

DISTRIBUSI PROBABILITAS NORMAL

DEFINISI KURVA NORMAL

Bila X suatu pengubah acak normal dengan nilai tengah μ , dan standar deviasi σ , maka persamaan kurva normalnya adalah:

$$N(X; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-1/2[(x-\mu)/\sigma]^2},$$

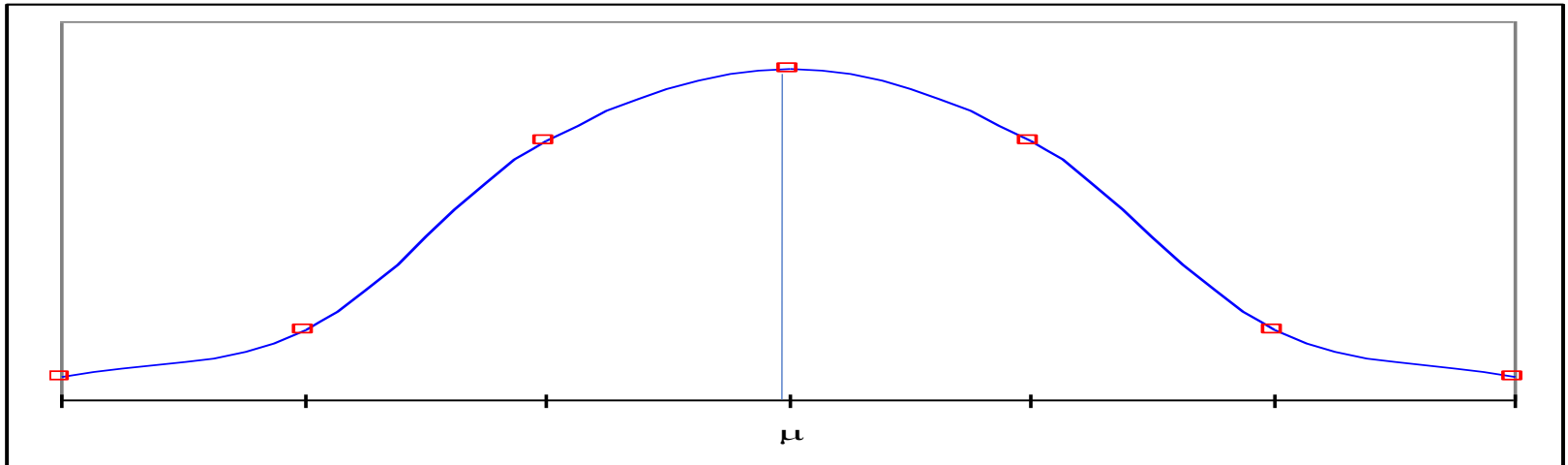
Untuk $-\infty < X < \infty$

di mana

$$\pi = 3,14159$$

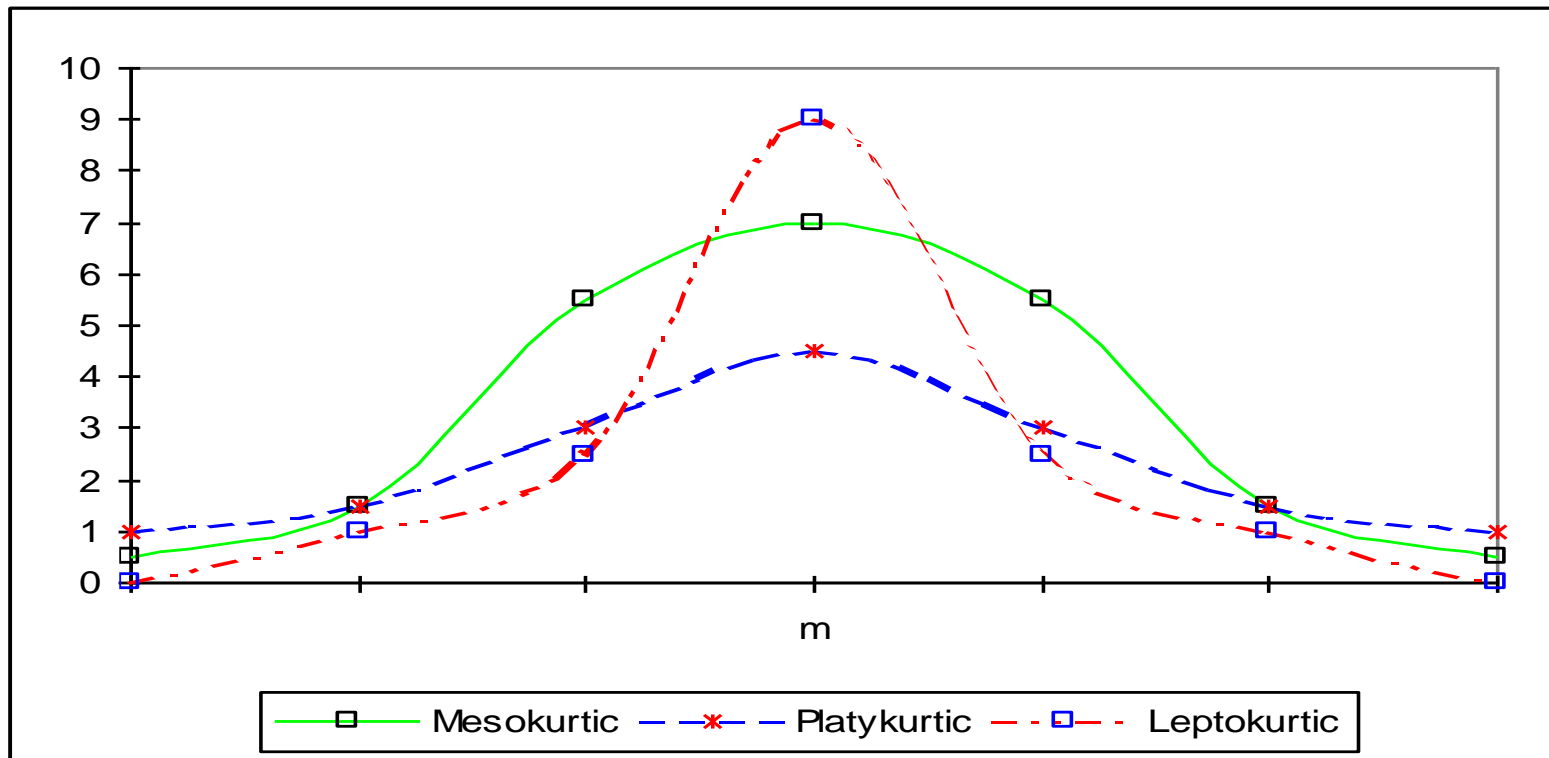
$$e = 2,71828$$

KARAKTERISTIK DISTRIBUSI KURVA NORMAL



1. Kurva berbentuk genta ($\mu = Md = Mo$)
2. Kurva berbentuk simetris
3. Kurva normal berbentuk asimptotis
4. Kurva mencapai puncak pada saat $X = \mu$
5. Luas daerah di bawah kurva adalah 1; $\frac{1}{2}$ di sisi kanan nilai tengah dan $\frac{1}{2}$ di sisi kiri.

JENIS-JENIS DISTRIBUSI NORMAL



Distribusi kurva normal dengan μ sama dan σ berbeda

SIFAT DISTRIBUSI NORMAL

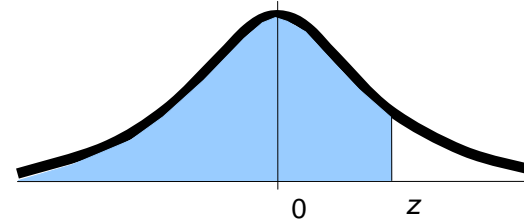
Sifat-sifat distribusi normal

- a. modus, yang merupakan titik pada sumbu mendatar tempat kurva tersebut maksimum terdapat pada $x = \mu$
- b. kurva simetri terhadap sumbu tegak, mean $x = \mu$
- c. kurva selalu berada di atas sumbu X atau $f(x) > 0$
- d. kurva memiliki titik belok pada $x = \mu \pm \sigma$, cekung ke bawah bila $\mu - \sigma < X < \mu + \sigma$ dan cekung ke atas bila sebaliknya
- e. kurva normal mendekati sumbu mendatar secara asimtotis pada saat bergerak kedua arah menjauh dari mean
- f. luas total dibawah kurva dan di atas sumbu mendatar sama dengan 1,
 $P(-\infty < x < \infty) = 1$

Tabel Distribusi Normal Standard (*lanjutan*)

Luas daerah arsiran:

$$\Phi(z) = P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$



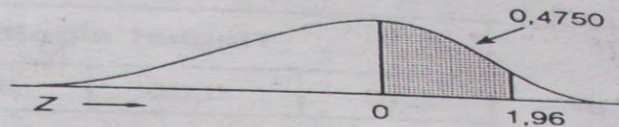
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441

1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

TABEL 4
BIDANG DI BAWAH KURVA NORMAL

Contoh:

