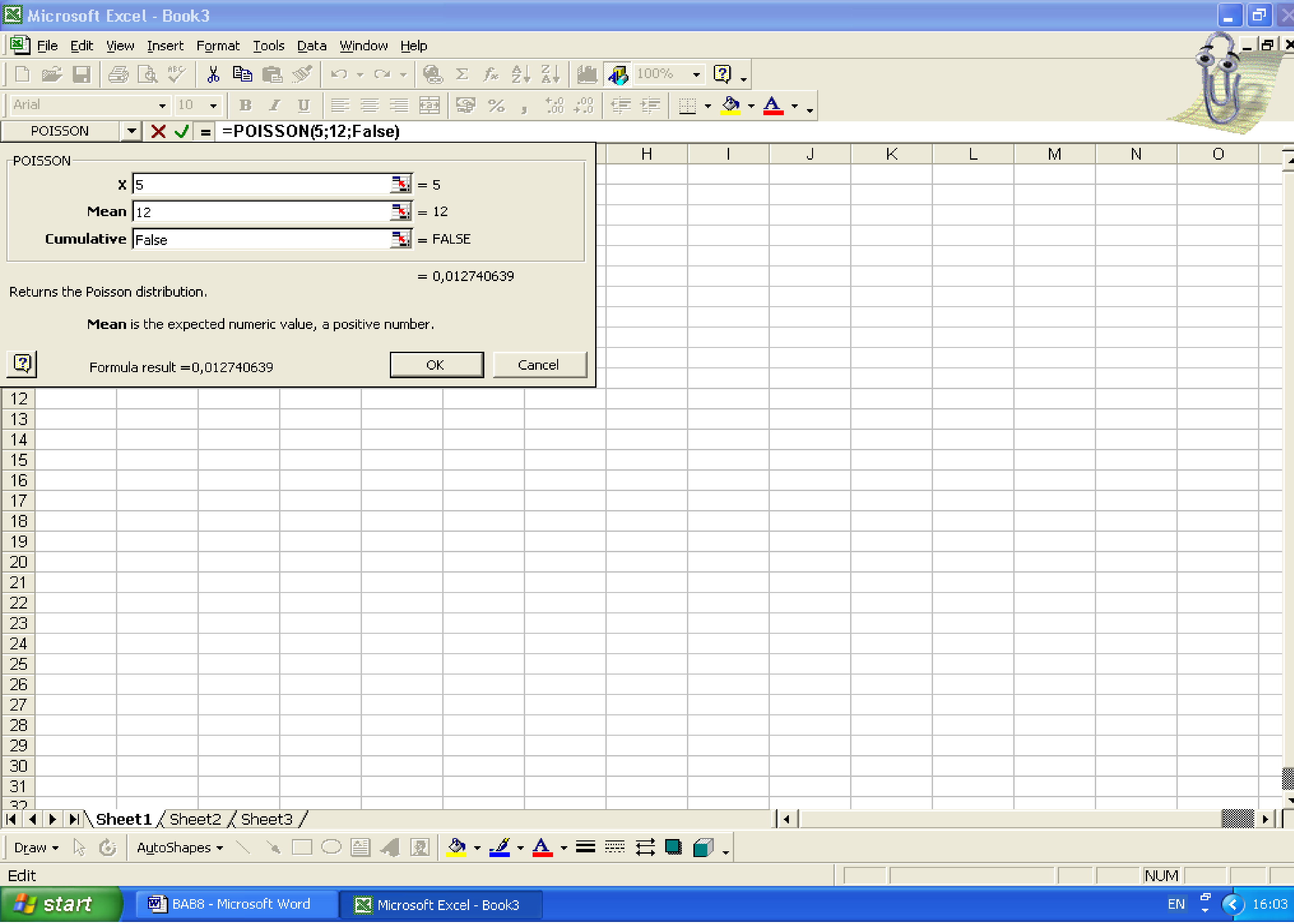
MENGGUNAKAN MS EXCEL UNTUK DISTRIBUSI POISSON

- Klik icon *fx* atau anda klik icon *insert* dan pilih *fx function*
- Pilih menu *statistical* pada *function category*
- Pilih menu POISSON pada function name, tekan OK
- Setelah tekan OK pada langkah ke-3, maka akan keluar kotak dialog seperti berikut:

POISSON	
X	: ………… (masukkan nilai x)
Mean	: ……….. (masukkan nilai μ)
Cumulative	: ………… (tulis FALSE)

- Nilai P(X) akan muncul pada baris Formula result atau tanda (=)


Microsoft Excel - Book3
File Edit View Insert Format Tools Data Window Help
Arial
10
100%
HYPGEOMDIST
=
Paste Function
Function category:
Most Recently Used
All
Financial
Date & Time
Math & Trig
Statistical
Lookup & Reference
Database
Text
Logical
Information
Function name:
NORMDIST
NORMINV
NORMSDIST
NORMSINV
PEARSON
PERCENTILE
PERCENTRANK
PERMUT
POISSON
PROB
QUARTILE
POISSON(x;mean;cumulative)
Returns the Poisson distribution.
OK
Cancel
Sheet1
Sheet2
Sheet3
Draw
AutoShapes
Edit
NUM
start
BAB8 - Microsoft Word
Microsoft Excel - Book3
EN
16:01


Microsoft Excel - Book3
File Edit View Insert Format Tools Data Window Help
POISSON
=POISSON(5;12;False)
POISSON
X 5 = 5
Mean 12 = 12
Cumulative False = FALSE
= 0,012740639
Returns the Poisson distribution.
Mean is the expected numeric value, a positive number.
Formula result =0,012740639
OK
Cancel
Sheet1
Sheet2
Sheet3
Draw
AutoShapes
Edit
NUM
start
BAB8 - Microsoft Word
Microsoft Excel - Book3
16:03

Latihan Mahasiswa

- PT MJF mengirim buah melon ke Hero. Buah yang dikirim 95% diterima dan sisanya ditolak. Setiap hari 25 buah dikirim ke Hero.

a. Berapa peluang semuanya ditolak?

b. Berapa peluang 20 buah diterima dengan baik

DISTRIBUSI POISSON

Jumlah emiten di BEJ ada 150 perusahaan. Akibat krisis ekonomi, peluang perusahaan memberikan deviden hanya 0,2. Apabila BEJ meminta secara acak 10 perusahaan, berapa peluang ke-10 perusahaan tersebut akan membagikan dividen?

LATIHAN

1. Pada desa melestarikan, 20 persen pemudanya di kategorikan sebagai pemuda yang baik. Jika dipilih 15 pemuda secara acak berapakah peluang 4 pemuda yang berkategori baik ?
2. Diketahui 20 persen karyawan perusahaan dikategorikan sebagai karyawan yang baik. Jika dipilih 15 karyawan secara acak berapakah peluang paling sedikit 2 orang berkategori baik?

Terima kasih