# LOS NÚMEROS TOLTECAS

*Introducción a las matemáticas vigesimales del México antiguo*

Frank Díaz

KINAMES
S.A. de C.V.

Título: Los Números Toltecas

nawiakatl@gmail.com
® Kinames, S.A. de C.V.
Puebla 336-502, Col. Roma, México DF.
www.kinames.com
Primera edición, 2008
ISBN: 978-968-9379-05

# Índice

# Nota

Para un mejor entendimiento del contenido de este libro, recomiendo al lector tomar en cuenta las siguientes convenciones:

- Mesoamérica es el nombre que dan los investigadores a la región en la cual se desarrollaron las antiguas culturas de México; incluye los territorios de México, Guatemala, El Salvador, Honduras y parte de Nicaragua. En estas páginas, llamaré a esa zona por su nombre propio en lengua nawatl: Anawak, *el límite del agua*.
- El producto cultural de Anawak fue llamado por los pueblos de habla nawatl Toltekayotl, *toltequidad*, un término derivado del título Toltekatl, *persona culta*. En adelante emplearé el término "tolteca" en su sentido original, como un denominador genérico de todos los moradores cultos de Anawak.
- Los nombres de los números vigesimales se expresan en nawatl clásico, debido a que esta lengua llegó a ser de uso común en todo el Anawak, y recogió los logros culturales de los toltecas. Además, tales nombres reflejan nítidamente las reglas de composición y escritura de las cantidades.
- A fin de propiciar la correcta pronunciación de los términos en nawatl, estos se escribirán con ortografía fonética, de modo que se deben leer tal como están escritos, según los valores actuales del alfabeto español. El saltillo, representado por un apóstrofe ('), consiste en una breve suspensión del sonido, sin aspirado. La combinación LL se pronuncia como una L larga. Todas las palabras del nawatl, excepto los monosílabos, son graves (se acentúan en la penúltima sílaba).

# Introducción

# El alcance de los números en el México antiguo

Desde el momento en que los invasores europeos talaron el árbol de la civilización indoamericana, y durante más de cuatro siglos, las ciencias toltecas quedaron sepultadas en el olvido. Con ello, la humanidad perdió la posibilidad de usar en su beneficio la experiencia acumulada por los pueblos nativos de América durante milenios de desarrollo autónomo.

A fines del siglo 18, el despertar de la conciencia histórica entre los europeos motivó a grandes hombres del pensamiento a investigar las antiguas culturas. En unos pocos años, Europa descubrió, fascinada, el esplendor de las literaturas de la India, China y Arabia; un erudito francés descifró la escritura de los egipcios, y otros sacaron a la luz las olvidadas ciudades de Mesopotamia, Persia y el Cercano Oriente. Después de un siglo de hallazgos que cambiaron radicalmente la imagen que los europeos tenían sobre la historia de la humanidad, la mirada de los investigadores se dirigió a América.

Desde el primer momento, quedó claro que, para entender las culturas del México y el Perú antiguos, era necesario descifrar sus matemáticas, ya que estos pueblos le habían dedicado una gran atención a los misterios del número y su representación.

Ya en la década de 1830, el erudito turco Samuel Rafinesque-Smaltz estudió el sistema numérico que habían descubierto poco antes los exploradores en las ciudades perdidas de la selva maya, estableciendo correctamente el valor de los puntos y las barras.

Cincuenta años más tarde, el estudioso alemán Ernst Förstemann, mientras analizaba unas láminas del Códice de Dresden, se dio cuenta de que los mayas habían empleado dos tipos de numeración: una, estrictamente vigesimal y de carácter civil, y otra calendárica, que contenía una excepción en el orden de las veintenas. De ese modo, logró descifrar las complicadas cuentas del ciclo de Venus.

El tercer hito de esta historia ocurrió en el año 1966, cuando el ingeniero mexicano Héctor María Calderón publicó su libro "La ciencia matemática de los mayas". Basándose en deducciones lógicas, Calderón logró establecer los principios de una aritmética que él llamó "maya", aunque es aplicable a todos los pueblos de Anawak. También llegó a la conclusión de que los mesoamericanos debieron emplear un tablero de cálculo para facilitar sus operaciones, pues la propia naturaleza de sus números lo sugería. En las siguientes páginas trataremos de seguir la pista de ese hipotético tablero, a través de las evidencias arqueológicas.

Las investigaciones emprendidas hasta hoy, han creado las bases para penetrar en uno de los aspectos clave de la cultura mesoamericana. Sin embargo, aún nos falta mucho para saber hasta dónde, realmente, llegó el alcance los números y las ciencias toltecas. Tengo la impresión de que el futuro nos depara grandes sorpresas en tal sentido, y es responsabilidad y privilegio de las nuevas generaciones el darle continuidad a la tarea.

Deseo expresar mi agradecimiento a todos los que han participado en esta fascinante historia de desciframiento, tanto en el pasado como en el porvenir; y, en especial, al ingeniero Calderón, a quien dedico esta obra.

----------------

Uno de los aspectos que distinguen a los pueblos del México antiguo, entre las grandes culturas de la tierra, es su fascinación por las matemáticas, ciencia que desarrollaron a un nivel muy alto. Las matemáticas de Anawak eran tan capaces como las nuestras; tenían unas nociones de orden, estructura y conjunto, y un perfecto sistema de simbolización con el cual se podía representar cantidades hasta el infinito. El ingeniero Calderón resume esos logros con las siguientes palabras:

*La lengua maya tenía vocablos para las operaciones de suma, resta, multiplicación y división; conceptos tales como infinito, cero, remanente, igualdad, identidad, fracción y muchos otros... numerales rojos para indicar los valores negativos y negros para los positivos... Posiblemente, tuvieron un signo equivalente a nuestro punto decimal y ábacos más perfectos que los chinos.* (La ciencia matemática de los mayas)

Lo mismo podríamos decir de la lengua nawatl y, seguramente, de las otras lenguas cultas de Anawak, pues las matemáticas no fueron propiedad de un pueblo en particular, sino un legado común de todos los mesoamericanos.

Para apreciar en su esplendor el alcance de aquella ciencia, vale la pena conocer la historia de los números en nuestra propia cultura. Para nosotros, es muy sencillo hablar de cantidades como un millón, un billón, etcétera; pero, llegar a tales conceptos nos tomó miles de años de desarrollo. Los antiguos griegos, egipcios, hebreos y romanos no sabían representar el cero ni tenían idea del orden por posiciones. Cuando el científico griego Arquímedes (287 antes de Cristo) escribió un ensayo sobre los números, no encontró un término superior a la miríada (diez mil) para denominar cantidades, por lo que, a partir de ahí, tuvo que contar por “miríadas de miríadas”.

Sólo a fines de la Edad Media, por influencia de los árabes – quienes habían obtenido dicho adelanto de los hindúes –, los europeos desarrollaron la noción de la cifra y el orden decimal. Poco después, los comerciantes Italianos introdujeron la palabra “milion” para referirse a un millar de millares. En cuanto al billón, tuvo que esperar para su nacimiento a que el matemático francés N. Chuquet lo inventara hacia el 1500. Y un concepto como el de “infinito” no tuvo signo propio hasta 1656, cuando el matemático inglés J. Wallis empleó para ese efecto un ocho colocado en posición horizontal ($\infty$).

La situación en Anawak fue diferente. Los hallazgos han demostrado que, por lo menos desde mediados del primer milenio antes de Cristo, los olmecas ya conocían las cifras y los órdenes, lo cual implica el dominio del concepto del cero matemático. Asimismo, las fechas que inscribieron en sus estelas de piedra demuestran que sabían trabajar con los números negativos; e incluso diseñaron un signo en forma de espiral que hoy conocemos como Glifo de Serie Inicial, cuyo significado literal, en el contexto de una cuenta calendárica, es “infinitos órdenes vigesimales”.

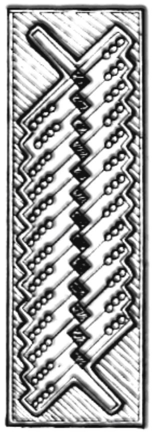
Estos inventos facilitaron las operaciones aritméticas de tal manera que, muy pronto, los mesoamericanos pasaron al estudio y representación de los grandes números. Por ejemplo, la estela 10 de la ciudad maya de Tikal, construida a comienzos de la era cristiana, contiene una fecha escrita con nueve cifras, que hacen un total de 68 millones 116 mil años. Otra estela en dicha ciudad representa una fecha de hace 400 millones de años, expresada en el número de días transcurridos desde entonces. El signo numérico más elevado que han descubierto los arqueólogos en las inscripciones mayas vale 64 millones de unidades, pero la lengua maya contiene el término Oshlahundzacab, que significa *decimotercer orden calendárico*, cuyo valor matemático es de casi 74 mil billones de unidades.

El énfasis en las matemáticas no era exclusivo de las clases cultas de Anawak. También el ciudadano común y corriente sentía fascinación por el misterio de los números, tal como se revela en la costumbre de poner a los niños recién nacidos nombres formados por un número y un signo.

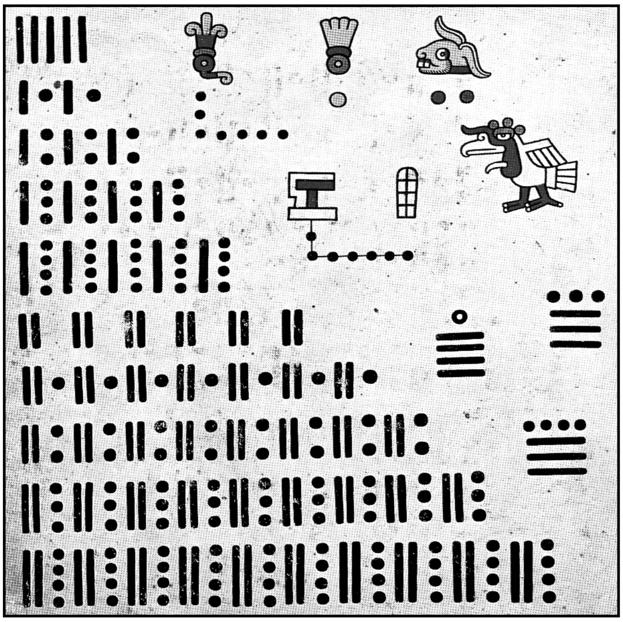
Las exigencias de la vida cotidiana, tales como la medida y repartición de los campos, la conducción del agua y el cálculo de masas y resistencias necesario para la construcción de las grandes pirámides, aunadas al reto intelectual de descifrar las leyes del movimiento de los astros, obligaron a los sabios de Anawak a estudiar la representación del número, y a solucionar problemas aritméticos y geométricos.

Hacia la época del esplendor olmeca, a fines del segundo milenio antes de Cristo, esos sabios realizaron un descubrimiento de excepcional importancia, que nuestra cultura moderna aún no ha sabido implementar en un nivel popular: la estructura de la cifra. Ello les permitió representar científica o racionalmente el número, así como elaborar fórmulas de cálculo más simples que las que empleamos nosotros en la actualidad.

A su vez, la estructura de la cifra generó la noción del orden, la cual dio origen a los conceptos del cero, el infinito y la periodicidad. Finalmente, la representación de las cantidades sugirió, por sí misma, el tablero de cálculo.



*Matemático inca con Quipu y tablero de cálculo, Códice de Huaman.*
*Un ábaco maya, según David Esparza Hidalgo.*



*Página de un códice matemático–calendárico (Fèjèrvary).*

El interés de los mesoamericanos en las matemáticas propició la construcción de herramientas que facilitaron las operaciones de cálculo, entre las cuales podemos mencionar las siguientes:

- El Nepowaltsitsin, *calculador,* una cuerda de la cual colgaban hilos de diversos colores donde se apuntaban las cantidades a través de nudos.[1]

- El Mekatlapoalli, *cuerda de cálculo*, una cuerda con nudos que permitía medir distancias. Su nombre indica que también servía para calcular, probablemente proporciones o triangulaciones.

---

[1] Los incas también conocieron este instrumento, al que llamaron Quipu. Según los cronistas, con él podían contar, calcular, llevar estadísticas, e incluso escribir relatos y poemas.

- El Witoliu'kanepanolli, *rosario*. No está claro qué tipo de instrumento era este, pues no ha dejado huellas arqueológicas; sin embargo, el ingeniero David Esparza Hidalgo (quien le llama Nepowaltsitsin) afirma que se trababa de un ábaco vigesimal. Operaciones realizadas en la actualidad con dicho ábaco, demuestran que su eficacia es comparable a la de nuestras calculadoras electrónicas.

Donde más se evidencia el alcance de aquellos números es en el calendario de Anawak, verdadero prodigio del intelecto humano. Este mecanismo, basado en las posibilidades de combinación de los conjuntos de números y signos, motivó que las matemáticas toltecas se desarrollaran en un sentido distinto de las nuestras, pero no menos refinado.

A través del calendario, los números penetraron en la cosmogonía y la religión de los toltecas, como se ve en el hecho de que las funciones del matemático–astrónomo se unieron con las del sacerdote, pues su objeto de estudio (los números y los ciclos) se entendía como la expresión de la conciencia divina. Por ello, afirma un texto indígena:

*Quienes calculan cómo cae un año, cómo sigue su camino la cuenta de los días, (cuándo) cae cada una de sus veintenas, quienes de esto se ocupan, a ellos les corresponde hablar de los dioses.* (Informantes de Sahagún, Coloquio de los Doce)

----------------

El estudio de las matemáticas toltecas es requisito para entender a los pueblos de Anawak, ya que los secretos de los sabios nativos quedaron cifrados en la magia del número y la proporción. Este trabajo quiere servir como introducción a los interesados en tan fascinante tema.

Para facilitar su asimilación, he distribuido los contenidos en treinta lecciones, cada una de las cuales está acompañada por un cuestionario que permite al estudiante evaluar su aprovechamiento, y también facilita la labor de los instructores.

Este libro contiene la primera materia del Curso de Toltequidad, impartido en el Centro de Estudios para la Arqueoastronomía y la Calendárica Mesoamericanas. Las materias de este curso son:

Primer módulo: Ciencias Toltecas

1 - Las matemáticas vigesimales de Anawak
2 - El simbolismo cosmogónico
3 - El calendario nawatl
4 - El calendario maya (Cuenta Larga)

Segundo módulo: Glífica y Literatura

5 - Introducción al nawatl clásico
6 - Simbolismo y escrituras de Anawak
7 - Lectura e interpretación de códices
8 - La literatura sagrada de Anawak

Tercer módulo: La Ideología tolteca

9 - Dioses y mitos fundadores de Anawak
10 - Creencias toltecas
11 - El ciclo de la Serpiente Emplumada
12 - El nagualismo

Cuarto módulo: Historia de Anawak

13 - Indoamérica y Anawak
14 - Principales culturas
15 - Principales instituciones sociales
16 - La resistencia de la Toltequidad

Para más información, le invitamos a consultar las páginas www.ceacm.com.mx y: www.calpulis.com.

Frank Díaz
México DF, Agosto del 2007

# Primera Parte
# La numeración nawatl

## 1.1
## PRINCIPALES CONCEPTOS DE LA NUMERACIÓN MESOAMERICANA

Las matemáticas del México antiguo estaban basadas en la numeración vigesimal. Ello significa que los órdenes de conversión no multiplicaban por diez, como ocurre entre nosotros, sino por veinte. Tal diseño fue válido para todo el Anawak durante toda su historia.

La numeración por veintenas no es originaria de América. Apareció en el Viejo Mundo en la época paleolítica y se conservó entre los celtas, los galeses, los ainos y algunas tribus siberianas. También se percibe su influencia entre los sumerios, pues, aunque este pueblo contaba por docenas, sus tablas de multiplicación incluían diecinueve cifras con sus productos. Aún hoy, los vascos siguen contando por veintenas y quedan vestigios de tal ordenamiento en algunos números del francés (por ejemplo, en el Quatre–vingt, *ochenta*, y el Quatre–vingt–dix, *noventa*), en el inglés (Four–score, *ochenta*), y sobre todo en el danés, cuya nomenclatura es una mezcla de motivos decimales y vigesimales.

Algunos investigadores han especulado sobre cuál pudo ser el origen de la numeración por veintenas. A juzgar por los nombres de los números en nawatl, dicho ordenamiento deriva del primitivo uso de los veinte dedos del cuerpo para contar. No obstante, en las lecciones correspondientes a la cosmogonía tolteca, veremos que existe una manera más elegante y científica para explicar la inserción del veinte en Anawak o, por lo menos, su uso continuado, pues refleja una forma de dividir el espacio que tenía la virtud de solucionar un difícil problema de geometría.

A pesar de su origen euroasiático, las matemáticas vigesimales alcanzaron su mayor esplendor en el México antiguo; fue aquí donde se transformaron en una verdadera ciencia al servicio del conocimiento del mundo. De hecho, la numeración vigesimal es uno de los motivos que caracterizan a la cultura mesoamericana.

Este desarrollo se debió al ingenio de un pueblo cuyo nombre propio se desconoce, pero al que, en la actualidad, llamamos "olmeca". Los olmecas fueron los civilizadores de Anawak. Aparecieron de manera repentina hacia el tercer milenio antes de Cristo y, poco después, inventaron las artes, la escritura, el calendario y la urbanización. Fueron estos logros, así como las necesidades derivadas de la organización de aquella sociedad, los que les motivaron a perfeccionar las matemáticas.

Los pueblos que sucedieron a los olmecas, tales como los zapotecas, los mayas y los nahuas, recogieron aquel saber y lo adaptaron a sus propias necesidades, pero reconociendo siempre la deuda de gratitud que tenían para con los viejos Maestros fundadores de la Toltequidad.

Los principales conceptos de las matemáticas toltecas eran:

- La *cantidad*, llamada en nawatl Kenin.
- La *unidad* y la *magnitud*, llamadas Sentetl, un término derivado del nombre arcaico de la *semilla*, Sen. La semilla, empleada originalmente para calcular, dio origen al primero de los dos elementos constitutivos de la escritura mesoamericana del número: el punto.
- El *número*, Tlapoalli o Tlapowalli, término formado de la raíz Poa o Powa, *caña*, más el prefijo Tla, que indica un uso genérico o sostenido. La caña, también usada para contar desde tiempos inmemoriales, dio origen al segundo elemento de la escritura del número: la barra.
- Los conceptos de *impar y par*, respectivamente llamados Ila y Kaila, estrechamente relacionados con la visión filosófica de los mesoamericanos, basada en la armonización de las polaridades. Estos conceptos dotaban a los números de características "masculinas" y "femeninas", por decirlo así, a través de las cuales, se les podía integrar en simbolismo cosmogónico.

La escritura de los números se basaba en siete inventos realizados por los sabios de Anawak, que fueron:

1ro. La representación del cero, algo muy complejo, pues se trataba de darle expresión visible a una ausencia.

2do. La escritura de las cifras mediante la combinación de dos signos: el punto y la barra.

3ro. La conceptuación del orden o posición numérica, un logro que les permitió representar las cantidades con máxima economía de signos.

4to. El invento del tablero de cálculo, que permitió ordenar las cantidades en columnas y filas, facilitando los cálculos.

5to. La simbolización del orden de conversión, que sintetizó la escritura de las cantidades, al sustituir los ceros al final de la expresión por un signo simple.

6to. La conceptuación del punto inicial, idea derivada del uso del cero en el calendario, que les permitió concebir y representar los números negativos.

7mo. El reconocimiento de las propiedades de los conjuntos de números, un descubrimiento que se desarrolló como ciencia propia a través del calendario.

A partir de estos inventos, los pueblos de habla nawatl organizaron los números en ocho categorías lingüísticas, casi todas reflejadas en la escritura jeroglífica; estas eran:

1ro. El cero. Al ser escrito dentro de una composición numérica, representaba al orden.

2do. La cifra simple, cuya característica era que poseía un nombre propio.

3ro. La cifra subordinal o suborden de composición de las cifras, también con nombre propio. Este concepto dividía la veintena en cuatro bloques para su más fácil manejo.

4to. La cifra compuesta, cuyo nombre se formaba a partir los de un suborden y una cifra simple.

5to. El suborden de composición de los órdenes, con nombre propio, un concepto que dividía los órdenes superiores a la veintena en cuatro partes. Tales subórdenes se aplicaban sólo para contar múltiplos exactos de los órdenes.

6to. El orden de conversión civil simple, cuyas unidades tenían nombre propio.

7mo. El orden de conversión civil compuesto, cuyo nombre se formaba por los de dos órdenes simples.

8vo. El orden de conversión calendárico, una forma de disponer los números que contenía una excepción a la multiplicación por veintenas, a fin de facilitar ciertos cálculos astronómicos.

*Un comerciante cuenta mediante semillas. Vaso maya.*

---

Verifique los conocimientos adquiridos

---

1. *¿En qué consiste la numeración vigesimal?*
2. *¿Dónde se inventó esta numeración?*
3. *¿Qué pueblo creó las matemáticas de Anawak?*
4. *¿Cuál es el origen natural de los elementos constitutivos de los números toltecas?*
5. *Mencione dos de los inventos matemáticos de los olmecas.*
6. *¿Por qué se caracterizan las cifras simples?*
7. *¿Cuántos tipos de orden existen en la numeración nawatl?*
8. *Califique de cierto o falso (C, F):*
   *___ Los subórdenes de composición de la cifra son cifras.*
   *___ Los subórdenes de composición de los órdenes son órdenes.*
   *___ La función del cero en las matemáticas de Anawak es representar al orden.*
   *___ Los órdenes civiles contienen una excepción a la multiplicación por veintenas.*
9. *Enlace los significados:*

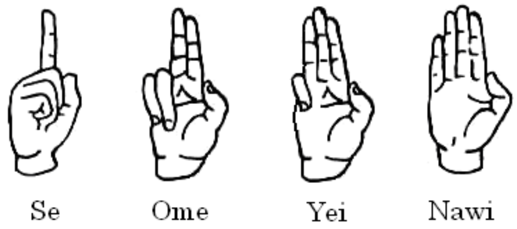
| | |
|---|---|
| *Ila* | *cantidad* |
| *Kaila* | *contar* |
| *Kenin* | *impar* |
| *Powilia* | *matemático* |
| *Sentetl* | *número* |
| *Sen* | *par* |
| *Tlapoalli* | *semilla* |
| *Tlapou'ke* | *unidad* |

## 1.2
## LAS CIFRAS SIMPLES

*Nota: en las lecciones de esta sección del curso, escribiré los nombres de las composiciones numéricas con guiones intercalados, a fin de hacer más fácil su comprensión a los estudiantes. Sin embargo, en la escritura ordinaria, los números se suelen escribir en forma corrida.*

Las cifras simples son aquellas que, al combinarse con los subórdenes, componen al resto de las cifras. Son las primeras cuatro y reciben los siguientes nombres en nawatl:

1, Se
2, Ome
3, Yei
4, Nawi




Estos nombres se originaron hace miles de años, como demuestra el hecho de que sus raíces se pueden rastrear en diversas lenguas, tanto de América como del Viejo Mundo, donde también están vinculadas a la numeración. Sus significados son los siguientes:

1, Se, *uno*. Procede de la raíz indoamericana[2] Sen, *semilla*, que da origen al sustantivo nawatl Sentli, *grano de maíz*. Como ya mencioné, dicho nombre se debe a que, en la antigüedad, los cálculos se hacían con la ayuda de semillas.

En nawatl clásico, este número se puede expresar tanto con el sonido arcaico Sen como con su apócope o abreviación Se. La variante Sen se usa preferentemente para formar composiciones con otras palabras; por ejemplo, Sen–tlamantli, *una cosa*, Sem–mati, concentrado. La variante Se se emplea cuando el número va aislado y cuando forma composiciones como palabras que comienzan con un sonido aspirado, como en el caso de Se–shikipilli, *una bolsa*. La aparición de una u otra variante se determina mediante una regla de la lengua llamada Eufonía, *buen sonido*.

Una forma antigua del sonido Sen, pronunciada Son, dio nombre, tanto en América como en Asia, a diversas deidades y conceptos relacionados con la agricultura y las semillas. Su apócope On, Om, se emplea hasta hoy para nombrar al número *uno* en muchas lenguas de la tierra, tal como observamos en el español Uno, el inglés One, el quechua Oma, el maya Hun, etcétera.

En nawatl clásico, el sonido On no se usa directamente para nombrar al uno, pero contiene sentidos alusivos a la unidad, tal como vemos en los términos Om, *un par de objetos*, y Omasik, *entero, unido, completo*. Además, entra en la composición de las cantidades, significando *en unidad con*.

2, Ome, *dos*. Este término es complejo, pues se compone de los nombres de dos números: On, la forma arcaica y protonawatl[3] del *uno*, y E, la forma clásica del *tres*. Por lo tanto, a diferencia de lo que ocurre con el resto de las cifras simples, el nombre del dos no es sencillo, sino una combinación, cuyo significado es *entre el uno y el tres*.

Cuando este número se compone con otra palabra, entra en operación una regla del nawatl llamada Aglutinación de raíces, según la cual, se omite la desinencia (última sílaba) del primer término. En este caso, el número Ome se queda en On o su variante Om, tal como vemos en los términos On–teka, *duplicar*, Om–akatl, *dos cañas*. Es importante tener esto en cuenta, a fin de no confundir la partícula copulativa On, *en unidad con*, con el nombre del dos en composición.

La regla anterior tiene una excepción aparente, cuando el dos se une a una raíz que empieza con E o I, en cuyo caso se mantiene el sonido Ome; por ejemplo, Ometl, *dos frijoles*, Omentin, *dos personas*, etcétera.

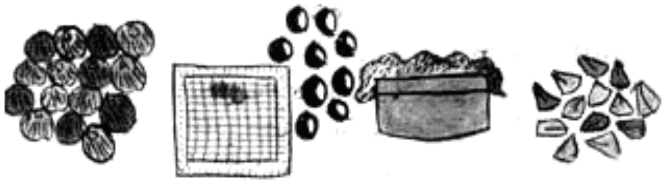
El nombre maya de esta cifra es Ca.

3, E, *tres*. El sonido E significa en nawatl el completamiento de una cantidad de tiempo o de cosas; forma términos como Ye, *hasta,* y Etik, *lleno, completo*. Curiosamente, E (Etl) también es el nombre del *frijol*; ¿quizás tal asociación deriva de una época en que se empleaban frijoles para contar?

---

[2] Las lenguas indoamericanas son casi todas las que se hablan en América. Están lejanamente emparentadas con las lenguas indoeuropeas, habladas en el Viejo Mundo.

[3] El protonawatl es el antepasado del nawatl, una lengua que estuvo vigente desde comienzos del primer milenio antes de Cristo hasta la caída de Teotihuacan, en el siglo 8 de la era cristiana.



*Dibujo mexica en el que se ven frijoles y otros tipos de granos junto a un tablero de cálculo. Códice Magliabecchi.*

El nombre maya de este número es Osh.

Algo a tener en cuenta para una correcta comprensión de esta materia es que, cuando la raíz E va aislada, adquiere un sonido I que sólo tiene una función demarcativa, lo cual da origen al nombre nawatl de esta cifra, Yei. Ello ha motivado algunas falsas interpretaciones.

Por ejemplo, el nombre del Ser Supremo, Ometeotl, se interpreta generalmente como el producto de la unión del número Ome, *dos*, con el calificativo Teotl, *divino*, leyéndose *divina dualidad.* Esto, además de violar la regla de aglutinación que acabamos de mencionar, contradice un concepto básico de la teología tolteca (la conciliación de las dualidades), así como la traducción de ese título, según se conserva en el Códice Vaticano 3738, lámina 17:

*"Este Dios es la causa suprema, llamado Ometeotl, que quiere decir Señor de Tres Dignidades".*

En realidad, el nombre divino se forma de la composición Om–E, *dos tres*; por lo tanto, su traducción correcta es *divina uni–dual–trinidad*, lo cual explica por qué el símbolo de Ometeotl es el triángulo o la cifra tres.

En la actualidad, las comunidades de habla nawatl pronuncian el nombre del tres de diversos modos. Por lo tanto, es preciso dejar claramente establecida las leyes fonéticas que operan en la raíz E, cuyos casos son cuatro:

a) Demarcación anterior. Cuando la raíz va al principio de una palabra, se le antepone el sonido I, pronunciándose Ye; por ejemplo, Ye–kshitl, *tres pasos*.

b) Demarcación posterior. Cuando la raíz le da conclusión a una palabra, cierra con el mismo sonido I, pronunciándose Ei. Ejemplo: el número Ma'tlaktliom–ei, *trece*, compuesto con Ma'tlaktli, *diez*, Om, *en unidad con*, y Ei, *tres*. (No debemos confundir este caso con aquellos en los cuales la raíz va seguida de un término que comienza con I o Y, tal como ocurre en Ome–yokan, *lugar de la uni–dual–trinidad*.)

c) Demarcación doble. Si la raíz E va aislada, se acota por ambas partes con el sonido I, pronunciándose Yei. En estos casos también son válidas las variantes E, Ye, Ei. En algunos dialectos, incluso se reduplica la sílaba, pronunciándose Eyi o Yeyi; también puede adquirir el conectivo On, pronunciando Eyom.

d) Sin demarcación. Si la raíz está dentro de una composición, no adquiere el sonido I y se mantiene como E, tal como vimos en el nombre de Om–e–teotl o como ocurre en el término Tla–e–pantli, *en tres rangos o niveles*.

4, Nawi, *cuatro*. Este nombre se forma de la raíz Nau, *fluir*, misma que da origen a los términos españoles Nao y Nave. Por extensión, adquirió los sentidos secundarios de *proyectar* y *exponenciar,* aplicados al cuatro porque es el primer cuadrado entre los números naturales.