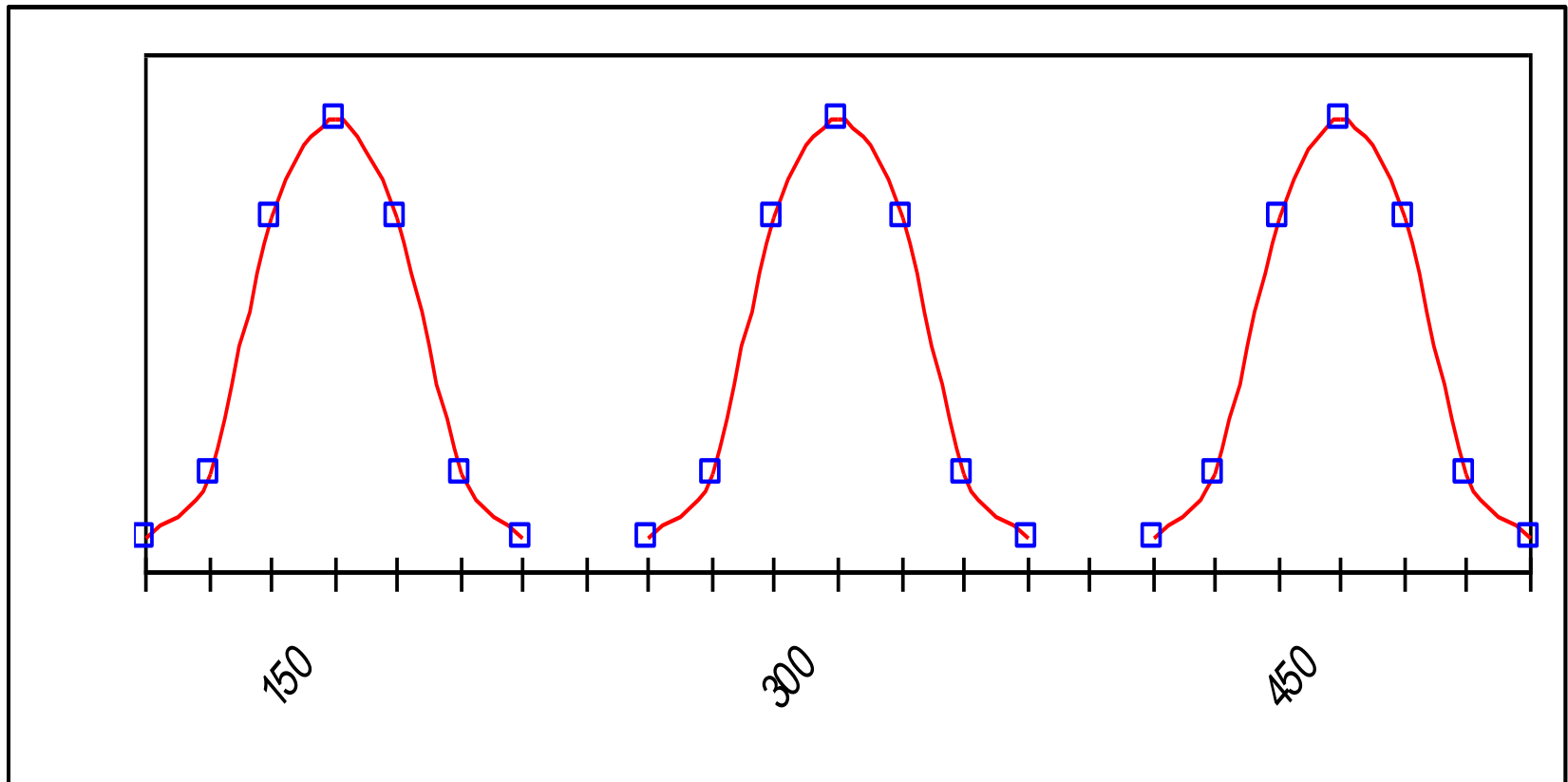
Bila $Z = 1,96$, maka 0,4750
 dan bidang terletak antara
 0 dan 1,96



