

**PEMODELAN GERAK JATUH BEBAS METEOR MENGGUNAKAN PENDEKATAN  
ANALITIK DAN NUMERIKAL**

disusun untuk memenuhi salah satu tugas mata kuliah  
CII3P3 Pemodelan dan Simulasi

Oleh :

Rifqah Amaliyah	1301213241
Lutfiah Sania Sumardi	1301213165
Muhammad Fiqri Hermansyah	1301213186
Tiara Novri Zamroni	1301213081



**PROGRAM STUDI S1 INFORMATIKA  
FAKULTAS INFORMATIKA  
UNIVERSITAS TELKOM  
BANDUNG  
2024/2025**

**TABEL KONTRIBUSI**

Nama	NIM	Bobot Kontribusi per-Jobdesk							Total (Max.100)
		Poin 1	Poin 2	Poin 3	Poin 4	Poin 5	Poin 6	Poin 7	
Rifqah Amaliyah	1301213241					✓		✓	
Lutfiah Sania S	1301213165			✓	✓				
Muhammad Fiqri Hermansyah	1301213186		✓				✓		
Tiara Novri Zamroni	1301213081	✓							

**1) Identifikasi Masalah**

Memodelkan gerak jatuh bebas dari sebuah meteor yang jatuh ke Bumi dari ketinggian awal 10.000 meter. Akan dihitung total waktu yang dibutuhkan sejak meteor dilepaskan hingga mencapai permukaan Bumi dengan interval waktu = 1 serta mencari posisi/ketinggian meteor pada detik ke-5 dengan menggunakan pendekatan analitik dan numerik.

**2) Tujuan model dan simulasi**

Tujuan dari model dan simulasi ini adalah untuk memahami pergerakan meteor saat jatuh bebas ke Bumi, serta membandingkan hasil dan efisiensi antara pendekatan analitik dan numerikal dalam memprediksi posisi meteor dan total waktu jatuhnya, seta mengidentifikasi ketinggian meteor pada detik ke-5.

**3) Metode yang dijabarkan dengan jelas, berikut algoritma yang digunakan :**

1. Pendekatan Numerikal

a. Inisiasi variable :

- $y_{arr}$  : posisi awal meteor
- $v_{arr}$  : kecepatan awal meteor
- $t_{arr}$  : waktu awal
- $\Delta t$  : interval waktu ( $dt$ )
- Array  $y_{arr}$  ,  $v_{arr}$  , dan  $t_{arr}$  untuk menyimpan posisi, kecepatan, dan waktu pada setiap iterasi

b. Iterasi :

- Iterasi dilakukan menggunakan loop while selama nilai posisi meteor  $y$  tidak kurang dari 0
- Pada setiap iterasi :
  1. Perbarui kecepatan  $v$  dengan mengakumulasi percepatan  $a$  dengan mengalikannya dengan interval waktu  $\Delta t$
  2. Perbarui posisi  $y$  dengan mengakumulasi kecepatan  $v$  dengan mengalikannya dengan interval waktu  $\Delta t$
  3. Perbarui waktu  $t$  dengan menambahkan interval waktu  $\Delta t$
  4. Periksa apakah posisi  $y$  telah mencapai atau melebihi 0. Jika ya, hentikan iterasi

c. Penyimpanan output :

- Pada setiap iterasi, nilai posisi  $y$ , kecepatan  $v$ , dan waktu  $t$  disimpan ke dalam masing-masing array  $y_{arr}$ ,  $v_{arr}$ , dan  $t_{arr}$
- Algoritma ini akan terus berulang sampai meteor mencapai permukaan bumi ( $y \leq 0$ ), dengan nilai posisi, kecepatan, dan waktu yang disimpan pada setiap iterasi. Metode ini cukup sederhana dan memberikan estimasi iteratif untuk posisi meteor pada setiap waktu  $t$

2. Pendekatan Analitik

a. Inisiasi variable :

- Inisiasi variabel  $y_{arr\_ex}$  untuk menyimpan ketinggian meteor pada setiap nilai  $t$  dari  $t_{arr}$
- Inisiasi variabel  $t_{ex}$  untuk menyimpan total waktu yang dibutuhkan untuk meteor mencapai permukaan bumi

b. Perhitungan Ketinggian Meteor ( $y(t)$ ) :

