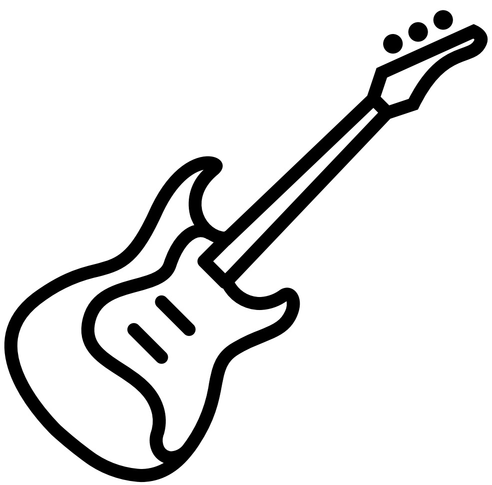
Optimización Aplicada a Sistemas de Potencia

1

Oscar Carreño
mauricio.carreno@udea.edu.co

Ingeniería Eléctrica
Universidad de Antioquia
2020

El profe

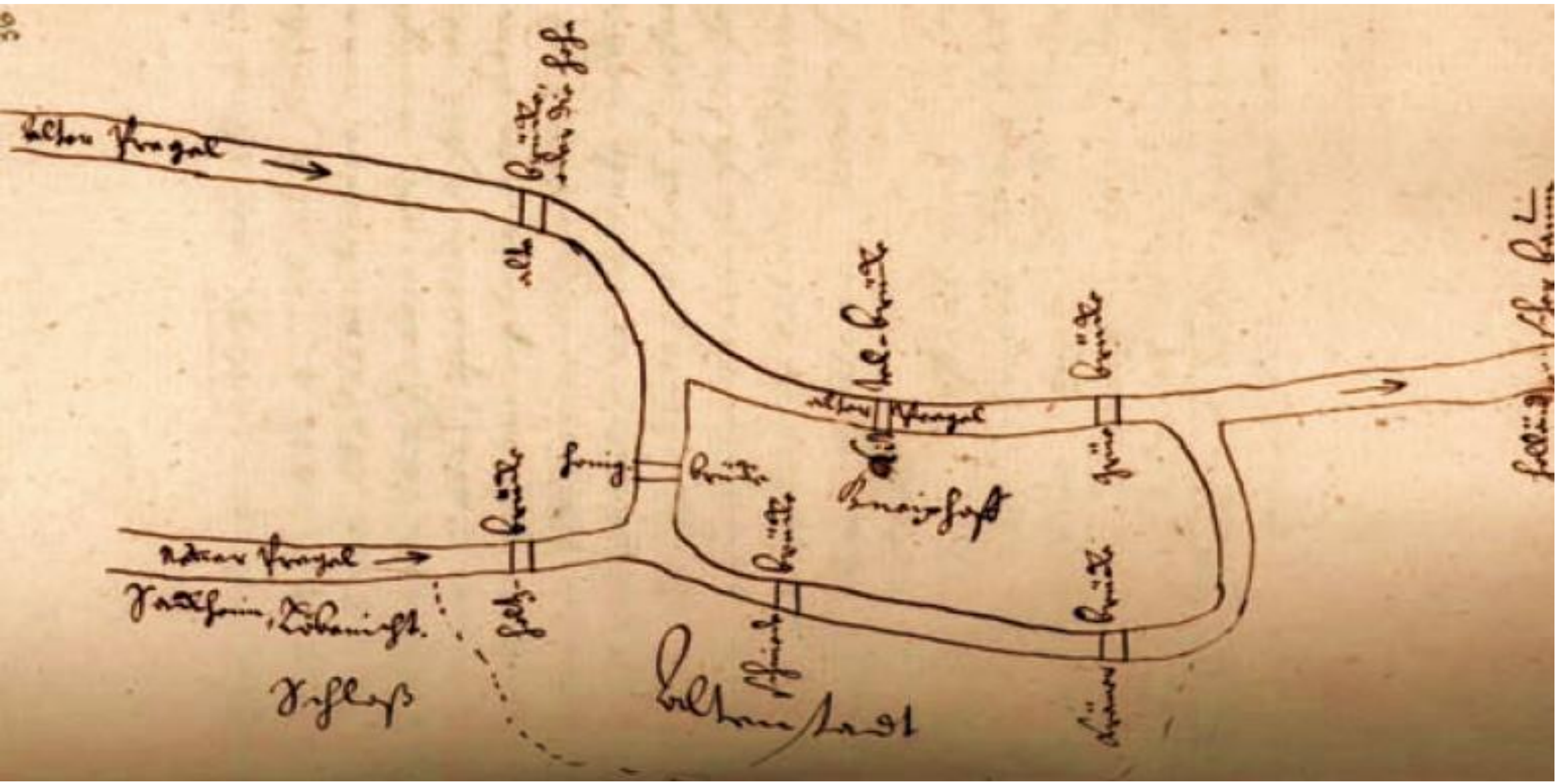


- Hijo de Emma y Ray (R.I.P)
- Ingeniero Electricista UdeA (1998)
- Músico de corazón (Punk Rocker).
- Esposo de Carolina
- Padre de Pocho (filósofo-los primos) y Juanita (doctora)
- Me encantan los deportes
- Emprendedor – Rightside

Leonhard Euler: 1736

The Königsberg Bridges Problem (*briefly* KBP):

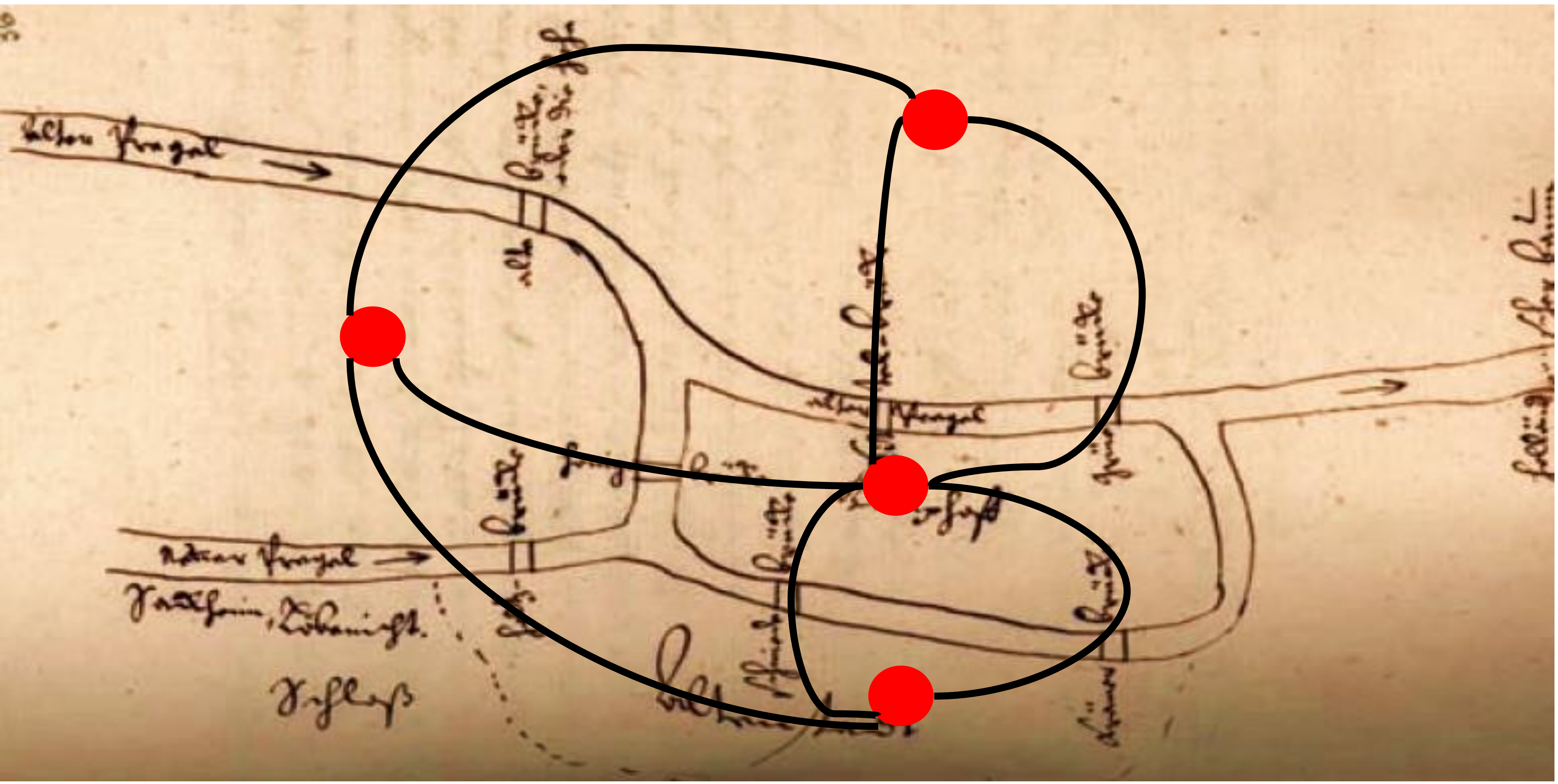
Is it possible for a pedestrian to walk across all seven bridges in Königsberg without crossing any bridge twice?



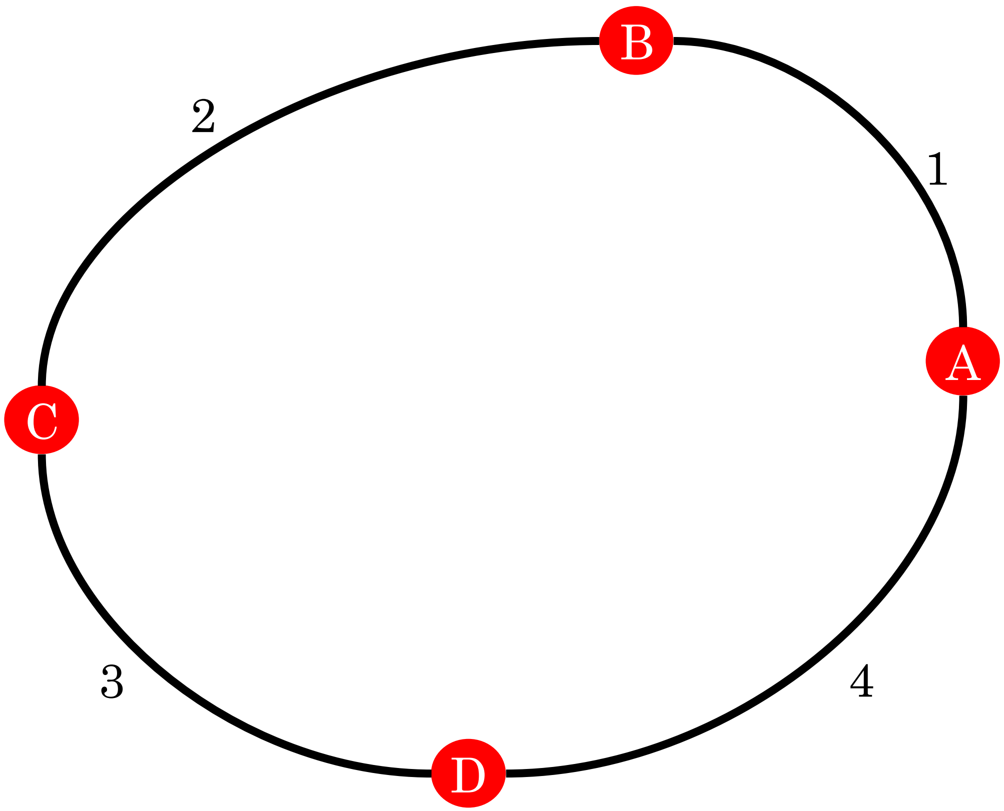
Leonhard Euler: 1736

The Königsberg Bridges Problem (*briefly* KBP):