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4939	0,4990	0,4990

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000

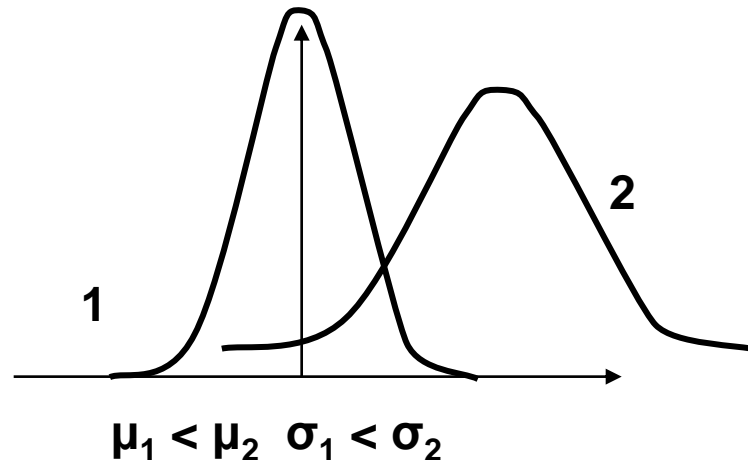
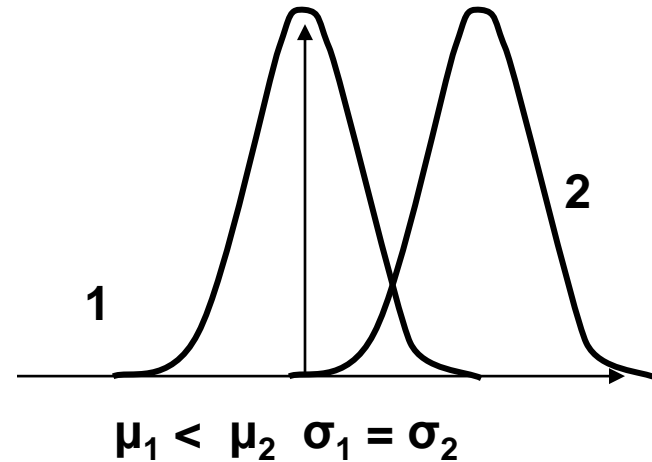
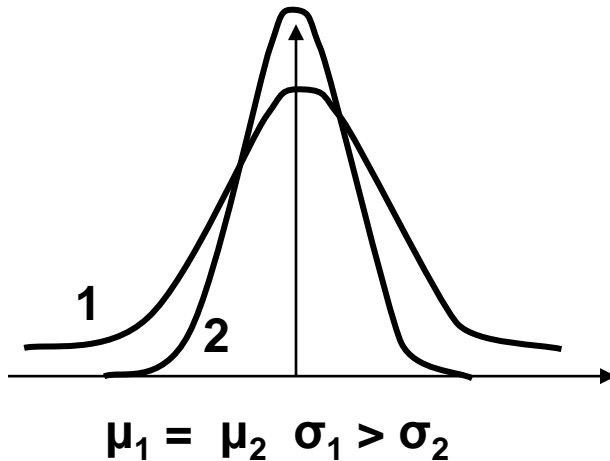
JENIS-JENIS DISTRIBUSI NORMAL



Distribusi kurva normal dengan μ berbeda dan σ sama

Sifat-Sifat Distribusi Normal:

- Bentuk distribusi normal ditentukan oleh μ dan σ .



Kurva Distribusi Normal Standard

Distribusi normal standard adalah distribusi normal dengan mean $\mu=0$ dan standard deviasi $\sigma=1$.

Transformasi $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$ memetakan distribusi normal

menjadi distribusi normal standard, sebab distribusi normal dengan variabel z ini memiliki mean =0 dan standard deviasi = 1.