- Iterasi melalui setiap nilai waktu  $t$  dari  $t_{arr}$
- Hitung ketinggian meteor pada setiap waktu  $t$  menggunakan persamaan gerak jatuh bebas :
$$y(t) = y(0) + \frac{1}{2}gt^2$$
, dimana  $y(0)$  adalah ketinggian awal meteor,  $g$  adalah percepatan gravitasi, dan  $t$  adalah waktu
- Simpan nilai total waktu pada  $y_{arr}$

c. Perhitungan Total Waktu ( $t_{tot}$ ) :

- Hitung total waktu yang dibutuhkan untuk meteor mencapai permukaan bumi menggunakan persamaan waktu yang diperlukan untuk mencapai ketinggian nol :  $t_{tot} = \sqrt{\frac{2y(0)}{g}}$ , dimana  $y(0)$  adalah ketinggian awal meteor dan  $g$  adalah percepatan gravitasi
- Simpan nilai total waktu pada  $t_{ex}$

3. Perhitungan Gap Error

- Perhitungan ini bertujuan untuk menghitung kesalahan atau gap antara hasil pendekatan numerik dan hasil analitik dari posisi meteor pada setiap titik waktu yang dihasilkan.
- Untuk Menghitung kesalahan rata-rata ( $avg\_error$ ), langkah pertama adalah menjumlahkan semua nilai kesalahan absolut ( $|e_i|$ ) pada setiap titik waktu, lalu dibagi dengan jumlah total titik waktu ;  $avg\_error$  adalah rata-rata dari jumlah absolut

kesalahan pada setiap titik waktu, di mana jumlah kesalahan tersebut dihitung dari  $e_1$  hingga  $e_n$  dengan total  $n$  titik waktu, dinyatakan sebagai :

$$avg_{error} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |e_i|$$

- Untuk mencari kesalahan maksimum ( $max\_error$ ), langkah pertama adalah mencari nilai absolut tertinggi dari semua kesalahan pada setiap titik waktu :  $max\_error$  adalah nilai maksimum dari kesalahan absolut pada setiap titik waktu, dimana nilai tersebut diambil dari  $e_1$  hingga  $e_n$  dengan total  $n$  titik waktu, dinyatakan sebagai :

$$max\_error = \max_{i=1}^n |e_i|$$

#### 4) Hasil Komputasi/Simulasi

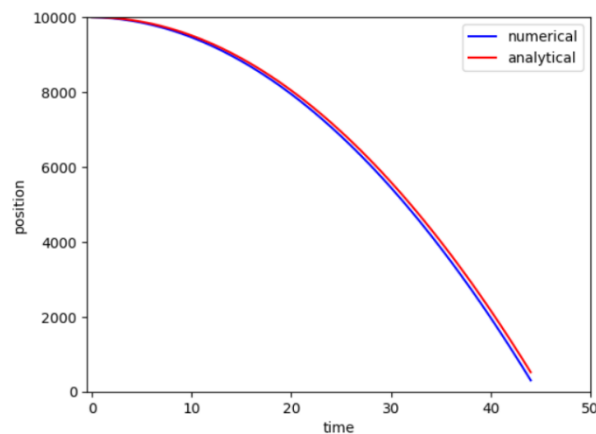
- Total waktu meteor sampai ke permukaan bumi

Hasil komputasi waktu meteor mencapai permukaan bumi dengan pendekatan analitik dan numerik tersaji pada tabel di bawah ini :

	Total Waktu (detik)
Analitik	45.18
Numerik	44.00
Selisih	1.18

Tabel 4.1 Total waktu meteor mencapai permukaan bumi

Dari tabel di atas terlihat bahwa selisih solusi analitik dengan solusi numerik adalah 1,18 detik.



Gambar 4.1 Visualisasi posisi meteor dari posisi awal hingga mencapai permukaan bumi

Hasil komputasi gap error terhadap pendekatan analitik dengan pendekatan numerik tersaji pada tabel di bawah ini :

	Error (meter)
Max	215.6
Average	107.8

Tabel 4.2 Perhitungan gap error solusi analitik dan solusi numerik

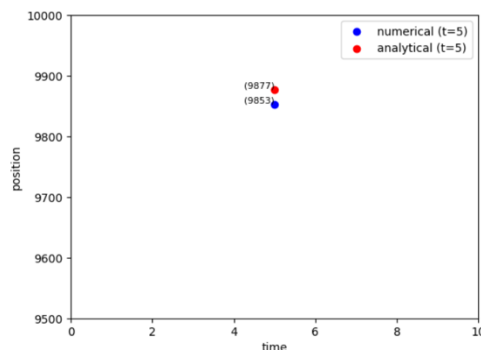
b. Ketinggian meteor pada detik ke-5

Hasil komputasi dan visualisasi akan menunjukkan ketinggian meteor pada detik ke-5 serta total waktu yang dibutuhkan dalam kedua pendekatan tersaji pada tabel di bawah ini

	Posisi (meter)
Analitik	9.877
Numerik	9.853
Selisih	0.24

Tabel 4.3 Posisi meteor pada detik ke-5 dengan pendekatan numerik dan analitik

Dari tabel di atas terlihat bahwa selisih solusi analitik dan solusi numerik adalah 0.24 meter.



