



Demostar que el triángulo ABC y el triángulo ADE son semejantes y que están en razón 2:1

Tenemos que los puntos NML son puntos medios de \overline{BA} , \overline{MC} y \overline{BC} respectivamente, y que $\triangle ABC$ y $\triangle NML$ son semejantes a razón de 2:1, también que las rectas \overline{AB} es paralela a \overline{ML} , \overline{NM} a \overline{BC} y \overline{NL} a \overline{AC} , es decir:

- $\triangle ABC \cong \triangle NML$ (Son semejantes)
- N punto medio de \overline{AB}
- M punto medio de \overline{AC}
- L punto medio de \overline{BC}
- $\overline{AB} \parallel \overline{ML}$, $\overline{NM} \parallel \overline{BC}$ y $\overline{NL} \parallel \overline{AC}$

Paso 1. Encontrar que son semejantes por Ángulo-Ángulo-Ángulo

Los siguientes ángulos son semejantes:

- $\angle ANM$, $\angle NBL$ y $\angle ABC$ por que son ángulos formados con las paralelas \overline{NM} , \overline{BL} y \overline{BC} . llamaremos α
- $\angle AMN$, $\angle MCL$ y $\angle ACB$ por que son ángulos formados con las paralelas \overline{NM} , \overline{LC} y \overline{BC} . llamaremos β
- $\angle NLB$, $\angle MCL$ y $\angle AMN$ por que las segundas \overline{ANM} y \overline{NL} son cortados por las paralelas \overline{NM} y \overline{BC}
- $\angle MLC$, $\angle ANM$ y $\angle AMN$ por que las segundas \overline{ANB} y \overline{ML} son cortados por las paralelas \overline{NM} y \overline{BC} .

• $\angle BNL$, $\angle BAC$, $\angle LMC$ son semejantes porque los segmentos \overline{NL} y \overline{ML} son paralelos por (e)

Es decir:

$$\angle ANM = \angle NBL = \angle MLC = \angle ABC \quad (\alpha)$$

$$\angle AMN = \angle MCL = \angle NLR = \angle ACB \quad (\beta)$$

$$\angle BAC = \angle BNL = \angle LMC = \angle BAC \quad (\gamma)$$

Los ángulos del triángulo NML son los siguientes

$$\angle MLN = \gamma, \quad \angle MNL = \beta, \quad \angle NML = \alpha$$

Es decir, el triángulo $\triangle ABC$ es semejante $\triangle NML$

$$\triangle ABC \cong \triangle NML$$

Los segmentos $\overline{ML} = \overline{AN}$, $\overline{NL} = \overline{AM}$ por lo tanto

$$\frac{ML}{AB} = \frac{NL}{AC} = \frac{NM}{BC}$$

Como N , M y L son puntos medios

$$\overline{AN} = \overline{NB}, \quad \overline{AM} = \overline{MC}, \quad \overline{BL} = \overline{LC}$$

$$\overline{AB} = \overline{ML} + \overline{ML} = 2\overline{ML}$$

$$\overline{AC} = \overline{NL} + \overline{NL} = 2\overline{NL}$$

$$\overline{BC} = \overline{NM} + \overline{NM} = 2\overline{NM}$$

La razón del triángulo ABC y NML es de 2:1