z = skor Z atau nilai normal baku

X = nilai suatu pengukuran/pengamatan

μ = nilai rata-rata hitung

σ = standar deviasi

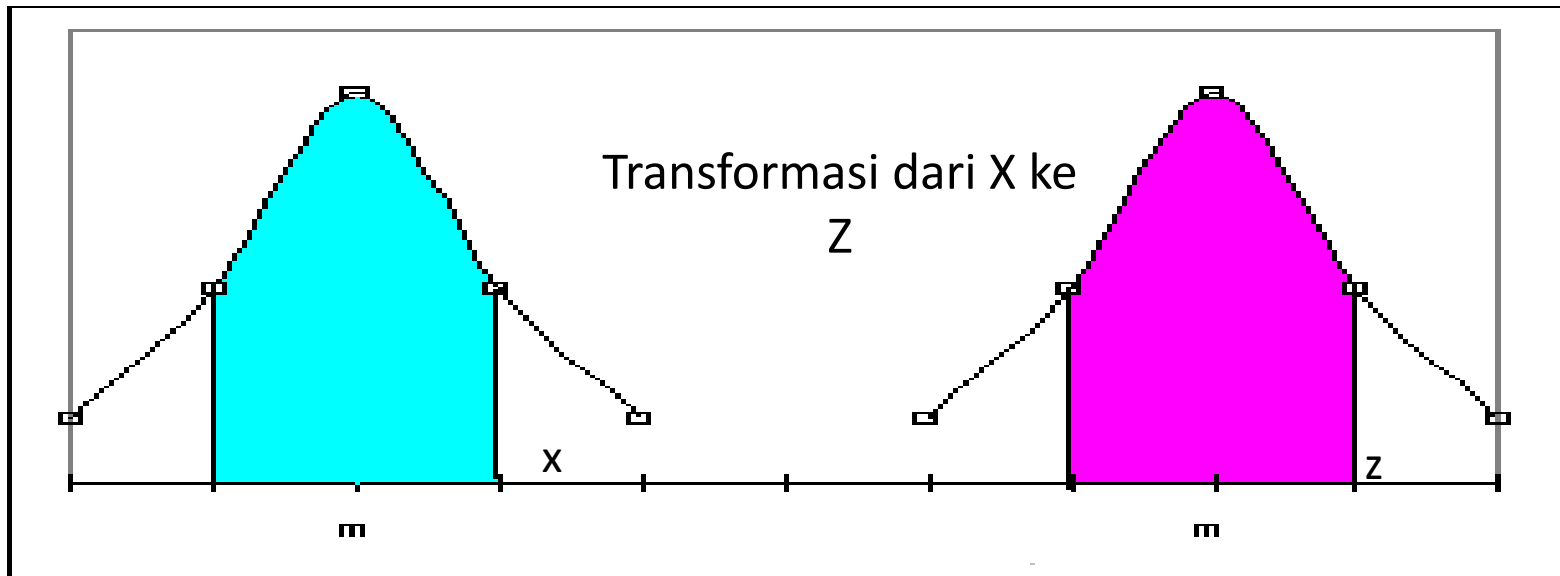
Kurva Distribusi Normal Standard

Transformasi ini juga mempertahankan luas dibawah kurjanya, artinya:

$$\begin{array}{l} \text{Luas dibawah kurva} \\ \text{distribusi normal} \\ \text{antara } x_1 \text{ dan } x_2 \end{array} = \begin{array}{l} \text{Luas dibawah kurva} \\ \text{distribusi normal} \\ \text{standard antara } z_1 \text{ dan} \\ z_2 \end{array}$$

Dengan $z_1 = (x_1 - \mu) / \sigma$ dan $z_2 = (x_2 - \mu) / \sigma$.

TRANSFORMASI DARI NILAI X KE Z



Di mana nilai Z:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Z = skor Z atau nilai normal baku

X = nilai suatu pengukuran/pengamatan

μ = nilai rata-rata hitung

σ = standar deviasi

CONTOH KASUS

Diketahui suatu sebaran normal dengan $\mu = 50$ dan $\sigma = 10$, carilah probabilitas dimana X memiliki suatu nilai diantara 45 dan 62!

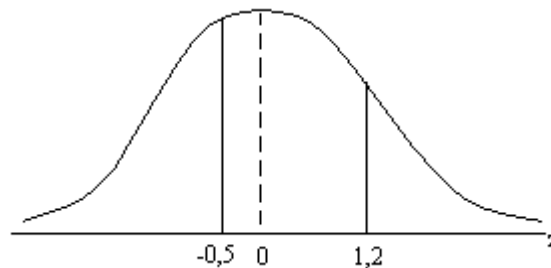
Penyelesaian:

Nilai-nilai z yang bersesuaian dengan $x_1 = 45$ dan $x_2 = 62$ adalah

$$z_1 = \frac{45 - 50}{10} = -0,5 \text{ dan } z_2 = \frac{62 - 50}{10} = 1,2$$

Sehingga,

$$P(45 < X < 62) = P(-0,5 < Z < 1,2)$$



Gambar 6.11 Luasan untuk Contoh 6.4

$P(-0,5 < z < 1,2)$ diperlihatkan oleh luasan yang pada batas seperti pada gambar di atas. Luas ini bisa ditemukan dengan mengurangi luas yang berada di sebelah kanan ordinat $z = -0,5$ dari luasan menyeluruh yang berada di sebelah kiri $z = 1,2$. Dengan menggunakan Tabel, kita dapatkan

$$\begin{aligned} P(45 < X < 62) &= P(-0,5 < Z < 1,2) \\ &= P(Z < 1,2) - P(Z < -0,5) \\ &= 0,8849 - 0,3085 = 0,5764 \end{aligned}$$

Latihan Soal

Jenis aki tertentu rata-rata berusia 3 tahun dengan suatu simpangan standar 0,5 tahun. Dengan asumsi bahwa usia aki tersebut secara berdistribusi normal, carilah probabilitas bahwa sebuah Aki yang diberikan akan berusia kurang daripada 2,3 tahun!