Una aparición muy conocida de esta raíz forma el título del Nawalli o Nagual, *brujo*, importante personaje de la cosmovisión tolteca. Aunque, generalmente, este título se traduce como *el que de desdobla* (debido a la pretendida capacidad de los brujos para proyectar un doble espiritual), una traducción más exacta es *el que se exponencia* o llega a existir en un plano superior.

En composición con otras palabras, el *cuatro* se pronuncia Nau o se apocopa como Na y su variante Ne. Así lo vemos en los términos Nau–tlamantli, *cuatro cosas*, Na–kshitl, *cuatro pasos*, y Ne–pa, *cuatro veces.*

El nombre maya de esta cifra es Can.

| *cifra* | *nombre* | *significado* | *en composición* |
|---|---|---|---|
| 1 | Se, Sen | semilla | Se, Sen |
| 2 | Ome | del uno al tres | On, Om |
| 3 | Yei | conjunto | E, Ei, Ye |
| 4 | Nawi | reduplicado | Nau |

## Verifique los conocimientos adquiridos

1. *¿Qué papel tienen las cifras simples en la numeración mesoamericana?*
2. *¿Qué nombres tienen en nawatl las cifras simples?*
3. *¿Qué relación tiene el nombre nawatl del número uno con la forma primitiva de calcular?*
4. *¿Cómo se forma el nombre nawatl del dos?*
5. *¿Qué origen tiene el nombre del tres?*
6. *¿Cómo se asocia el sonido demarcativo I con la raíz E?*
7. *¿En qué consiste la regla de aglutinación de raíces?*
8. *¿Cómo se traduce el nombre de Ometeotl?*
9. *¿Qué significa la raíz del número cuatro?*
10. *¿Por qué en nawatl se aplica al número cuatro un nombre de raíz Nau?*
11. *Traduzca los siguientes términos:*
    *Patolli* ___________________________
    *Ometeotl* _________________________
    *Nawalli* ___________________________
    *Nakshitl* __________________________
    *Sentlamantli* ______________________
12. *Enlace los significados:*

| | |
|---|---|
| *Etik* | *cuatro* |
| *Etl* | *cuatro cosas* |
| *Ma'tlaktli* | *cuatro veces* |
| *Ma'tlaktliomei* | *diez* |
| *Nautlamantli* | *dos* |
| *Nawi* | *dos personas* |
| *Nepa* | *en unidad con* |
| *Ome* | *fluir* |
| *Omentin* | *frijol* |
| *On* | *grano de maíz* |
| *Onteka* | *hasta* |
| *Se* | *lleno* |
| *Sentli* | *trece* |
| *Seshikipilli* | *tres* |
| *Tlaepantli* | *tres niveles* |
| *Ya* | *tres pasos* |
| *Yei* | *una bolsa* |
| *Yekshitl* | *uno* |

## 1.3
## LOS SUBÓRDENES DE COMPOSICIÓN DE LAS CIFRAS

Los subórdenes de composición son aquellas cifras que permiten distribuir el primer orden (la veintena) en cuatro partes iguales. Son tres:

5, Makuilli
10, Ma'tlaktli
15, Kashtolli

Makuilli Ma'tlaktli Kashtolli

Al igual que las cifras simples, los subórdenes tienen nombres propios, cuyos significados son:

5, Makuilli, *cinco*, se compone de los términos Maitl, *mano*, y Okuilli, *apéndice, gusano, serpiente*. En esta unión operan tanto la regla de Aglutinación como la de Polisíntesis o modificación de sonido, pues la primera suprime la sílaba final de la palabra Maitl, dejándola en Ma, mientras que la segunda suprime la vocal inicial de la palabra Okuilli. De ese modo se forma la composición Makuilli, *los apéndices o gusanos de la mano*.

Ocurre con frecuencia que los términos religiosos y científicos en nawatl, forman juegos fonéticos y conceptuales que amplían su significado. Así lo vemos con este nombre, ya que resuena con el verbo Kuilia, *coger, agarrar*, y con el sustantivo Kuilli, *curva, carácter de escritura*. De modo que Makuilli también se puede traducir *lo que se agarra con la mano*, en referencia a los cinco dedos, y *la curva o el carácter de la mano*, en referencia a uno de los signos mediante los cuales los mexicas representaban el cinco.

Cuando se compone con otras palabras, el nombre del cinco pierde su última sílaba y se queda en Makuil, tal como vemos en el nombre del dios Makuil–shochitl, *cinco flor*.

Su nombre maya es Ho.

10, Ma'tlaktli, *diez*. Se compone de Maitl, *mano*, y Tlaktli, *la parte superior del cuerpo*, por lo que significa, *el torso con ambas manos*, en alusión a los diez dedos de las extremidades superiores. En composición se dice Ma'tlak; por ejemplo, Ma'tlak–tika, *una decena*.

Su nombre maya es Lahun.

15, Kashtolli, *quince*. Este término deriva de la raíz Kash, *vaso, paquete*, y se aplica al quince debido a que representa una cantidad redondeada de unidades. Kashtolli también significa *algo que está floja o imperfectamente atado*, lo cual parece aludir a que no llega a ser orden. En composición se dice Kashtol, como vemos en el número Kashtol–poalli, *trescientos*.

Su nombre maya es Holahun.

| *cifra* | *nombre* | *significado* | *en composición* |
|---|---|---|---|
| 5 | Makuilli | apéndices de la mano | Chiko |
| 10 | Ma'tlaktli | torso y manos | Ma'tlak |
| 15 | Kashtolli | paquete | Kashtol |

Verifique los conocimientos adquiridos

1. *¿Cómo se forman los subórdenes de composición de las cifras?*
2. *Mencione los valores y nombres de los subórdenes de composición de las cifras.*
3. *¿De qué raíces se forma el nombre nawatl del cinco?*
4. *¿Por qué término es substituido el cinco en la composición de su familia de cifras?*
5. *¿Por qué el tercer suborden se llama Kashtolli?*
6. *Enlace los significados:*

| | |
|---|---|
| *Chiko* | *adición* |
| *Kashtolpoalli* | *agarrar* |
| *Kuilia* | *apéndice* |
| *Maitl* | *cinco* |
| *Makuilli* | *cinco flor* |
| *Makuilshochitl* | *cuerda* |
| *Malakatl* | *decena* |
| *Ma'tlaktika* | *mano* |
| *Mekatl* | *manojo* |
| *Okuilli* | *redondez* |
| *Poal* | *torso* |
| *Tlaktli* | *trescientos* |
| *Tlakuitlalpilli* | *veintena* |

## 1.4
## LAS CIFRAS COMPUESTAS

Se puede decir que cada uno de los subórdenes de composición de las cifras tiene su propia “familia” de cuatro cifras compuestas, a las cuales da nombre.


El grupo liderado por Makuilli, *cinco*, está formado por la adición de las cifras simples al número cinco, componiendo las cifras del seis al nueve. Sin embargo, en tales composiciones el cinco no conserva su nombre, sino que es sustituido por el adverbio Chiko, *más, adición*, dando origen a la siguiente estructura:

| CHIKO + CIFRA SIMPLE = CIFRA COMPUESTA |
|---|

De ese modo, surgen los siguientes números:
6, Chikua–se, *más uno (seis)*
7, Chik–ome, *más dos (siete)*
8, Chiku–ei, *más tres (ocho)*
9, Chik–nawi, *más cuatro (nueve)*
Como podemos notar, existen algunas alteraciones del sonido de la raíz de estas cifras, ocasionadas por la regla de eufonía. A fin de lograr que un término compuesto sea eufónico o agradable al oído, es lícito alterar levemente el sonido de sus componentes, a fin de evitar convivencia de fonemas no armónicos. En el caso de las cifras seis al nueve, las modificaciones son las siguientes:

6: la vocal final del adverbio Chiko (o) se desdobla en el diptongo Ua, lo cual le da sonoridad a la expresión.

7: la vocal final de Chiko se funde con la vocal inicial de Ome, de modo que ocurre una contracción del sonido.

8: ocurre lo mismo que en el caso del 6, la última vocal de Chiko se transforma en el diptongo Ua; pero, a su vez, la A del diptongo se modifica por contaminación de sonido causada por la letra E con que comienza la siguiente raíz.

9: ocurre una contracción de sonido por elisión o desaparición de la vocal O, para evitar la cacofonía, de manera que Chiko se reduce a Chik.

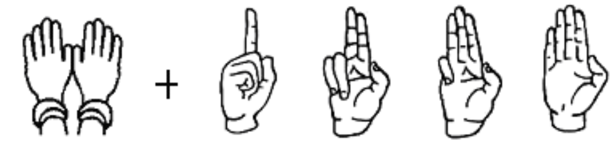
Es probable que el empleo de Chiko en estas cifras derive de una antigua forma de componer los números, presente quizás en el protonawatl, en la cual, el cinco se uniría a las cifras simples mediante dicho adverbio, produciendo cifras como Makuil–chik–ome, *cinco más dos* (*siete*), Makuil–chiku–ei, *cinco más tres* (*ocho*), etcétera. Posteriormente, por un afán de síntesis de la expresión, el nombre del suborden habría sido suprimido, ya que no era necesario mencionarlo para que el número resultara comprensible, resultando términos como Chikome, Chikuei, etcétera.

Otra explicación para el uso de Chiko, que complementa la anterior, es que este prefijo significa *una parte de algo, fragmento desigual,* y ya sabemos que los subórdenes son fragmentos del orden. De modo que expresiones tales como Chikuase o Chikuei contenían el significado de *una parte más uno, una parte más dos*, etcétera.

El término Chiko se forma de la raíz Chik o Shik, perteneciente a varias lenguas de América y Eurasia. No sólo aparece en la numeración nawatl, sino también en el sánscrito (la lengua sagrada de la India), donde forma composiciones numerales como Achikonawati, *noventa*, formada por Achiko, *multiplicado por*, y Nawati, *nueve*. Esta semejanza es una prueba del parentesco entre las culturas de América y las del Viejo Mundo, y refleja la comunidad de origen de las matemáticas asiáticas y toltecas.

Por su parte, la familia del suborden Ma’tlaktli, *diez*, se forma por la adición de las cifras simples al número diez, produciendo las cifras compuestas del once al catorce. Tal unión no es directa, sino a través de la partícula copulativa On, *en unidad con*, que se transforma en Om cuando la cantidad que sigue comienza con M. Las cifras resultantes tienen la siguiente estructura:

| SUBORDEN + ON + CIFRA SIMPLE =<br>CIFRA COMPUESTA |
|---|




Los nombres de este grupo de cifras son:
11, Ma'tlaktli–on–se, *diez y uno (once)*
12, Ma'tlaktli–om–ome, *diez y dos (doce)*
13, Ma'tlaktli–om–ei, *diez y tres (trece)*
14, Ma'tlaktli–on–nawi, *diez y cuatro (catorce)*
Aquí también ocurren las siguientes modificaciones del sonido:

11 y el 13: la regla fonética que se cumple es que, delante de una consonante, la nasal tiende a convertirse en N, mientras que delante de una vocal, tiende a convertirse en M (esta regla tiene excepciones). En nawatl, la M y la N se pueden sustituir para mejorar el sonido cuando están ubicadas al principio o al final de las palabras.

12 y 14: el principio fonético es que la nasal del copulativo On adopta el sonido de la raíz que le sigue. En el caso del doce se transforma en M y, en el catorce, en N. Tal reiteración del sonido es agradable en nawatl clásico.

En la época en que llegaron los españoles, la familia de cifras de Ma'tlaktli estaba evolucionando, tal como lo había hecho siglos antes la de Makuilli. El principal cambio es que se estaba perdiendo el nombre del suborden, que era representado por el copulativo On, Om, resultando las siguientes cifras:
11, Onse, *y uno* (once)
12, Omome, *y dos* (doce)
13, Omei, *y tres* (trece)
14, Onnawi, *y cuatro* (catorce)

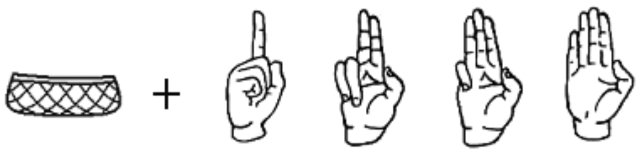
Aunque tal manera de numerar aún no había entrado con toda propiedad a la lengua culta, resultaba sintética y elegante, y no se prestaba a confusión, por lo que aparece recogida en las crónicas, tal como vemos en la siguiente cita de los informantes del padre Motolinia:

*Adoraban ellos un dios llamado Ometeotl, que significa señor del trece cielo.* (Teogonía e Historia de los Mexicanos)

Aquí, el cronista, quien refleja el nawatl popular de su época, interpretó el nombre divino como una composición formada a partir de la cifra Ma'tlaktliomei, *trece*, en la cual se omitió el suborden por innecesario, así como la I del final del término Ei, debido a que éste se compuso con el calificativo Teotl, *divino*. En esta traducción también notamos la influencia de la teología tolteca, que ubicaba a Ometeotl en lo más alto de la escala celeste, compuesta de trece planos; asimismo, se detecta una velada referencia a la otra traducción de Ometeotl (*divina uni–dual–trinidad*), ya que la misma cifra formaba parte del tres y el trece.

Hasta hoy, es posible encontrar las cifras abreviadas del once al catorce en los mercados indígenas del estado de Morelos.

Finalmente, añadiendo las cifras simples al tercer suborden, se forma la familia de Kashtolli, compuesta por las cifras del dieciséis al diecinueve, cuyos nombres son:
16, Kashtolli–on–se, *quince y uno (dieciséis)*
17, Kashtolli–om–ome, *quince y dos (diecisiete)*
18, Kashtolli–om–ei, *quince y tres (dieciocho)*
19, Kashtolli–on–nawi, *quince y cuatro (diecinueve)*




Aquí se cumplen los mismos cambios eufónicos señalados para las cifras del once al catorce. A diferencia de lo que ocurre con las cifras del segundo suborden, en este caso no se puede sintetizar la expresión, pues ello produciría confusión.

Antes de terminar esta lección, quiero llamar la atención sobre una cuestión ligüística que contribuye a un mejor entendimiento y pronunciación del nawatl. Como ya sabemos, en esta lengua se suprime la sílaba final de aquellas palabras que se componen con otras. Así lo vemos, por ejemplo, el nombre divino Ketsalkoatl, *serpiente emplumada*, formado por Ketsalli, *pluma fina*, que pierde la sílaba Li para unirse a Koatl, *serpiente*.

Sin embargo, las cifras compuestas conservan sin modificación alguna los dos términos que las componen. ¿A qué se debe ello? A que están separados por el sonido On, Om, que no es una palabra en sí, sino un agente vinculador. Por lo tanto, las cifras compuestas en realidad no son palabras, sino frases cuyos términos se escriben juntos por costumbre.

FAMILIA DE CIFRAS DE MAKUILLI – CHIKO

| *cifra* | *nawatl* | *composición* | *maya* |
|---|---|---|---|
| 6 | Chikuase | - | Uac |
| 7 | Chikome | Chikon | Uuc |
| 8 | Chikuei | Chikue | Uaxac |
| 9 | Chiknawi | Chiknau | Bolon |

FAMILIA DE CIFRAS DE MA'TLAKTLI

| *cifra* | *nawatl* | *composición* | *maya* |
|---|---|---|---|
| 11 | Ma'tlaktlionse | | Buluc |
| 12 | Ma'tlaktliomome | Omon | Lahca |
| 13 | Ma'tlaktliomei | Ome | Oshlahun |
| 14 | Ma'tlaktlionnawi | Onnau | Canlahun |

FAMILIA DE CIFRAS DE KASHTOLLI

| *cifra* | *nawatl* | *composición* | *maya* |
|---|---|---|---|
| 16 | Kashtollionse | | Uaclahun |
| 17 | Kashtolliomome | Kahstolliomon | Uuclahun |
| 18 | Kashtolliomei | Kashtolliome | Uashaclahun |
| 19 | Kashtollionnawi | Kashtollionnau | Bolonlahun |

Verifique los conocimientos adquiridos

1. *¿Cómo se forman las cifras compuestas?*
2. *¿Cuántas cifras compuestas existen en esta numeración?*
3. *¿En qué tipo de cifras se emplea el adverbio Chiko?*
4. *Mencione las cifras compuestas con el primer suborden.*
5. *¿En qué consiste la regla de eufonía?*
6. *¿Qué partícula se emplea para unir las cifras compuestas del once al diecinueve?*
7. *¿Cómo se pueden abreviar las cifras compuestas con el suborden Ma'tlaktli?*
8. *¿Por qué no se pueden abreviar las cifras compuestas con el suborden Kashtolli?*
9. *¿Por qué se afirma que las sílabas compuestas del once al diecinueve no son palabras?*
10. *Enlace los significados:*

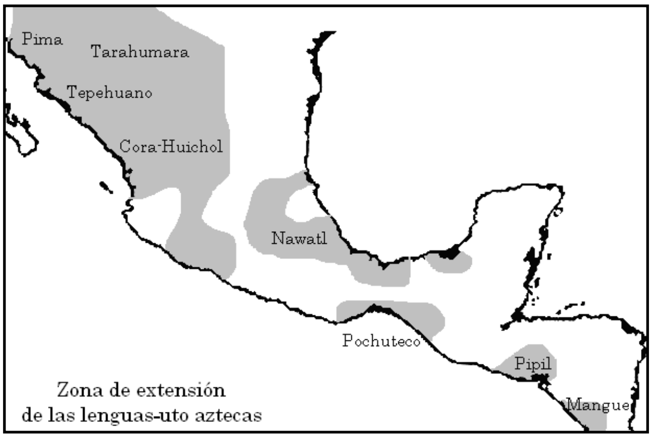
| | |
|---|---|
| *Chiknawi* | *seis* |
| *Chikome* | *siete* |
| *Chikuase* | *ocho* |
| *Chikuei* | *nueve* |
| *Kashtolliomei* | *once* |
| *Kashtolliomome* | *doce* |
| *Kashtollionnawi* | *catorce* |
| *Kashtollionse* | *dieciséis* |
| *Ketsalli* | *diecisiete* |
| *Koatl* | *dieciocho* |
| *Ma'tlaktliomome* | *diecinueve* |
| *Ma'tlaktlionnawi* | *pluma fina* |
| *Ma'tlaktlionse* | *serpiente* |

# 1.5
# VARIANTES DIALECTALES

En este curso he preferido emplear la pronunciación clásica del nawatl porque, de ese modo, contribuimos a recuperar el esplendor de dicha lengua. Las fuentes de la investigación son los diccionarios redactados por los padres españoles durante el período de la invasión, pues en estos se refleja directamente el habla de los nativos, antes de esta fuese contaminada por la influencia del español. En particular, me he basado en los diccionarios de Sahagún, Olmos y Molina, así como en los compendios hechos en tiempos modernos por Remi Simeón y Alex Wimmer. También consulté la pronunciación que aparece en las crónicas escritas en nawatl por los cronistas nativos, tales como Ixtlilxochitl y los informantes de Sahagún y Motolinia.

Sin embargo, debido a que, en la actualidad, los hablantes del nawatl pronuncian los números de diversas formas, es necesario dar algunas explicaciones, a fin de que la pronunciación empleada en estas páginas no se interprete como una incorrección.

El nawatl es una lengua perteneciente al grupo Uto–azteca, del tronco Indoamericano. Variantes suyas son habladas en la actualidad por cerca de dos millones de personas en numerosos pueblos de Centro y Norteamérica.




El nawatl es un poco más viejo que el español, pues surgió a mediados del primer milenio después de Cristo, quizás como consecuencia de la atomización del territorio de Anawak provocada por el colapso de Teotihuacan. Alcanzó su forma "clásica" o de máximo esplendor entre los siglos 13 y 15 de la era cristiana, gracias a la actividad literaria de grandes poetas como Nesawalkoyotl y Ayokuan, así como por la protección que le brindaron a la actividad literaria los gobernantes de Texcoco, Huexotzingo y Tenochtitlan (tres de los reinos del Valle de México).

Debido a su evolución interna, y también por la presión aculturalizante del español, en la actualidad, el nawatl clásico es una lengua extinta, reportándose sus últimos usuarios hacia la década de 1820. No obstante, le sobreviven numerosos dialectos y variedades, la mayoría de los cuales se entienden entre sí.

La evolución del nawatl se refleja, sobre todo, en los números, pues aquí la deformación no se reduce a cambios de sonido, sino también a préstamos sintácticos del español. La principal de esas intrusiones, ocurrida casi desde el primer momento de la llegada de los europeos, consistió en que el copulativo On, Om, *en unidad con*, fue sustituido por el adverbio Iwan o su apócope Wan, *y*. Esto se debió a que, en español, la partícula que une al orden con la cifra es "y", según vemos en los números diez *y* seis, diez *y* siete, diez *y* ocho, etcétera; dicha estructura fue adoptada por el nawatl colonial, dando origen a las siguientes composiciones:

| | |
|---|---|
| 11, Ma'tlaktli iwan se | 16, Kashtolli iwan se |
| 12, Ma'tlaktli iwan ome | 17, Kahstolli iwan ome |
| 13, Ma'tlaktli iwan yei | 18, Kashtolli iwan yei |
| 14, Ma'tlaktli iwan nawi | 19, Kashtolli iwan nawi |

Otro uso que deriva de la influencia del sistema decimal, es la supresión que hacen los nahuaparlantes del estado de Guerrero del suborden Kashtolli, componiendo las cifras del quince al diecinueve a partir de Ma'tlaktli, que ellos pronuncian Matlaktle. El resultado es el siguiente:

15, Matlaktle iwan makuile
16, Matlaktle iwan chikuasen
17, Matlaktle iwan chikome

18, Matlaktle iwan chikuei
19, Matlaktle iwan chiknawi

Una característica común a la mayoría de las variedades actuales del nawatl, es que no incorporan las leyes eufónicas de la cifra tres, empleando invariablemente la forma Yei. En consecuencia, surgen los siguientes números:

8, Chikoyei o Chikunyei (en este último caso se interpola el conectivo On)
13, Ma'tlaktli iwan yei
18, Kashtolli iwan yei

En el nawatl hablado en Cholula y su zona de influencia, el copulativo On, Om, fue sustituido por el artículo indefinido In, que sirve para unir cosas. También se substituyó la combinación Kt del término Ma'tlaktli por el saltillo, porque resulta difícil para el oído español. El resultado fue un conjunto de números bien articulados, pero impropios del nawatl, tales como:

| | |
|---|---|
| 11, Matla'tlinse | 16, Kashtollinse |
| 12, Matla'tlinome | 17, Kashtollinome |
| 13, Matla'tlinyei | 18, Kashtollinyei |
| 14, Matla'tlinnawi | 19, Kashtollinnawi |

En algunas regiones de México sobrevive una etapa anterior de la lengua a través del sonido arcaico del *uno*, Sen, cuyas composiciones se pronuncian como sigue:

6, Chikuasen
11, Ma'tlaktlionsen
16, Kashtollionsen

Pero el nawatl sigue evolucionando; un caso que se escucha cada vez con más frecuencia en los campos del centro de México, consiste en componer las cifras sin el copulativo, uniendo directamente el suborden a la cifra simple y eliminando la sílaba final del primero, por regla de aglutinación. Esto produce términos que son gramaticalmente correctos, aunque poco elegantes, tales como:

| | |
|---|---|
| 11, Matlakse | 16, Kashtolse |
| 12, Matlakome | 17, Kashtolome |
| 13, Matlakei | 18, Kashtolyei |
| 14, Matlaknawi | 19, Kashtolnawi |

---

Verifique los conocimientos adquiridos

---

1. *¿A qué grupo de lenguas pertenece el nawatl?*
2. *¿Cuándo y dónde se definió el nawatl clásico?*
3. *¿A qué se debe que el nawatl halla llegado a transformarse en una lengua "clásica" o refinada?*
4. *¿Qué causas han producido los cambios fonéticos sufridos por el nawatl durante los últimos cinco siglos?*
5. *¿Por qué se afirma que el intercalado Iwan en las cifras compuestas tiene origen en la numeración del español?*
6. *¿Cómo se modifica el sonido de las cifras compuestas si se omite el copulativo On?*
7. *Señale las composiciones incorrectas, según el canon del nawatl clásico:*

   ___ *Kashtolinse*
   ___ *Chikoyei*
   ___ *Kashtolliomome*
   ___ *Ma'tlaktlionmakuilli*
   ___ *Ma'tlaktlionnawi*
   ___ *Chikose*

## 1.6
## LOS ÓRDENES

El orden numérico es una forma de organizar el número en la cual, la posición de la cifra adquiere un valor multiplicador. La numeración indoarábiga que empleamos en la actualidad es de orden decimal, porque organiza los números a partir del diez y sus exponentes. En un sistema vigesimal, como el mesoamericano, la conversión se hace sobre veinte, de modo que existen diecinueve cifras y el veinte forma unidad.

Veamos una comparación entre los seis primeros órdenes de ambos sistemas:

| *orden* | *indoarábigo* | *tolteca* |
|---|---|---|
| 1ro. | 10 | 20 |
| 2do. | $10^2 = 100$ | $20^2 = 400$ |
| 3ro. | $10^3 = 1000$ | $20^3 = 8\ 000$ |
| 4to. | $10^4 = 10\ 000$ | $20^4 = 160\ 000$ |
| 5to. | $10^5 = 100\ 000$ | $20^5 = 3\ 200\ 000$ |
| 6to. | $10^6 = 1\ 000\ 000$ | $20^6 = 64\ 000\ 000$ |

De inmediato notamos un hecho: en el sistema vigesimal, una misma expresión numérica tiene más valor que en el decimal. Por ejemplo, nosotros expresamos la cantidad de 64 millones mediante ocho espacios, mientras que los mesoamericanos la representaban con siete. Por lo tanto, el sistema vigesimal es más económico que el decimal y su eficacia se hace mayor a medida que crece la cantidad.

¿Qué implica esto? Puesto que los sistemas de numeración son producto de las necesidades sociales, la forma en que los pueblos cuentan nos permite extraer información sobre su naturaleza y costumbres. La supervivencia del sistema vigesimal en Anawak, cuando ya se había perdido en el resto del mundo, nos habla de un pueblo cuya cosmovisión estaba orientada hacia el estudio del cielo y el tiempo, y necesitaba manejar cantidades muy elevadas.

La numeración civil tolteca era estrictamente vigesimal, pues cada orden se multiplicaba por veinte. En esta variante existían tres tipos de órdenes:

a) Los simples, los cuales poseían nombre propio.

b) Los compuestos, aquellos cuyos nombres se formaban por la unión de dos o más órdenes simples.

c) Los subordinales, aquellos que se forman por la multiplicación de un suborden por las cifras y órdenes.

Los órdenes simples eran tres y tenían los siguientes nombres y significados:

20, Poalli, *cuenta, paquete*. El concepto se refiere a un paquete de números o una cuenta completa. En segunda acepción, la raíz Poa significa *distribución*, lo cual nos recuerda que la veintena era el orden por excelencia. En composición con otros términos se suprime la última sílaba, pronunciándose Poal; por ejemplo, Sem–poal–totoltetl, *una veintena de huevos*. Los mexicas pronunciaban Powalli, pues solían deslizar una W entre la O y la A.

400, Tsontli, *mechón de cabello o pluma*. El significado se refiere al número aproximado de cabellos que hay en un mechón. Pero la raíz Tson también tiene el sentido de *completar, colmar*, lo cual concuerda con el hecho de que, simbólicamente, el cuatrocientos es la perfección o completamiento del veinte. En composición se dice Tson.

Este término no sólo indicaba una cantidad concreta, sino también un número grande, pero no incontable. En tal sentido, le daba nombre al ciempiés (Sentsommaye, *que tiene muchos pies*) y al del pájaro Sentsontla'tolli, *el de las muchas voces*, actualmente conocido como Sensontle.

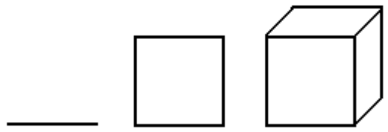
8000, Shikipilli, *monedero*. En el nombre de este orden convergen varios significados. En primer lugar, la raíz Shikipil significa *llenar, hinchar*, por lo que denomina al *monedero*. Por otra parte, los mesoamericanos le atribuían al tercer orden un valor enfático, puesto que representaba la elevación al cubo y el cubo indicaba la perfección. De modo que la cantidad 8000 (el cubo de veinte) se hizo emblema de la abundancia. A su vez, el sentido de abundancia se asoció al del monedero, que llegó a ser el jeroglífico de este orden. En composición se dice Shikipil.

Los órdenes simples no sólo servían para contar, sino que también tenían resonancias filosóficas, pues representaban los tres planos o niveles en que, según estas creencias, se estructuraba el Universo. El simbolismo era el siguiente:

El veinte ($20^1$) representaba la línea recta, la extensión horizontal, el ámbito terrestre y la sociedad humana. Por eso, cuando se contaban personas, el nombre de este orden se cambiaba a Pantli, término que significa *extensión rectilínea*.

El cuatrocientos ($20^2$) aludía al plano o el cuadrado y a los astros, es decir, al ámbito que media entre la tierra y el cielo teológico. Ello explica el nombre nawatl de la eclíptica[4]: Sentsommamatlatl, *cuatrocientos escalones o red de cuatrocientos cuadros*, y uno e los apodos de las estrellas: Sentsommimishkoa, los *cuatrocientos (hijos) de la vía láctea*.