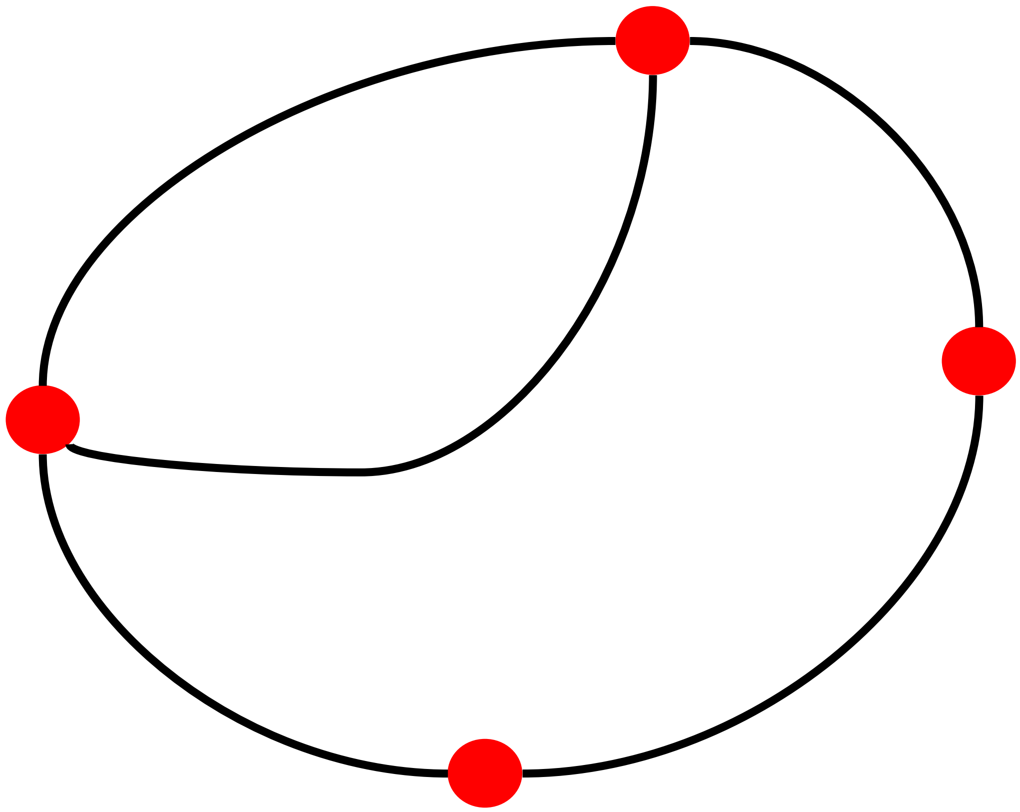
Is it possible for a pedestrian to walk across all seven bridges in Königsberg without crossing any bridge twice?



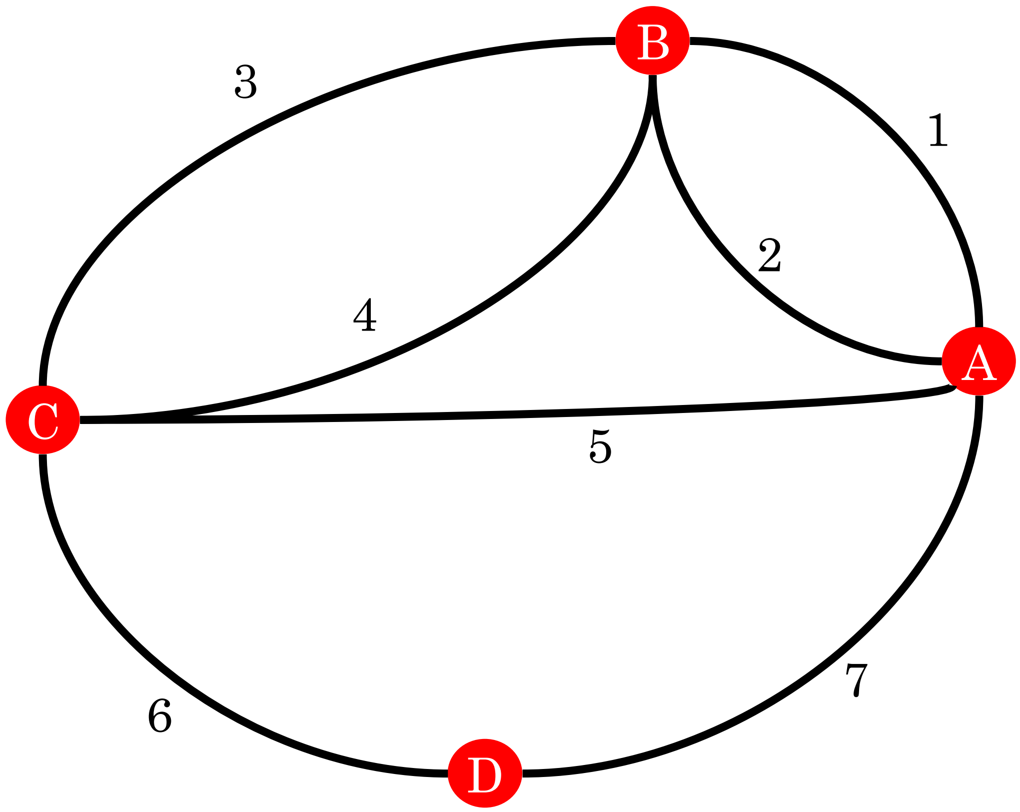
A1-B2-C3-D4



El Problema solo tiene solución si cada nodo tiene un número par de arcos asociado.



A1-B3-C6-D7-A5-C4-B2



Propósito

- Abordar de forma teórica y práctica, los problemas asociados al sector eléctrico.
- Motivar a los estudiantes en el conocimiento de la investigación de operaciones.

Justificación

El sector eléctrico en Colombia se encuentra en camino hacia la **transición energética** que incluye entre otras, el uso de **generación limpia** y la **participación de la demanda**. Esto genera nuevos retos para todos los actores del sector, y hace necesario el uso del estado del arte en **algoritmos de programación matemática**, para procesar **gran cantidad de información** y usarla para **tomar decisiones** en todos los horizontes de planeación.

Objetivo

- Guiar a los estudiantes en las bases teóricas del funcionamiento del mercado eléctrico colombiano.
- Guiar a los estudiantes en el aprendizaje del lenguaje Python y la librería de optimización Pyomo.
- Simular procesos reales relacionados con la transición energética

Programa

- Introducción al mercado eléctrico colombiano (4 h) - Teórica
- Introducción a Python-Pyomo (4h) - Práctica
- Características del Sistema Interconectado Nacional -SIN (4h) – Teórica
- Teoría de optimización lineal. (8h) – Teórica
- Teoría de subastas. (8h) – Teórica
- Programación de subastas de sobre cerrado. (4h) - Práctica
- Programación de subastas de dos puntas. (4h) – Práctica
- Modelos de planeación energética. (8h) – Teórica
- Programación del despacho económico. (4h) – Práctica
- Programación de un despacho hidrotérmico. (4h) -Práctica
- Retos de la Transición energética en Colombia. (4h) – Teórica
- Programación de modelos intradiarios. (8h) - Práctica

Evaluación

1. Parcial 20 % - **22 octubre**
2. Final 25 % - **Enero 2021**
3. Talleres prácticos python 25 % (individual) - Durante todo el curso (4-6)
4. Artículo técnico 25 % (grupos de 4) – **15 y 17 diciembre**
   - Formato IEEE – Resumen, palabras claves, introducción, modelo matemático, pruebas y resultados, conclusiones, bibliografía (al menos 2 referencias).
   - Resumen en Inglés.
   - Presentación (15 minutos).
5. 5% - Video individual de 2 minutos en Youtube. Tutorial de Pyomo (individual)

Bibliografía

1. BAZARAA M., JARVIS J. Programación lineal y flujo en redes
2. L. A. WOLSEY . Integer Programming.
3. Revista IEEE Transactions on Power Systems https://ieeexplore.ieee.org/
4. A. J. Wood and B. F. Wollenberg. Power Generation, Operation and Control.
5. Páginas CREG, UPME, XM.
6. http://www.pyomo.org/
7. Notas de clase. https://github.com/rightsidesas/claseUDEA

Requisito durante virtualidad

Para el curso el estudiante debe disponer de un computador, preferiblemente **Windows** y deberá instalar el software **Python** con la librería de optimización **Pyomo** y el software de optimización **CBC**. Además, el ambiente de desarrollo **Visual Studio Code**. Todas estas herramientas de software están disponibles de forma gratuita en internet.

IEEE TRANSACTIONS ON

POWER SYSTEMS

IEEE PES
Power & Energy Society®

IEEE POWER & ENERGY SOCIETY

SEPTEMBER 2020 VOLUME 35 NUMBER 5 ITPSEG (ISSN 0885-8950)