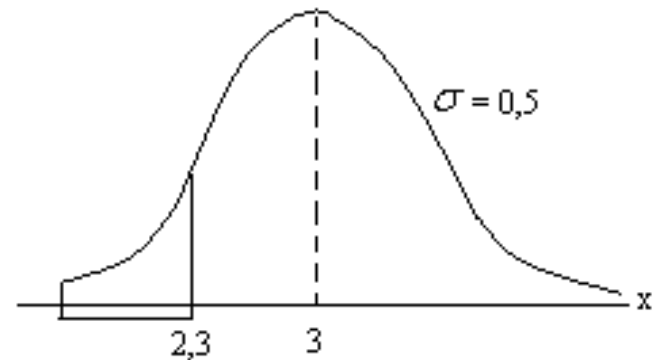
Penyelesaian:

Pertama kita buat sebuah diagram seperti seperti dibawah ini, yang memperlihatkan sebaran usia aki dan luas yang diinginkan. Untuk menemukan $P(X < 2,3)$, kita harus mengevaluasi luas di bawah kurva normal ke kiri 2,3. Hal ini dipenuhi dengan mencari luasan di sebelah kiri nilai x yang bersesuaian. Sehingga kita dapatkan bahwa

$$Z = \frac{2,3 - 3}{0,5} = -1,4$$

dan dengan menggunakan Tabel kita dapatkan

$$P(X < 2,3) = P(Z < -1,4) = 0,0808$$

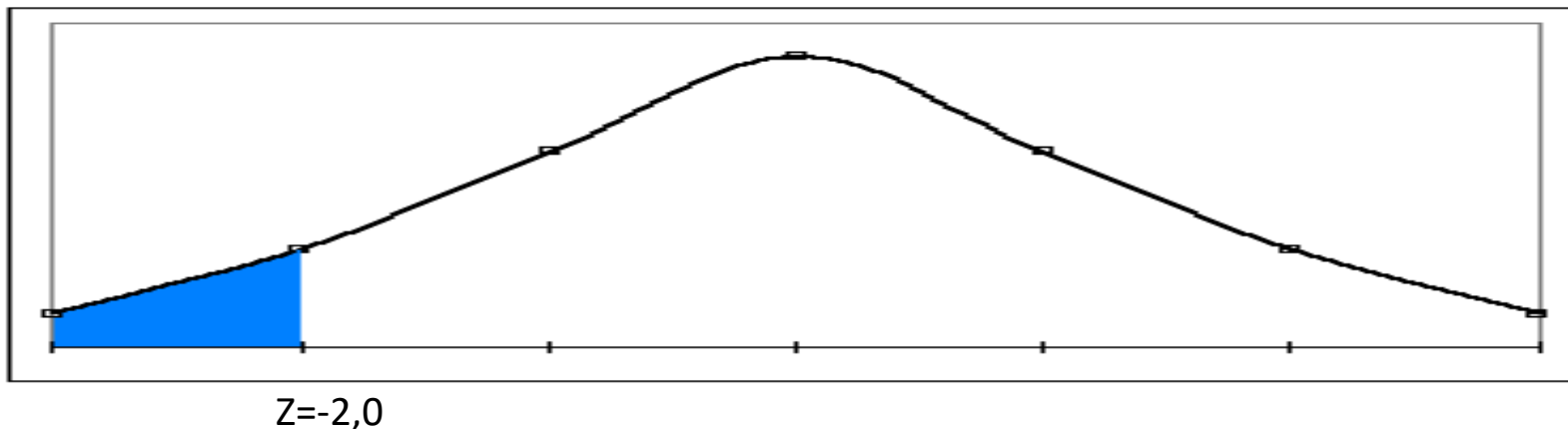


Gambar Luasan untuk Contoh di atas

PENERAPAN KURVA NORMAL

Contoh Soal:

PT GS mengklaim berat buah mangga “B” adalah 350 gram dengan standar deviasi 50 gram. Bila berat mangga mengikuti distribusi normal, berapa probabilitas bahwa berat buah mangga mencapai kurang dari 250 gram, sehingga akan diprotes oleh konsumen.



PENERAPAN KURVA NORMAL

Jawab:

PENERAPAN KURVA NORMAL

Contoh Soal:

PT Work Electric, memproduksi Bohlam Lampu yang dapat hidup 900 jam dengan standar deviasi 50 jam. PT Work Electric ingin mengetahui berapa persen produksi pada kisaran antara 800-1.000 jam, sebagai bahan promosi bohlam lampu. Hitung berapa probabilitasnya!

PENERAPAN KURVA NORMAL

Jawab:

TRANSFORMASI DARI X KE Z

CONTOH HITUNGAN BERBASIS KOMPUTER

Harga saham di BEJ mempunyai nilai tengah =490 dan standar deviasinya 144,7. Berapa nilai Z untuk harga saham 600?

