Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC1253 - Matemáticas Discretas

Tarea 2

31 de agosto de 2020

2º semestre 2020 - Profesores G. Diéguez - F. Suárez

Requisitos

- La tarea es individual. Los casos de copia serán sancionados con la reprobación del curso con nota 1,1.
- **Entrega**: Hasta las 23:59:59 del 14 de septiembre a través del buzón habilitado en el sitio del curso (Canvas). Se habilitara un buzon distinto para cada pregunta para facilitar la correcion.
    - Esta tarea debe ser hecha completamente en LaTeX. Tareas hechas a mano o en otro procesador de texto **no serán corregidas**.
    - Debe usar el template LaTeX publicado en la página del curso.
    - Cada problema debe entregarse en un archivo independiente de las demas preguntas.
    - Los archivos que debe entregar son un archivo `PDF` por cada pregunta a su solución con nombre `numalumno-P1.pdf` y `numalumno-P2.pdf`, junto con un `zip` con nombre `numalumno-P1.zip` y `numalumno-P2.zip`, conteniendo el archivo `numalumno-P1.tex` y `numalumno-P2.tex`,respectivamente, que compila su tarea. Si su código hace referencia a otros archivos, debe incluirlos también.
- El no cumplimiento de alguna de las reglas se penalizará con un descuento de 0.5 en la nota final (acumulables).
- No se aceptarán tareas atrasadas.
- Si tiene alguna duda, el foro de Canvas es el lugar oficial para realizarla.

Problemas

Problema 1 - Lógica proposicional

Dado $\alpha, \beta \in L(P)$, considere el siguiente conectivo binario:

$$\sigma(\alpha \sim \beta) = \begin{cases} 1 & \text{si } \sigma(\alpha) = 0 \text{ y } \sigma(\beta) = 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) ¿Es $\sim$ conmutativo? Demuestre.

b) ¿Es $\sim$ asociativo? Demuestre.

c) ¿Es $\sim$ funcionalmente completo? Demuestre.

Problema 2 - Lógica de predicados

Considere las siguientes fórmulas:

- $\varphi_1 = \forall x \; R(x, x)$
- $\varphi_2 = \forall x, y \; R(x, y) \to R(y, x)$
- $\varphi_3 = \forall x, y, z \; (R(x, y) \wedge R(y, z)) \to R(x, z)$
- $\varphi_4 = \forall x, y, z \; (R(x, y) \wedge R(y, z)) \to R(z, x)$

Demuestre que para toda interpretación $\mathcal{I}$, se cumple que:

$$\mathcal{I} \models \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3 \text{ si y solo si } \mathcal{I} \models \varphi_1 \wedge \varphi_4$$