https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=9170931

Buscar en el índice de la revista la palabra opt

Optimización Aplicada a Sistemas de Potencia

2

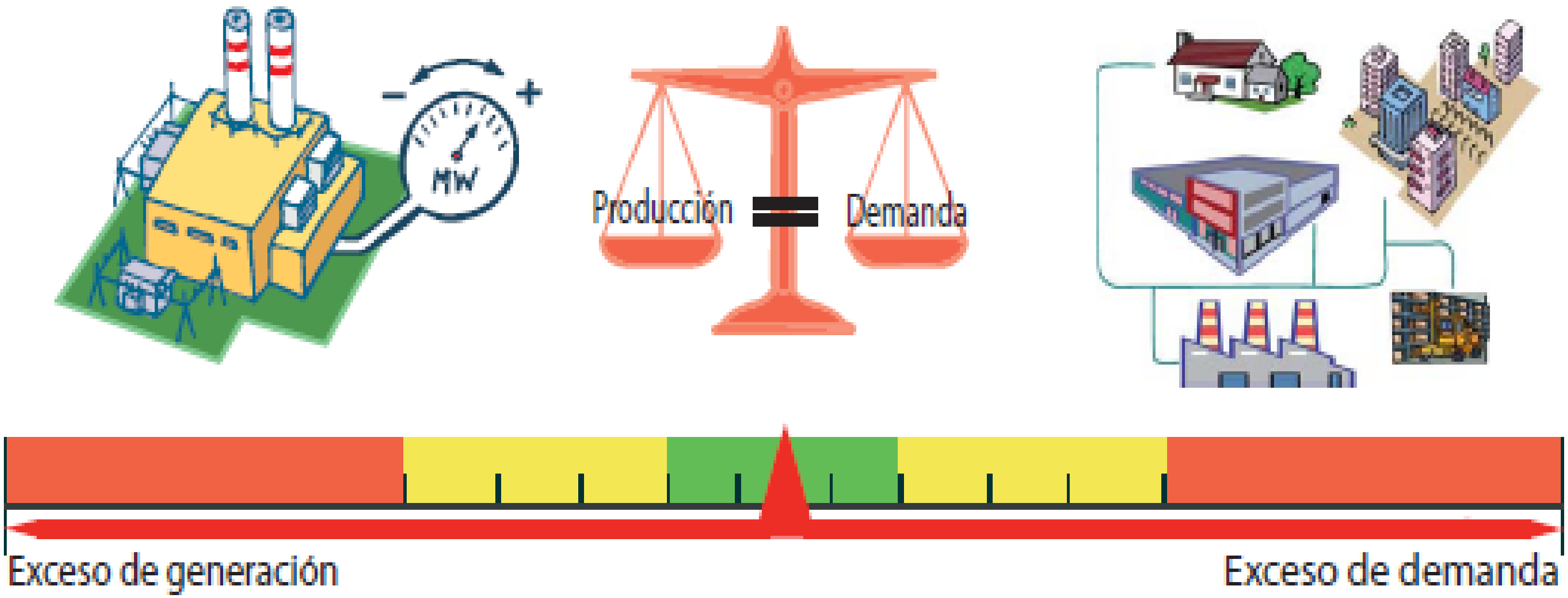
Universidad de Antioquia–2020

Introducción Al Mercado Eléctrico Colombiano

Cadena Eléctrica

Fuente www.xm.com.co

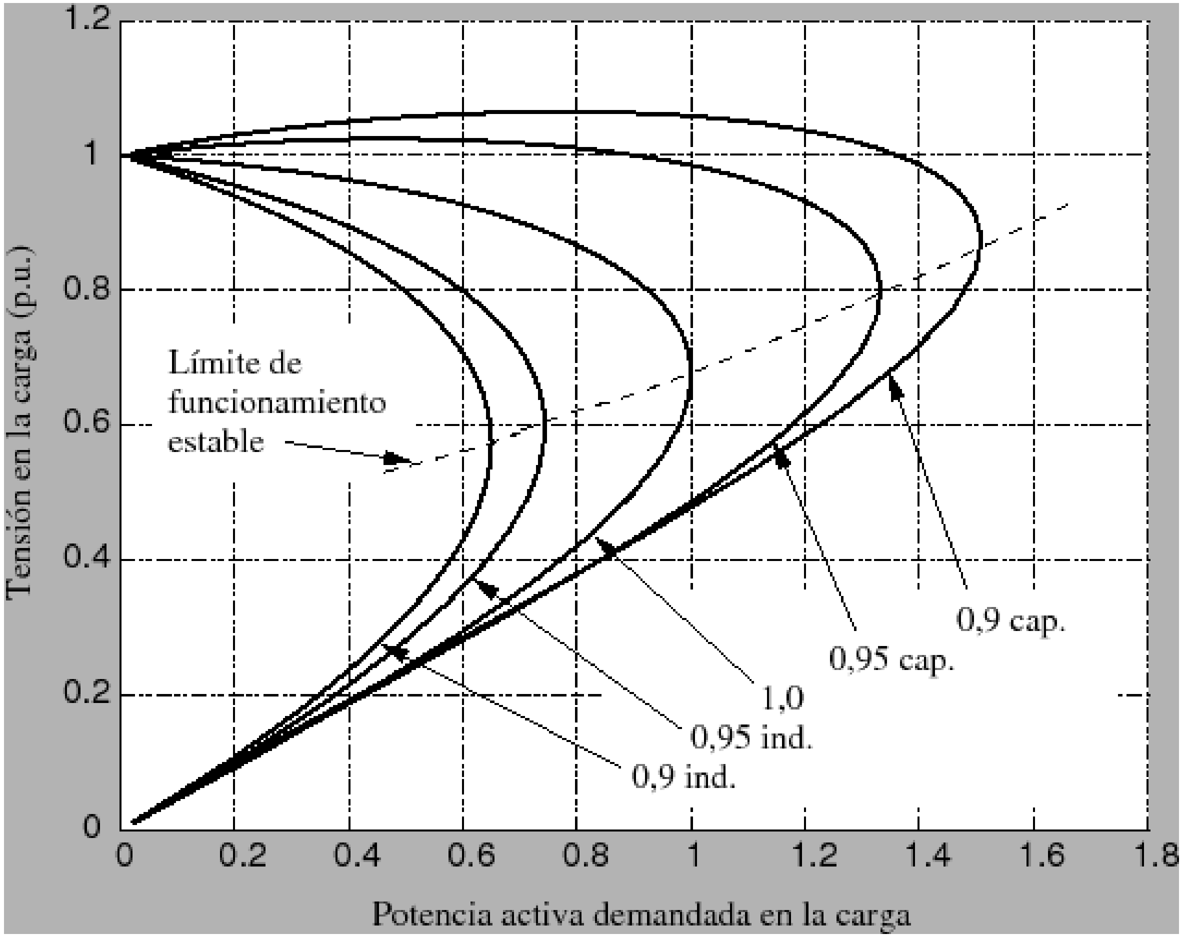
Frecuencia



59.8 - **60 Hz** – 60.2

Fuente www.ree.es

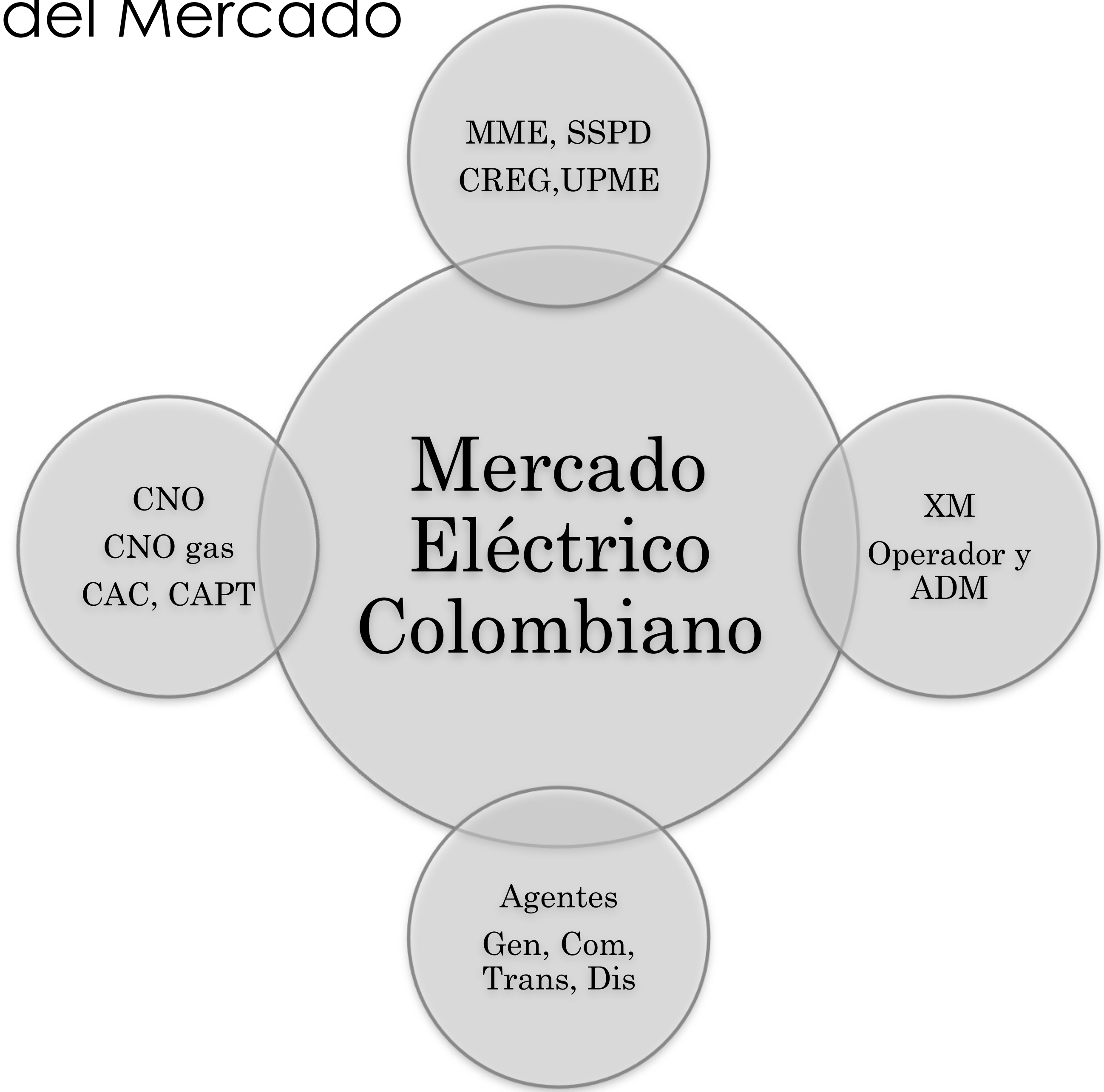
Voltaje



0.9 – **1 p.u** – 1.1 (1.05)

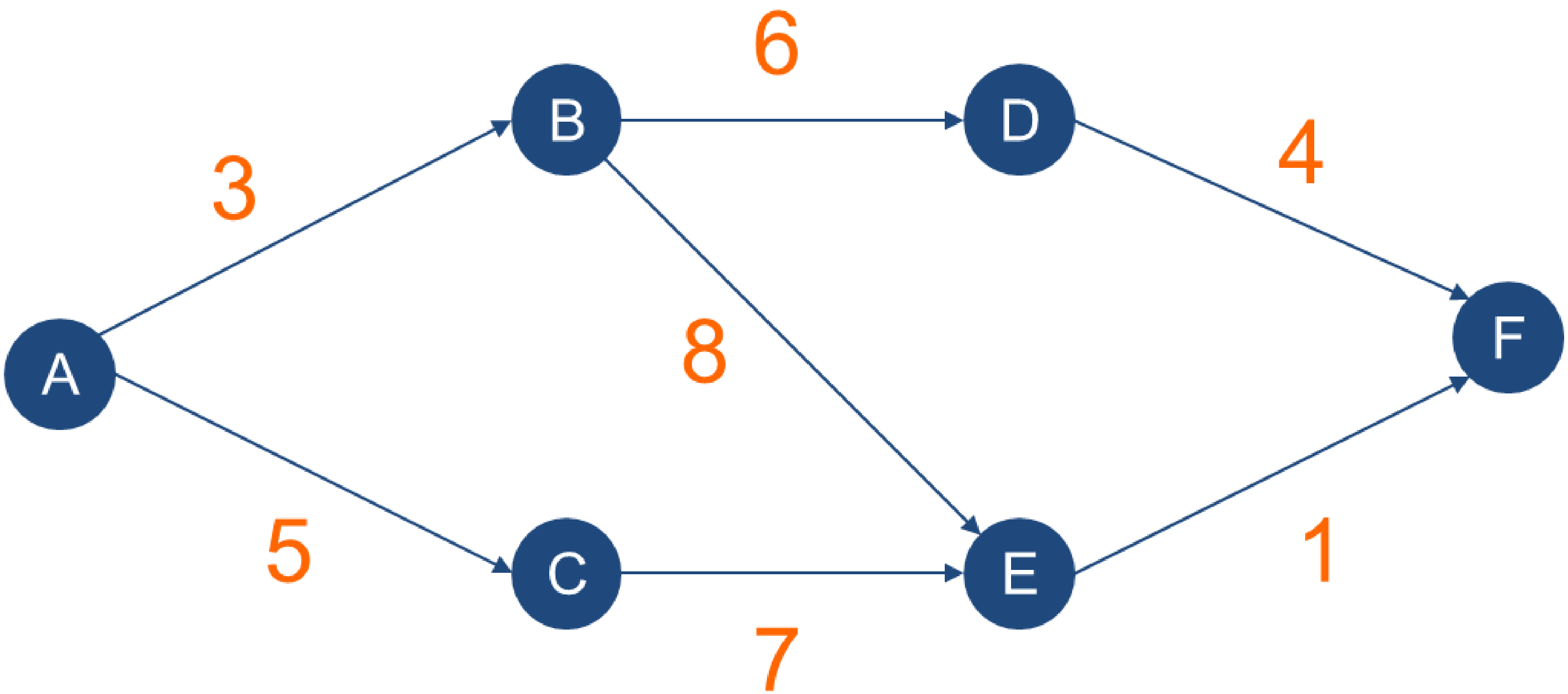
Fuente P. Kundur Power system stability and control