Por su parte, el ocho mil ($20^3$) representaba al volumen y lo completo. Se relacionaba con lo divino, como lo demuestra el hecho de que el Shikipilli o *monedero* fuese el emblema gremial de los sacerdotes.




Al multiplicar los órdenes simples entre sí, se forman tres órdenes compuestos regulares, cuyos nombres son:

160 000, Poal–shikipilli, *20 x 8000*

3 200 000, Tson–shikipilli, *400 x 8000*

64 000 000, Poal–tson–shikipilli, *20 x 400 x 8000*

Para componer cantidades mayores, y a fin de evitar la duplicación de un orden en la expresión (lo cual, además de cacofónico, habría sido confuso), era necesario incorporar en el sistema un término nuevo. Afortunadamente, el cronista Hernández conservó dicho término en su obra "Antigüedades de las Indias", donde explica que los mexicas llamaban Komolotl, *colador*, a una unidad comercial de 40 000 paquetes.

Aunque Komolotl no es propiamente un orden, sino un suborden del cuarto orden conversión, se puede multiplicar por los órdenes simples y compuestos para componer otros cuatro a los que llamaremos "irregulares", ya que contienen una excepción a la secuencia de las veintenas. Estos son útiles para contar cantidades superiores a 1 280 millones, y tienen los siguientes valores y nombres:

320 000 000, Shikipil–komolotl

6 400 000 000, Poal–shikipil–komolotl

128 000 000 000, Tson–shikipil–komolotl

2 560 000 000 000, Poal–tson–shikipil–komolotl

La multiplicación de este último término por las diecinueve cifras permitía componer cantidades superiores a los 50 billones de unidades, lo que era suficiente para cubrir las necesidades civiles de aquella sociedad.

El suborden Komolotl nos introduce en un aspecto de la numeración mesoamericana que aún no se ha estudiado, aunque tiene gran importancia para descifrar los códices comerciales y catastrales que se conservan. Tal como observó el cronista Diego de Landa, aquella numeración no sólo tenía subórdenes dentro del primer orden de conversión, sino también en los órdenes superiores:

*Su cuenta es de cinco en cinco hasta veinte, de veinte en veinte hasta cien, de cien en cien hasta cuatrocientos, y de cuatrocientos en cuatrocientos hasta ocho mil... Tienen otras cuentas muy largas que se extienden hasta el infinito, duplicando hasta hacer un incontable número.* (Descripción de las cosas de Yucatán)

En otras palabras: no sólo se descomponía la veintena, sino también sus exponentes.

La dificultad para estudiar estos subórdenes superiores es que, fuera de Komolotl, no se conserva el nombre de ninguno de ellos. El padre Alonso de Molina, en su "Vocabulario de la Lengua Nahuatl", publicado en 1571, menciona algunas composiciones formadas por una cifra y términos indicativos de cantidad, cálculo o conjunto, tales como Malakatl, *redondez*, Mekatl, *cuerda*, y Tlakuitlalpilli, *manojo*; pero no indica sus valores específicos (si es que los tenían), de modo que no sabemos si se trataba de auténticos subórdenes.

Quizás haya sobrevivido uno de estos subórdenes en un término que usan hasta hoy los moradores de la zona de Milpa Alta, al sur de la ciudad de México. Ellos llaman al *millar* Sempoalsitlalli, nombre compuesto de la cifra Sen, *uno*, el orden Poal, *veintena*, y el sustantivo Sitlalli, *estrella*. Puesto que su aglutinación tiene la estructura normal de un número, cabe suponer que el término Sitlalli tenía antaño un valor multiplicador.

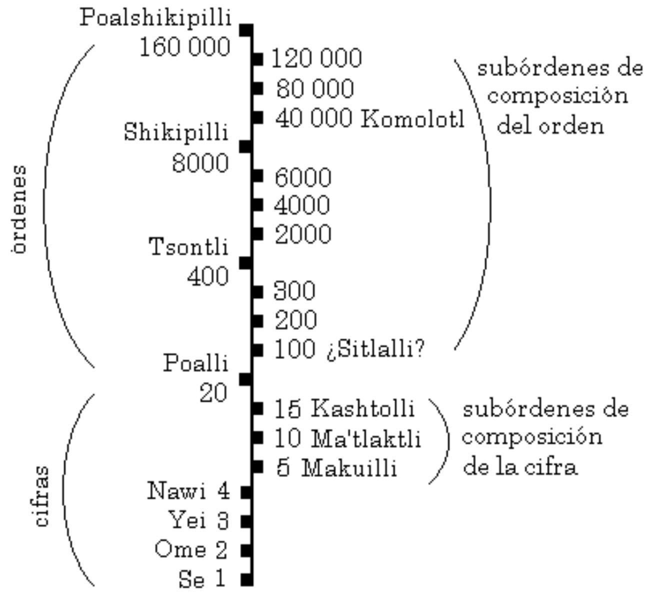
Atendiendo a la lógica del término, la raíz Sitlal valdría 50. Sin embargo, este no es un suborden vigesimal, por lo que se infiere que se trata de una adaptación del sistema mesoamericano a la forma española de numerar, con el objeto de expresar en términos redondeados la cantidad mil, que es un orden en el sistema decimal. Es posible es que el valor original de Sitlalli fuese de 100 unidades, es

[4] La franja del cielo por donde se mueven el Sol y los planetas.

decir, el primer suborden del orden 400.

Esta deducción adquiere peso si recordamos que, en la cosmovisión tolteca, las estrellas estaban simbólicamente relacionadas con el orden 400, lo cual hace razonable que fuesen empleadas para denominar a sus subórdenes.

A partir de los datos anteriores, se deduce que los subórdenes eran sistemáticos en esta numeración, existiendo para todos los órdenes de conversión, siempre como cuartas partes, mitades y tres cuartas partes del orden.




*Estructura de la numeración mesoamericana.*

---

Verifique los conocimientos adquiridos

---

1. *¿Qué es el orden numérico?*
2. *¿Por qué el orden vigesimal es más económico que el decimal para expresar cantidades elevadas?*
3. *¿Cuántos tipos de órdenes existen en la numeración civil?*
4. *Mencione nombres y valores de los órdenes simples.*
5. *¿Qué significado filosófico tenía el primer orden veintenal?*
6. *¿Qué nombre recibía la veintena al contar personas?*
7. *¿Con qué fenómeno natural se relacionaba el segundo orden?*
8. *¿Cuáles eran los emblemas usados para representar al tercer orden?*
9. *¿Cómo se forman los órdenes compuestos regulares?*
10. *Mencione nombres y valores de los órdenes compuestos.*
11. *¿Qué es el suborden de composición del orden?*
12. *¿Cuántos nombres de subórdenes de composición del orden se conservan?*
13. *¿Cuál es el valor del suborden Komolotl?*
14. *¿Qué órdenes compuestos irregulares se forman a partir de Komolotl?*
15. *Enlace los significados:*

| | |
|---|---|
| *Komolotl* | *ciempiés* |
| *Pantli* | *colador* |
| *Poalli* | *conjunto* |
| *Sempoaltotoltetl* | *cruz* |
| *Sentsommamatlatl* | *eclíptica* |
| *Sentsommaye* | *estrella* |
| *Sentsommimishkoa* | *hilera* |
| *Sentsontla'tolli* | *mechón de cabello* |
| *Shikipilli* | *muchas voces* |
| *Sitlalli* | *monedero* |
| *Teokuitlatl* | *veinte huevos* |
| *Tsontli* | *vía láctea* |

## 1.7
## LA MULTIPLICACIÓN
## DE LA CIFRA Y EL ORDEN

Los números en nawatl tienen la misma estructura que en español. Por ejemplo, nosotros expresamos la cantidad 800 como "ocho–cientos", lo que indica que el ocho multiplica al exponente (100). Esa misma cantidad se dice en nawatl "ome–tsontli", donde el dos multiplica al exponente (400).

| CIFRA x ORDEN = MÚLTIPLOS DEL ORDEN |
|---|

Cualquier cifra se puede combinar con cualquier orden. En tales uniones, opera la regla de aglutinación, según la cual, la cifra pierde la sílaba final y se une directamente al orden, sin que medien partículas copulativas. Por ejemplo, si anteponemos la cifra Ome, *dos*, al orden Poalli, *veinte*, el resultado es Om–poalli, *cuarenta*.

Al unir el primer orden con las diecinueve cifras, se forman los siguientes múltiplos de la veintena:

| | |
|---|---|
| 20, Sem–poalli | 220, Ma'tlaktlionsem–poalli |
| 40, Om–poalli | 240, Ma'tlaktliomom–poalli |
| 60, Ye–poalli | 260, Ma'tlaktliome–poalli |
| 80, Nau–poalli | 280, Ma'tlaktlionnau–poalli |
| 100, Makuil–poalli | 300, Kashtol–poalli |
| 120, Chikuasem–poalli | 320, Kashtollionsem–poalli |
| 140, Chikom–poalli | 340, Kashtolliomom–poalli |
| 160, Chikue–poalli | 360, Kashtolliome–poalli |
| 180, Chiknau–poalli | 380, Kashtollionnau–poalli |
| 200, Ma'tlak–poalli | |

Notamos un caso de eufonía: al multiplicar el número uno por la veintena, se emplea el sonido arcaico Sen, que se transforma en Sem, pues antes de la P se pronuncia M. Ello también es válido para las cifras compuestas con uno, tales como Chikuase, Ma'tlaktlionse y Kashtollionse.

Una vez multiplicado 19 x 20, se agotan las posibilidades de este orden y entramos en el siguiente, cuyo valor es 400. En este caso, se cumplen las mismas reglas que acabamos de estudiar, sólo que sustituimos el término Poalli por Tsontli, lo cual produce los siguientes múltiplos:

| | |
|---|---|
| 400, Sen–tsontli | 4400, Ma'tlaktlionsen–tsontli |
| 800, On–tsontli | 4800, Ma'tlaktliomon–tsontli |
| 1200, Ye–tsontli | 5200, Ma'tlaktliome–tsontli |
| 1600, Nau–tsontli | 5600, Ma'tlaktlionnau–tsontli |
| 2000, Makuil–tsontli | 6000, Kashtol–tsontli |
| 2400, Chikuasen–tsontli | 6400, Kashtollionsen–tsontli |
| 2800, Chikon–tsontli | 6800, Kashtolliomon–tsontli |
| 3200, Chikue–tsontli | 7200, Kashtolliome–tsontli |
| 3600, Chiknau–tsontli | 7600, Kashtollionnau–tsontli |
| 4000, Ma'tlak–tsontli | |

Como vemos, aquí también el número uno se pronuncia Sen, tanto si va aislado como en sus combinaciones. Otra modificación es que la M al final del número dos se transforma en N, según una regla fonética que afirma que, delante de los sonidos aspirados (S, Ts, Sh y Ch), va N.

En los múltiplos del tercer orden, Shikipilli, sólo hay un caso de eufonía: la M final del dos se transforma en N, tal como vemos en los siguientes ejemplos:

8000, Se–shikipilli
16 000, On–shikipilli
40 000, Makuil–shikipilli
56 000, Chikon–shikipilli
80 000, Ma'tlak–shikipilli
120 000, Kashtol–shikipilli
152 000, Kashtollionnau–shikipilli

Los órdenes compuestos, tanto los regulares como los irregulares, se comportan exactamente igual que los simples: son multiplicados por las cifras que les anteceden y se les aplican las mismas reglas de eufonía. He aquí algunos ejemplos:

160 000, Sem–poalshikipilli
320 000, Om–poalshikipilli
16 000 000, Makuil–tsonshikipilli

19 200 000, Chikuasen–tsonshikipilli
576 millones, Chiknau–poaltsonshikipilli
768 millones, Ma'tlasktliomom–poaltsonshipililli
1280 millones, Nau–shikipilkomolotl
48 billones 640 000 millones, Kashtollionnau–poaltsonshikipilkomolotl

---

Verifique los conocimientos adquiridos

---

1. *¿Qué función tiene en esta numeración el colocar la cifra delante del orden?*
2. *Califique de cierto o falso (C/F):*
   ___ *Cuando una cifra multiplica a un orden, se coloca entre ambos el copulativo On.*
   ___ *Las cifras compuestas se pueden multiplicar con los órdenes compuestos.*
   ___ *Un orden puede multiplicar a otro orden.*
   ___ *Delante del orden Shikipilli se emplea el sonido arcaico del número uno.*
3. *¿Cómo se modifica el sonido de la cifra cuando multiplica al orden?*
4. *Traduzca a números decimales las siguientes cantidades:*
   *Chikometsontli* ____________________
   *Chikuasentsonshikipilli* ____________
   *Yepoaltsonshikipilli* _______________
5. *Escriba el nombre nawatl de las siguientes cantidades:*
   *800 000* ___________________________
   *6 400 000* _________________________
   *128 millones* ______________________
6. *Enlace las cantidades:*

| | |
|---|---|
| *Chiknautsontli* | *160 000* |
| *Kashtolpoalli* | *40* |
| *Ma'tlakpoalli* | *400* |
| *Ompoalli* | *200* |
| *Sempoalshikipilli* | *300* |
| *Sentsontli* | *3 600* |
| *Yeshikipilli* | *24 000* |

## 1.8
## LAS ADICIONES AL ORDEN

Además de multiplicarse, los órdenes se pueden adicionar entre sí para componer números más complejos. La regla es que a un orden dado se le añade otro inferior. Nunca se pueden unir dos órdenes iguales dentro de la misma expresión, y tampoco se le puede añadir un orden superior a otro más pequeño. Por lo tanto, el orden más pequeño al que se le puede adicionar otro es el 400 (Tsontli).

La estructura resultante al unir dos órdenes es similar a la que se forma la numeración en español, excepto que nosotros añadimos directamente un orden a otro, mientras que en nawatl, se introduce entre ambos la partícula copulativa Wan, que es aféresis o abreviación de Iwan, *y*. Por costumbre, esta partícula se escribe como una palabra aparte dentro de la expresión. Puesto que se trata de una frase y no de una aglutinación, el primer término de la expresión no pierde la desinencia. La estructura de este tipo de números es la siguiente:

| ORDEN SUPERIOR + WAN + ORDEN INFERIOR |
|---|

Por ejemplo, el número 420 comprende dos órdenes: 1 x 400 más una veintena. Su unión se expresa así: Sen–tsontli wan sem–poalli, *(1 x 400) + (1 x 20).*

Veamos otros ejemplos:
8400, Se–shikipilli wan sen–tsontli, *(1 x 8000) + (1 x 400)*
168 000, Sem–poalshikipilli wan se–shikipilli, *(1 x 160 000) + (1 x 8000)*
3 360 000, Sem–tsonshikipilli wan sem–poalshikipilli, *(1 x 3 200 000) + (1 x 160 000)*

Los mexicas solían emplear para estas composiciones el adverbio Pan, *sobre*, en lugar del copulativo Wan. Dicha fórmula es correcta en nawatl clásico y produce expresiones como las siguientes:
8400, Se–shikipilli pan sen–tsontli
168 000, Sem–poalshikipilli pan se–shikiplilli

Hay casos más complejos, en los cuales es necesario multiplicar, ya sea el orden de partida o el que se añade, o ambos, por una cifra. Ambas expresiones también se conectan mediante la partícula Wan o su substituto Pan, resultando la siguiente estructura:

| (CIFRA x ORDEN SUPERIOR) + WAN +<br>(CIFRA x ORDEN INFERIOR) |
|---|

Por ejemplo, la cantidad 520 se compone de 1 x 400 más seis veintenas. Al unir ambas expresiones a través de Wan, el resultado es Sen–tsontli wan chikuasem–poalli, *(1 x 400) + (6 x 20).*

Veamos otros ejemplos:
900, On–tsontli wan makuil–poalli, *(2 x 400) + (5 x 20)*
7 800, Kashtollionnau–tsontli wan ma'tlak–poalli, *(19 x 400) + (10 x 20)*
26 000, Ye–shikipilli wan makuil–tsontli, *(3 x 8000) + (5 x 400)*
1 000 000, Chikuasem–poalshikipilli wan makuil–shikipilli, *(6 x 160 000) + (5 x 8000)*

Tal como ocurre en nuestra numeración, en la vigesimal podemos unir varios órdenes sucesivos, siempre de mayor a menor y colocando entre ellos la partícula Wan, como vemos en los ejemplos siguientes:
10 480: Se–shikipilli wan chikuasen–tsontli wan nau–poalli, *(1 x 8000) + (6 x 400) + (4 x 20)*
160 820: Sem–poalshikipilli wan on–tsontli wan sem–poalli, *(1 x 160 000) + (2 x 400) + (1 x 20)*

Pero, ¿cómo construir números que no poseen una cantidad entera de órdenes? En esos casos, es necesario añadir una cifra al orden, colocando entre ambos la partícula copulativa On, Om, *en unidad con*. La estructura resultante es la siguiente:

| ORDEN + ON + CIFRA |
|---|

A diferencia de lo que ocurre con Wan, la partícula On, Om, se suele escribir de corrido dentro de la expresión (en los siguientes ejemplos la escribiré por separado para que el número resulte más entendible). Como se trata de una frase, los términos involucrados conservan sus desinencias.

Por ejemplo: si a Sem–poalli, *veinte*, le sumamos Ma'tlaktli, *diez*, la composición se expresa Sem–poalli on ma'tlaktli, *uno por veinte en unión con diez*, es decir, *treinta*. Veamos otros ejemplos:
21, Sem–poalli on–se, *(1 x 20) + 1*
22, Sem–poalli om–ome, *(1 x 20) + 2*
419, Sen–tsontli on–kashtollionnawi, *(1 x 400) + 19*

Otra posibilidad consiste en adicionar una cifra a un orden que ha sido multiplicado por una cifra u orden, según la siguiente estructura:

| (CIFRA x ORDEN) + ON + CIFRA |
|---|

Ello produce cantidades como las siguientes:
45, Om–poalli om–makuilli, *(2 x 20) + 5*
70, Ye–poalli om–ma'tlaktli, *(3 x 20) + 10*
1611, Nau–tsontli om–ma'tlaktlionse, *(4 x 400) + 11*
40 015, Makuil–shikipilli on–kashtolli, *(5 x 8000) + 15*
160 001, Sem–poal–shikipilli on–se, *(1 x 160 000) + 1*

Y, por supuesto, también podemos añadir una cifra a una suma de órdenes, los cuales, a su vez, se pueden multiplicar por cifras, conformando la siguiente estructura:

| (CIFRA X ORDEN) + WAN + ORDEN + ON + CIFRA |
|---|

Veamos algunos ejemplos:
1265, Ye–tsontli wan ye–poalli ommakuilli, *(3 x 400) + (3 x 20) + 5*
1492: Ye–tsontli wan ma'tlaktlionnau–poalli omma'tlaktliomome, *(3 x 400) + (14 x 20) + 12*
8055, Se–shikipilli wan om–poalli onkashtolli, *(1 x 8000) + (2 x 20) + 15*

8421: Se–shikipilli wan sen–tsontli wan sem–poalli onse, *(1 x 8000) + (1 x 400) + (1 x 20) + 1*

17 690, On–shikipilli wan nau–tsontli wan nau–poalli omma'tlaktli, *(2 x 8000) + (4 x 400) + (4 x 20) + 10*

82 993: Ma'tlak–shikipilli wan chikon–tsontli wan chiknau–poalli omma'tlaktliomei, *(10 x 8000) + (7 x 400) + (9 x 20) + 13*

Verifique los conocimientos adquiridos

1. *¿En qué circunstancias se emplea el copulativo Wan?*
2. *¿Qué término empleaban los mexicas para sumar los órdenes?*
3. *¿Mediante qué partícula se adiciona la cifra al orden?*
4. *Califique de cierto o falso (C/F):*
   ___ *Un orden mayor nunca se le puede añadir a otro menor.*
   ___ *La estructura de las cifras compuestas es: suborden + On + cifra.*
   ___ *La estructura de los números inferiores a 400 es: cifra que multiplica + On + orden + cifra.*
   ___ *La estructura de los números de dos órdenes es: cifra que multiplica + orden mayor + Wan + orden menor + On + cifra.*
   ___ *A un orden o suma de órdenes sólo se le puede añadir una cifra al final de la expresión numérica.*
5. *¿Cuántos órdenes se pueden sumar sucesivamente en una expresión, dentro de la numeración civil?*
6. *Mencione los nombres en nawatl de las siguientes cantidades:*
   *52* ______________________
   *365* _____________________
   *584* _____________________
   *1040* ____________________
7. *Traduzca a números las siguientes cantidades:*
   *Makuiltsontlionchikuase* ____________
   *Yepoaltsonshikipillionse* ____________
   *Kashtolliomonshikipilli wan chikuasempoalli* __________
   *Chiknaushipilli wan ma'tlaktsontli wan ompoallionkashtolli* __________

## 1.9
## TÉRMINOS REPRESENTATIVOS

Una característica de esta numeración, es que al número se le pueden añadir diversos términos o partículas que representan a la cosa contada, las cuales le dan propiedad a la expresión y contribuyen a abreviarla. El significado de estos términos o partículas se deduce del contexto; por ejemplo, si estamos hablando de plátanos y decimos "om–olotl", se sobreentiende que nos referimos a *dos plátanos*; pero, si estamos hablando de maíz, significa *dos mazorcas*.

La mayoría de estos términos y partículas se integra al número, llegando a formar una sola palabra con él. Para ello, substituyen a la desinencia o sílaba final del número y, por lo tanto, se escriben de forma corrida. No obstante, en los siguientes ejemplos los he separado con un guión para una mayor claridad.

Los principales términos representativos son:

1ro. Tetl. Su sentido intrínseco es *piedra*, pero sustituye la desinencia del número para indicar que se están contando objetos pequeños y redondeados, tales como piedras, huevos, vasijas, frutos, e incluso libros. Por ejemplo:

Sen–tetl, *un objeto*
Ye–tetl, *tres objetos*
Ma'tlaktlionsen–tetl, *once objetos*
Sempoallionkashtol–tetl, *treinta y cinco objetos*

Como vemos, en el caso del uno y sus composiciones, se emplea el sonido arcaico Sen.

2do. Tlamantli, *cosa*. Este término indica pares de objetos iguales, ya sea que estén juntos o separados, tales como los zapatos o un par de libros, o a dos objetos pareados, siempre que estén juntos. También se refiere a cosas que están plegadas o en secuencia causal, como los códices, las edades del calendario y las palabras de un discurso o escrito. Asimismo, cosas que tienen una forma plana y amplia, y se estiban en posición horizontal, como mantas, pliegos de papel y hojas de plantas, incluso los órdenes matemáticos y los planos de la cosmogonía.

Por ejemplo, si estamos hablando de códices, no es necesario decir la frase completa: Makuilpoal–amoshtli, para entender que se trata de *cien códices*; lo elegante es aludir la cantidad mediante su representativo: Makuilpoal–tlamantli.

También en estas composiciones se emplea la forma arcaica del uno, como vemos en el término Sen–tlamantli, *un par de cosas* o *una cosa plana.*

3ro. Olotl, *racimo*. Este término se añade al número para contar cosas que forman racimos o pilas, tales como puñados de granos o mazorcas de maíz, plátanos, pilares, manojos de hierba, etcétera. Si no se aclara qué es lo que se está contando, se sobreentiende que son mazorcas. Por ejemplo:

Matlak–olotl, *diez racimos o pilas*

Yepoal–olotl, *sesenta racimos o pilas*

Este uso tiene una excepción: Olotl sólo se emplea cuando para contar cantidades que van del uno al diecinueve, y a partir del 40. Pero, entre 20 y 39 racimos o pilas, se sustituye por el adverbio Tlamik, *contado*, que no se coloca al final del número, sino delante, formando expresiones como: Tlamik sempoallionkashtolli, *35 racimos o pilas.*

Otra característica de la numeración nawatl que contribuye a darle propiedad a la expresión, consiste en que el nombre del primer orden (Poalli) se substituye por términos pseudoordinales para contar determinadas cosas. Hay tres de tales sustitutos, que son:

1ro. Pantli, *bandera*, *hilera*. Se emplea para contar una cantidad indefinida de objetos colocados en fila, tales como columnas, habitaciones, casas, hileras de escritura, surcos de cultivo, etcétera. Por ejemplo:

Sem–pantli, *una hilera*

Om–pantli, *dos hileras*

Como ya mencioné, Pantli también se emplea para contar personas, pues resulta rudo emplear en este caso el nombre propio del orden (Poalli). Dicho uso deriva del hecho de que la sociedad mesoamericana se organizaba en cuadrillas de veinte hombres, representados por una bandera.


*Jeroglíficos de los conceptos numerales Tetl, cosa, Pantli, hilera, y Kimilli, bulto.*

Pero, a diferencia de lo que ocurre con los demás términos representativos, cuando se usa el ordinal Pantli, es necesario que se especifique que se están contando personas. Esto se puede hacer de dos maneras:

a) Mencionando simultáneamente la cantidad y las personas, estas últimas en plural; por ejemplo:

Sem–pantli tlaka’, *veinte personas*

Makuil–pantli siwa’, *cien mujeres*

Kashtol–pantli pipiltsitsin, *trescientos niños*

b) Si se cuentan varones, se puede anteponer al orden la partícula Tek, *señor*, que substituye al objeto; por ejemplo:

Sen–tek–pantli, *veinte señores*

On–tek–pantli, *cuarenta señores*

2do. Al contar veintenas de objetos planos de los que se solían comprar por bultos en aquella sociedad, tales como mantas, esteras, pieles, resmas de papel, tortillas y demás, el orden Poalli se sustituye por el pseudoordinal Ipilli, *atado*. Por ejemplo:

Ye–ipilli, *tres veintenas de piezas*

Naw–ipilli, *cuatro veintenas de piezas*

3ro. Una fórmula empleada en la antigüedad para contar tributos de piezas de vestir, consistía en que el termino Poalli se sustituía por Kimilli, *bulto de ropa*, formado expresiones como:

Yetson–kimilli, *mil doscientos piezas*

Seshikipil–kimili, *ocho mil piezas*

Otra característica de esta numeración que tenemos que observar consiste en que, cuando las cifras se componen con la cosa contada, ambos términos se aglutinan. Por regla, la cifra se coloca delante de su objeto y pierde la desinencia o sílaba final, mientras que el objeto va a continuación y conserva la desinencia, si se trata de cosas, o adquiere el plural, cuando se cuentan personas, dioses, animales con nombre propio, ciudades u objetos animados. Ejemplo:

Makuil–shikalli, *cinco vasos*

Kashtollionse–tonalli, *dieciséis días*

Sentson–sitlalli, *cuatrocientas o muchas estrellas*

Seshikipil–siwateteo, *ocho mil o infinitas diosas*

Lo mismo ocurría con los nombres propios de los tonales o días del calendario de Anawak, compuestos de un número y un signo. Sólo que, en estos casos, nunca se aplicaba el plural al signo acompañante del número, ya que no se trataba de una cuenta, sino de un jeroglífico. Por ejemplo:

Na–ollin, *cuatro movimiento*

Makuil–shochitl, *cinco flor*

Una regla que le da elegancia a esta lengua – aunque queda a opción del que habla – consiste en que, al contar, los números se independizan y adquieren un plural. Tales plurales no cambian la cantidad, sino que complementan al objeto. Esta regla se puede aplicar de tres modos:

1ro. Si se cuentan personas y seres animados, sean reales o mitológicos, el plural se forma sustituyendo la desinencia del número por el sufijo Ishtin que, en ocasiones, modifica la I inicial por eufonía. Por ejemplo:

Om–eshtin teteo, *dos dioses*

Ye–ishtin pipiltsitsin, *tres niños*

Naw–ishtin sitlaltin, *cuatro estrellas*

El número uno también admite el plural para señalar un número indefinido de objetos; pero, en este caso, el sufijo Ishtin es substituido por el plural Me'. Ejemplo: Seme' tlaka', *unas personas o algunas personas*

2do. Si se cuentan seres animados, pero estos no se mencionan, se antepone a la cantidad el artículo In, que se transforma en Im en los casos del tres, el cinco y el diez, y se sustituye la desinencia del número por Ishtin. Por ejemplo:

In–sem–ishtin, *el uno o los unos*

Im–om–eshtin, *los dos*

Im–e–ishtin, *los tres*

In–naw–ishtin, *los cuatro*

3ro. Si se cuentan seres inanimados, la pluralización del número se consigue anteponiéndole el pronombre I, *suyo* (que se transforma en Y si la cantidad comienza por vocal), y sustituyendo la desinencia por el sufijo plural Tlamanishtli. En el caso del uno, se emplea el arcaico Sen. Por ejemplo:

I–sen–tlamanishtli, *el uno.*

Y–on–tlamanishtli, *los dos*

Y–e–tlamanishtli, *los tres*

I–nau–tlamanishtli, *los cuatro*

Verifique los conocimientos adquiridos

1. *¿Qué función tienen los términos representativos en la numeración nawatl?*
2. *¿En qué tipo de cuentas se emplean el término Tetl?*
3. *¿Qué representa la expresión Chikomolotl, hablando de plátanos?*
4. *Traduzca los siguientes términos:*
   *Makuiltekpantli* ______________________
   *Sempoalkimilli* ______________________
   *Kashtolipilli* ________________________
5. *Califique de cierto o falso (C/F):*
   ___ *El término Kimilli se añade al número para contar vasijas.*
   ___ *El término Tlamik se escribe delante del número.*
   ___ *El término Ipilli sirve para contar vestidos.*
   ___ *Cuando los números se componen con la cosa contada, se elimina su desinencia.*
6. *Aglutine los siguientes términos:*
   *Sipakitli + Omei* ______________________________
   *Totochtin + Chiknawi* ________________________
   *Teteo + Omome* _______________________________
7. *Enlace los significados:*

| | |
|---|---|
| *Amoshtin* | *piedra* |
| *Ipilli* | *un objeto* |
| *Ishtin* | *cosa* |
| *Kimilli* | *códices* |
| *Ollin* | *un par de cosas* |
| *Olotl* | *racimo* |
| *Ompantli* | *contado* |
| *Pipiltsitsin* | *dos hileras* |
| *Sentetl* | *personas* |
| *Sentlamantli* | *mujeres* |
| *Shochitl* | *niños* |
| *Siwa'* | *señor* |
| *Tek* | *atado* |
| *Teteo* | *movimiento* |
| *Tetl* | *bulto de ropa* |
| *Tlaka'* | *flor* |
| *Tlamik* | *dioses* |
| *Tlamantli* | *sufijo plural* |