Jawab:

Diketahui: Nilai $\mu = 490$ dan $\sigma = 144,7$

Maka nilai $Z = (X - \mu) / \sigma$

$Z = ???$

MENGGUNAKAN MS EXCEL

- Buka program MS Excel dari Start, pilih MS Excel
- Letakkan kursor pada cell yang ada di sheet MS Excel, dan klik icon fx, atau klik *icon insert* dan pilih fx *function*
- Pilih statistical pada *function category* dan pilih Normdist pada *function* nama, Anda tekan OK.

MENGGUNAKAN MS EXCEL

- Anda akan menemui kotak dialog seperti berikut:

NORMDIST	
X (isilah nilai x, misal 600)
Mean (isilah nilai mean, misal 490)
Standard_dev (isilah nilai σ , misal 144,7
Cumulative (ketik True untuk kumulatif, dan False untuk nilai tunggal)

Hasil nilai $p = 0,76$ akan muncul pada formula result atau tanda “=“

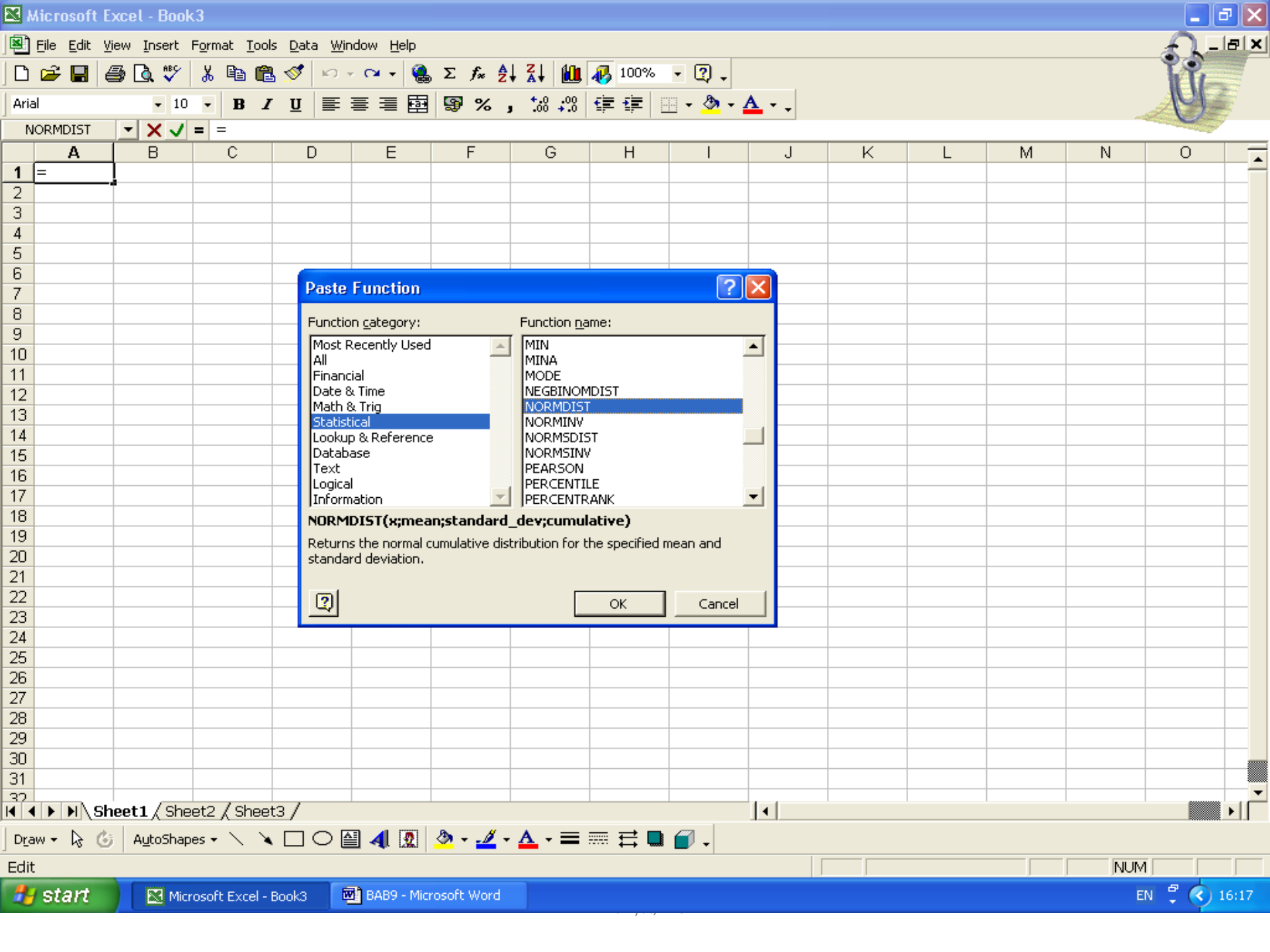
MENGGUNAKAN MS EXCEL

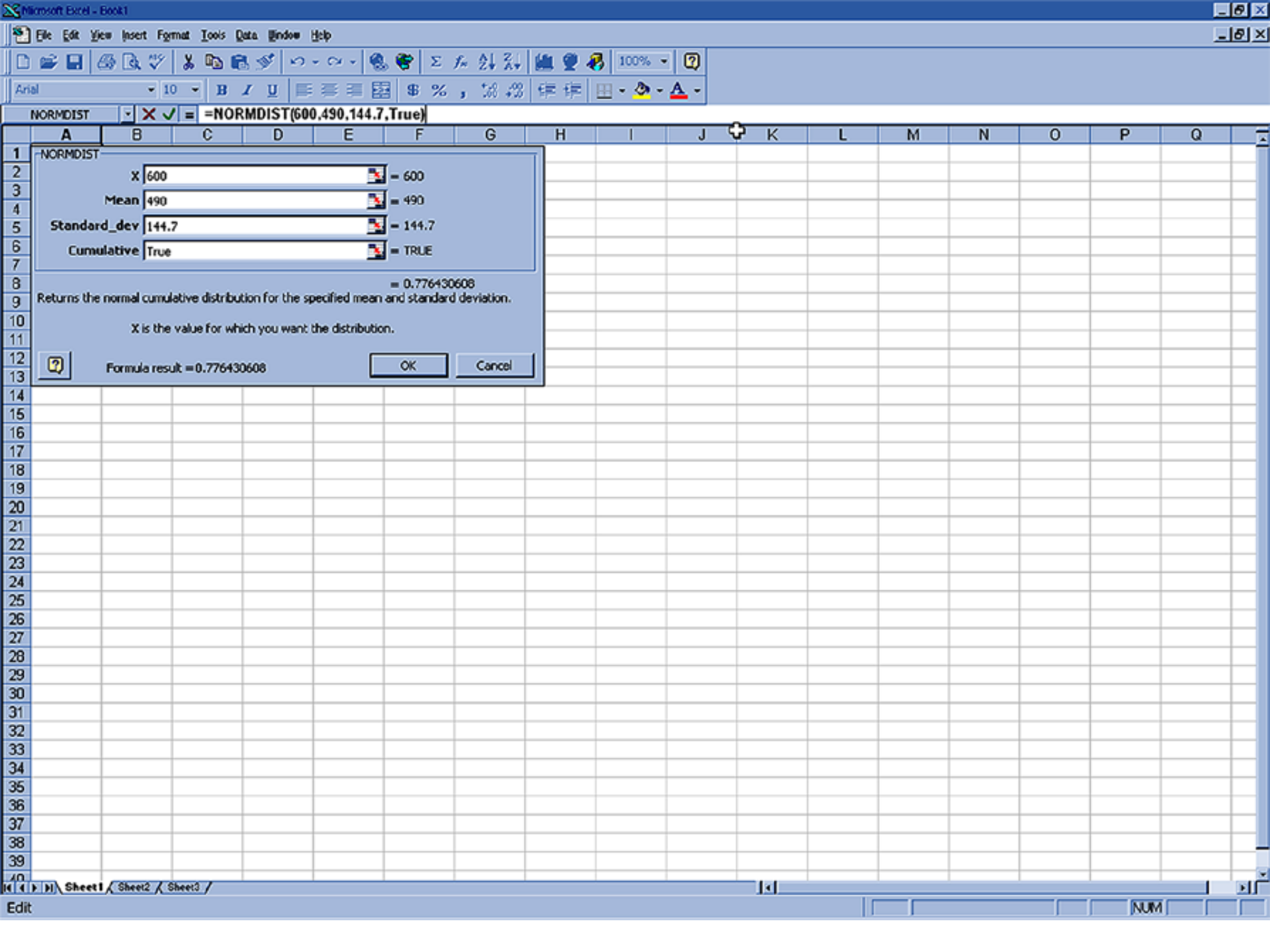
Hasil nilai $p = 0,7764$ akan muncul pada formula result atau tanda “=”

Catatan:

Bila menggunakan tabel Z pada lampiran 3, probabilitas adalah luas daerah yang diarsir, yaitu dari $Z=0$ ke kanan kurva (infiniti positif).

Sedangkan dengan MS Excel, probabilitas adalah luas daerah dari kiri kurva (infiniti negatif) ke kanan (sampai nilai X yang dimaksud).





TERIMA KASIH