Actores del Mercado



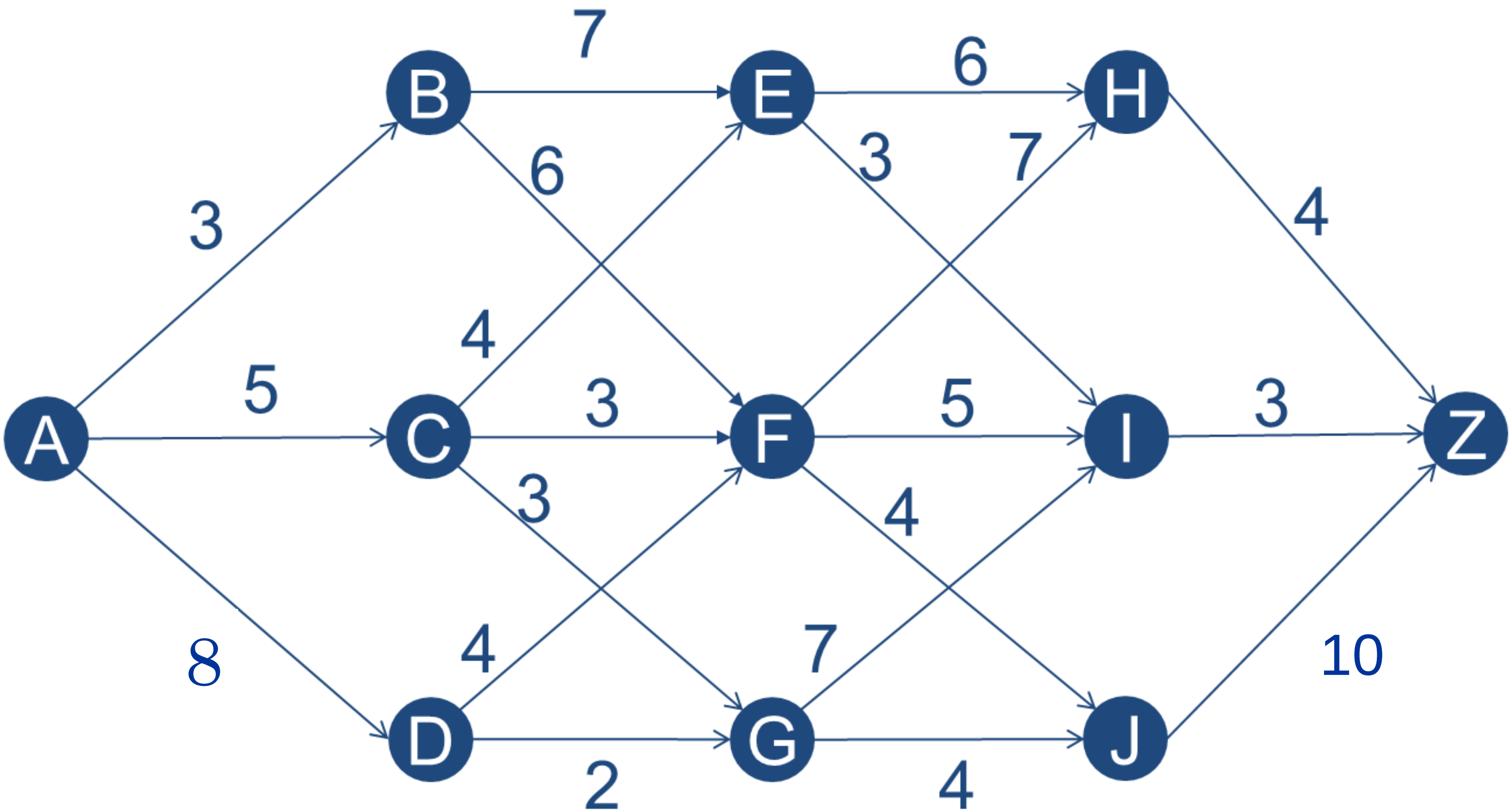
Introducción a la Investigación de Operaciones

Mejor Camino Entre A-F



Los números en los arcos representan costos o distancia

Mejor Camino Entre A-Z



Toma de Decisiones

- Una “Buena” Decisión La Puede Tomar Cualquiera, Bien Sea Por El Azar O Por Intuición.
- La Finalidad De Los Métodos Para Toma De Decisiones Es Servir De Soporte. (Información)
- Los Métodos Pueden Ser Cualitativos O Cuantitativos. Exactos O Aproximados, Determinísticos O Estocásticos, Lineales O No-lineales.
- El Desarrollo De Los Computadores Impondrán La “Fuerza Bruta” Sobre Cualquier Método Sofisticado. ¿Cuándo?

Historia

- George B. Dantzig 1947
- Programa De Despliegue Y Logístico Para La Fuerza Aérea De EU
- Programación En Una Estructura Lineal → Programación Lineal 1948
- 1949 Método Simplex
- ¿Pero Si El Mundo Es No Lineal? Richard Bellman – Programación Dinámica 1953

Problemas Típicos

- Problema De La Dieta
- Problema Del Agente Viajero
- Problema De Ruta Mas Corta
- Problema De Knapsack
- Problema De Patrones De Corte
- Problema De Planeación De La Producción
- Despacho Económico
- Despacho Hidrotérmico
- Flujo De Potencia Óptimo

Programación Dinámica

- Principio De Bellman: La Decisión Óptima Inmediata, Solo Depende Del Estado Actual, No De Cómo Se Llegó Hasta Él.
- Surge Por La Necesidad De Disponer De Un Algoritmo Más Sencillo Que El Simplex. (Computadores De La Época)
- Permite Solucionar Problemas No Lineales.
- Es Un Algoritmo Tipo Ascendente. Usa La Solución De Problemas Pequeños (Tablas) Para Encontrar La Solución Del Problema Completo.
- El Problema Debe Tener Una Estructura Especial En Donde Se Tomen Decisiones En Etapas Sucesivas.
- No Tiene Una Forma Estándar. Cada Problema Es Abordado De Forma Diferente.

Heurísticas

- Surgen Ante La Imposibilidad De Solucionar Problemas Complejos Con Métodos Exactos
- Son Algoritmos Basados En El Conocimiento Del Problema Y En Reglas Que Obedecen Mas A La Observación Y Experimentación Que A La Demostración Matemática.
- No Aseguran Un Óptimo. Velocidad Vs Precisión.
- Son De Baja Complejidad.
- Criterios De Parada.

Heurísticas

- Tabú Search
- Algoritmos Genéticos
- Enfriamiento Simulado
- Colonia De Hormigas
- Scatter Search
- Inteligencia Artificial

Programación Lineal

3

Representación estándar

$$\min | \max \rightarrow c_1 x_1 + c_2 x_2 + ... + c_n x_n$$

$$\begin{gathered}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\
\vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = b_m \\
x_1, x_2, ... x_n \geq 0
\end{gathered}$$

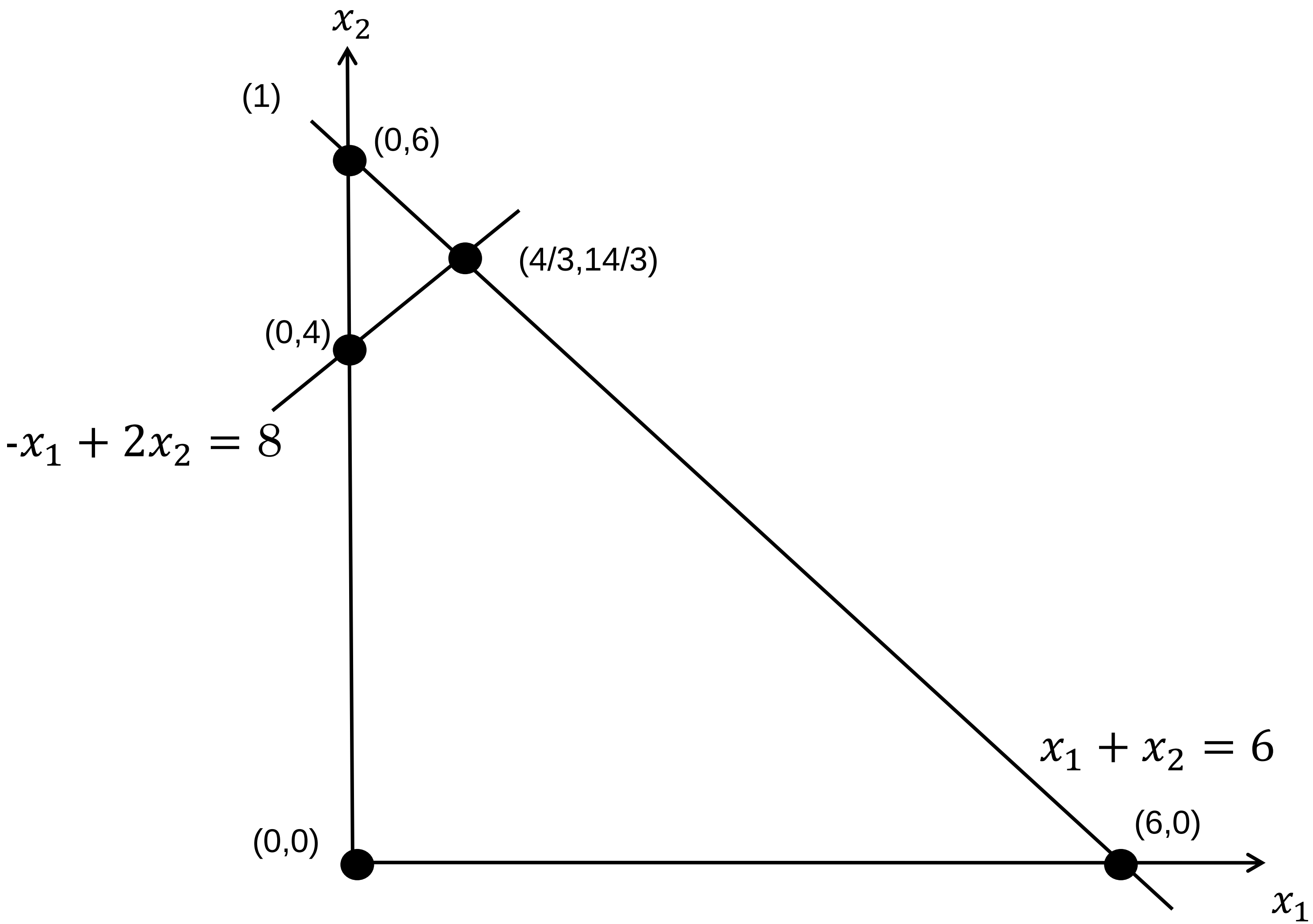
Representación estándar

$$x_1 + x_2 = 6$$

$$-x_1 + 2x_2 = 8$$

- Encontrar la solución del sistema de ecuaciones
- Graficar las ecuaciones y la solución