## 1.10
## PARTÍCULAS ORGANIZADORAS

Una característica que le da versatilidad a los números en nawatl, es que se les pueden añadir ciertas partículas o modificaciones para indicar su posición, distribución, frecuencia, etcétera. Las principales son las siguientes:

Para expresar el orden de las cosas o personas contadas, se emplean tres fórmulas, que son las siguientes:

1ro. Si contamos objetos o días, anteponemos al número el prefijo Ik, *en*, o bien una composición de este prefijo con el artículo In, Inik, y añadimos el número a continuación. De ese modo, las cantidades quedan ordenadas como sigue:

1, Ik–se, Inik–se, *primero, el primero*
2, Ik–ome, Inik–ome, *segundo, el segundo*
3, Ik–ei, Inik–ei, *tercero, el tercero*
4, Ik–nawi, Inik–nawi, *cuarto, el cuarto*
5, Ik–makuilli, Inik–makuilli, *quinto, el quinto*
10, Ik–ma'tlaktli, Inik–ma'tlaktli, *décimo, el décimo*

Cabe aclarar que, en la antigüedad, la posición inicial generalmente se decía Achtopa, *delante.*

2do. Cuando se cuentan personas que están sentadas o acostadas, se antepone al número el prefijo Tla, que indica *permanencia*, y se le añade el sufijo Kayotitika, que indica *disposición*. Por ejemplo:

2, Tla–on–kayotitika, *el segundo*
3, Tla–ye–kayotitika, *el tercero*
4, Tla–nau–kayotitika, *el cuarto*
5, Tla–makuil–kayotitika, *el quinto*

Se exceptúa de la regla anterior el número uno, cuyo nombre es sustituido por el término Yakak, *en la punta*, en tanto el sufijo se contrae a Titika, formando el término Tla–yakak–titika, *el primero.*

3ro. Cuando se cuentan personas que permanecen de pie, se emplea la fórmula anterior, pero añadiendo a la expresión el sufijo locativo K. Por ejemplo:

2, Tla–on–kayotitikak, *el segundo*
3, Tla–ye–kayotitikak, *el tercero*
5, Tla–ma'tlak–kayotitikak, *el décimo*

Tal como pasa en la fórmula anterior, en el caso del uno, la cantidad se sustituye por el término Yakak y el sufijo se contrae a Titikak, para formar el término Tla–yakak–titikak, *el primero*

Para distribuir una cantidad en porciones iguales, basta con reduplicar la primera sílaba del número. En estos casos hay que observar la regla de los Reduplicados, la cual consiste en que, si la sílaba que se duplica termina en consonante, se elimina dicha consonante en el primer término del par. Por ejemplo:

1, Se–sen, *de uno en uno.*

2, O–ome, *de dos en dos.*

3, Ye–ei, *de tres en tres.*

4, Na–nawi, *de cuatro en cuatro.*

5, Ma–makuilli, *de cinco en cinco.*

6, Chi–chikuase, *de seis en seis.*

20, Se–sempoalli, *de veinte en veinte*

400, Se–sentsontli, *de cuatrocientos en cuatrocientos.*

En el caso de la cifra diez y sus composiciones ocurre una excepción en la regla de los reduplicados, pues estas contienen la sílaba eufónica por excelencia (Tla), la cual se reduplica en lugar de la primera. El resultado es Ma'tla–tlaktli, *de diez en diez.*

Cuando distribuimos cifras compuestas a partir de los subórdenes Ma'tlaktli y Kashtolli, así como con los múltiplos de estas composiciones, reduplicamos tanto el suborden como la cifra simple que le acompaña. Ejemplo:

11, Ma'tla–tlaktlionse–sen, *de once en once*

12, Ma'tla–tlaktliomo–ome, *de doce en doce*

13, Ma'tla–tlaktliome–ei, *de trece en trece*

14, Ma'tla–tlaktlionna–nawi, *de catorce en catorce*

16, Ka–kashtollionse–sen, *de dieciséis en dieciséis*

Del mismo modo, cuando distribuimos cantidades compuestas de dos o más órdenes, reduplicamos cada uno de estos, como vemos a continuación:

340, Ka–kashtollionse–sempoalli, *de 340 en 340*

510, Se–sentsontliomma'tla–tlaktli, *de 510 en 510*

8420, Se–seshikipilli wan se–sentsontli wan se–sempoalli, *de 8420 en 8420*

Si queremos expresar que a cierta cantidad se le añade otra igual, le anteponemos al número el adverbio Ok, *aún más*. Por ejemplo:

1, Ok–se, *otro más*

2, Ok–ome, *otros dos*

3, Ok–ei, *otros tres*

4, Ok–nawi, *otros cuatro*

5, Ok–makuilli, *otros cinco*

20, Ok–sempoalli, *otros veinte*

Si queremos indicar una cantidad igual de veces, usamos la expresión anterior y le añadimos el sufijo Pa, contracción de Pan, *vez*. Por eufonía, la última letra de las cifras uno, dos y cuatro trasmuta su sonido en P, mientras que el tres lo transforma en Sh. Por ejemplo:

1, Oksep–pa, *otra vez*

2, Okop–pa, *otras dos veces*

3, Okesh–pa, *otras tres veces*

4, Oknap–pa, *otras cuatro veces*

5, Okmakuil–pa, *otras cinco veces*

Para expresar cuántas veces aparece una cantidad, substituimos la desinencia del número por el sufijo Pa, observando las mismas reglas eufónicas que en la repetición de veces. Por ejemplo:

1, Sep–pa, *una vez*

2, Op–pa, *dos veces*

3, Yesh–pa, *tres veces*

4, Nap–pa, *cuatro veces*

5, Makuil–pa, *cinco veces*

10, Matlak–pa, *diez veces*

20, Sempoal–pa, *veinte veces*

En el caso de las cifras compuestas, el sufijo Pa no se añade a la cantidad total, sino al suborden, añadiéndose a continuación la cifra simple. Por ejemplo:

11, Matlak–pa–onse, *once veces*

17, Kashtol–pa–omome, *diecisiete vec*es

Si aplicamos la fórmula anterior, pero reduplicando la sílaba inicial del número, indicamos al mismo tiempo la frecuencia y la distribución de la cantidad. Por ejemplo:

1, Se–sep–pa, *cada vez*

2, O–op–pa, *cada dos veces*

3, Ye–esh–pa, *cada tres veces*
4, Na–nap–pa, *cada cuatro veces*
5, Ma–makuil–pa, *cada cinco veces*
20, Se–sempoal–pa, *cada veinte veces*

Recordemos que, en el caso del diez, la sílaba que se duplica es la segunda, y que, en las cifras compuestas, el sufijo Pa va a continuación del suborden, no de la expresión total, tal como vemos en estos casos:

10, Ma'tla–tlak–pa, *cada diez veces*
11, Ma'tla–tlak–pa–onse, *cada once veces*
18, Ka–kashtol–pa–omei, *cada dieciocho veces*

Para contar lugares o posiciones, se añade al número el sufijo Kan, *donde*. En tales casos ocurren las siguientes modificaciones por eufonía: la consonante final de las cifras uno y dos adquiere el sonido K, por contaminación con el sufijo, mientras que el tres incorpora el sonido Sh. Como en el caso del sufijo Pa, si la cantidad es una cifra compuesta, se le añade el sufijo al suborden, no a la cifra simple. Ejemplos:

1, Sek–kan, *un sitio o posición*
2, Ok–kan, *dos sitios*
3, Yesh–kan, *tres sitios*
4, Nau–kan, *cuatro sitios*
5, Makuil–kan, *cinco sitios*
11, Ma'tlak–kan once, *once sitios*

Si se trata de añadir cierta cantidad de lugares o posiciones, se antepone a la expresión anterior el adverbio Ok, *aún*. Por ejemplo:

1, Ok–sek–kan, *otro sitio o posición*
2, Ok–ok–kan, *otros dos sitios*
3, Ok–esh–kan, *otros tres sitios*
4, Ok–nau–kan, *otros cuatro sitios*
5, Ok–makuil–kan, *otros cinco sitios*
17, Kashtol–kan omome, *otros diecisiete sitios*

Para distribuir una cantidad de lugares o posiciones, se emplea la misma fórmula que para contarlos, pero reduplicando la primera sílaba del número (la segunda en el caso del diez). Por ejemplo:

1, Se–sek–kan, *en cada sitio o posiciones*
2, O–ok–kan, *cada dos sitios*
3, Ye–esh–kan, *cada tres sitios*
4, Na–nau–kan, *cada cuatro sitios*
5, Ma–makuil–kan, *cada cinco sitios*
10, Ma'tla–tlak–kan, *cada diez sitios*
19, Ka–kashtol–kan onnawi, *cada diecinueve sitios*

---

Verifique los conocimientos adquiridos

---

1. *Califique de cierto o falso:*
   ___ *El prefijo Inik indica posición de orden.*
   ___ *El prefijo Ok indica la frecuencia con que aparece una cantidad.*
   ___ *El sufijo Pa indica cantidad de veces.*
   ___ *Si añadimos a una cantidad el prefijo Ok y el sufijo Kan, indicamos que se añaden lugares.*
2. *Señale las expresiones incorrectas:*
   ___ *Chichiknaupa, cada nueve veces*
   ___ *Ma'tlaktliomekan, trece lugares*
   ___ *Oksempoalli, otros veinte*
   ___ *Okkashtollionsepa, otras dieciséis veces*
3. *¿En qué circunstancias se emplea el sufijo Tlamanishtli?*
4. *¿Cómo se distribuye una cantidad en porciones iguales?*
5. *¿Qué le ocurre a la letra final de la raíz de las cifras uno, dos y cuatro cuando estas se unen a los sufijos Pa y Kan?*
6. *¿Qué eufonía adquiere el tres cuando se cuentan lugares y veces?*
7. *Enlace los significados:*

| | |
|---|---|
| *Achtopa* | *artículo* |
| *Ik* | *aún más* |
| *Ikome* | *delante* |
| *In* | *disposición* |
| *Inikse* | *donde* |
| *Kan* | *en* |
| *Kayotitika* | *inicio* |
| *Ok* | *primero* |
| *Pan* | *segundo* |
| *Seppa* | *tres sitios* |
| *Yakak* | *una vez* |
| *Yeshkan* | *vez* |

*Segunda Parte*

# La escritura del número

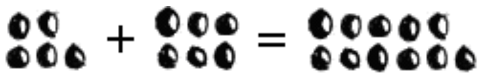
## 2.1
## LA ESCRITURA RACIONAL

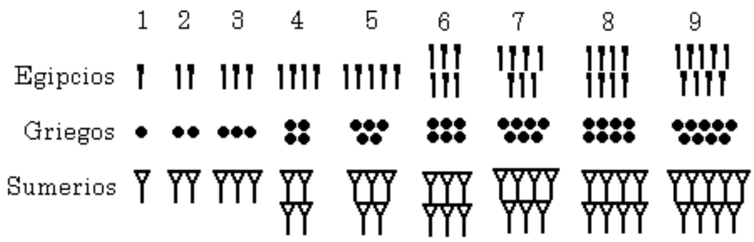
Cuando el ser humano comenzó a escribir números, quizás a comienzos del Paleolítico, la escritura era muy sencilla, pues le bastaba con acumular semillas o palitos hasta llegar a la cantidad deseada. Una semilla valía uno, diez valían diez y así sucesivamente, sin idea del orden por posiciones. De ese modo surgió el primer sistema de representación del número, llamado pictográfico.

A pesar de su primitivismo, esta forma de numeración tenía dos ventajas respecto a la que empleamos hoy:

1ro. La cantidad se representaba de forma directa. En consecuencia, no era necesario aprender de memoria un conjunto de signos arbitrarios para leerla, pues bastaba con contar sus elementos gráficos.

2do. Las operaciones sencillas de cálculo se facilitaban. Por ejemplo, si queremos sumar dos conjuntos de cinco y seis semillas, basta con agruparlos y contar, para saber que tenemos once semillas.






*La escritura de los números por algunos pueblos del Viejo Mundo hacia el siglo 5 antes de Cristo.*

El problema de esta escritura es que, al manejar cantidades elevadas, era necesario acumular muchos puntos, lo cual dificultaba la lectura. Sin embargo, aunque parezca extraño, tal fue el sistema que predominó en las grandes culturas del pasado, como China, Egipto y los primeros tiempos de la India, Grecia y Roma. Incluso los sumerios, quienes lograron desarrollar un sistema de notación por posiciones, continuaron escribiendo las cifras mediante acumulaciones de barras.

Con el paso del tiempo, llegó el momento en que los sabios el Viejo Mundo trataron de resolver esta engorrosa situación. Su solución fue escribir los números con símbolos tomados de sus respectivos alfabetos. Por ejemplo, los romanos unieron cinco barras en una “V”, diez barras en una “X”, cincuenta en una “L”, etcétera. Los hebreos, fenicios y griegos hicieron lo mismo. Los hindúes utilizaron las letras de su primitivo alfabeto y las transportaron al sánscrito, donde se convirtieron en signos para las cifras. De los hindúes tomaron estos signos los chinos y los árabes, quienes los modificaron levemente, a fin de adaptarlos a sus respectivas formas de escritura. Finalmente, los árabes transmitieron sus glifos a los europeos.

Esta solución permitía leer la expresión numérica rápidamente, pero complicaba las operaciones de cálculo, pues las formas de las letras eran arbitrarias y no ayudaban a entender la cantidad. Pongamos un ejemplo: nuestro signo para el seis es una espiral, mientras que el dos es como un gancho. ¿Qué sentido tiene unir un gancho con una espiral? Ninguno, excepto si apelamos a una convención arbitraria y definimos que esa combinación equivale a dos globos unidos (el signo del ocho), así: 5 + 3 = 8.

Esa es la razón por la cual, lo primero que aprenden los niños en las clases de matemáticas no es a razonar, sino a memorizar los guarismos de las cifras, así como las tablas de suma y multiplicación.

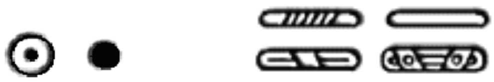
La evolución de la escritura del número en Anawak fue diferente a la del Viejo Mundo. Al principio, estos se escribían mediante sucesiones de puntos, pero el sistema resultaba tan incómodo que, hacia el segundo milenio antes de Cristo, los sabios olmecas se plantearon la necesidad de inventar una fórmula más práctica. Pero, en lugar de diseñar un conjunto artificial de signos, estos sabios asumieron el reto de conservar las ventajas de la escritura pictográfica de las cantidades, abreviando al máximo la expresión numérica.

Su solución fue genialmente simple: transformaron las semillas y palitos de la primitiva notación en puntos y barras, y elaboraron leyes gráficas para la combinación de estos dos elementos. El resultado fue un conjunto de glifos que se pueden descifrar de una mirada y que, al mismo tiempo, expresan su propia cantidad. Así surgió el primer número jeroglífico o sintetizado de la historia.

Los dos elementos mediante los cuales se construyen los números mesoamericanos se llaman Grafemas, *componentes gráficos*. Sus valores son los siguientes:

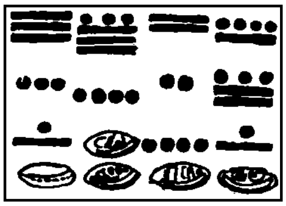
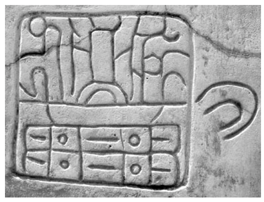
a) El punto vale uno. En los monumentos y códices se representa de dos maneras: cuando aparece aislado, generalmente se dibuja más grande o como un punto dentro de un círculo; cuando se compone con otros puntos o barras, como un punto simple.

b) La barra vale cinco. En la antigüedad se dibujaba en forma simple o adornada, según la función del relieve o códice donde estuviera inscrita. A veces, semejaba un atado o paquete, pues la función de la barra consiste en encapsular cinco puntos.



*Variantes del uno y el cinco.*

Con frecuencia, leemos en los libros de divulgación que los números de barras son de origen maya. Lo cierto es que los mayas, al igual que los demás pueblos de Anawak, heredaron dicho sistema de los olmecas ya completamente desarrollado, y no le añadieron ni le quitaron nada.

*Sello olmeca con una inscripción calendárica. Inscripción con puntos, barras y caracoles. Códice Dresden. Fecha con barras en forma de paquete. Estela zapoteca.*

La evidencia más antigua del uso de los números olmecas que se ha encontrado hasta hoy, data de hace unos tres mil años y es una fecha inscrita en un sello. Puesto que la aparición de una fecha implica el desarrollo previo del calendario y este, a su vez, depende de las matemáticas, podemos inferir que los números olmecas tienen un origen anterior a ese sello.

A primera vista, la escritura de puntos y barras parece primitiva en comparación con el sistema indoarábigo que empleamos nosotros. Sin embargo es, de hecho, el sistema más avanzado de representación del número que se haya inventado, por las siguientes razones:

1ro. Síntesis glífica. Una expresión numérica es más eficiente cuanto más sintéticos son sus símbolos, pues ello exige menos esfuerzo para comprenderla. Nosotros tenemos que memorizar diez glifos numerales diferentes (las nueve cifras y el cero) para leer una cantidad. Los mesoamericanos, en cambio, sólo debían memorizar tres: el punto, la barra y el cero; y, en los cálculos, incluso podían suprimir el cero, pues bastaba con dejar un espacio vacío para aludirlo.

2do. Glifos autodescriptivos. Al reflejar su propia cantidad, los glifos formados por puntos y barras son muy fáciles de entender. Por ejemplo, hay que estar iniciado en la lectura del sistema indoarábigo para saber que un cuatro es un cuatro; pero, hasta el más lego en la materia reconocería un cuatro que está formado por cuatro puntos. Por lo tanto, el estudiante de Anawak no se veía obligado a descifrar las formas de las cifras, lo cual facilitaba el aprendizaje de las matemáticas.

3ro. Cifras estructurales. La característica más destacada de estos números, es que la cifra posee una estructura interna. En ese aspecto, son diferentes de las nuestras, constituidas por glifos simples. Esto tenía una enorme ventaja para el cálculo, que estudiaremos en la tercera parte de este curso.

Por sus valores, llamaremos al sistema de puntos y barras “escritura racional o científica”.

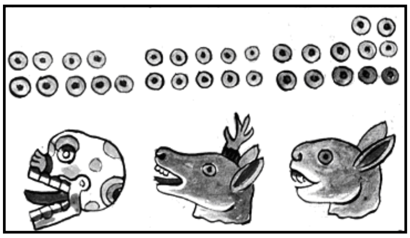
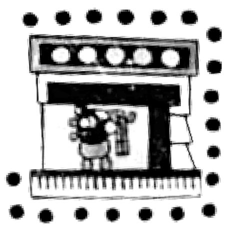
Verifique los conocimientos adquiridos

*1. ¿En qué consistía la primitiva representación del número?*
*2. ¿¿Qué ventajas tiene la representación pictográfica del número?*
*3. ¿Qué característica común tiene la representación de los números entre las civilizaciones del Viejo Mundo?*
*4. ¿Por qué fue desechado este tipo de escritura del número en la mayoría de los pueblos?*
*5. ¿Por qué es preciso memorizar tablas de multiplicación en el sistema numérico indoarábigo?*
*6. ¿Cuál fue el reto que asumieron los olmecas en la escritura de las cantidades?*
*7. ¿Cómo resolvieron los sabios olmecas la representación de los números?*
*8. ¿Qué son los grafemas numéricos?*
*9. ¿Cuándo aparece en los registros la escritura olmeca de los números?*
*10. ¿Por qué se afirma que la escritura de puntos y barras es más sintética que la indoarábiga?*
*11. ¿Qué ventajas tiene el hecho de que los números toltecas describan su propia cantidad?*

## 2.2
## LA ESCRITURA DE PUNTOS

A pesar de que los mesoamericanos fueron el primer pueblo en desarrollar signos para las cifras, las evidencias arqueológicas demuestran que continuaron empleando el viejo sistema de puntos hasta el final de su historia. Este es uno de los asuntos más desconcertantes de las matemáticas de Anawak y es necesario que lo analicemos antes de abordar la escritura de barras.

En ciertos códices y relieves de las áreas de influencia nahua y mixteco–zapoteca aparece la primitiva escritura de puntos. A partir de tales evidencias, algunos divulgadores de la cultura mesoamericana consideran que solo los olmecas y mayas consiguieron representar el número mediante barras, mientras que el resto de los moradores de Anawak desconoció este avance.

*Escritura de puntos. Códices Magliabecchi y Vindobonensis.*

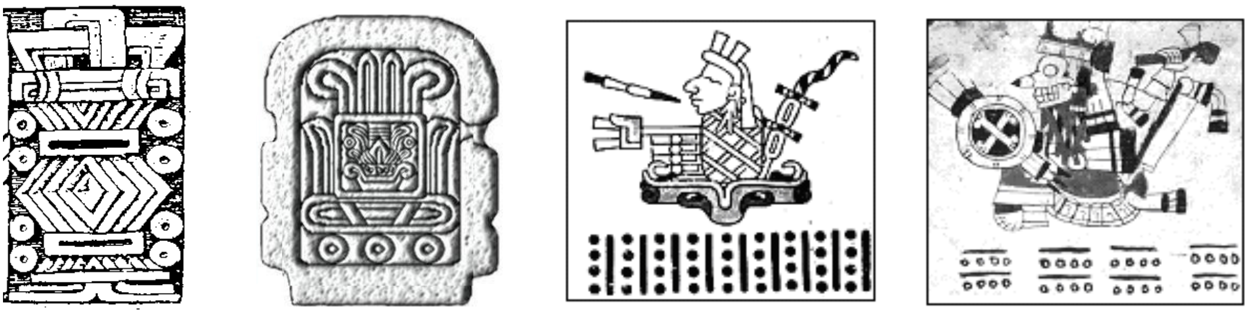
Tal interpretación es apresurada, pues no toma en cuenta las evidencias arqueológicas. Además, no da respuesta a las siguientes interrogantes: ¿cómo es posible que convivieran en una misma cultura las formas más rudimentaria y más desarrollada de representar las cantidades? ¿A qué se debe que, siendo herederos de los olmecas, los nahuas, zapotecas y demás pueblos de México emplearan una numeración tan primitiva? ¿Cómo entender que, siendo vecinos de los mayas y compartiendo con ellos todo tipo de información, no supieran asimilar los avances matemáticos que realizó este pueblo? ¿Por qué la escritura de puntos está relacionada, precisamente, con el más complejo de los inventos mesoamericanos: el calendario? Estas preguntas nos llevan a pensar que, detrás de la persistencia de la notación pictográfica en Anawak, hubo razones más importantes que la simple ignorancia.

Para entender este asunto, es preciso que tomemos en cuenta los siguientes elementos:

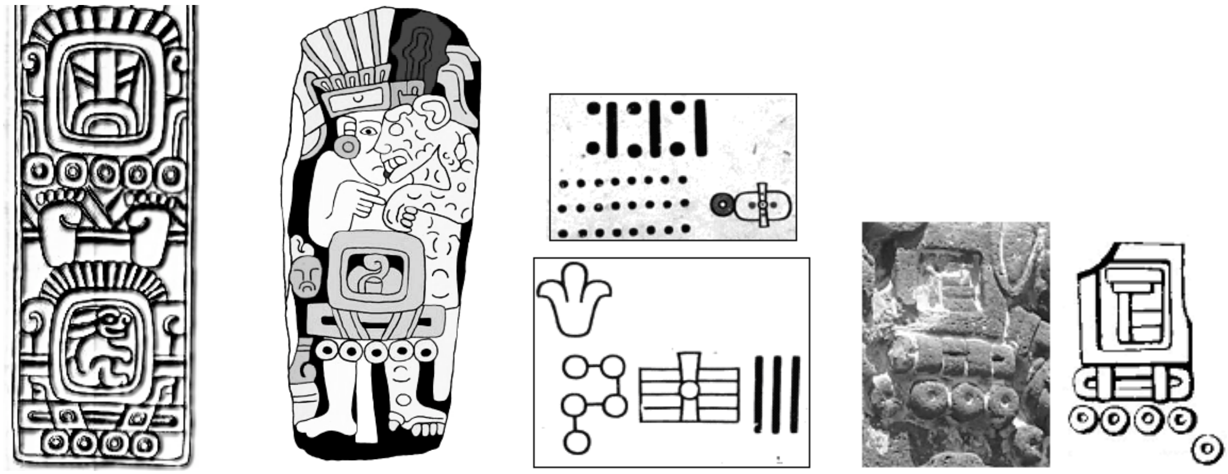
1ro. Ocasionalmente, aparece escritura de puntos en los monumentos mayas, lo cual demuestra que esta notación no se usó por desconocimiento del sistema de puntos y barras, sino por otra razón.

2do. Contrario a lo que generalmente se cree, en las áreas nahua y mixteco–zapoteca existen numerosos testimonios del uso de números de barras. Por lo tanto, no es cierto que estos fuesen conocidos únicamente por los olmecas y mayas.

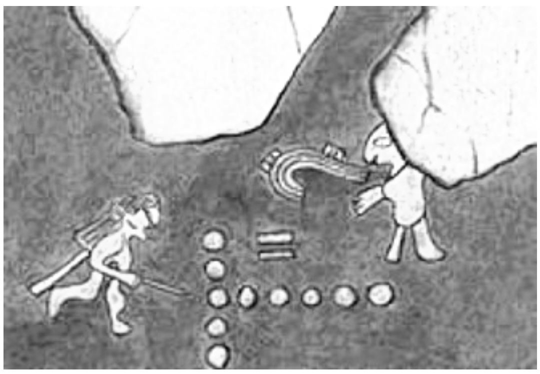
3ro. En los códices mixtecos aparece la escritura racional mezclada con la de puntos, lo cual indica que los escribas manejaban ambos sistemas y que, si empleaban la notación arcaica, debió ser por un motivo especial. De hecho, existen casos de sincretismo en los cuales, sea por ornamento o para acentuar determinado mecanismo calendárico, ambos sistemas se combinan en un mismo jeroglífico, tal como vemos en las siguientes imágenes, donde el número diez se compuso mediante una barra y cinco puntos.



*Escritura de puntos en un relieve maya. Numeración de barras en una estela mexica. Numeración de barras en los códices Fèjèrvary y Cospi.*



*Numeración combinada o sincrética. Relieves de Xochicalco y Cerro del Rey, Oaxaca; Códices Laúd y Fèjèrvary.*



*Aprendiendo a escribir los números. Mural de Teotihuacan.*

Descartando la posibilidad de que la escritura de puntos haya sido empleada por desconocimiento del sistema de barras, ¿qué causas pudieron motivar su persistencia?

Recordemos que la solución de los sabios olmecas fue mantener las ventajas de la primitiva escritura pictográfica, puesto que facilitaba la lectura. En consecuencia, este sistema estuvo presente detrás del posterior desarrollo de las matemáticas en Anawak, y es natural que haya sido empleado en las escuelas como introducción a esta ciencia. Así lo vemos en un mural de Teotihuacan, donde un maestro enseña a su aprendiz a componer el número diez mediante dos barras, a partir de la acumulación de diez puntos.

En otras palabras: la persistencia del sistema de puntos en los documentos mesoamericanos se puede explicar, al menos en parte, como una necesidad docente.

Sin embargo, su presencia en relieves y códices que no estaban relacionados con la enseñanza requiere otra explicación. Para entender estos casos, tenemos que analizar cuál era la función social de los números de punto; encontramos lo siguiente:

1ro. Aparecen en las inscripciones calendáricas en todo el Anawak (excepto en el área maya) conformando el Tonalli o fecha. En consecuencia, sólo en raras ocasiones su valor es mayor que trece (la cifra básica del calendario) y nunca participan en la representación de órdenes.

2do. Si bien están relacionadas con el calendario, nunca forman parte de los cálculos astronómicos o cronológicos, sino que únicamente expresan el resultado de esos cálculos.

3ro. Esta escritura aparece en códices y murales para enumerar escenas de contenido mítico.

¿Qué tienen de común los monumentos calendáricos con los míticos? Que ambos estaban relacionados con los rituales y las creencias religiosas.

Casi todas las culturas de la tierra suelen encubrir los asuntos religiosos con secretos y arcaísmos, pues esto los dota de un aire de autoridad. Tenemos un caso en nuestra propia cultura pues, aún después de siete siglos de emplear los números indoarábigos, nosotros seguimos representando los capítulos de la Biblia o el código legal con los imperfectos números romanos. ¡En ocasiones, incluso usamos estos números en los relojes, como recuerdo de una época en que el tiempo se consideraba un asunto mágico!