Gambar 4.2 Visualisasi posisi meteor pada detik ke-5

## 5) Analisis Hasil dan Evaluasi

Pada solusi numerik, kita menggunakan pendekatan iteratif dengan memperbarui kecepatan, posisi, dan waktu berdasarkan rumus gerak lurus beraturan hingga meteor mencapai permukaan Bumi. Selama meteor belum mencapai permukaan, proses iterasi terus berlanjut. Ketika posisi meteor menjadi negatif (berarti sudah mencapai atau melewati permukaan Bumi), iterasi dihentikan.

Di sisi lain, pada solusi analitik, kita menggunakan rumus kinematika untuk menghitung posisi meteor sebagai fungsi waktu secara langsung. Perbedaan antara kedua pendekatan tersebut adalah solusi numerik menggunakan pendekatan iteratif dengan interval waktu diskrit ( $dt$ ), sementara solusi analitik memberikan solusi langsung yang memperhitungkan semua faktor.

Pada analisis kesalahan (error analysis), kita melihat bahwa ada perbedaan antara hasil numerik dan analitik, dengan gap eror maksimum sebesar 215.6 meter dan eror rata-rata sebesar 107.8 meter. Hal Ini menunjukkan bahwa pendekatan numerik memiliki ketidakpastian yang lebih tinggi dibandingkan dengan solusi analitik.

Secara keseluruhan, solusi numerik memberikan perkiraan yang cukup baik dan mendekati solusi analitik, dengan gap eror yang tidak terlalu besar dan selisih total waktu hanya 1,18 detik dari solusi analitik. Bahkan, pada saat menghitung posisi meteor pada detik ke-5, perbedaan antara solusi analitik dan solusi numerik hanya sebesar 0,24 meter.

## 6) Kesimpulan

Dalam percobaan ini, telah dilakukan analisis menggunakan dua pendekatan yang berbeda yakni pendekatan numerik dan analitik dalam menentukan waktu dan posisi meteor saat jatuh ke permukaan Bumi. Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, dapat disimpulkan beberapa hal :

- Pendekatan analitik memberikan hasil yang lebih akurat dan dapat diandalkan. Pendekatan ini menggunakan rumus kinematika langsung untuk menghitung posisi dan waktu secara tepat. Di sisi lain, pendekatan numerik menggunakan pendekatan iteratif dengan interval waktu diskrit, yang mungkin menghasilkan perkiraan yang kurang akurat terutama dalam situasi dengan perubahan yang cepat.
- Pendekatan numerik memiliki ketidakpastian yang lebih tinggi dibandingkan dengan pendekatan analitik. Ini terlihat dari adanya gap eror antara hasil numerik dan analitik dan juga terdapat selisih antara posisi meteor pada detik ke-5. Ketidakpastian ini disebabkan oleh keterbatasan dalam pendekatan iteratif dan penggunaan interval waktu diskrit. Meskipun memiliki ketidakpastian, pendekatan numerik memiliki keunggulan dalam kasus-kasus di mana solusi analitik tidak dapat diperoleh secara langsung atau ketika rumusnya terlalu kompleks untuk dipecahkan. Pendekatan numerik juga dapat memberikan perkiraan yang cukup baik dalam banyak kasus praktis.
- Secara keseluruhan, solusi numerik memberikan perkiraan yang cukup baik dan mendekati solusi analitik, dengan gap eror yang tidak terlalu besar dan selisih total waktu hanya 1,18 detik dari solusi analitik. Bahkan, pada saat menghitung posisi meteor pada detik ke-5, perbedaan antara solusi analitik dan solusi numerik hanya sebesar 0,24 meter.

## 7) Lampiran

Lampiran code program dapat diakses pada tautan berikut :

<https://colab.research.google.com/drive/1jnHJCn4AFOP77jI4cZjTHyjAhSPrhokm?usp=sharing>