Solución geométrica



Sistema de inecuaciones

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 8$$

- Encontrar la solución del sistema de ecuaciones
- Graficar las ecuaciones y la solución

Sistema de inecuaciones

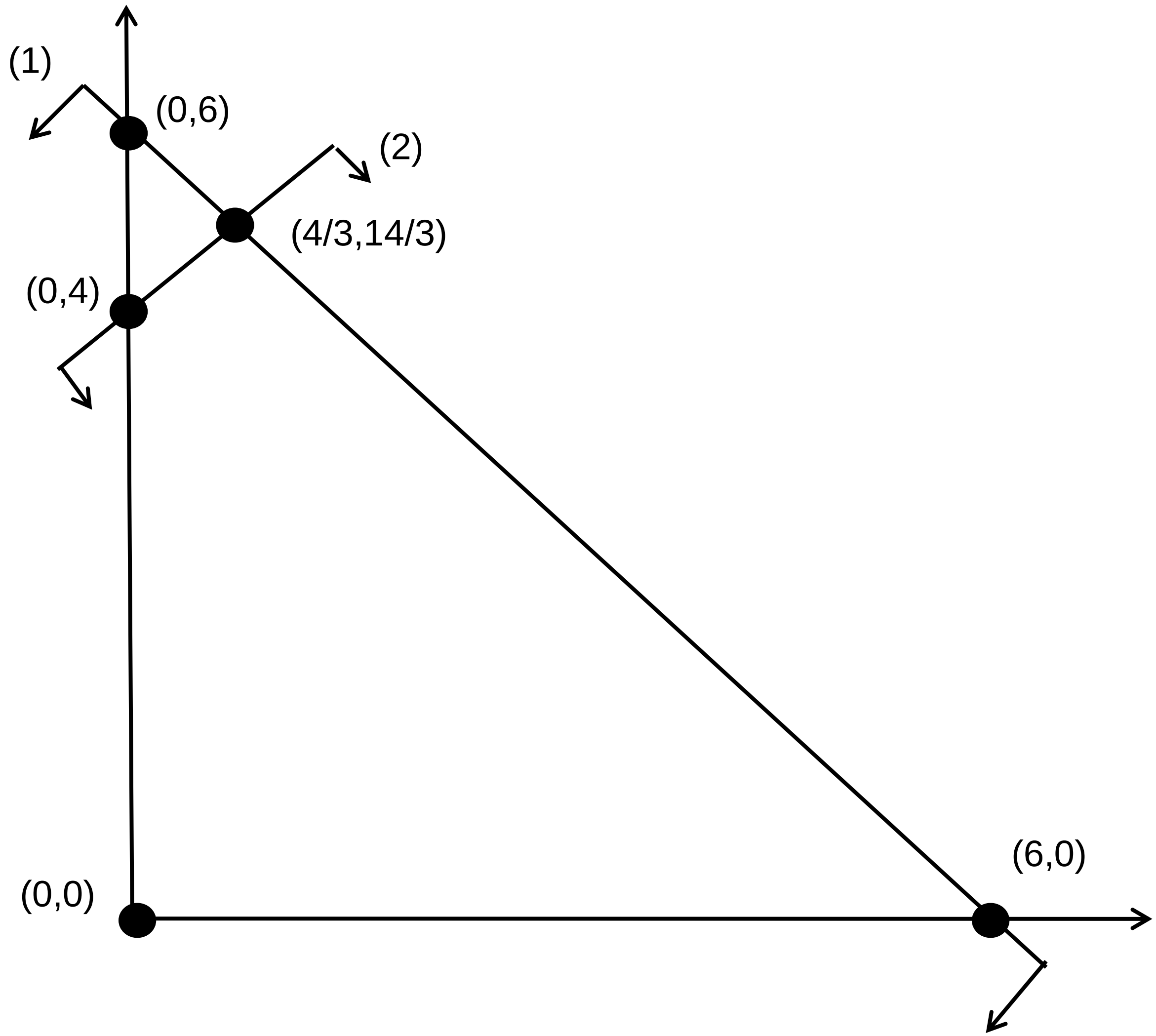
$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

- Encontrar la solución del sistema de ecuaciones
- Graficar las ecuaciones y la solución