Lo mismo ocurría en Anawak. Los toltecas concebían el calendario como la expresión de la dimensión sagrada, ya que los ciclos le daban marco temporal a los mitos y los nombres de los dioses eran fechas. A diferencia nuestra, ellos usaban las disciplinas científicas relacionadas con el cielo y el tiempo para dar explicación a interrogantes de naturaleza metafísica, más que física.

Resulta comprensible, entonces, que emplearan la escritura de puntos para representar las fechas y para numerar escenas míticas, pues ello acentuaba el sabor arcaico y venerable de los documentos.

En conclusión: la escritura mesoamericana de puntos tenía una función simbólica, que no se debe tomar como un indicador del nivel de desarrollo de las convenciones numéricas en Anawak.

---

Verifique los conocimientos adquiridos

---

*1. ¿Por qué consideran algunos investigadores que la escritura de barras es exclusiva de los mayas y olmecas?*
*2. ¿En qué consiste la escritura sincrética del número?*
*3. ¿Qué función práctica tenía la persistencia de la escritura arcaica en Anawak?*
*4. Califique de cierto o falso (C/F)*
*___ En ocasiones, los mayas emplearon el sistema arcaico de puntos.*
*___ Los mexicas nunca emplearon la escritura de barras.*
*___ La escritura arcaica a veces se mezclaba con la escritura de barras en los documentos.*
*5. ¿En qué tipo de documentos aparece la numeración de puntos?*
*6. ¿Cuál es la causa simbólica de la persistencia de la numeración de puntos en Anawak?*

## 2.3
## LA ESCRITURA DE LAS CIFRAS

La escritura de las cifras en el sistema racional se basa en dos leyes diseñadas por los sabios olmecas, que son:

1ro. Los puntos se acumulan hasta cuatro; cinco puntos se convierten en una barra.

2do. Las barras se acumulan hasta tres; cuatro barras se convierten en un punto en el orden superior.

Por ejemplo, la cifra trece se compone de 5 x 2 más tres unidades, así que se escribe con dos barras y tres puntos, dispuestas las barras debajo y los puntos encima, de la siguiente manera:


La cantidad más elevada que podemos componer dentro de un orden dado, aplicando las reglas anteriores, está formada por tres barras y cuatro puntos y vale diecinueve, es decir, (3 x 5) + 4. Si a dicha cantidad le sumamos uno, nos vemos forzados a saltar a un orden superior. Por lo tanto, las cifras toltecas son diecinueve y su representación es como sigue:

Se, 1
Ome, 2
Yei, 3
Nawi, 4
Makuilli, 5
Chikuase, 6
Chikome, 7
Chikuei, 8
Chiknawi, 9
Ma'tlaktli, 10

Ma'tlaktlionse, 11
Ma'tlaktliomome, 12
Ma'tlaktliomei, 13
Ma'tlaktlionnawi, 14
Kashtolli, 15
Kashtollionse, 16
Kashtolliomome, 17
Kashtolliomei, 18
Kashtollionnawi, 19

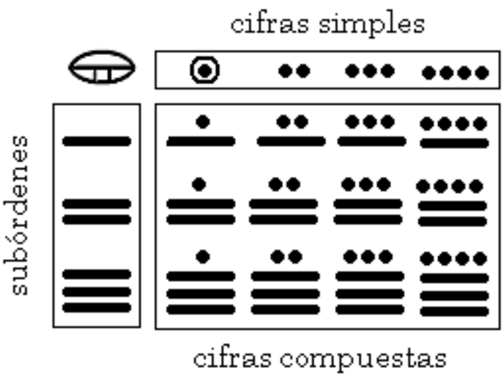
Este análisis nos permite llegar a una sorprendente conclusión: al parecer, el concepto tolteca de la cifra (es decir, un paquete especial de números con los cuales se componen todos los demás) no derivó, como el nuestro, del orden, sino de una necesidad gráfica. La idea original parece haber sido impedir que se acumulara una cantidad de puntos o barras superior a lo que es posible discriminar de una mirada. En otras palabras: en Anawak primero hubo cifras y luego órdenes.

Otro análisis que refuerza la idea de que en el diseño de las cifras mesoamericana primaron motivaciones gráficas, más que matemáticas, es que las leyes diseñadas por los sabios olmecas producen cantidades que reflejan con precisión la forma de contar en nawatl y, probablemente, en el antiguo olmeca.[5]

Como sabemos, en nawatl hay tres tipos de cifras: las simples, los subórdenes y las cifras compuestas. Del mismo modo, la combinación de los puntos y las barras produce tres tipos de estructuras, que son:

- Aquellas que sólo contienen puntos.
- Aquellas que sólo contienen barras.
- Las que contienen una mezcla de puntos y barras.

No parece casual que las cifras de puntos coincidan con las simples, las de barras con los subórdenes y las mezcladas con las compuestas.




Aunque en estas lecciones he preferido organizar las cifras con los puntos encima, en el antiguo México se podían escribir en casi todos los sentidos posibles. Por ejemplo, los mixtecos y mexicas colocaban las barras en sentido horizontal, mientras que los mayas lo hacían tanto en la horizontal

[5] No se sabe qué lengua hablaban los olmecas, pero recientes investigaciones sugieren que pudo ser el antepasado del nawatl.

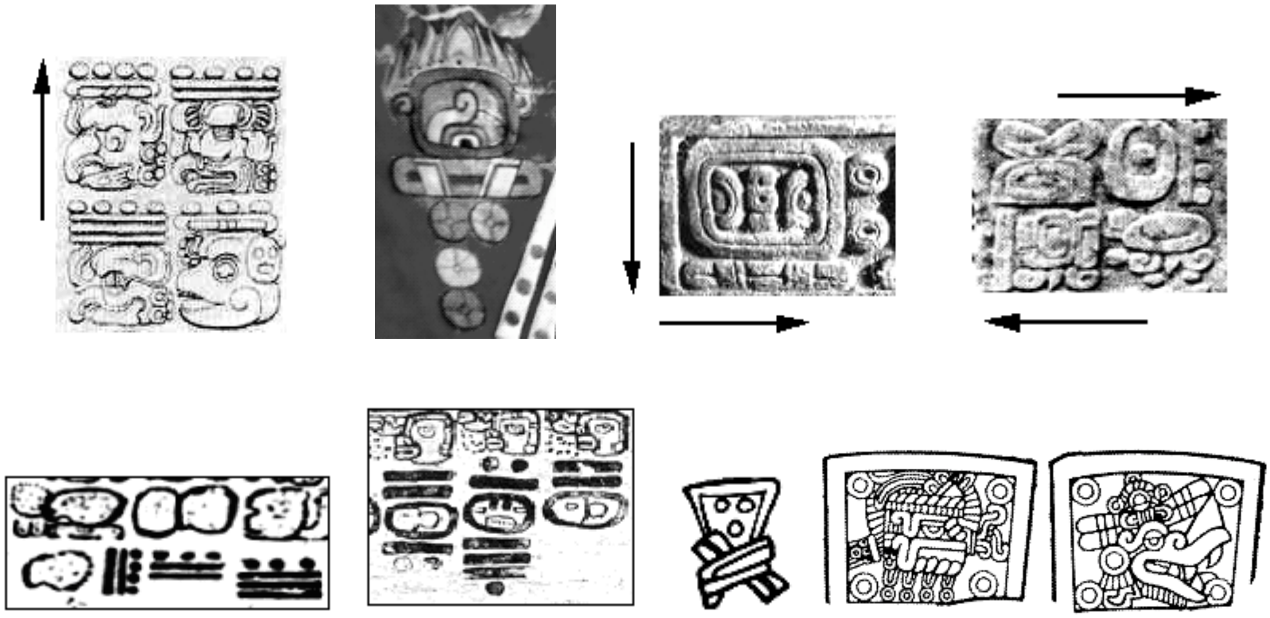
como en la vertical. Los mayas y zapotecas escribían los puntos encima, y los mexicas debajo. También hay ejemplos en que los puntos se escribieron en un sentido distinto al de las barras, o fueron distribuidos simultáneamente en la vertical y la horizontal. En algunas inscripciones, incluso, aparece escritura en diagonal, y se dan casos en que, por ornamento u otra razón, las barras se colocan en un sentido y los puntos en otro.

También, al escribir las fechas, el escriba gozaba de un gran margen para el diseño, pues la cifra se podía colocar tanto encima como debajo, a la izquierda o a la derecha del glifo de la veintena. En algunos cartuchos jeroglíficos, junto a un mismo glifo de veintena aparecen diversas cifras con orientaciones distintas.

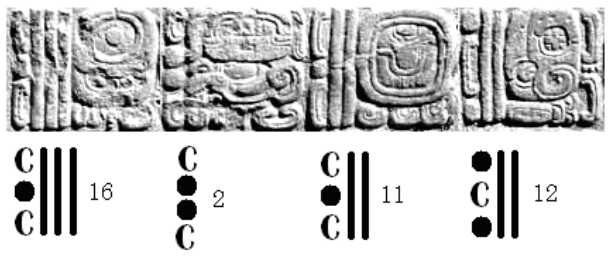
La razón de tal versatilidad es que los glifos de las cifras, siendo autodescriptivos, eran inconfundibles. Además, esto reflejaba la naturaleza flexible de la ideología y las lenguas de Anawak, y no ofrecía la menor confusión a los lectores.

Sin embargo, con independencia de la orientación que el escriba le diera al número, los puntos siempre se colocaban en línea recta, no formando figuras. Por ejemplo, la cifra tres nunca formaba un triángulo ni el cuatro un cuadrado, pues ambas figuras geométricas eran glifos con sentidos propios y desvinculados de la numeración dentro de la escritura mesoamericana.

La única excepción a esta regla, era cuando los escribas aprovechaban la representación de las fechas para sintetizar en una misma expresión diversos sentidos numéricos y teológicos. Vemos un ejemplo de ello en los siguientes dibujos; en el primero, aparecen tres puntos dentro de un triángulo que representa a la vez la facultad creadora de la Deidad y su triple aspecto. En el segundo, los números de las fechas inscritas en los recuadros centrales de la Piedra del Sol fueron dispuestos en cuadro, lo cual probablemente alude al nombre del Sol, derivado del término Tonallo, *luz, calor*, el cual se escribía mediante un cuadro de cuatro puntos.



*Diversas formas de ordenar las barras y los puntos.*
*Glifo de la trinidad. Vaso maya. Glifo del sol cuatro viento. Relieve mexica.*




*Estela de Tikal con glifos ornamentales en sus cifras.*

Otra convención que debemos tener en cuenta, a fin de no confundir la lectura de las cantidades, es que algunos pueblos, como los mayas y xochicalcas, solían rellenar los espacios vacíos en las cifras en que aparecen uno o dos puntos con un glifo en forma de media luna. Esto tenía un sentido de ornamentación y no le añadía significado alguno a la expresión numérica.

### Verifique los conocimientos adquiridos

*1. ¿Cuáles son las leyes gráficas de composición de las cifras?*
*2. ¿Por qué existen diecinueve cifras en esta numeración?*
*3. ¿De dónde surge el concepto tolteca de la cifra?*
*4. Escriba las cifras del uno al diecinueve.*
*5. ¿Con qué tipo de grafemas se escriben los subórdenes?*
*6. ¿Qué tipo de cifras se escriben con una mezcla de puntos y barras?*
*7. ¿Por qué se afirma que la escritura de las cifras era flexible?*
*8. ¿Por qué debemos escribir los puntos en línea recta?*
*9. ¿Qué recurso ornamental emplearon algunos pueblos de Anawak en la escritura de las cifras?*
*10. ¿Qué cifras aparecen en el siguiente dibujo, tomado de un vaso maya, donde un matemático enseña a su aprendiz a leer cantidades?*

*11. Enlace las siguientes cantidades:*

*Ome*
*Yei*
*Makuilli*
*Chiknawi*
*Ma'tlaktlionse*
*Ma'taktliomome*
*Ma'tlaktlionnawi*
*Kashtolliomei*
*Apoalli*

## 2.4
## LA ESCRITURA DEL CERO

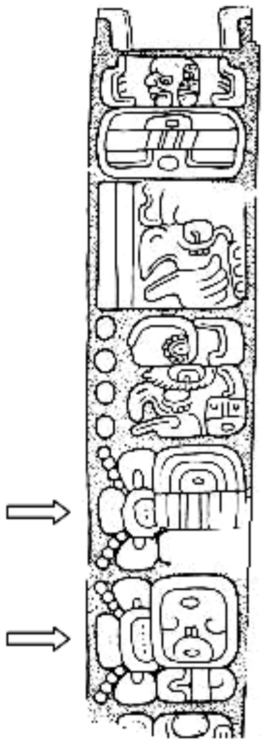
La elaboración de leyes para escribir las cifras trajo consigo un problema, pues, ¿cómo representar aquellas cantidades que exceden la cantidad permisible de barras y puntos? Para resolverlo, los sabios olmecas recurrieron al concepto del orden. Pero este no hubiera sido posible si, desde antes, aquellos sabios no hubiesen resuelto un problema aún más difícil: la representación del cero.

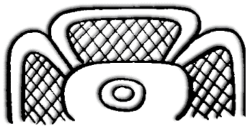
El origen del cero es uno de los grandes enigmas de la civilización. Debido a que su función es representar la nada, se trata de un concepto tan abstracto, que resulta muy difícil de entender o enunciar. Y, sin embargo, sin el cero no hubiera sido posible ninguno de los adelantos de la ciencia moderna. El destacado investigador de las antigüedades mayas, Eric Thompson, afirmó que el cero

*…fue un descubrimiento de capital importancia. Pero, que no fue tan obvio como se cree a primera vista, queda evidenciado por el hecho de que no lo hizo ningún pueblo del mundo occidental. Aún los grandes filósofos y matemáticos (de Grecia y Roma) jamás encontraron este medio tan simple, que hubiera facilitado sus laboriosos cálculos. En Europa no se conoció hasta que les llegó a nuestros ancestros por medio de los árabes, quienes lo habían tomado de los hindúes.* (Grandeza y decadencia de los mayas)

Dejemos para más adelante la cuestión de quién enseñó el cero a los hindúes. Por ahora, baste mencionar que, hacia la época de auge de los olmecas, a fines del segundo milenio antes de Cristo, se dieron en Anawak las condiciones sociales para que se materializara dicho invento.

Según lo interpreto, todo comenzó por una necesidad del calendario. A diferencia de otros sistemas de medición del tiempo de la tierra, el calendario de Anawak no era lineal, sino circular; eso significa que no tenía un punto de partida y un final indefinido, como ocurre con las fechas cristianas, sino que se basaba en una serie de ciclos que se intersectaban, formando ciclos mayores, hasta abarcar la eternidad. Para representar una fecha con este mecanismo, era necesario señalar cuántos ciclos habían transcurrido.





*El cero calendáricos. Estela maya de Dzibanché. La flor de los cuatro rumbos. Vasija de Teotihuacan. El emblema de Venus. Relieve de Chichén Itzá. El trilóbulo con función de cero.*

Así surgió el primer cero matemático de la historia o, mejor dicho, el primer cero cronológico, pues su función no era enunciar una ausencia absoluta, sino una conclusión.

El glifo que emplearon los mesoamericanos para expresar este concepto fue una flor de tres pétalos. Este símbolo es la abreviación de otro anterior, en forma de flor de cuatro pétalos, que representaba los cuatro rumbos del espacio y el centro. Considero que tal emblema cosmogónico derivó en una representación abstracta de los ciclos y, finalmente, fue aplicado a las cuentas para expresar el completamiento de las unidades de un orden vigesimal dado.

Los estudiantes deben tener en cuenta que la flor de tres pétalos también llegó a ser emblema del planeta Venus y de sus ciclos. Por lo tanto, al leer los códices y relieves de Anawak, es necesario que estén atentos, a fin de no confundir el signo astronómico con el matemático.

Una vez en posesión de un conjunto de cifras y de un signo para el cero, a los sabios olmecas les fue muy fácil inventar un cero estrictamente matemático, con el cual se podían hacer operaciones de cálculo. Usaron en tal sentido el corte del caracol, cuyo origen parece ser el siguiente:

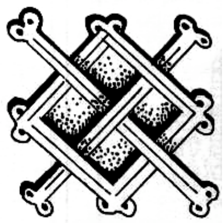
En Anawak, el caracol representaba la relación entre el cuerpo y el alma, pues se trata de una cáscara dura dentro de la cual mora un animalito sin huesos. Esto hizo que la concha del caracol se asociara con el cuerpo físico y la muerte, mientras que su morador era emblema del alma y la vida. A medida que se desarrollaba el simbolismo, la concha llegó a ser signo de Miktlanteku'tli, *el señor de los muertos*. Obviamente, la muerte representa una ausencia, y lo mismo ocurre con la concha cortada del caracol: es la evidencia de la ausencia de su morador. De ahí que este signo fuera escogido para representar al cero.

En los códices mayas aparecen muchas variantes del corte de caracol, todas con el mismo significado.


*Variantes del corte de caracol en el Códice Dresden.*

Otro signo alusivo al cero, en el cual se reconocen los atributos del dios de la muerte, era un cráneo o, más brevemente, una mandíbula inferior descarnada o un fémur. Significa aproximadamente lo mismo que el corte de caracol, pero nunca se empleó en los cálculos matemáticos, sino como alusión filosófica y en ciertas inscripciones que estudiaremos adelante.

Los mesoamericanos solían esculpir cráneos en sus cementerios, acompañados con frecuencia por una retícula formada por varios fémures cruzados. Esto no sólo tenía un sentido naturalista, sino que se refería al cero y al tablero de cálculo, alusivo de los órdenes numéricos. En su combinación, estos jeroglíficos representaba el cálculo de la duración de la vida.



*Retícula de huesos en monumentos mayas.*

La ausencia de cantidad también se podía expresar mediante una mano que hace gesto de cuernos, ya fuese aislada o colocada sobre una mandíbula. Es difícil explicar el origen de este signo; tal vez los dedos faltantes expresen la idea de la mutilación y, por extensión, la ausencia o el cero.

Este tipo de cero aparece en las estatuas y los códices mayas para indicar que el personaje se encuentra en una posición germinal o se reduce a nada. Su uso matemático se reducía a las inscripciones calendáricas donde, curiosamente, no representaba con propiedad al cero, sino al diez y a las cifras formadas a partir de él.

Aunque, generalmente, se afirma que el cero sólo fue conocido por los olmecas y mayas, lo cierto es que el glifo de la flor trilobulada también aparece en monumentos zapotecas, mixtecas, totonacas y nahuas, con funciones calendáricas y astronómicas.

Probablemente, su representación más conocida tiene lugar en el llamado “Calendario Azteca” o “Piedra del Sol”, un relieve mexica en cuya zona central aparece una rueda que contiene los veinte signos del calendario. Como podemos ver en el dibujo, la conclusión de esta rueda es una flor, tal como cabría esperar de un signo que tiene el sentido de “conclusión de ciclo”. Dicha disposición transforma a los primeros diecinueve signos de la rueda en cifras, lo cual era de gran utilidad para calcular las fechas.


*Glifo de conclusión en la Piedra de los Soles.*

En nawatl, el cero recibía tres nombres: en el uso común se le decía Atle o Amitla, *nada*; en usos matemáticos, Apoalli, *sin cantidad*.

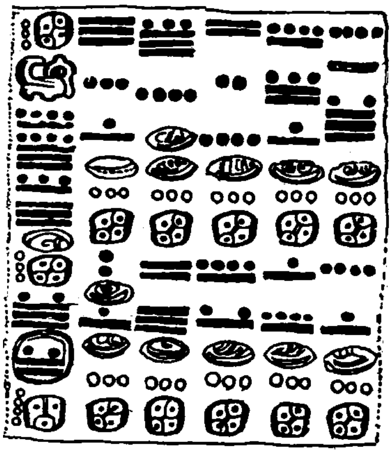
El investigador Martínez Paredes sugiere que el nombre maya de este valor era Ge, *huevo*, pero dicha sugerencia no se ha demostrado. Creo más probable que los mayas le aplicaran un nombre derivado de su signo principal: el caracol (Ul).

---

Verifique los conocimientos adquiridos

---

*1. ¿Qué permitió a los mesoamericanos ordenar las cifras en órdenes?*
*2. ¿Por qué es difícil representar el cero?*
*3. ¿A qué invento mesoamericano se debió el desarollo del cero?*
*4. ¿Qué función tiene el cero calendárico y con qué signo se le representaba?*
*5. ¿Qué signo inventaron los olmecas para representar la ausencia absoluta de cantidad?*
*6. Señale los ceros presentes en la siguiente lámina del Códice Dresden:*



*7. ¿Con qué deidad asociaban los mesoamericanos al cero, y por qué?*
*8. ¿Qué sentido tenía la representación de cráneos y redes de huesos en los cementerios mesoamericanos?*
*9. ¿Qué forma tenía el cero digital?*
*10. ¿Por qué se afirma que los mexicas conocían el cero?*
*11. Enlace los significados:*

| | |
|---|---|
| *Amitla* | *nada* |
| *Apoalli* | *señor de los muertos* |
| *Miktlanteku'tli* | *sin cantidad* |

## 2.5
## LA ESCRITURA DEL ORDEN DE LA VEINTENA

Aunque el orden está implícito en los nombres de las cantidades en la mayoría de las lenguas del mundo, es difícil representarlo. Por ejemplo, en latín los nombres de los números superiores al diez se componen a partir de las nueve cifras, y las potencias del diez tienen nombres propios; sin embargo, al carecer de un signo para el cero matemático, los romanos escribían el diez y sus exponentes con un solo espacio. Los griegos y hebreos también representaban los órdenes con letras de sus alfabetos, mientras que los egipcios inventaron signos especiales: un arco para el diez, una espiral para el cien y una corona para el mil.

En otras palabras: los signos que identificaban a los órdenes lingüísticos en las culturas del Viejo Mundo no reflejaban su estructura. Por lo tanto, con ellos no se podía calcular en forma directa.

Únicamente los sumerios y, posteriormente, los hindúes, resolvieron este problema. La numeración sumeria manejaba los espacios, alternando órdenes decimales y sexagesimales; pero, al carecer de un signo para el cero y de un sistema sintético de signos para las cifras, la representación de las cantidades se hacía compleja, razón por la cual los avances numéricos de los sumerios no pasaron a otras culturas.


*Representación del primer orden en diversas culturas.*

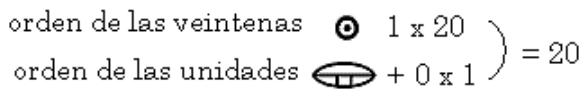
Los hindúes fueron los primeros en el Viejo Mundo que consiguieron representar científicamente las cantidades, al incorporar el glifo del cero y normalizar los órdenes sobre una base decimal. Este adelanto no sólo simplificó la escritura del número, sino que indujo el concepto del orden por posiciones, sentando las bases para el posterior desarrollo de las matemáticas.

Enfrentados al mismo dilema que los hindúes, los sabios olmecas llegaron a una conclusión similar, determinando que el espacio donde se coloca la cifra tiene un valor multiplicador. De ese modo, crearon un sistema de niveles en el cual, cada espacio multiplica al precedente por veinte.

La función del cero en este sistema es exactamente la misma que en el decimal: señalar que, en un orden dado, no hay una cantidad multiplicadora. Por ejemplo, cuando nosotros escribimos un uno seguido de un cero, queremos indicar que el orden de las decenas se multiplica por uno, mientras que el de las unidades no tiene cantidad.

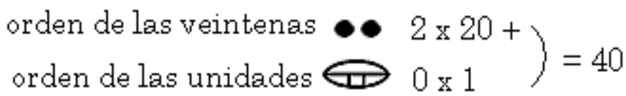
$$\boxed{1.0 = (1 \times 10) + (0 \times 1) = 10}$$

Lo mismo hacían los matemáticos toltecas, excepto que ellos multiplicaban el espacio por veinte, en lugar de diez. Así, al inscribir un punto seguido de un signo en forma de caracol, indicaban que el primer espacio multiplica por veinte, mientras que en el de las unidades no hay nada. El resultado es la siguiente expresión, cuya lectura es Sempoalli, *1 x 20*:

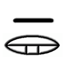
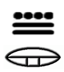



Como podemos ver, en la escritura convencional, según quedó definida en las primeras inscripciones olmecas, la cantidad se escribe y se lee de arriba abajo, comenzando por el orden mayor y terminando por las unidades.

¿Qué hacer si queremos escribir cantidades mayores que veinte? En ese caso, basta con colocar la cifra multiplicadora correspondiente en el espacio de la veintena. Por ejemplo, el valor 40 se compone de dos veintenas, de modo que inscribimos un dos en el orden veintenal y un cero en el de las unidades, y obtenemos la cantidad Ompoalli, *2 x 20*:




Para escribir el valor 60, colocamos un tres en el orden de las veintenas y un cero debajo, y así sucesivamente. Podemos aumentar el valor de la cifra que multiplica hasta llegar al diecinueve, tal como vemos en la siguiente tabla de los múltiplos del veinte:

| | | | |
|---|---|---|---|
|  | Ompoalli, 40 |  | Ma'tlaktlionsempoalli, 220 |
|  | Yepoalli, 60 |  | Ma'tlaktliomompoalli, 240 |
|  | Naupoalli, 80 |  | Ma'tlaktliomepoalli, 260 |
|  | Makuilpoalli, 100 |  | Ma'tlaktlionnaupoalli, 280 |

| | |
|---|---|
| Chikuasempoalli, 120 | Kashtolpoalli, 300 |
| Chikomepoalli, 140 | Kashtollionsempoalli, 320 |
| Chikuepoalli, 160 | Kashtolliomomepoalli, 340 |
| Chiknaupoalli, 180 | Kashtolliomepoalli, 360 |
| Ma’tlakpoalli, 200 | Kashtollionnaupoalli, 380 |

Si es preciso representar cantidades que no son múltiplos exactos de la veintena, entonces hay que colocar en el espacio de las unidades la cifra correspondiente. Por ejemplo, el 21 consiste en una veintena más una unidad; por lo tanto, escribimos un punto en el espacio de arriba y otro punto en el de abajo, obteniendo la expresión Sempoallionse, *(1 x 20) + 1*, cuya representación es como sigue:

orden de las veintenas ⊙ 1 x 20
orden de las unidades ⊙ + 1 x 1
= 21

El 22 se consigue colocando un punto en el orden de las veintenas y dos en el de las unidades, y así sucesivamente. En el espacio de las unidades podemos colocar cualquiera de las diecinueve cifras, tal como vemos en la siguiente tabla de los compuestos de la primera veintena:

| | |
|---|---|
| Sempoalli, 20 | Sempoalliomma’tlaktli, 30 |
| Sempoallionse, 21 | Sempoalliomma’tlaktli, onse 31 |
| Sempoalliomome, 22 | Sempoalliomma’tlaktli omome, 32 |
| Sempoalliomei, 23 | Sempoalliomma’tlaktli omei, 33 |
| Sempoallionnawi, 24 | Sempoalliomma’tlaktli onnawi, 34 |
| Sempoallionmakuilli, 25 | Sempoallionkashtolli, 35 |
| Sempoallionchikuase, 26 | Sempoallionkashtolli onse, 36 |
| Sempoallionchikome, 27 | Sempoallionkashtolli omome, 37 |
| Sempoallionchikuei, 28 | Sempoallionkashtolli omei, 38 |
| Sempoallionchiknawi, 29 | Sempoallionkashtolli onnawi, 39 |

Por supuesto, también podemos añadir unidades a los múltiplos de la veintena. Por ejemplo: el 50 contiene dos veintenas más diez unidades, por lo que escribimos dos puntos encima y dos barras debajo, lo cual se lee Ompoalli omma’tlaktli. En este caso, es necesario dejar un espacio prudencial entre los puntos y las barras, a fin de que la expresión no se confunda con la cifra doce:

orden de las veintenas 2 x 20
orden de las unidades + 10 x 1
= 50

Los mesoamericanos escribían generalmente los órdenes de arriba abajo, de mayor a menor. Sin embargo, los mayas solían inscribir las fechas de las estelas de izquierda a derecha, intercalando entre las cantidades el glifo que identifica al orden. En los códices mayas también aparecen registros que combinan ambos sentidos, tal como vemos en la siguiente imagen, donde, por motivos de espacio, una misma inscripción cambia de horizontal a vertical.

A pesar de esta flexibilidad, y hasta donde sabemos, ningún pueblo de Anawak escribió las cantidades ordinales de abajo hacia arriba, pues ello hubiera generado una gran confusión.