Solución geométrica



Problema de programación lineal

$$min - x_1 - 3x_2$$

Función objetivo

$$s.a$$

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

Restricciones

$$-x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

- Graficar las ecuaciones y la solución

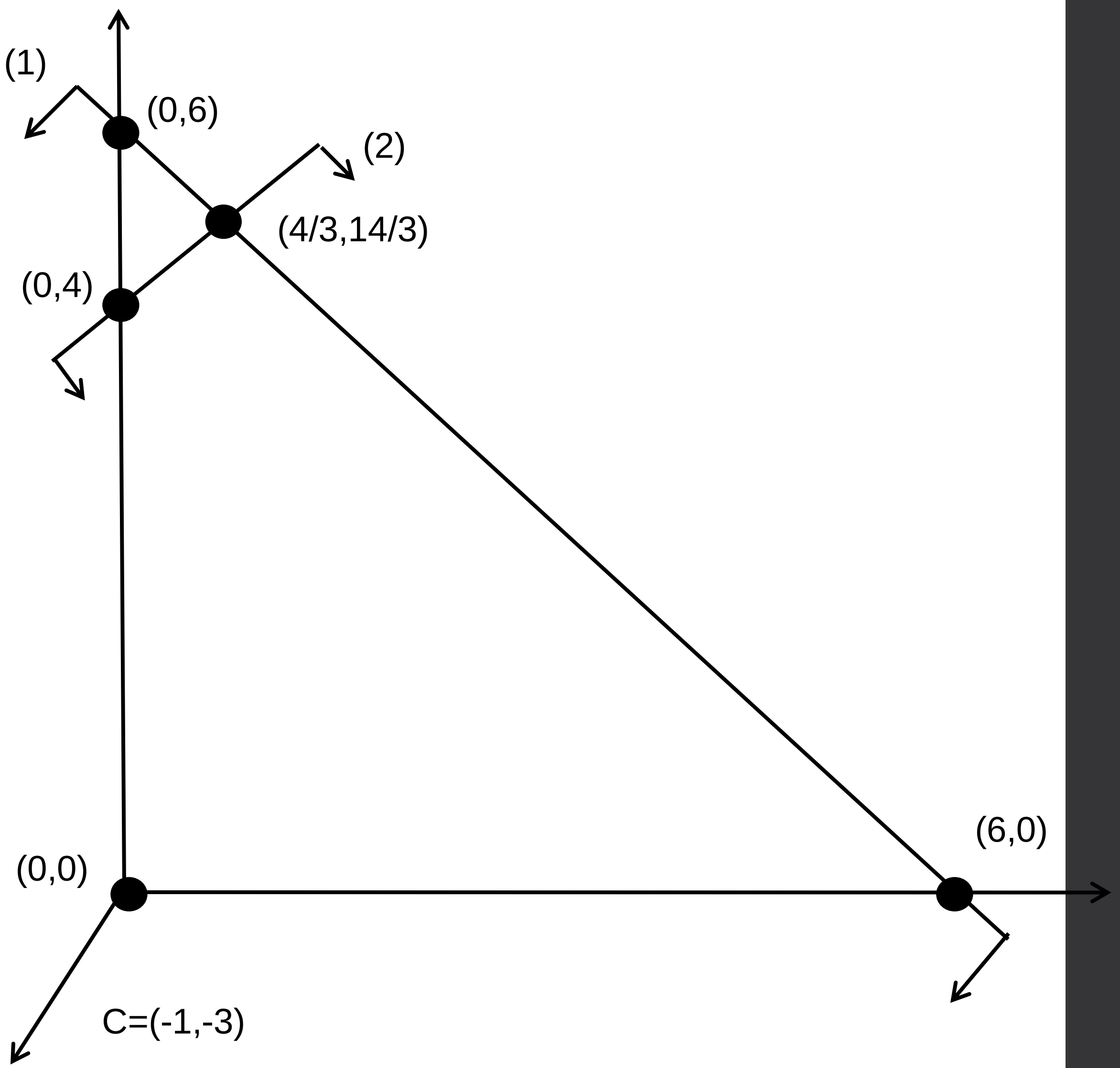
Solución geométrica

$$min - x_1 - 3x_2$$

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$



Solución geométrica

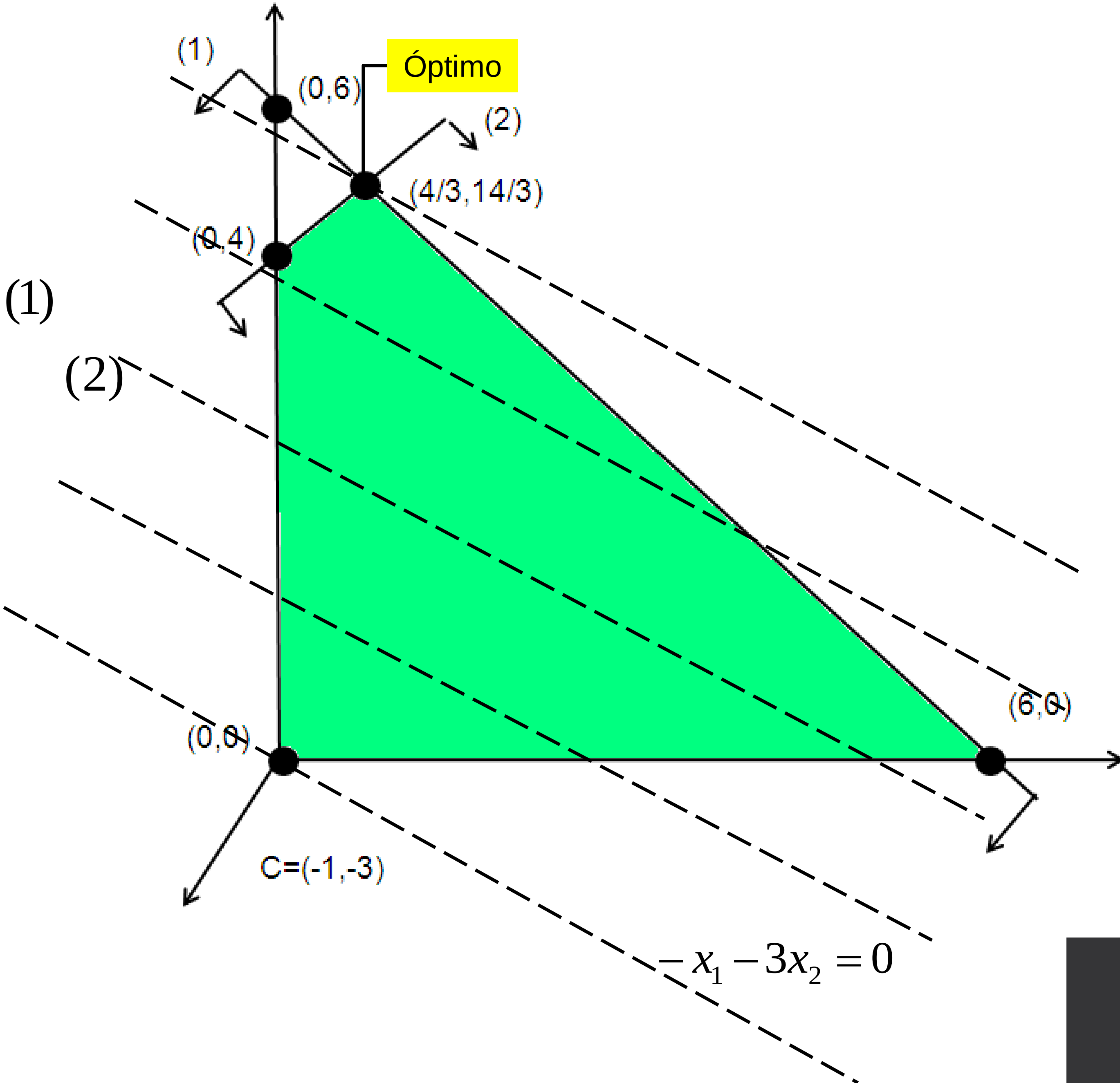
$$\min \rightarrow -x_1 - 3x_2$$

$$s.a$$

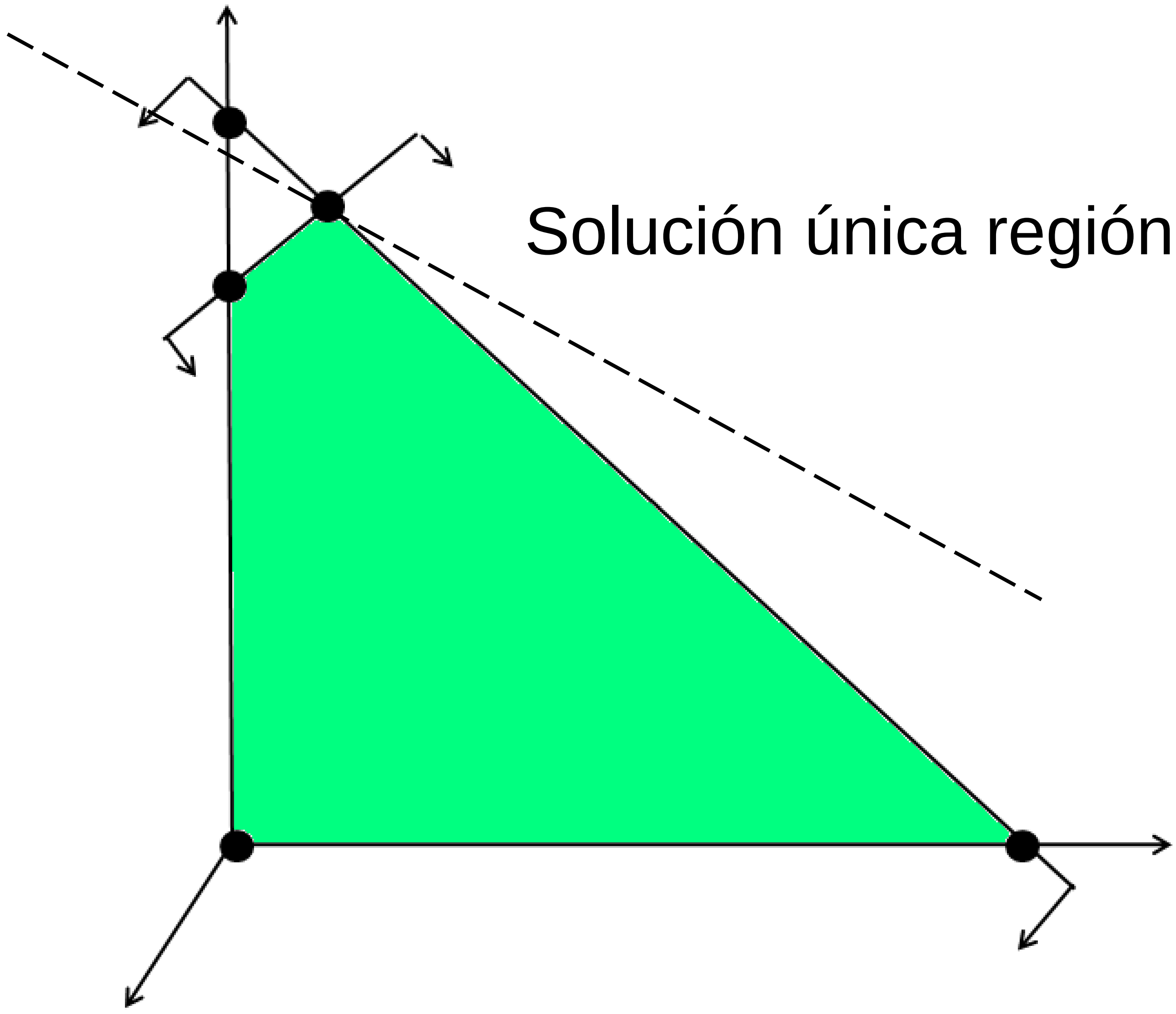
$$x_1 + x_2 \leq 6 \qquad (1)$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 8 \qquad (2)$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



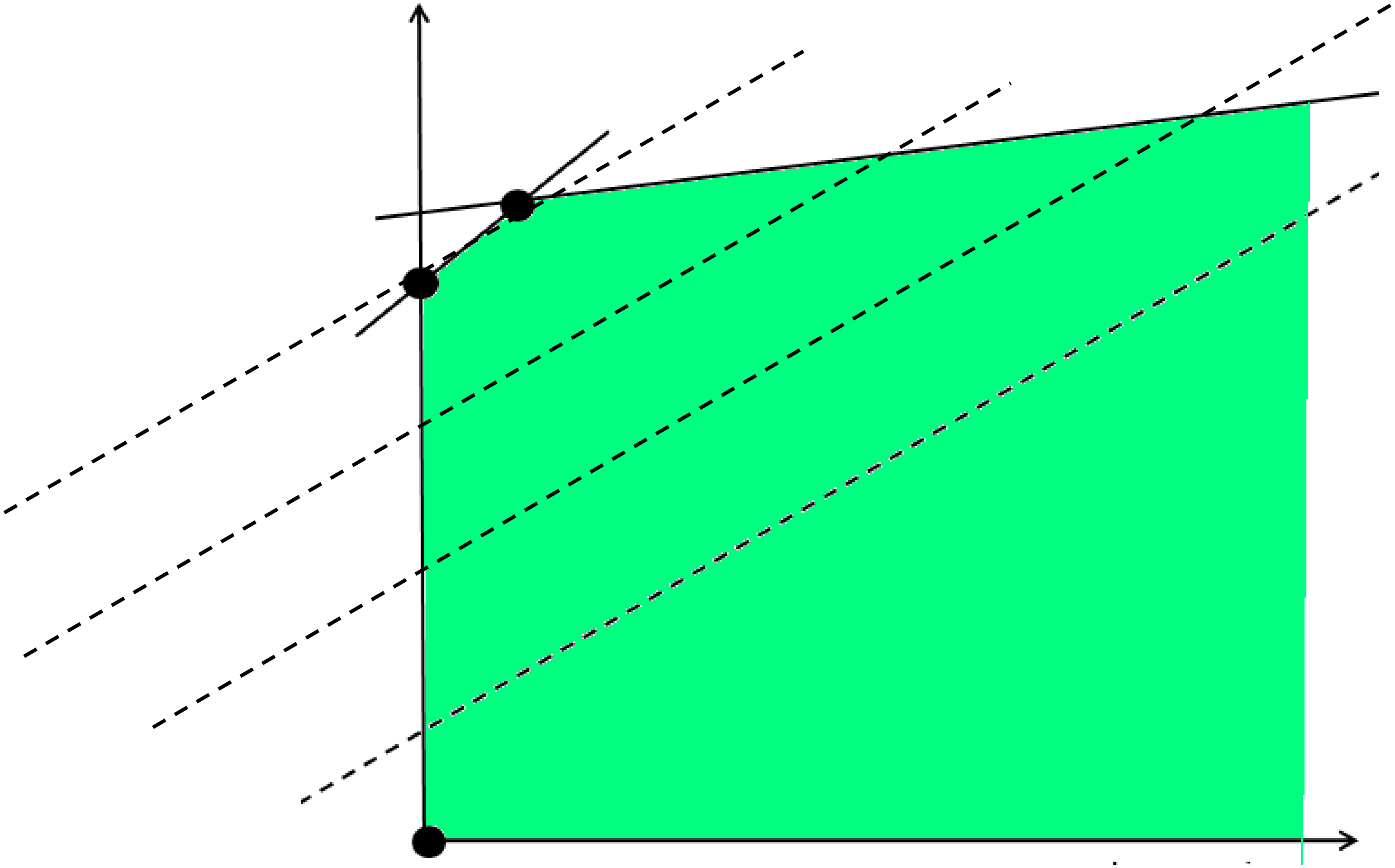
Tipos de soluciones



Solución única región acotada

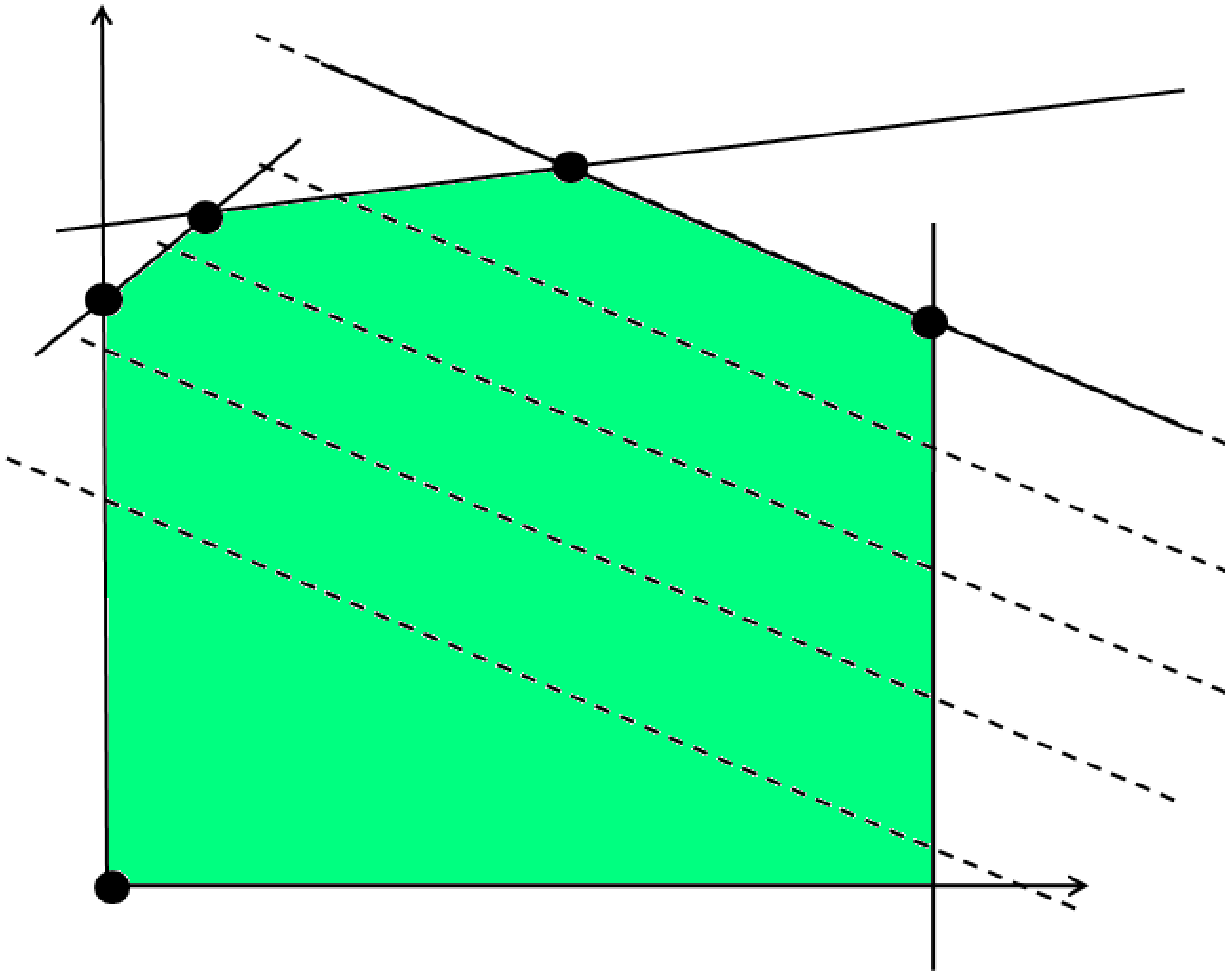
Tipos de soluciones

Solución única región no acotada



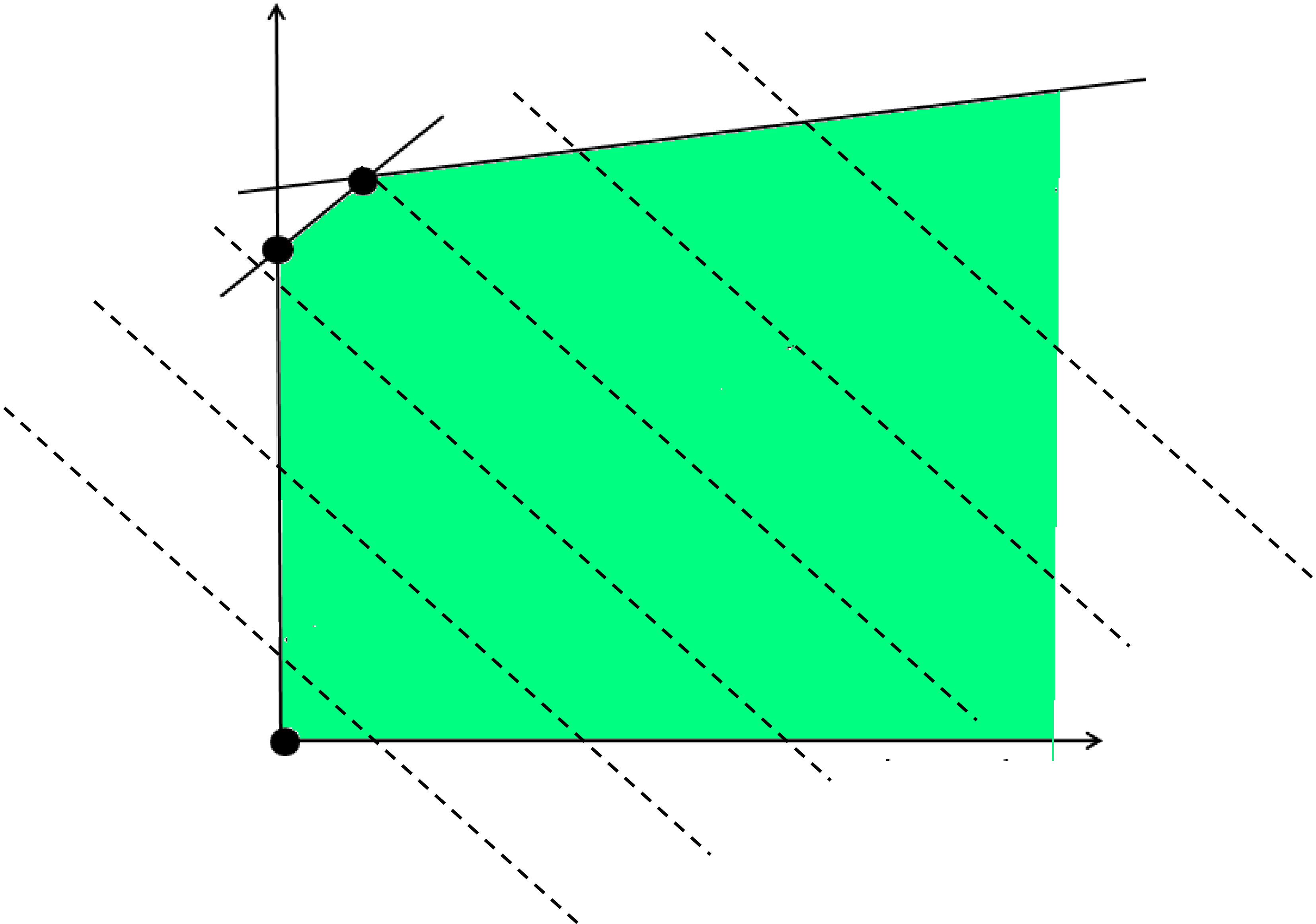
Tipos de soluciones

Infinitas soluciones



Tipos de soluciones

Solución no acotada



Convertir a forma estándar

$$x_1 + x_2 \leq 6 \Rightarrow x_1 + x_2 + h = 6$$

$$x_1 + x_2 \geq 8 \Rightarrow x_1 + x_2 - e = 8$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, h \geq 0, e \geq 0$$

Convertir a forma estándar

$$\max\ (x) \rightarrow \min\ (-x)$$

- ¿Cómo convertir variables no acotadas en variables positivas?

Problema de la mochila

variable	Peso	Valor
x1	5	8
x2	7	3
x3	4	6
x4	3	11

$$pesoMax = 14$$

$$\max \quad 8x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 11x_4$$

$$s.a$$

$$5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 14$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

- ¿Qué diferencia hay entre este problema y el resuelto en el taller cero?

Forma matricial

$$\min \rightarrow cx \qquad\qquad \min \rightarrow cx$$

$$s.a \qquad\qquad s.a$$

$$Ax = b \qquad\qquad Bx_B + Nx_N = b$$

$$x \geq 0 \qquad\qquad x_B, x_N \geq 0$$

Forma matricial

$$\max \sum_{i=1}^{4} VALOR_i \cdot x_i$$

$$\sum_{i=1}^{4} PESO_i \cdot x_i \leq 14$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i$$

Problema de la mochila

Forma algebraica

$$\min/\max \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} C_{i,j} \cdot x_{i,j}$$

$$\sum_{i=1}^{n} A_{i,j} \cdot x_{i,j} \leq B_j \qquad \forall_j$$

$$x_{i,j} \geq 0 \quad \forall i, j$$

Forma algebraica

$$\max \sum_{i=1}^{4} VALOR_i \cdot x_i$$

$$\sum_{i=1}^{4} PESO_i \cdot x_i \leq 14$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i$$

Problema de la mochila

Pasos iteración simplex

1. Convertir el problema a la forma estándar
2. Elegir una solución que cumpla las restricciones (factible)
3. Validar si es la solución óptima. (Costo reducido)
4. Elegir que variable entra y que variable sale
5. Encontrar el valor de las variables de decisión y validar si es factible

Ejemplo simplex

Introduction
to Linear Optimization

Dimitris Bertsimas
John N. Tsitsiklis

Example 3.1 Consider the linear programming problem

$$
\begin{array}{lrcrcrcrcl}
\text{minimize} & c_1x_1 & + & c_2x_2 & + & c_3x_3 & + & c_4x_4 & & \\
\text{subject to} & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 2 \\
 & 2x_1 & & & + & 3x_3 & + & 4x_4 & = & 2 \\
 & & & & & & & & & \\
\end{array}
$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.$$

The first two columns of the matrix $\mathbf{A}$ are $\mathbf{A}_1 = (1, 2)$ and $\mathbf{A}_2 = (1, 0)$. Since they are linearly independent, we can choose x_1 and x_2 as our basic variables. The corresponding basis matrix is

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejemplo simplex

Introduction
to Linear Optimization

Dimitris Bertsimas
John N. Tsitsiklis

We set $x_3 = x_4 = 0$, and solve for x_1, x_2, to obtain $x_1 = 1$ and $x_2 = 1$.

reduced cost $\bar{c}_3$ of the nonbasic variable x_3 was found to be $-3c_1/2 + c_2/2 + c_3$.

$$\bar{c}_j = c_j - \mathbf{c}'_B \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}_j.$$

Suppose that $\mathbf{c} = (2, 0, 0, 0)$, in which case, we have $\bar{c}_3 = -3$.

Programación Lineal Binaria – Branch and Bound

4

Problema lineal Entera

$$\max \rightarrow x_1 + 0.64 x_2$$

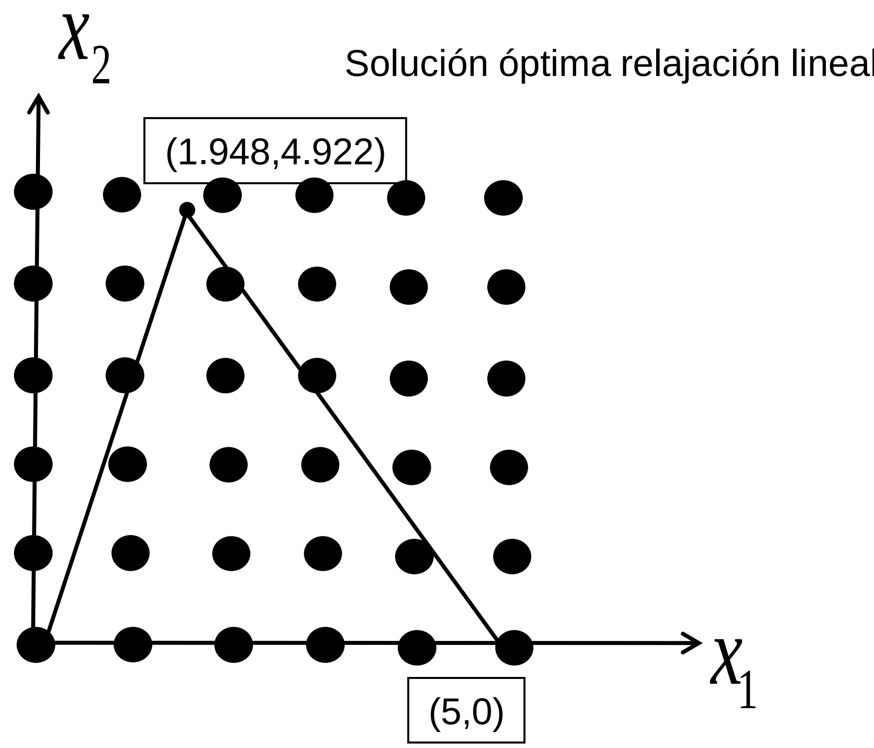
$$s.a$$

$$50 x_1 + 31 x_2 \leq 250$$

$$3x_1 - 2x_2 \geq -4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$x_1, x_2 \in Z$$