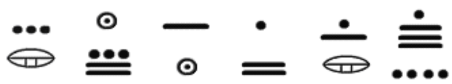
*Inscripción de orden vertical. Relieve olmeca. Inscripciones de orden vertical y horizontal. Códice Madrid. Inscripción de orden horizontal. Relieve maya.*

---

Verifique los conocimientos adquiridos

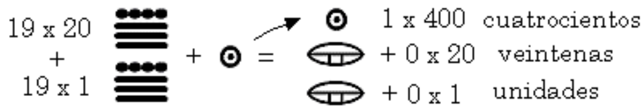
---

1. *¿Qué culturas del Viejo Mundo lograron la representación de los órdenes?*
2. *¿Qué función tiene la cifra en el sistema de órdenes?*
3. *¿Cuál es la función del cero en las matemáticas toltecas?*
4. *¿En qué sentido se leen la expresión numérica cuando está escrita en forma convencional?*
5. *¿Cómo se escriben las cantidades que no corresponden a múltiplos enteros de la veintena?*
6. *¿Cuál es la cifra más alta que se puede escribir en el orden de las unidades?*
7. *Califique de cierto o falso (C/F):*
   *___ Un cero inscrito encima de una cifra no vale nada.*
   *___ Un cero inscrito en un orden de las veintenas vale veinte veces más que en un cero inscrito en el orden de las unidades.*
   *___ La cifra más elevada que se puede escribir en el orden de las veintenas es diecinueve.*
   *___ El valor 30 se escribe colocando tres puntos encima y un cero debajo.*
8. *Traduzca en notación vigesimal las siguientes cantidades: 65, 73, 104, 128, 256, 312.*
9. *Vierta al sistema decimal las siguientes cantidades:*



## LA ESCRITURA DE ÓRDENES SUPERIORES A LA VEINTENA

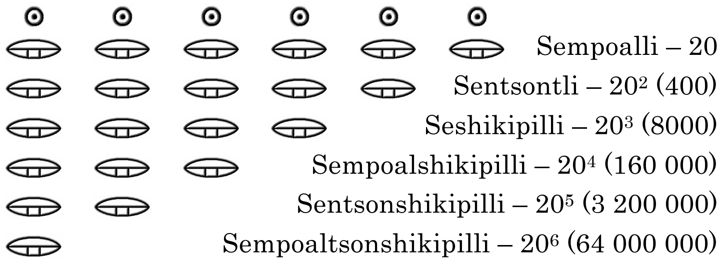
Según vimos en la lección anterior, podemos cubrir tanto el espacio de las unidades como el de la veintena hasta la cifra diecinueve, obteniendo la cantidad 399. Pero, ¿qué hacer si queremos escribir cantidades superiores? Si a 399 le sumamos un punto, este ya no cabe en ninguno de los espacios ocupados, de modo que se transfiere a un espacio superior a la veintena (es decir, al orden del 400), y en los espacios inferiores se colocan ceros.



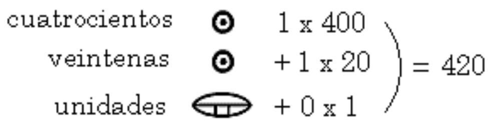

La expresión anterior se lee Sentsontli, es decir, 1 x 400 más cero veintenas y cero unidades. Tal como hicimos con la veintena, podemos colocar en el orden del 400 cualquiera de las diecinueve cifras, produciendo cantidades como las siguientes:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 x 400<br>= 880<br>Ontsontli | 4 x 400<br>= 1600<br>Nautsontli | 10 x 400<br>= 4000<br>Ma'tlaktsontli | 19 x 499<br>= 7999<br>Kashtollion<br>nautsontli |

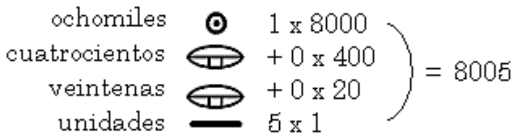
Como vemos, la fórmula para escribir órdenes superiores a la veintena consiste en añadir a la expresión tantos espacios como sean necesarios. Toda cantidad tiene tantos ceros o espacios inferiores como el número del exponente de veinte que representa su orden. Por ejemplo, $20^2$ lleva dos ceros, $20^3$, tres ceros, $20^4$ cuatro ceros, y así. Veamos como ejemplo de esta regla la escritura de los seis órdenes regulares de la numeración civil:




Si queremos escribir valores diferentes de los múltiplos exactos del orden superior, entonces tenemos que inscribir dentro de la expresión numérica la cifra necesaria en el espacio correspondiente. Por ejemplo, la cantidad 420 (Sentsontli wan sempoalli) se compone de 1 x 400 más 1 x 20 y cero unidades. Por lo tanto, colocamos un uno en el orden del 400, otro en el de la veintena y un cero al final.



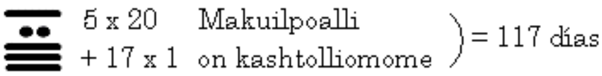

En el medio de una expresión numérica puede haber ceros, siempre que no sea necesario multiplicar los órdenes correspondientes por una cifra. Por ejemplo, la cantidad 8005 se compone de 1 x 8000 más 0 x 400, 0 x 20 y cinco unidades, de modo que se representa mediante un punto seguido de dos caracoles y una barra, lo cual se lee Seshikipilli ommakuilli:



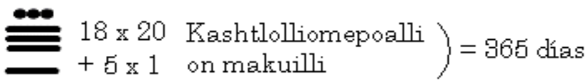

Cualquiera de los órdenes involucrados en la cantidad se puede multiplicar por cualquiera de las diecinueve cifras. Obviamente, la expresión más larga que podemos componer con los órdenes regulares de la numeración civil, consiste en una sucesión de siete veces la cifra diecinueve, tal como vemos a continuación:

| | | |
|---|---|---|
| | (19 x 64 000 000) | Kashtollionnaupoaltsonshikipilli |
| + | (19 x 3 200 000) | wan kashtollionnautsonshikipilli |
| + | (19 x 160 000) | wan kashtollionnaupoalshikipilli |
| + | (19 x 8000) | wan kashtollionnaushikipilli |
| + | (19 x 400) | wan kashtollionnautsontli |
| + | (19 x 20) | wan kashtollionnaupoalli |
| + | 19 | wan kashtollionnawi |
| | = 1 279 999 999 | |

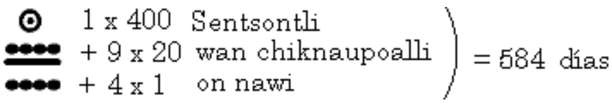
Veamos unas aplicaciones de estas reglas de escritura, que aprovecharemos para conocer algunos de los números significativos del calendario de Anawak. Comenzaremos por el ciclo sinódico o aparente del planeta Mercurio, calculado a partir de las fechas inscritas en la Piedra del Sol:



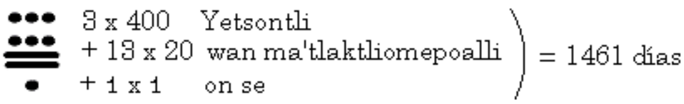

Duración redondeada del año terrestre:



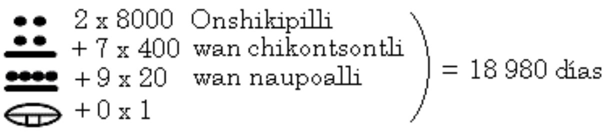

Duración redondeada del año sinódico de Venus:




Ciclo de ajuste del bisiesto mesoamericano:



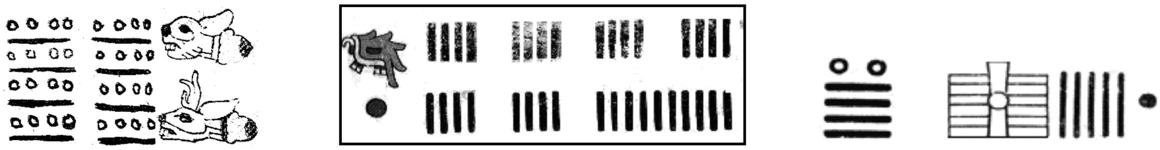

Duración del ciclo del Fuego Nuevo:




Para finalizar esta lección, debemos aclarar un punto que puede prestarse a confusión: en algunos documentos mixtecas y nahuas aparecen cantidades cuya escritura viola las leyes que acabamos de estudiar, ya sea porque agrupan las cifras sin tomar en cuenta el concepto del orden o porque acumulan más de tres barras en un mismo número. Tales excepciones son de dos tipos:

1ro. Cuando los números representan cantidades de días u otras unidades de tiempo que no exceden el valor de las cifras, su disposición no es estructural, sino que las cifras aluden simplemente a una sucesión de ciclos. Así lo vemos, por ejemplo, en la siguiente imagen del Códice Cospi, donde aparecen los signos calendáricos de Venado y Conejo y, a su lado, una sucesión de cifras nueve que aluden al ciclo de los nueve señores de la noche.

2do. En documentos como los códices Fèjèrvary y Laúd, aparecen cantidades superiores a la veintena, representadas por la acumulación de cuatro o más barras. Mi opinión es que, en estos casos, el escriba aprovechó una capacidad del sistema para facilitar la comprensión. Sucede que, cuando trabajamos con glifos que reflejan su cantidad, y siempre que se trate de cantidades pequeñas que no participan en una operación de cálculo, no es estrictamente necesario escribir los números en notación ordinal. Es igual de claro representar un paquete de 26 días mediante cinco barras y un punto, que hacerlo por el sistema de orden.



*Ciclos de nueve y cinco días. Códices Cospi y Laúd.*
*Las cantidades 22 y 26 escritas por acumulación de barras. Códices Fèjèrvary y Laúd.*

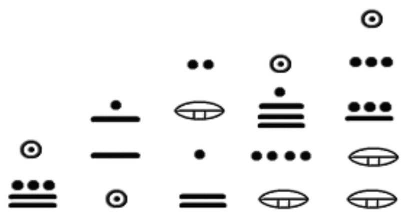
---

Verifique los conocimientos adquiridos

---

*1. ¿Qué se hace para añadirle órdenes a una expresión numérica tolteca?*
*2. ¿Qué cantidad total de espacios ocupa una cantidad correspondiente al orden de $20^5$?*
*3. Califique de cierto o falso (C/F):*
*___ En medio de una expresión numérica nunca se pueden escribir ceros.*
*___ Si a la cifra diecinueve en un orden dado se le suma uno, ese uno se transfiere al orden inmediato superior.*
*___ Si una cantidad se compone de cuatro espacios, necesariamente pertenece al orden Shikipilli.*
*4. ¿Por qué, en ocasiones, aparecen en los documentos acumulaciones de barras superiores a lo que permiten las leyes gráficas?*
*5. Exprese en notación racional la cantidad resultante si al valor 8000 se le quita un punto.*
*6. Exprese en el sistema de puntos y barras las siguientes cantidades, y calcule su valor en el sistema decimal:*
- *Yepoalli*
- *Nautsontli*
- *Onshikipilli*
- *Makuilpoalshikipilli*

*7. Convierta a numeración decimal las siguientes cantidades y exprese su nombre nawatl:*



# 2.7
# LA ESCRITURA JEROGLÍFICA DEL ORDEN

En esta lección estudiaremos una noción numérica que no tiene paralelo en nuestra cultura: la representación jeroglífica del orden.

Nosotros tenemos signos específicos para las cifras, pero escribimos los órdenes decimales mediante acumulaciones de ceros. Por ello tenemos que contar la cantidad de ceros o espacios que siguen a la primera cifra, para saber a cuál orden pertenece. Por ejemplo, representamos la cantidad "un billón" mediante un uno seguido de doce ceros, es decir, trece espacios; pero, si el billón tuviera un signo propio, como puede ser la letra B, bastarían dos espacios para aludirlo[6]:

| 1000000000000 = 1B |
|---|

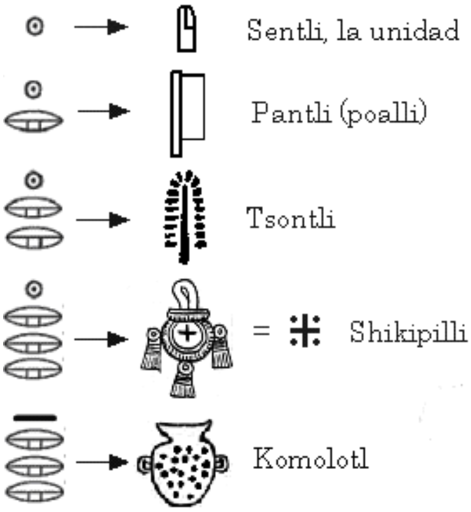
Los toltecas crearon una fórmula que les permitía agrupar los ceros del orden en un signo, lo cual sintetizaba la expresión numérica. Aunque esta fórmula ha quedado recogida principalmente en los códices del área nawatl, ciertos indicios, tales como la asociación que observamos en todo el Anawak entre los sacerdotes y el monedero simbólico del tercer orden, nos permiten suponer que también se empleó o, por lo menos, era entendida por los demás pueblos.

En esta escritura, cada orden simple de la notación civil tenía su propio signo. Estos eran:

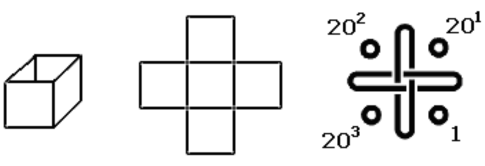
- Una bandera identificaba a la veintena. El glifo procede de la costumbre de sustituir el ordinal Poalli, *paquete*, por Pantli, *bandera*, cuando se contaban veintenas de personas.

- Una pluma o rama representaba el 400. En este caso, se usaba como signo de orden el glifo literario del término Tsontli, *mechón de pluma*.

- Una bolsa era el 8000. Como en el caso anterior, se empleaba el glifo del nombre del orden, Shikipilli, *monedero*.




*Signos representativos de los órdenes.*




*Formación y sentido matemático del glifo Teokuitlatl.*

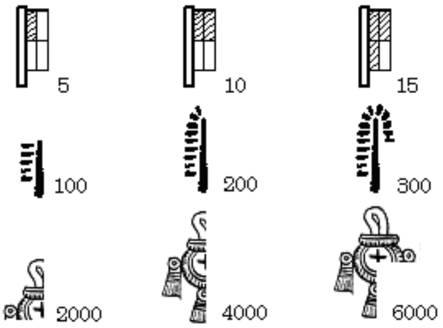
El 8000 también se podía representar mediante una cruz simple o rodeada de cuatro puntos, conocida en la actualidad como Quincunce, *quinario*, pero cuyo nombre nawatl era Teokuitlatl, *divina porquería*[7]. La razón de este signo es que la cruz simbolizaba el desdoblamiento del cubo y este, a su vez, era emblema del tercer orden o dimensión.

---

[6] Nuestra cultura tiene un modo de abreviar la escritura del orden, representando la cantidad de ceros por la cifra correspondiente escrita como superíndice; por ejemplo: $1\ 000\ 000 = 1 \times 10^6$; pero, por su complejidad, esta fórmula no es de uso común.

[7] El nombre de este signo es una metáfora que representa la unión de los extremos, es decir, la totalidad.

Es posible que también hubiese signos propios para los órdenes compuestos regulares de la numeración civil, pero estos no han sido descubiertos o no se han identificado como tal. En cambio, se conserva el signo del suborden Komolotl: una vasija con agujeros.



*Signos de los subórdenes.*

Los glifos del orden también se usaban para representar los subórdenes. Por ejemplo, una bandera dividida en cuatro con un porción sombreada era el cinco; si tenía dos, era el diez; y si tenía tres, el quince. Lo mismo pasaba con los glifos de Tsontli y Shikipilli, los cuales se podían dividir en cuatro partes, valiendo cada una la cuarta parte del orden.

Una característica de los códices que usan los glifos de los órdenes es que, con frecuencia, sustituyen los puntos de las cifras por un diseño de puntas de dedos, lo cual también tenía un sentido ornamental.

A diferencia de lo que ocurre con la escritura de puntos y barras, en la cual existe una forma rígida de representar las cantidades, la escritura mediante glifos de orden se podían realizar de cuatro maneras básicas:

1ro. Uso simple. Cuando se trataba de cantidades idénticas al orden, bastaba con poner el signo correspondiente para aludirlas, sin necesidad de añadir una cifra multiplicadora, pues la expresión resultante era fácil de entender. Por ejemplo, supongamos que cierto pueblo debía pagar un tributo de veinte ollas de polvo de oro; el escriba encargado de llevar los registros dibujaba una olla y, sobre ella, colocaba una bandera. Si se trataba de 400 mantas, dibujaba una manta y encima el glifo del 400. Un paquete de 8000 granos de cacao se expresaba como un saco con el signo del tercer orden, y así.

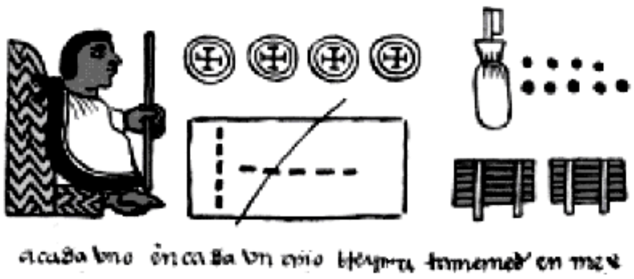
2do. Uso no ordinal. Este tenía dos modalidades:

a) Para componer cantidades que fuesen múltiplos del orden, el escriba podía hacer dos cosas: repetir el signo del orden las veces que fuera necesario, o repetir el jeroglífico formado por el signo y la cosa contada. Por ejemplo, un cargamento de 1200 ollas se podía resolver como una olla con tres Tsontli, o como tres ollas con sus correspondientes signos. Obviamente, esta última forma tenía un sentido ornamental.

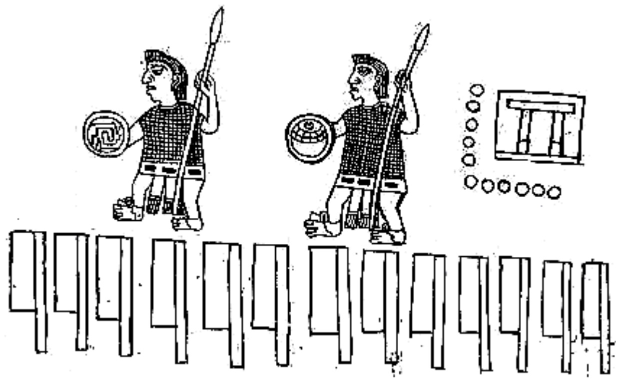
*Uso no ordinal de los signos del orden. Códice Mendocino.*
*Formas no ordinales de representar 1600 ollas.*

b) Si se trataba de cantidades diferentes del valor del orden, y este se multiplicaba por uno, entonces las cifras acompañantes no eran multiplicandos, sino sumandos. Así lo vemos en esta imagen, donde cierto señor observa el tributo que le toca recibir; entre otros productos, arriba a la derecha hay un saco de maíz sobre el cual se pintó una bandera con nueve puntos, más la frase: *"a cada uno treinta tamemes (cargadores) en México".* Ello indica que los puntos en este caso no multiplican, sino que se añaden al orden (aunque cabe destacar que falta un punto).

Ocasionalmente, las fórmulas a) y b) se unían, produciendo cantidades en las cuales el glifo del orden se repetía las veces que fuera necesario, y a esto se sumaba una cifra para completar la cantidad, generalmente por el sistema de puntos. Tal es el caso de la siguiente imagen, donde un anciano posa junto a tres glifos Poalli, que representan tres veintenas, más la cifra diez. Para que no queden dudas respecto al sentido de la composición, el escriba apuntó encima *"viejo de setenta años".*



*Suma de orden y cifra. Códice Otlazpan. "Viejo de setenta años". Códice Mendocino.*



*Convivencia de numeración ordinal y no ordinal. Documento 7, Colección Garret.*
*Representación cierta cantidad de tropas mediante la suma de órdenes. Tira de Tepetlaoztoc.*

Con frecuencia, se dan casos de un uso mixto de estas modalidades en el mismo documento. Por ejemplo, en esta imagen vemos, a la derecha, un conjunto de 100 platos rústicos que fueron representados mediante la acumulación de cinco platos, cada uno de los cuales ostenta el glifo de la veintena. A la izquierda, en cambio, hay un plato más rico sobre el cual se colocó una bandera y diez puntos con valor de sumandos, que indican la cantidad 30.

3do. Uso distributivo. Uno de los principales empleos que se le dio a los signos del orden, fue para distribuir las cantidades. Vemos un ejemplo de ello en la siguiente imagen, donde aparece un ejército cuyas tropas han sido numeradas por una sucesión de banderas. Aquí, el escriba combinó la cantidad de tropas con el hecho de que estas se organizaban en cuadrillas de veinte hombres.

4to. Uso ordinal. Para cantidades elevadas, generalmente se les asignaba a los glifos del orden una función ordinal, en la cual, la cifra acompañante multiplicaba al signo. Dicho uso lo estudiaremos en la siguiente lección.

Hay que aclarar que estas maneras de escribir las cantidades, si bien tenían en principio una intención de síntesis, en realidad no contribuían a abreviar la expresión, pues es más difícil repetir el glifo del orden que emplear el sistema de multiplicación por puntos y barras. Sin embargo, le daban una gran expresividad y ornamento a los códices, razón por la cual, fue la forma de escritura favorita de los documentos comerciales públicos en el área nawatl.

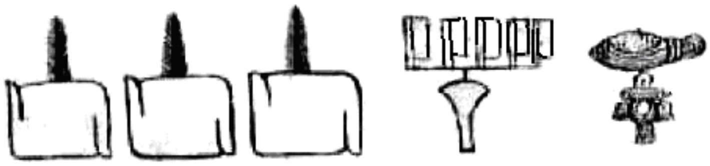
---

Verifique los conocimientos adquiridos

---

1. *¿En qué consiste la escritura jeroglífica del orden?*
2. *¿Qué ventaja tiene este tipo de escritura?*
3. *Describa los glifos que identifican a los órdenes simples.*
4. *¿Por qué glifo se solía sustituir el punto en la escritura ornamental de las cantidades?*
5. *¿Cómo se representaban los subórdenes con los glifos del orden?*
6. *¿En qué consiste la representación no ordinal del número con signos de orden?*
7. *¿En qué circunstancias se empleaba el modo distributivo de la repetición de los signos de orden?*
8. *Escriba las siguientes cantidades en notación jeroglífica no ordinal:*
   - *22 vasos*
   - *80 chiles*
   - *1200 platos*
   - *16 000 semillas*

*9. ¿Cuántas mantas, hachas y madejas de hilo se describen en la siguiente imagen de la Matrícula de Tributos?*



*10. ¿Cuántas unidades de área miden los terrenos que se mencionan en la siguiente imagen del códice Otlazpan?*

## 2.8
## EL USO ORDINAL DE LA ESCRITURA JEROGLÍFICA DEL ORDEN

La aparición de un uso no ordinal de los glifos del orden en los códices mexicas, suele generar la impresión de que este pueblo desconoció la notación por posiciones. De hecho, generalmente se afirma que la escritura racional del número fue patrimonio exclusivo de los olmecas y mayas. Ello, sin embargo, resulta incongruente, por tres razones:

1ro. Los pueblos de habla nawatl, así como los mixtecas y los zapotecas, fueron tan herederos de los olmecas como los mayas. Hubiera sido realmente extraordinario que estos pueblos olvidaran los logros matemáticos de los olmecas, a favor de un sistema más primitivo y difícil de manejar.

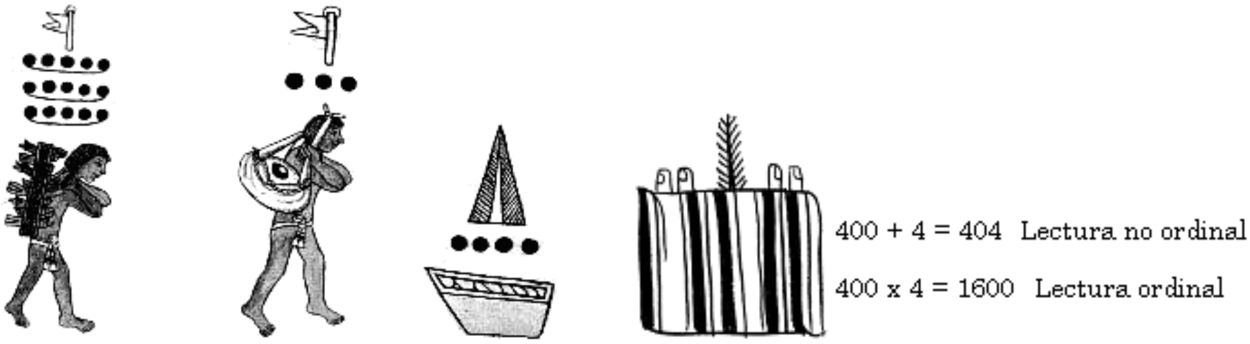
2do. Para poder atribuir signos a los órdenes, primero es necesario conceptuar estos. Observemos que los signos empleados por los mexicas no indicaban cantidades arbitrarias, sino precisamente aquellas que, en el sistema racional, determinaban saltos de orden. De modo que el uso no ordinal del signo del orden, implicaba la posesión de un conocimiento previo sobre sus calidades organizadoras.

3ro. La estructura de la lengua nawatl sugiere el uso ordinal, ya que, como sabemos, las cantidades enteras de órdenes se componen por la multiplicación de una cifra y un orden. Una vez que existe, por un lado, el concepto de la cifra (derivado de leyes gráficas), y, por el otro, signos para los órdenes, el diseño posicional de las cantidades es inevitable.

Como cabe esperar, en los códices dedicados al tributo y el comercio al por mayor (es decir, donde se contabilizaban cantidades enteras de veintenas y demás órdenes civiles) aparece un uso posicional de los glifos del orden. Ello se debe a que, en tales casos, es más económico representar las cantidades por el sistema de multiplicación que por el de suma directa, ya que generalmente se trata de cantidades redondeadas. Por lo tanto, las cifras que aparecen en estos códices casi siempre multiplican a los signos del orden.

Así lo vemos en estos ejemplos, tomados de un códice del área nawatl. En el primero, un conjunto de 300 gallinas fue representado como un cargador que porta algunas gallinas en su espalda, sobre el cual aparece el signo Pantli y quince puntos que lo multiplican. A su lado hay otro cargador que porta un saco con el emblema del pinole o harina de maíz tostado, más una bandera y tres puntos, lo cual indica un total de 60 cargas. Por último, vemos un metate o mortero sobre el cual se escribió el glifo Tsontli y cuatro puntos que conforman la cantidad 1600, aludiendo a otras tantas medidas de harina de maíz.

Debido a que, en esta escritura, el orden era inconfundible, no era necesario escribir las cifras que lo multiplican en determinado sentido, tal como sí es necesario en el sistema racional. Los mexicas solían colocarlas encima o a los lados del glifo, y el resto de los pueblos, debajo.




*Cantidades de mercancía. Códice de Tepetlaoztoc.*
*Dos formas de interpretar un mismo jeroglífico numérico.*


*Personificación de los 400 dioses. Códice Magliabecchi. 1200 cargadores. Códice de Tepetlaoztoc.*

La ignorancia de la doble función de los glifos del orden ha hecho que, en ocasiones, los investigadores interpreten mal los números que aparecen en los códices. Por ejemplo, cierta revista publicó recientemente un artículo dedicado al Códice Mendocino, en el cual, un atado de mantas provisto con el glifo Tsontli, más cuatro dedos, se interpretó como un tributo de 404 mantas, en lugar de la cantidad real que expresa el documento: 1600 mantas. Esto distorsiona la idea que tenemos sobre las capacidades productivas y la densidad de población de los pueblos sometidos al estado mexica.

Han quedado suficientes evidencias que nos permiten afirmar que la numeración llamada "mexica" tenía un carácter posicional, y que el uso no posicional que se le daba en ocasiones no era la norma, sino una posibilidad dictada por las conveniencias, por el tipo de documento y por las propiedades del sistema de escritura.

Por ejemplo, en la siguiente imagen del Códice Magliabecchi fueron representados los Sentson Totochtin, *cuatrocientos conejos* o dioses de la embriaguez, lo cual se confirma en la leyenda inscrita en español: *"este era otro de los cuatrocientos"*. Al tener esa cantidad un signo propio (Tsontli), hubiese bastado con dibujarlo para aludirla; pero el escriba colocó junto a él la cifra uno, a fin de describir el sonido del nombre Sentson, *un cuatrocientos*. Ello demuestra que, tanto el escriba como sus lectores, estaban familiarizados con el sistema de órdenes, pues, de no estarlo, hubieran leído la composición como "Sentsontlionse", *cuatrocientos uno*.

La segunda imagen es aún más clara. Dibujada por nativos de habla nawatl al principio de la Colonia, describe diversas actividades económicas y las cantidades de productos asociadas. A la izquierda, aparece un cargador que porta cierta mercadería, sobre el cual se dibujó el emblema del 400 y tres puntos. En una lectura no ordinal, esto indica la cantidad 403, pero en la ordinal, 1200. Para que no queden dudan sobre el sentido de la inscripción, a su lado el escriba anotó con letras latinas: *"los mil doscientos tameme (cargadores) y los principales"*.

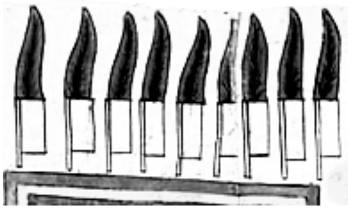
El tercer ejemplo que analizaremos, como evidencia del uso ordinal de la escritura numérica "mexica", es un fragmento de la Piedra del Sol donde aparece un glifo en forma de recuadro con una cruz en su interior, coronado con tres puntos. Diversos investigadores lo han interpretado como un emblema del planeta Venus. La asociación de la cruz, representativa en este caso del número cinco, con la cifra tres, refleja la relación que hay entre los años venusinos y los terrestres, pues cinco de los primeros caben con exactitud en ocho de los segundos.

Pero, el autor del monumento también quiso reflejar otra proporción de gran importancia astronómica, pues, si transformamos ambas cifras en exponentes de orden, multiplicando el tres por la veintena y el cinco por la unidad, la expresión resultante vale 65, es decir, la cantidad de años de Venus que caben en 104 años terrestres (el ciclo de ajuste de los movimientos venusinos).

*Fragmento de la Piedra del Sol.*

Pero la resonancia matemático-astronómica no termina ahí, pues, si elevamos la cifra tres al orden 8000 y el cinco de la cruz al 400, obtenemos un resultado de 26 milenios, esto es, la cantidad de años que dura el ciclo de rotación de la eclíptica, conocido como “precesión de los equinoccios”. En mi opinión, este es el fenómeno al cual está dedicada la piedra. Tal asociación de cantidades significativas es evidencia de un uso del sistema de órdenes por parte de los mexicas.

Es probable que los glifos del orden se multiplicaran entre sí para formar órdenes compuestos. Este principio operativo está expuesto en la siguiente imagen del Códice de Tlepetlaoztoc, donde aparece una sucesión de jeroglíficos que podrían interpretarse como la multiplicación de los órdenes de la veintena y el 400, para formar el 8000, lo que alude a la cantidad promedio de habitantes de ciertas parcialidades. Si tal interpretación es correcta, entonces encontramos en esta imagen la convivencia tres formas de escritura de la cantidad: la ordinal, la no ordinal y la distributiva.



*Probable multiplicación de órdenes. Códice de Tepetlaoztoc.*

---

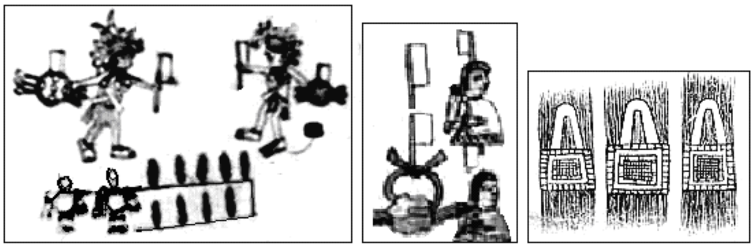
Verifique los conocimientos adquiridos

---

*1. ¿Por qué, generalmente, se piensa que los mexicas no tenían sistema de orden?*
*2. ¿Por qué es incongruente pensar que los pueblos del Altiplano desconocieran la numeración por posiciones?*
*3. ¿En qué tipo de códices aparece la numeración ordinal mexica, y por qué?*
*4. ¿Qué función tiene la cifra en los números escritos con glifos de orden, en la numeración ordinal?*
*5. ¿A qué se debe que, en ocasiones, se haya calculado mal el potencial demográfico y productivo de estado mexica?*
*6. Traduzca al sistema decimal las siguientes cantidades escritas en notación ordinal:*

*7. ¿Cuántas cargas de sal, chile y frijol menciona esta lámina del Códice Tepetlaoztoc?*

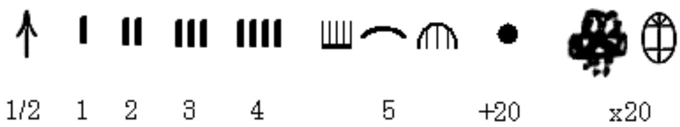
*8. Describa el uso que recibe el signo del orden (sumando o multiplicando) y determine la cantidad de tropas, collares y haces de cañas contadas en las siguientes imágenes de los códices Vaticano 3738,Veinte Mazorcas y Tepetlaoztoc:*



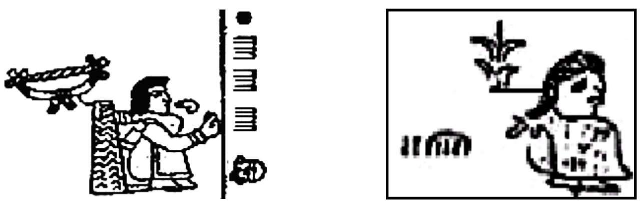
## 2.9
## LA ESCRITURA CATASTRAL MEXICA

Los mexicas y otros pueblos del Altiplano de México desarrollaron una forma propia de escribir cantidades que recibe el nombre de "escritura catastral", porque era empleada principalmente en los registros relativos a la organización del territorio, las mediciones de tierras y aguas, los planos de las casas, etcétera. Dicha escritura desarrolló dos variantes, que llamaremos catastral A y B.

La primera variante no empleaba puntos para las cifras, sino pequeñas barras, que probablemente son la estilización de dedos, las cuales se solían apoyar contra el borde de los linderos y planos. Si el número iba aislado, entonces las barras se colocaban en posición vertical. Una barra representaba el uno, dos barras el dos, y así, hasta el cuatro. El cinco se escribía como cinco barras enlazadas o como la estilización de una mano.




*Sistema catastral mexica. Códice S. M. Asunción.*



*Representación de cifras por el sistema catastral. Mapa de Oztoticpac y Códice Xolotl.*

Esta escritura contenía dos números especiales. El primero era un glifo en forma de punta de flecha usado para representar mitades, y quizás el concepto de fracción. El segundo era un punto con valor de veinte, que no multiplicaba las cifras adyacentes, sino que se sumaba a estas. Al parecer, dicho punto deriva del tablero de cálculo, pues, en este, el veinte se escribe con un punto, dejando un espacio vacío debajo. La asociación entre el tablero y la escritura catastral parece obvia, teniendo en cuenta que la función de esta era expresar el resultado de los cálculos.

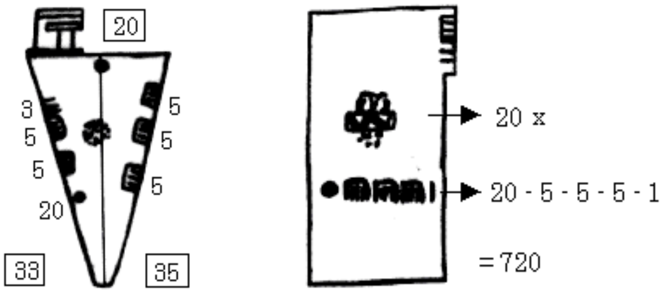
Las investigaciones realizadas por la geógrafa Bárbara J. Williams y el historiador Heberth R. Harvey en los códices Vergara y Santa María Asunción, han demostrado que este sistema tenía órdenes vigesimales, pues poseía un signo en forma de atado que multiplicaba por veinte la cantidad colocada debajo de él. A veces, dicho signo se dibujaba como una especie de mazorca de maíz o semilla de cacao, o como una esfera punteada o reticulada; esta última variante parece derivar del signo con el cual se representaba el tablero de cálculo.

En las siguientes imágenes vemos algunos ejemplos de la aplicación de este sistema para resolver, tanto las medidas lineales como de área.

La primera nos muestra un terreno en forma de cuña sobre el cual hay una casa, indicando que se trata de un huerto o lote familiar. En el límite superior del terreno hay un punto que vale veinte unidades. El borde de la derecha tiene tres glifos de la cifra cinco, más un punto amorfo colocado a su izquierda, que vale como veinte, lo cual indica la cantidad de 35 unidades (debo aclarar que, en este caso, el punto amorfo tiene una función atípica pues, por lo general, multiplica la cantidad). El borde de la izquierda presenta dos signos del cinco más tres barras, que se suman al punto de la veintena, indicando el valor 33. En conclusión: se trata de un terreno de 20 x 35 por 33 unidades.

En el segundo dibujo aparece un terreno rectangular en cuyo borde superior derecho se ve la cifra siete; fuera de ese dato lineal, el resto de las medidas apuntadas se refieren a su superficie. En el centro hay una sucesión de números: un punto de veintena, tres cifras cinco y una unidad, lo cual indica el valor 36 que, multiplicado por el signo de atado que está sobre los números, completa las 720 unidades de área que mide el terreno.

A juzgar por la aparición de este sistema en códices relacionados con las actividades cotidianas, parece que era la escritura más ampliamente usada por la población durante la época mexica. Ello indica que el concepto del orden no estaba restringido a las clases cultas, sino que era un conocimiento accesible a todo el mundo.




*Medidas lineales y de área. Códice Vergara.*

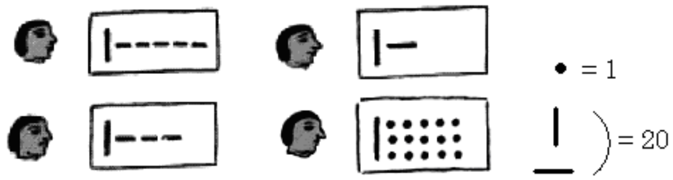
Al parecer, esta era la escritura que usaba la gente en sus apuntes personales, según deducimos del análisis de la siguiente imagen del Códice Florentino. En ella vemos un sacerdote mexica que calcula el tonal o fecha natal de un niño. La fecha (10 Conejo) se apuntó al lado izquierdo del dibujo mediante el sistema de puntos que, como sabemos, confería un sabor arcaico a la expresión; pero, en el cuaderno del sacerdote, aparece la misma fecha con números cursivos tomados de la escritura catastral A.

*Astrólogo mexica. Códice Florentino.*

En algunos códices coloniales aparece una curiosa variante de escritura, la catastral B, usada para medir terrenos de cultivo. En esta, las cifras simples y compuestas se representan mediante puntos, los subórdenes mediante fracciones de los glifos del orden y las veintenas mediante barras, dibujadas tanto en posición vertical como horizontal. De nuevo, se evidencia una probable relación con el tablero de cálculo ya que, en este, se usa una barra para separar dos órdenes; por extensión, podemos especular que la barra adquirió el significado de "multiplicar por veinte" y, de ahí, pasó a representar a la cantidad en sí.

Vemos un ejemplo de esta escritura en la siguiente lámina del Códice Otlazpan, donde parecen seis campesinos junto a sus terrenos, dentro de los cuales se apuntaron sus medidas lineales, que son (comenzando arriba a la izquierda):

- 20 x 100 unidades
- 20 x 60 unidades
- 20 x 20 unidades
- 20 x 15 unidades



*El orden vigesimal como barra. Códice Otlazpan.*

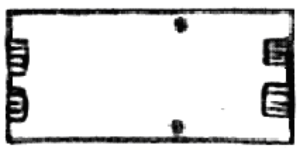
---

Verifique los conocimientos adquiridos

---

1. *¿En qué pueblos de México aparece la escritura catastral del número?*
2. *¿Qué usos tenía la escritura catastral A?*
3. *¿Cómo se escribían las cifras en la escritura catastral A?*
4. *¿Qué dos tipos de veinte existían en esta escritura?*
5. *¿Qué tipos de cálculo se hacían con la escritura catastral?*
6. *¿Qué cantidad de tejedoras se mencionan en el siguiente dibujo del Códice Tepetlaoztoc?*

7. *¿Cuánto mide el siguiente lote de tierra, dibujado en el Códice Vergara?*



8. *¿Cómo se representaban las cifras y veintenas en la escritura catastral B?*
9. *¿Cuánto miden los siguientes terrenos, dibujados en el Códice Otlazpan?*

## 2.10
## LA ESCRITURA DE LAS ESTELAS MAYAS

En esta lección estudiaremos una forma de representación del número que llegó a tener gran importancia en la cultura maya. Es un sistema semejante al que empleamos nosotros, puesto que cada cifra tenía un signo característico; pero, a diferencia de los signos indoarábigos, que son muy sencillos, los identificadores de las cifras eran los complicados perfiles de sus dioses patronos. Por tal razón, los antropólogos les llaman "números de cabeza". Dicho perfiles son los siguientes:


Las cifras escritas con glifos de cabeza eran equivalentes a las de la notación racional, y los mayas las usaron en el mismo tipo de estelas calendáricas, aunque, por razones obvias, nunca aparecen en los códices dedicados al cálculo.

Una característica notable de este sistema, es que no era propiamente vigesimal, pues la décima cifra se representaba mediante el perfil de Ah Puch, el dios maya de la muerte, y, como sabemos, la muerte estaba simbólicamente asociada al concepto del cero. ¿Qué sentido tiene un cero en la décima posición? Esto únicamente se puede entender si suponemos que, implícito en el sistema vigesimal, había un orden decimal que se asoma en este tipo de inscripciones.

Tal impresión se acentúa cuando analizamos las cifras del trece al diecinueve, pues es fácil advertir que se componen de los rostros de los dioses de las cifras del tres al nueve, con la adición de una mandíbula inferior descarnada, alusiva al diez. De ello se deduce que, a partir del trece, las cantidades no son realmente cifras, sino composiciones decimales.

Llegamos a la misma conclusión mediante el análisis lingüístico. A diferencia de lo que ocurre con las cifras en nawatl, cuyos nombres se forman a partir de los subórdenes, las cifras mayas poseen nombres propios del uno al nueve. El diez, sin embargo, es una composición formada por el nombre del uno, Hun, y el término Lah, golpear ambas manos. Puesto que la función de uno, en este caso, es la de multiplicar, entonces el nombre del diez cumple con todas las funciones del orden, tal como vemos a continuación:

| | | |
|---|---|---|
| 1, Hun | | |
| 2, Ca | 8, Uashac | 14, Can–lahun |
| 3, Ox | 9, Bolon | 15, Ho–lahun |
| 4, Can | 10, La–hun | 16, Uac–lahun |
| 5, Ho | 11, Buluc | 17, Uuc–lahun |
| 6, Uac | 12, Lah–ca | 18, Uashac–lahun |
| 7, Uuc | 13, Osh–lahun | 19, Bolun–lahun |

La presencia de un sistema decimal subordinado al vigesimal no es tan extraña como pudiera parecer. Sabemos, los subórdenes son cifras que funcionan a manera de órdenes provisionales para aquellas cantidades que no exceden al valor del orden. Por ejemplo, las cifras del seis al nueve se forman en nawatl a partir un substituto del cinco, así que se puede decir que son composiciones ordinales dentro del marco de la decena.

Lo mismo ocurre con las cifras mayas de cabeza: su decimalismo estaba limitado por la veintena. Esto tenía una razón, puesto que los números de cabeza se usaban exclusivamente para componer fechas, y los glifos de los ciclos nunca se podían multiplicar por cantidades superiores al diecinueve. De manera que el decimalismo de las cifras de cabeza convivía perfectamente con el sistema vigesimal.

Pero, ¿de dónde surgió el sistema decimal mesoamericano? No sabemos. Mi impresión es que los mayas o, más probablemente, sus antecesores los olmecas, lo inventaron en forma independiente al decimalismo de los pueblos del Viejo Mundo, al explorar una posibilidad natural en el manejo de los subórdenes. Pero, debido a que ya existía en Anawak un sistema numérico perfecto, basado en veintenas, la decena no alcanzó aquí un gran desarrollo.

Otro aspecto interesante de esta escritura se refleja en el hecho de que, si observamos con atención las formas de las cifras, veremos que la mandíbula inferior aparece a partir del trece. En otras palabras, las primeras doce cifras tienen signos propios. Lo mismo ocurre en sus nombres: las cifras del uno al doce tienen nombres propios (excepto el diez, que se compone con el término Lah), pero, a partir del trece, se componen invariablemente con el orden decimal, Lahun.

¿Qué significa esto? Que el sistema de cabeza no sólo era décimo–vigesimal, sino que también tenía una dimensión trecenal, es decir, formaba ciclos a partir de la trecena. Esto delata la función calendárica que tenían las matemáticas en Anawak, ya que la unidad básica del calendario era una combinación de ciclos de trece y veinte términos.

Parecería que las cifras de cabeza son lo suficientemente complicadas como para que tener que adornarlas. Pero los mayas, siempre deseosos de mostrar su excelencia en las artes plásticas, les añadieron un refinamiento: en ocasiones, en lugar de limitarse a representar los perfiles de sus dioses patronos, dibujaban todo el cuerpo. Por tal razón, esta variante recibe el nombre de "cifras de cuerpo entero".

Por sus dificultades de diseño, esta escritura no trascendió; únicamente fue empleada por los mayas durante el período clásico (siglos 3 al 8 de la era cristiana), en monumentos de carácter dinástico, en los cuales era importante dar una impresión de magnificencia.


*Una cifra "de cuerpo entero" y un orden. Relieve maya.*

---

Verifique los conocimientos adquiridos

---

1. *¿En qué consisten las cifras mayas "de cabeza"?*
2. *¿En qué sentido son equivalentes estas cifras a las indoarábigas?*
3. *¿Qué característica distingue a las cifras del trece al diecinueve?*
4. *¿Qué indica la presencia del dios de la muerte en la décima posición de estas cifras?*
5. *¿Por qué se dice que las cifras de cabeza contienen un sistema decimal limitado?*
6. *¿A qué se debe que las cifras del uno al trece tengan glifos y nombres propios en lengua maya?*
7. *¿En qué consisten las cifras "de cuerpo entero"?*
8. *¿Durante qué período seusaron las cifras de cabeza y de cuerpo entero?*
9. *Califique de cierto o falso (C/F):*
   ___ *Las cifras de cabeza sólo eran empleadas en los cálculos astronómicos y calendáricos.*
   ___ *Las cifras de cabeza sólo fueron empleadas por los mayas y los olmecas.*
   ___ *Con las cifras de cabeza sólo se podía escribir hasta la cantidad diecinueve.*

## 2.11
## LOS ÓRDENES CALENDÁRICOS

Para poder leer correctamente las cifras racionales y de cabeza inscritas las estelas y en los códices mayas que se conservan, es preciso que aprendamos a distinguir un nuevo tipo de numeración.

Hasta aquí, hemos estudiado una secuencia de órdenes estrictamente vigesimales. Sin embargo, todos los registros numéricos olmecas y mayas que se refieren a cálculos astronómicos y cronológicos, están expresados en una variante de escritura a la que los investigadores llaman "cuasivigesimal", debido a que presenta una excepción a este ordenamiento. En razón de su uso, en las siguientes páginas le llamaré "sistema calendárico".

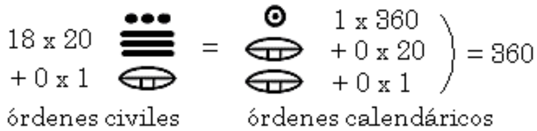
La característica de este sistema es que el segundo orden de conversión no vale 400, sino 360. A partir de ahí, se sigue multiplicando por veintenas, pero los resultados comienzan a divergir con respecto a la numeración civil, como nos muestra la siguiente tabla:

| *orden* | *cuenta civil* | *cuenta calendárica* |
|---|---:|---:|
| 1ro. | 20 | 20 |
| 2do. | 400 | 360 |
| 3ro. | 8 000 | 7200 |
| 4to. | 160 000 | 144 000 |
| 5to. | 3 200 000 | 2 880 000 |
| 6to. | 64 000 000 | 57 600 000 |

Dicho en otros términos: en la numeración calendárica no se puede colocar una cifra mayor que diecisiete en el espacio correspondiente a las veintenas. Si al diecisiete le añadimos un punto, tenemos que trasladarnos al orden superior.

¿Por qué inventaron los olmecas esta modificación? Por razones astronómicas, pues 360 es la cantidad de diámetros solares o lunares que caben en la eclíptica, y también se aproxima a la cantidad de días del año terrestre. Al usar números que reflejan dichos fenómenos, los astrónomos toltecas podían referirlos con cantidades redondeadas en sus escritos, lo cual generó una cronología basada en ciclos absolutamente regulares de tiempo, llamada en la actualidad Calendario de la Cuenta Larga.

Naturalmente, en esta notación cambia la forma de escribir las cantidades. En el sistema civil, el 360 se escribe con la cifra dieciocho seguida de un cero, lo cual se lee como 18 x 20 más cero unidades. Pero en la variante calendárica, esa misma cantidad se escribe mediante la cifra uno seguida de dos ceros, es decir, 1 x 360 más cero veintenas y cero unidades.




En resumen: una misma cantidad, si es superior a 359, se escribe en formas distintas, según sea el sistema empleado.

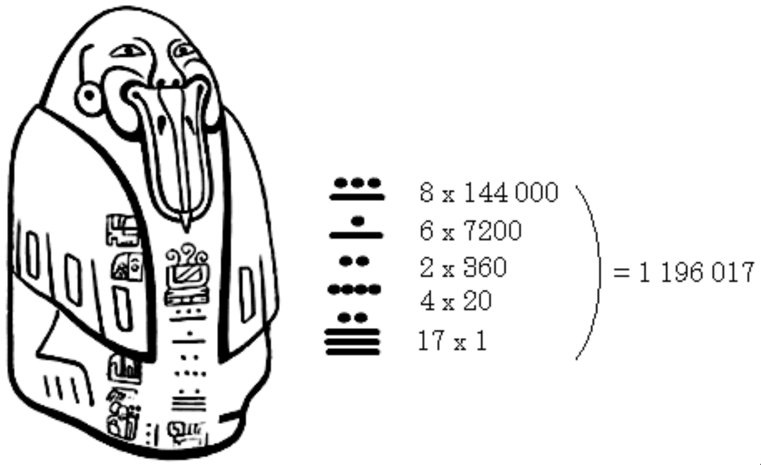
También se cumple lo contrario: los mismos glifos numéricos, si involucran tres o más espacios, tienen dos valores diferentes, según el sistema en que los leamos. Por ejemplo, un dos seguido de dos ceros se puede interpretar como 2 x 400 más cero veintenas y cero unidades, o bien como 2 x 360 más cero veintenas y cero unidades.


Debido a que, tanto las cuentas civiles como las calendáricas, se escribían con los mismos grafemas, el lector mesoamericano tenía que conocer la clave numérica empleada en cada caso, a fin de interpretar correctamente las cantidades que veía inscritas en los monumentos. Por eso, las fechas de las estelas y murales del área maya casi siempre estaban coronadas con el Glifo de Serie Inicial, emblema de los infinitos ciclos de tiempo, el cual indicaba al que la cuenta era de tipo calendárico.

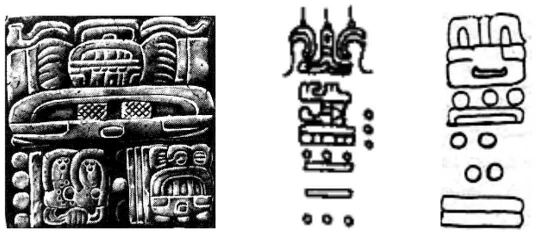
Como ejemplo de este tipo de numeración, analizaremos una figurilla olmeca que contiene una de las últimas fechas registradas por ese pueblo. En el pecho del pequeño ser con aspecto de ornitorrinco aparece una inscripción formada por las cifras ocho, seis, dos, cuatro y diecisiete. Debido a que, sobre ellas, se colocó el Glifo de Serie Inicial, sabemos que se trata de un ordenamiento calendárico, de modo que tenemos que multiplicar el segundo orden por 360. Ello cambia los valores de los órdenes superiores, los cuales multiplican por 7200 y 144 000, respectivamente. Los productos parciales de esta operación dan una suma de 1 millón 197 017 días.

El siguiente paso para interpretar la inscripción no es propiamente matemático, sino calendárico, pues tenemos que contar esa cantidad de días a partir de cierto punto inicial, sobre el cual los arqueólogos aún no se ponen de acuerdo. Sin embargo, todas las opiniones coinciden en que esta figurilla fue labrada hace aproximadamente dos mil años.

Hasta ahora, el orden calendárico sólo se ha encontrado en los monumentos olmecas y mayas, así como en las culturas estrechamente relacionadas de Izapa y El Baúl. Los demás pueblos de Anawak, o bien desconocieron esta forma de numeración, o no la emplearon. Los investigadores han especulado sobre cuál pudo ser la causa probable de tal exclusividad; yo considero que se debe al desarrollo histórico de la cronología.




*Fecha olmeca. Estatuilla de Tuxtla.*



*El Glifo de Serie Inicial en inscripciones mayas y olmecas.*

En efecto, el análisis del calendario de Anawak demuestra que la numeración calendárica es un invento tardío; sus huellas más tempranas aparecen hacia el siglo 4 antes de Cristo. Para entonces, la cultura olmeca ya se estaba extinguiendo y el calendario civil había alcanzado su máximo desarrollo. Por lo tanto, esta manera de ordenar las cantidades no constituía un aspecto básico de la civilización mesoamericana; los pueblos que se desgajaron de los olmecas en tiempos tempranos, tales como los zapotecas y los nahuas, quizás no la conocieron o, más probablemente, la conocieron y no le encontraron aplicación práctica.

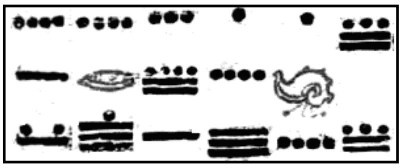
Por otra parte, al analizar el calendario civil, encontramos que esos pueblos orientaron su cronología por los ciclos reales de los astros, en lugar de usar una unidad de medida artificial, como era el orden 360. Esto les impidió hacer especulaciones cosmológicas tan extremas como las de los mayas pero, en cambio, le dio una gran precisión a su calendario.

---

Verifique los conocimientos adquiridos

---

*1. ¿En qué se distingue la numeración civil de la calendárica?*
*2. ¿Qué fenómenos naturales refleja el orden calendárico?*
*3. ¿Cómo distinguían los olmecas y mayas las inscripciones calendáricas de las civiles?*
*4. Califique de cierto o falso (C/F):*
*___ Es posible que una misma expresión escrita tenga dos valores numéricos.*
*___ Es posible que un mismo valor numérico tenga dos expresiones escritas.*
*___ El primer orden de conversión en la numeración calendárica vale 360.*
*___ La cifra más alta que se puede colocar en el orden de las veintenas, en la escritura calendárica, es dieciocho.*
*5. Exprese en notación calendárica las siguientes cantidades: 52, 365, 584, 720, 1461, 5200, 18 993, 21 600*
*6. ¿Qué cantidades aparecen en la siguiente lámina del Códice Dresden, escritas en notación calendárica?*



*7. ¿Qué culturas emplearon la numeración calendárica?*
*8. ¿En qué época surgió la numeración calendárica?*
*9. ¿Cuál puede ser la razón por la cual la mayoría de los pueblos de Anawak no emplearon la numeración calendárica?*

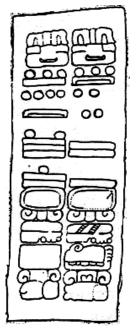
## 2.12
## LOS GLIFOS DEL ORDEN CALENDÁRICO

Una característica de la numeración calendárica era que cada orden tenía su glifo propio, que se representaba a continuación de la cifra multiplicadora. Las evidencias arqueológicas indican que este invento fue tardío, pues no aparece en las estelas olmecas ni en las más tempranas estelas mayas descubiertas.

A pesar de que las fechas escritas sin glifos de orden eran perfectamente claras, a partir de la era cristiana los cronólogos mayas comienzan a especificar el valor del orden en sus inscripciones. Contrario a lo que cabría esperar, no usaron para ese efecto los glifos de los órdenes civiles, sino la representación del sonido de sus nombres en maya antiguo. Al escribir de esta manera, quedaba claro que se trataba de un registro calendárico, en el cual había una excepción en el segundo orden.

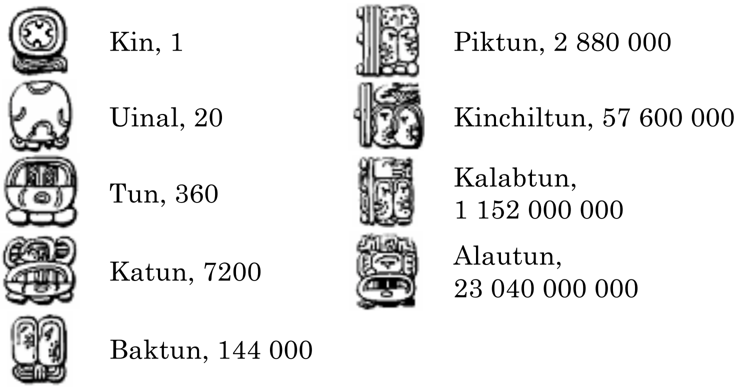
El estudio de estos signos nos hace entrar en la materia de calendárica, lo cual no es el objeto de este curso; sin embargo, vale la pena conocerlos, a fin de poder interpretar las fechas de las estelas mayas.

A pesar de que los glifos de orden están claramente identificados, sólo se conocen algunos de sus nombres originales, pues la escritura maya aún no se ha descifrado por completo. La unidad recibía el nombre del *sol*, Kin, y la veintena, un nombre relacionado con la *luna*, Uinal. El orden de las 360 unidades, por sus resonancias astronómicas, fue llamado Tun, término derivado de una antigua raíz para el *sol* que en maya clásico significa *piedra*. El orden superior, mencionado en unos textos tradicionales llamados Libros de Chilam Balam, era el Katun (de Ka, *veinte*).

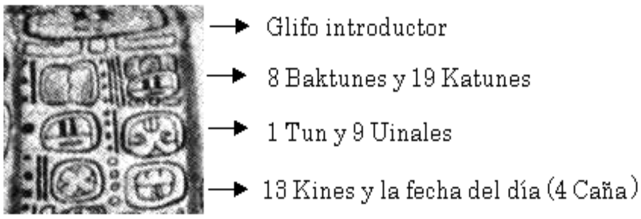


*Fecha olmeca sin glifos de orden. Estela C de Tres Zapotes.*
*Estela protomaya sin glifos de orden. Abaj Takalik.*

A partir del Katun se desconoce la pronunciación de estos glifos, pero los arqueólogos les han asignado valores fonéticos hasta el octavo orden, recogidos en la siguiente lista:




El glifo del Alautun aparece ocasionalmente en los monumentos, pero las inscripciones comunes solían quedarse en el cuarto orden (el Baktun), tal como podemos ver en el siguiente fragmento de una tumba maya, donde aparece una fecha formada por las cantidades (8 x 144 000) + (19 x 7200) + (1 x 360) + (9 x 20) + (13 x 1), lo cual asciende a un total de 1 millón 289 353 días:




*Inscripción con glifos de orden. Río Azul, Petén.*

Aunque el manejo de cuatro órdenes era suficiente para ubicar una fecha en un lapso de varios miles de años, como ya mencioné, el códice yucateco de Pío Pérez conserva el término Oshlahundzacab, que en el maya cotidiano se interpreta como “infinito”, pero cuyo sentido literal es *trece órdenes*, ya que se forma de los términos Oshlahun, *trece*, y Dzacab, *escalón u orden.* Este ordinal indica que los cronólogos mayas encontraron la manera de representar lapsos increíblemente largos de tiempo, a fin de insertar las fechas históricas en los plazos de su mitología.