Branch and Bound

$$\max \rightarrow 8x_1 + 11x_2 + 6x_3 + 4x_4$$

$$s.a$$

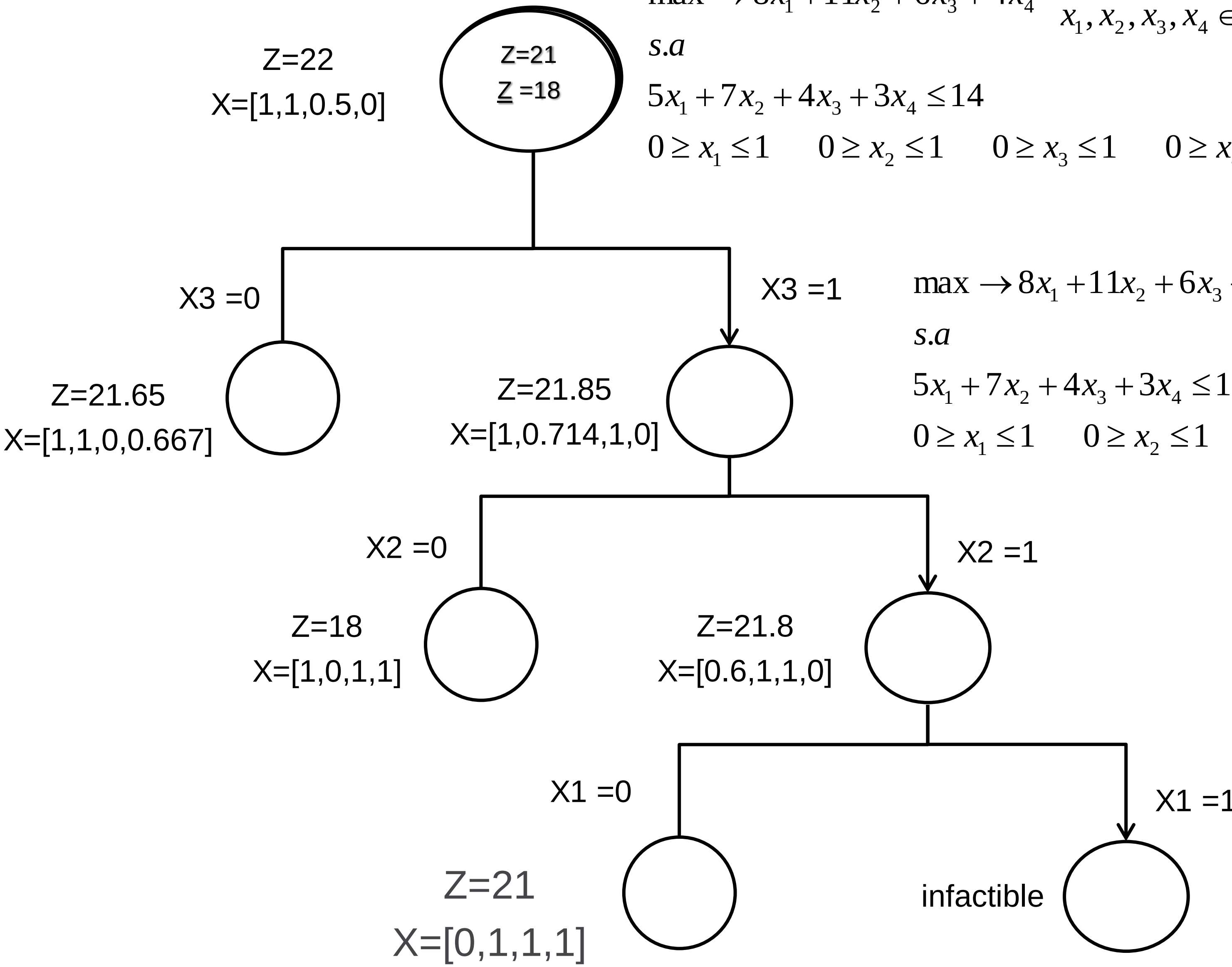
$$5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 14$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0,1\}$$

Branch and Bound

$$\max \rightarrow 8x_1 + 11x_2 + 6x_3 + 4x_4$$
$$s.a$$
$$5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 14$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0,1\}$$

$$\max \rightarrow 8x_1 + 11x_2 + 6x_3 + 4x_4$$
$$s.a$$
$$5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 14$$
$$0 \geq x_1 \leq 1 \quad 0 \geq x_2 \leq 1 \quad 0 \geq x_3 \leq 1 \quad 0 \geq x_4 \leq 1$$



$$\max \rightarrow 8x_1 + 11x_2 + 6x_3 + 4x_4$$
$$s.a$$
$$5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 14$$
$$0 \geq x_1 \leq 1 \quad 0 \geq x_2 \leq 1 \quad x_3 = 1 \quad 0 \geq x_4 \leq 1$$

4

El problema Dual

Linear Programming
and Network Flows
Fourth Edition
Mokhtar S. Bazaraa

Problema Dual

Linear Programming and Network Flows
Fourth Edition
Mokhtar S. Bazaraa

SIX: DUALITY AND SENSITIVITY ANALYSIS

For every linear program we solve, there is another associated linear program that we happen to be simultaneously solving. This new linear program satisfies some very important properties. It may be used to obtain the solution to the original program, and its variables provide extremely useful information about the set of optimal solutions to the original linear program.

This leads to rich economic interpretations related to the original linear programming problem. In fact, the roots of this problem lie in the characterization of the optimality conditions for the original linear program. For the sake of expository reference, we shall call the original linear programming problem the primal (linear programming) problem, and we shall call this related linear program the dual (linear programming) problem. Although the term "dual" comes from linear algebra, the term "primal" was suggested as an appropriate Latin antonym by Dantzig's father, Tobias Dantzig (who was a mathematician), to substitute for the cumbersome phrase, "the original problem of which this is the dual." Actually, the terms primal and dual for this related pair of linear programming problems are only relative, because the dual of the "dual" is the "primal" itself.

Problema Dual

Linear Programming
and Network Flows
Fourth Edition
Mokhtar S. Bazaraa

Table 6.1 Relationships Between Primal and Dual Problems

	MINIMIZATION PROBLEM		MAXIMIZATION PROBLEM	
Variables	≥ 0	$\longleftrightarrow$	$\leq$	Constraints
	≤ 0	$\longleftrightarrow$	$\geq$	
	Unrestricted	$\longleftrightarrow$	$=$	
Constrai nts	$\geq$	$\longleftrightarrow$	≥ 0	Variable s
	$\leq$	$\longleftrightarrow$	≤ 0	
	$=$	$\longleftrightarrow$	Unrestricted	

Problema dual

$$\begin{aligned} &\min \rightarrow cx \\ &s.a \\ &Ax \geq b \\ &x \geq 0 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} &\max \rightarrow wb \\ &s.a \\ &wA \leq c \\ &w \geq 0 \end{aligned}$$

$$\min 6x_1 + 8x_2 + 9x_3$$

$$3x_1 + x_2 + x_3 \geq 4$$
$$5x_1 + 2x_2 \geq 7$$

$$x_{1,}x_{2,}x_3 \geq 0$$

$$\Rightarrow$$

$$\max 4w_1 + 7w_2$$

$$3w_1 + 5w_2 \leq 6$$
$$1w_1 + 2x_2 \leq 8$$
$$1w_1 \leq 9$$

$$w_{1,}w_{2,} \geq 0$$

5

Modelado de condiciones lógicas – La magia de las variables binarias

Problema de portafolio

Seleccionar de un conjunto de proyectos $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ la combinación que maximice el beneficio esperado sin sobrepasar un presupuesto dado P. El beneficio asociado a cada proyecto es B_i. La inversión asociada a cada proyecto es K_i.

$$max \sum_{i=1}^{5} B_i \cdot x_i$$

$sujeto\ a$:

$$\sum_{i=1}^{5} K_i \cdot x_i \leq P$$

$$x_i \in [0,1]$$

Problema de portafolio

1. Si se selecciona el proyecto x_1 se debe seleccionar el proyecto x_3.
2. Si se selecciona x_2 no se puede seleccionar x_5

$sujeto\ a$:

$$x1 - x3 \leq 0$$

$$x2 + x5 \leq 1$$

Modelado de restricciones disyuntivas

$$\left.\begin{array}{l}\displaystyle\sum_{j=1}^{n} a_j x_j \ge b \\ \displaystyle\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \ge d\end{array}\right\} \quad y \in \{0,1\} \quad \Longrightarrow \quad \left\{\begin{array}{l}\displaystyle\sum_{j=1}^{n} a_j x_j \ge yb \\ \displaystyle\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \ge (1-y)d\end{array}\right.$$

Modelado de producto de dos variables binarias

$$y_1 * y_2 = y_3$$

$$y_3 \leq y_1$$

$$y_3 \leq y_2$$

$$y_1 + y_2 \leq 1 + y_3$$

y_1	y_2	y_3
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Problema de portafolio

3. Existe la posibilidad de conseguir un inversionista adicional con un presupuesto de P^*. Si se usa el presupuesto del nuevo inversionista la inversión K_i de cada proyecto se reduce en un 10% y el Beneficio se reduce en un 8%.

$$max\left(\sum_{i=1}^{5} B_i \cdot x_i - \sum_{i=1}^{5} 0.08 B_i \cdot x_i \cdot y\right)$$

$sujeto\ a$:

$$\sum_{i=1}^{5} K_i \cdot x_i \leq P \cdot (1-y) + 9999^* \cdot y$$

$$\sum_{i=1}^{5} 0.9 K_i \cdot x_i \leq (P + P^*) \cdot y + 9999 \cdot (1-y)$$

No es un problema con estructura lineal ya que tiene multiplicación de variables

Problema de portafolio

3. Existe la posibilidad de conseguir un inversionista adicional con un presupuesto de P^*. Si se usa el presupuesto del nuevo inversionista la inversión K_i de cada proyecto se reduce en un 10% y el Beneficio se reduce en un 8%.

$$max\left(\sum_{i=1}^{5} B_i \cdot x_i - \sum_{i=1}^{5} 0.08B_i \cdot z_i\right)$$

$sujeto\ a$:

$$z_i \leq x_i \qquad \forall i$$

$$z_i \leq y \qquad \forall i$$

$$x_i + y \leq 1 + z_i \quad \forall i$$

Problema de portafolio

$$max\left(\sum_{i=1}^{5} B_i \cdot x_i - \sum_{i=1}^{5} 0.08B_i \cdot z_i\right)$$

$sujeto\ a$:

$$x1 - x3 \leq 0$$

$$x2 + x5 \leq 1$$

$$\sum_{i=1}^{5} K_i \cdot x_i \leq P \cdot (1 - y) + 9999^* \cdot y$$

$$\sum_{i=1}^{5} 0.9K_i \cdot x_i \leq (P + P^*) \cdot y + 9999 \cdot (1 - y)$$

$$z_i \leq x_i \qquad \forall i$$

$$z_i \leq y \qquad \forall i$$

$$x_i + y \leq 1 + z_i \quad \forall i$$

$$x_i, z_i, y \quad \in \ [0,1]$$

Pasos para implementar una herramienta de optimización

1. Entender el Problema.
2. Identificar el objetivo. Definir si hay o no un problema de optimización.
3. Identificar variables de decisión.
4. Definir subíndices y conjuntos.
5. Definir Datos de entrada.
6. Definir función objetivo y restricciones.
7. Escribir el modelo en un software de programación algebraica. (Prototipo)
8. Solucionar el problema con un optimizador y validar resultados.
9. Implementar software de usuario final. (industrial)