A partir de ese término, es fácil reconstruir el nombre de los órdenes superiores al Alautun, tal como vemos en la siguiente tabla:

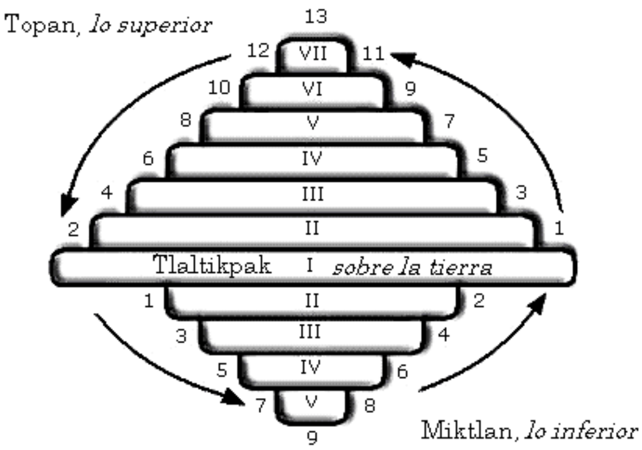
| *orden* | *cantidad de días* | *nombre maya* |
|---|---|---|
| 9no. | 460 800 millones | Bolondzacab |
| 10mo. | 9 216 x $10^{9}$ | Lahundzacab |
| 11mo. | 18 432 x $10^{10}$ | Bulucdzacab |
| 12mo. | 36 864 x $10^{11}$ | Lahcadzacab |
| 13ro. | 73 728 x $10^{12}$ | Oshlahundzacab |

Cabe aclarar que, en todas las inscripciones en las que aparecen los signos de orden calendárico, el cero empleado es el trilobular, no el corte de caracol. De modo que el orden trece se representa así:

Como cada uno de esos espacios se puede cubrir hasta el diecinueve, este sistema permitía componer cantidades de hasta 1 trillón 464 560 billones, menos uno, lo cual bastaba para representar los ciclos de tiempo de aquella cosmogonía.

Tal ordenamiento tenía una gran ventaja, ya que se podía integrar a otros formatos simbólicos de aquella cultura, en particular, al diseño cósmico.

Los mesoamericanos concebían al Universo como una estructura formada por dos pirámides, una descendente y otra ascendente, que se conectaban en el plano terrestre. La pirámide celestial tenía siete planos y la infernal cinco, los cuales, junto al plano terrestre, conformaban los trece niveles u órdenes de la existencia. Como sabemos, esta creencia se reflejaba en el nombre nawatl del Ser Supremo, Ometeotl, una de cuyas traducciones literales es *divino trece*; y, con más claridad aún, en el nombre maya equivalente, Oshlahuntiku, *el dios de los trece (cielos o niveles).*




*Los trece órdenes de la cosmovisión tolteca.*

El otro gran número de esta cosmovisión (el veinte) también era resonante con el orden calendárico pues, en algunas estelas mayas, se han encontrado inscripciones que contienen hasta veinte órdenes, lo cual involucra cantidades que son 27 trillones de veces superiores a la edad del Universo. Es difícil imaginar qué uso práctico pudo tener tal sistema puesto que, incluso para la astronomía moderna, unidades de medición tan enormes carecen de sentido.

En conclusión: la numeración calendárica no sólo tenía un sentido matemático y cronológico, sino que permitió a los sabios de Anawak describir con números enteros los fenómenos del mundo divino y el simbolismo cosmogónico. Todo lo cual le daba a la cultura de los mesoamericanos una gran coherencia interna.

---

Verifique los conocimientos adquiridos

---

*1. ¿Por qué se afirma que el invento de los glifos de orden calendárico fue tardío?*
*2. ¿Qué nombre le dieron los mayas al segundo orden de conversión calendárico?*
*3. Enlace los significados:*

| | |
|---|---|
| *Katun* | *luna* |
| *Kin* | *piedra* |
| *Oshlahundzacab* | *sobre la tierra* |
| *Oshlahuntiku* | *sol* |
| *Tlaltikpak* | *trece órdenes* |
| *Tun* | *trece dioses* |
| *Uinal* | *veinte tunes* |

*4. ¿Qué indica la existencia del término Oshlahundzacab?*
*5. ¿Cómo se relacionaba la numeración calendárica con la cosmogonía?*
*6. ¿Cuántos órdenes calendáricos aparecen en las estelas mayas?*
*7. Califique de cierto o falso (C/F):*

*___ Se conservan los nombres originales mayas hasta el octavo orden.*
*___ Las fechas mayas se componían por una sucesión de baktunes, katunes, tunes, uinales y kines, en ese orden.*
*___ Un Baktun tiene 400 tunes.*

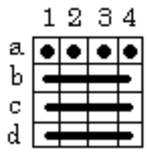
*8. ¿Qué fecha aparece inscrita en esta estela maya y a cuánto asciende su valor en días?*

## *Tercera Parte*

# El cálculo vigesimal tolteca

### 3.1
### LA RETÍCULA MATEMÁTICA

Cuando los sabios olmecas diseñaron las leyes de composición de los grafemas, introdujeron un concepto hasta entonces inédito en la escritura de los números: la organización. Al determinar que un cartucho jeroglífico podía estar formado por un máximo de tres barras y cuatro puntos, crearon una elegante red de planos verticales y horizontales que abarca dieciséis cuadros, en la que cabe un máximo de siete signos.




Pero, al organizar las cantidades, esta retícula también las limitaba. Para construir cantidades superiores a diecinueve, a los sabios olmecas no les quedaba más remedio que involucrar otro tipo de signos, o bien elaborar un principio numérico enteramente nuevo.

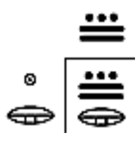
Yo considero que la organización interna de las cifras, por sí misma, les sugirió la solución. Los sabios extrapolaron la retícula de los grafemas y la aplicaron a la composición fonética de los números, en la cual estaba implícita la multiplicación de las cifras por los órdenes. Esto les permitió ordenar las cantidades según el principio de que un punto encima vale veinte veces más que uno debajo.

Para apreciar este invento en todo su alcance, veamos lo que implica *no* poder establecer relaciones estructurales entre las cantidades. Por ejemplo, si un matemático romano necesitaba multiplicar trece por veinte, tenía que hacer la siguiente operación para llegar a un resultado:

| | | |
|---|---|---|
| X por X = C | X por X = C | |
| X por I = X | X por I = X | |
| X por I = X | X por I = X | CXXX + |
| <u>X por I = X</u> | <u>X por I = X</u> | <u>CXXX</u> |
| X por XIII = CXXX | X por XIII = CXXX | CCLX |

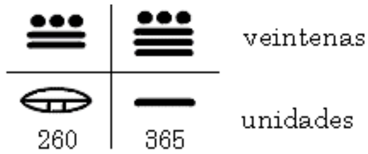
¡Imaginemos cuánto esfuerzo era necesario invertir para resolver operaciones superiores con este sistema! El mismo problema afrontaban los matemáticos egipcios, griegos y hebreos. Por eso, generalmente, los grandes científicos del Viejo Mundo inventaban sus propios sistemas taquigráficos de numeración, los cuales, al resultar incomprensibles para sus contemporáneos, no eran asimilados por la cultura.

En cambio, el invento realizado por los olmecas les permitió expresar la operación anterior mediante la disposición de las cantidades trece y veinte de modo tal, que sus respectivos órdenes resultaran pareados, y manejando sus componentes gráficos según unas sencillas reglas que estudiaremos adelante. El resultado es una expresión sumamente compacta, precisa, bella y fácil de entender:



La correlación de las cantidades según sus órdenes dio origen a un descubrimiento que facilitó las operaciones: el tablero de cálculo. Veamos cómo ocurrió.

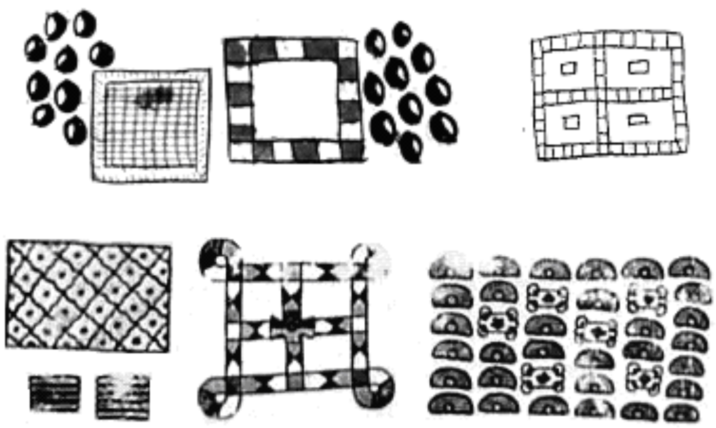
Supongamos que tenemos dos cantidades: 260, compuesta trece veintenas y cero unidades, y 365, formada por dieciocho veintenas más cinco unidades. Ahora juntemos ambas, teniendo cuidado de colocar todas las veintenas en un mismo orden, y también todas las unidades. El resultado es una cuadrícula o retícula matemática básica:



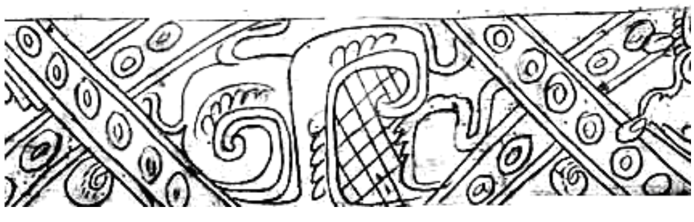

¿Para qué sirve esta cuadrícula? Su ventaja principal es que expone las relaciones estructurales entre los números. Podemos aplicarla a cualquier cantidad, por grande que sea, descomponiéndola en sus cifras constitutivas a fin de realizar operaciones aritméticas parciales, es decir, de orden con orden, en lugar de tener que trabajar con toda la cantidad, como si fuese un bloque homogéneo.

Podemos decir que en este simple diagrama radica el fundamento de las matemáticas avanzadas. Seguramente, fue por ello que los escribas mesoamericanos le concedieron tanta importancia, representándolo con frecuencia en sus relieves y códices como una retícula formada por cuadrados o rombos, o incluso como un tejido de petate.

A veces, junto a la retícula, dibujaban semillas de diversos tipos, huesos y ramitas en representación de los grafemas. Ello revela que el tablero no era una abstracción matemática, sino un instrumento material al que se le daba un uso práctico.



*Variantes del tablero de cálculo. Códices Magliabecchi, Borbónico, Aubin y Vindobonensis.*



*Matemático con gorro cuadriculado. Vaso maya.*
*Banda zodiacal formada por redes y cruces. Vaso maya.*

La retícula incluso llegó a tener un valor simbólico pues, dibujada en la cabeza o el gorro de un personaje, simbolizaba el intelecto e indicaba que se trataba de un escriba. También llegó a ser el emblema de la eclíptica, ya fuera en forma de red, de estera, o estilizada a modo de cruz o “X”. En este uso notamos que los ciclos de los astros eran el campo por excelencia de aquellas matemáticas.

La cuadrícula también era emblema del dios mexica del canto, los juegos y las matemáticas, llamado Makuilshochitl, *cinco flor*. En el Códice Tudela, Makuilshochitl recibe el apodo de Makuiltonal, *cinco* *tonales*, una composición de gran significado, ya que jeroglífico del número cinco era la cruz, esto es, la forma más simple de la retícula matemática, mientras que el término Tonalli, que en el uso ordinario significa *fecha*, en este caso parece tener el sentido de *cálculo*. A su lado está representado un tablero de treinta cuadros, bajo el cual aparecen cuatro puntos que aluden a la ley de composición de este grafema. Asimismo, una milpa o terreno de cultivo que indica, a mi juicio, que el dios auspicia una operación de cálculo catastral o de producción agraria.


*El dios Makuiltonal con tablero. Códice Tudela.*
*Makuilshochitl y el tablero de juego. Códice Magliabecchi.*

Pero, sin dudas, el uso más popular del tablero no era para calcular, sino para jugar el Patolli, una especie de parchís mesoamericano basado en las leyes de composición de las cifras y los ciclos del calendario.

Ha sido una fortuna que, en el Códice Magliabecchi, de origen mexica, se conservara el nombre nawatl del tablero. En su lámina 13 vemos una retícula de 24 cuadros en cuyo interior hay un espejo horadado y un bezote o adorno facial curvo. En conjunto, ambos glifos forman el nombre Teskanikuili; para que no queden dudas sobre la lectura, el comentarista español del códice escribió encima la frase *"manta de tezcanicuyly"*.

Ese término es muy revelador, pues se compone de Teskatl, *espejo*, que con el sufijo Ni adquiere el sentido de *modelo*, más Kuilli, *curva*, término que también servía para designar los glifos de la escritura, como vemos en el nombre del Tlakuilo, *escriba*. En otra de sus acepciones, Kuilli significa *cómputo*, mientras que la composición Ikuilli indica *trazar un diagrama o esbozo*. De modo que la traducción literal de Teskanikuilli es *modelo o diagrama de cómputo*.


*El nombre del tablero. Códice Magliabecchi.*

Verifique los conocimientos adquiridos

1. *¿Por qué a los antiguos sabios del Viejo Mundo les resultaba difícil calcular?*
2. *¿Cuál es el marco de la cifra, según las leyes de composición diseñadas por los olmecas?*
3. *¿Cómo dio origen la forma de construir las cifras al sistema de órdenes?*
4. *¿A qué invento dio origen la posibilidad de relacionar las cantidades según sus órdenes?*
5. *¿Qué ventajas tiene el calcular usando la retícula matemática?*

*6. ¿Qué valor simbólico le dieron los mesoamericanos al jeroglífico formado por la retícula de cálculo?*
*7. ¿Cuál era el jeroglífico de la eclíptica?*
*8. ¿Cuál era el nombre nawatl del dios protector de las matemáticas?*
*9. Correlaciones las siguientes cantidades según sus órdenes y trace la retícula matemática que las engloba:*
- *Ompoalshikipilli onkashtollionnawi*
- *Ma'tlaktliomeshikipilli wan chikontsontli*
- *Chikuasentsonshikipilli wan kahstolliomepoalli*

*10. Enlace los significados:*

| | |
|---|---|
| *Teskatl* | *espejo* |
| *Kuilli* | *curva* |
| *Tlakuilo* | *escriba* |
| *Makuilshochitl* | *cinco flor* |
| *Tonalli* | *fecha* |

## 3.2
## LA SUMA

Para comprender mejor esta lección y las siguientes, es conveniente que confeccionemos un Teskanikuilli. Para ello, dibujaremos sobre una hoja de papel o cartulina una retícula de cuatro o cinco columnas por otras tantas filas. A fin de facilitar la lectura de las cantidades, podemos inscribir en su interior o al margen el nombre y valor de los órdenes y las partículas conectivas, tal como vemos en el dibujo. Para armar los números, usaremos un puñado de frijoles u otra semilla redondeada que represente los puntos, y algunos cerillos o pequeñas ramas que servirán como barras. El cero no es necesario representarlo, pero, si queremos, podemos aludirlo con caracoles, monedas o semillas grandes.

Una vez preparado el tablero, podemos pasar las operaciones aritméticas básicas. Comenzaremos por la suma, ya que es la más fácil de realizar.

La suma se expresa en nawatl anteponiendo el prefijo Ok, *otro más*, a la cantidad que vamos a adicionar. El resultado se expresa con el verbo Ka, *ser*. Así, decimos, Chiknawi okei ka ma'tlaktlionse, *9 + 3 = 11.* Para desarrollar esta lección, sumaremos las cantidades 520 y 375, cuya expresión fonética es Sentsontli wan chikuasempoalli okkashtolliomepoallion-kashtolli.


*Modelo de Teskanikuilli para uso docente.*

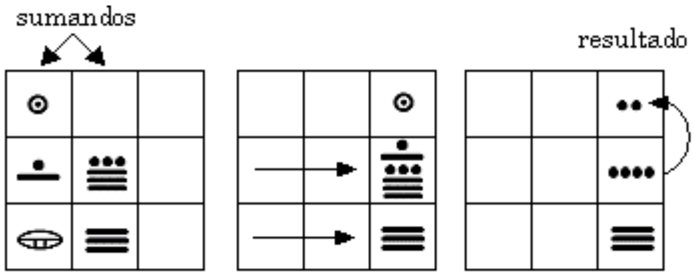
La operación es muy simple pues, como las cantidades son autodescriptivas, no tenemos que memorizar las sumas parciales de las cifras; basta con que aglutinemos ambas cantidades para obtener el resultado. Los pasos son los siguientes:

1ro. Escribimos uno cualquiera de los sumandos en la columna izquierda del tablero, comenzando por el orden más elevado y terminando por las unidades, y cuidando siempre que estas vayan en la fila de abajo. En este ejemplo, tenemos un 400 el tercer espacio, seguido de seis veintenas en el segundo. Como en el orden de las unidades no hay cantidad, lo dejamos vacío; también podemos inscribir en él el glifo del cero, tal como vemos en el dibujo.

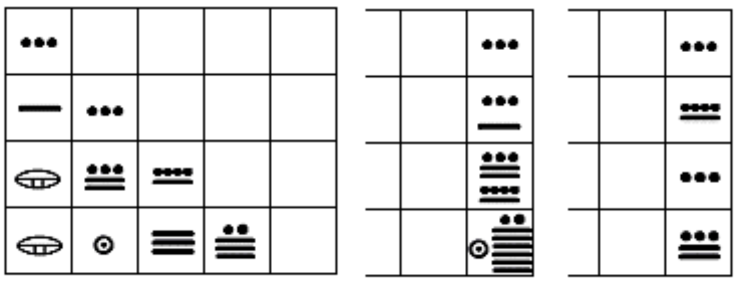
2do. A continuación, escribimos el sumando que vamos a adicionar en la columna ubicada a la derecha del número anterior, teniendo cuidado de emparejar orden con orden. Siguiendo el ejemplo, colocamos un dieciocho en el orden de las veintenas y un quince en el de las unidades.

3ro. Lo siguiente es agrupar ambas cantidades en la columna derecha de la tabla; podemos comenzar por el orden más elevado o por las unidades, pero siempre colocando unidades con unidades, veintenas con veintenas y así sucesivamente. Si el número de puntos o barras en un espacio dado excede lo permitido, lo dejamos así, pues no tenemos que preocuparnos por ahora de las leyes de composición de las cifras. Los órdenes en los cuales no hay una cifra se dejan vacíos o se coloca en ellos el signo del cero. El resultado de nuestro ejemplo es un 400 más veinticuatro veintenas y quince unidades.

4to. El cuarto paso se realiza sólo si es necesario, como en este caso; consiste en sintetizar la expresión para que no haya más barras o puntos de lo permitido en un espacio. Aquí tenemos, en el orden de las veintenas, demasiadas barras; por lo tanto, recurrimos a las leyes de composición de las cifras, según las cuales, cinco puntos se transforman en una barra y cuatro barras se transforman en un punto en el orden superior. Puesto que se han reunido cuatro barras, las sacamos del tablero y las convertimos en un punto, que colocamos en la cuadrícula superior. El resultado son 2 x 400 más cuatro veintenas y quince unidades, es decir, 895, una cantidad que en nawatl se dice Ontsontli wan naupoalli-onkashtolli.




Podemos añadir a nuestro cálculo tanto sumandos como queramos, conservando las mismas reglas de suma. Por ejemplo, los siguientes cuadros nos muestran la suma de las cantidades 26 000 + 1461 + 195 + 17. El resultado son 3 x 8000, más 9 x 400, más tres veintenas y trece unidades, una cantidad que se dice en nawatl Yeshikipilli wan chiknau-tsontli wan yepoallionma’tlaktliomei.




En resumen: para sumar con el tablero, primero escribimos las cantidades, luego las aglutinamos; por último, si es necesario, sintetizamos el resultado.

---

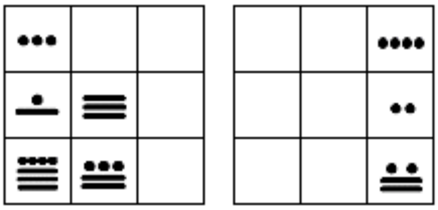
Verifique los conocimientos adquiridos

---

1. *¿Cómo se expresa en nawatl la operación de suma?*
2. *¿Cómo se expresa el resultado?*
3. *Traduzca al español las siguientes expresiones:*
   - *Ma’tlaktliomei okse*
   - *Sempoalli okkashtolli*
   - *Onshikipilli oksentsontli*
4. *Traduzca al nawatl las siguientes expresiones:*

*104 + 65*
*260 + 52*
*584 + 117*

5. *¿Qué pasos hay que seguir para realizar una suma con el tablero de cálculo?*
6. *Determine si la siguiente operación está realizada en forma correcta o incorrecta:*



7. *Efectúe sobre el tablero las siguientes operaciones y compruebe el resultado:*
   *399 + 1*
   *18 980 + 33*
   *254 + 325 + 456*

## 3.3
## LA RESTA

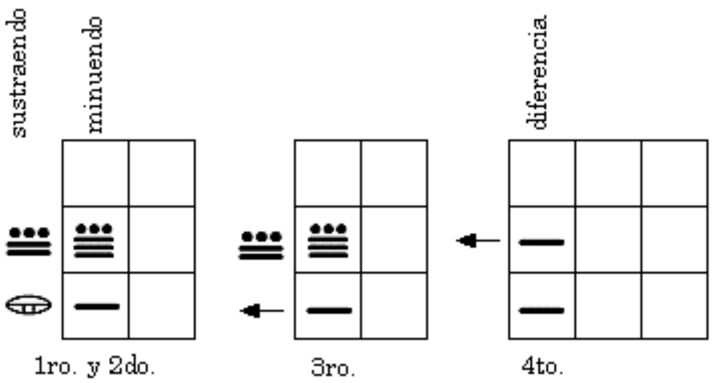
En esta lección realizaremos la operación de resta, que es tan simple como la de suma, pues consiste en quitar directamente una cantidad a otra. Para expresar dicha acción, se antepone al minuendo el artículo In o su variante Im, en el caso de las cifras que empiecen con M, y se expresa a continuación el sustraendo. Tal como ocurre con la suma, el resultado se expresa con el verbo Ka. Así, decimos, Imma'tlaktli nawi ka chikuase, *10 – 4 = 6.*

Pongamos como ejemplo del minuendo el número de días del año civil mesoamericano, 365, a lo cual queremos quitarle el número de días del año sagrado, 260. La operación se expresa así: Inkashtolliomepoallionmakuilli ma'tlaktliome-poalli, *365 – 260.* Los pasos a efectuar son los siguientes:

1ro. Escribimos el minuendo en la columna izquierda de la tabla, comenzando siempre por los órdenes superiores y colocando las unidades en la fila de abajo. En este ejemplo, el número se compone de dieciocho veintenas y cinco unidades.

2do. A continuación, podemos hacer dos cosas: si tenemos práctica con este tipo de operaciones, podemos restar directamente el sustraendo, quitándole a la cantidad escrita tantas barras y puntos como sea necesario, comenzando por las unidades. Sin embargo, para no confundirnos, y sólo a modo de indicador, escribiremos el sustraendo en el margen izquierdo de la tabla; en este caso, se compone de trece veintenas y cero unidades.

3ro. Ahora sí podemos efectuar la primera operación parcial. Esta es muy simple, pues consiste en quitarle cero unidades a la barra. Por lo tanto, dejamos la barra donde está y eliminamos el cero del margen izquierdo, pues ya hemos terminado de trabajar con las unidades.




4to. Ahora vamos a las veintenas; tenemos que quitarle a las tres barras y tres puntos que hay allí, las dos barras y tres puntos del indicador. Nos queda una barra, que dejamos en la casilla de las veintenas.

La diferencia o resultado son cinco veintenas más cinco unidades, de decir, 105, una cantidad que se dice en nawatl Makuilpoallionmakuilli.

El ejemplo anterior es fácil, pues el minuendo es mayor que el sustraendo en todos los órdenes. Ahora bien, ¿cómo restarle a una cifra, otra mayor? Por ejemplo, si queremos restar al número de días del año sinódico venusino (584) el número de días del año de Júpiter (399), encontramos que, tanto en el orden de las unidades como en el de las veintenas, el sustraendo es mayor que el minuendo.

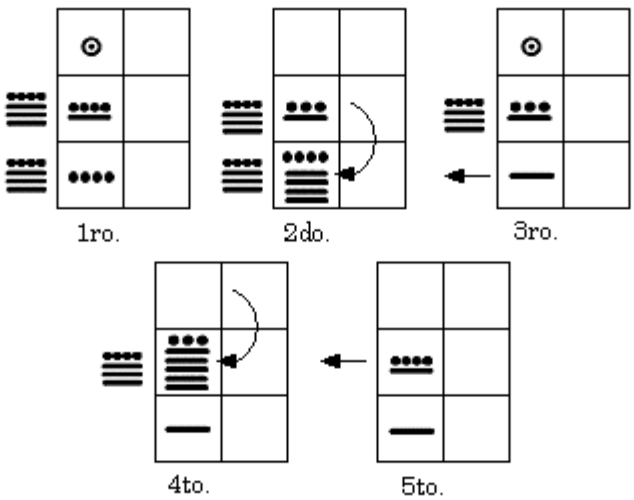
En tales casos, aprovechamos un recurso propio de esta numeración. Ya sabemos que cuatro barras en un orden dado se transforman en un punto en el orden superior. Lo contrario también se cumple: un punto en un orden dado se transforma en cuatro barras en el inferior. Por lo tanto, la solución de nuestro problema consiste en bajar un punto allí donde sea necesario. Veamos el caso concreto:

1ro. Escribimos el minuendo en la primera columna de la izquierda, como hicimos en el ejercicio anterior. En este caso, consiste en 1 x 400 más nueve veintenas y cuatro unidades.

2do. A continuación, escribimos el sustraendo a modo de indicador en el margen izquierdo; está formado por diecinueve veintenas y diecinueve unidades.

3ro. Ahora vamos a trabajar con las unidades. Para ello, tomamos “prestado” un punto de la cifra nueve que está en el orden de las veintenas del minuendo y lo trasladamos al espacio de las unidades, donde se convierte en cuatro barras que añadimos a los cuatro puntos allí existentes.

4to. Ahora sí podemos continuar; le quitamos a las cuatro barras y cuatro puntos del minuendo, las tres barras y cuatro puntos del sustraendo. El resultado es una barra, que dejamos en la cuadrícula, y eliminamos el indicador correspondiente del margen izquierdo.




4to. Lo siguiente es resolver las veintenas. Como aquí también es mayor el sustraendo que el minuendo, pedimos “prestado” el punto existente en el orden de los 400 y lo bajamos al de las veintenas, donde se transforma en cuatro barras que añadimos a la barra y tres puntos que hay allí.

5to. Por último, a las cinco barras y tres puntos que hay en el minuendo, les quitamos las tres barras y cuatro puntos del sustraendo y eliminamos el indicador. Nos quedan nueve unidades, que dejamos donde están.

El resultado de la operación son nueve veintenas y cinco unidades, una cantidad que en nawatl se dice Chiknaupoalli onmakuilli, *185.*

En resumen: la operación de resta consiste en quitar directamente una cantidad a otra. Si es necesario, pedimos prestado un punto al orden superior y sintetizamos la expresión resultante.

Hay ocasiones en que nos vemos obligados a restar una cantidad mayor a otra menor. Por ejemplo, si queremos averiguar en qué fecha del calendario cristiano comenzó la era maya, tenemos que restarle un total de trece baktunes (es decir, aproximadamente 5125.3 años) al año en que termina la era maya. El resultado es una fecha anterior a la era cristiana, es decir, un número negativo.

El problema de representar e incorporar a la numeración las cantidades negativas constituyó un verdadero dolor de cabeza para las culturas del Viejo Mundo, hasta que los árabes lo resolvieron a fines del primer milenio después de Cristo. Uunos quince siglos antes que los árabes, los sabios mesoamericanos enfrentaron el mismo asunto, pues era vital para el desarrollo de su calendario. Su solución fue establecer por norma que un número de color negro es positivo y uno rojo es un negativo.[8]

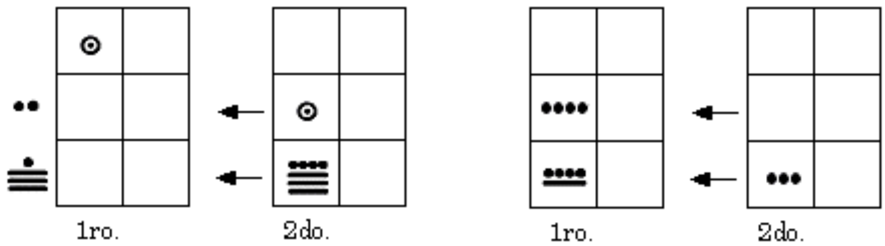
Volviendo a nuestro problema: si queremos hacer una resta en la que el sustraendo es mayor que el minuendo, simplemente invertimos la expresión, esto es, escribimos el sustraendo en la columna izquierda de la tabla y le restamos el minuendo, y expresamos el resultado en color rojo.

---

Verifique los conocimientos adquiridos

---

*1. ¿Mediante qué partícula se expresa la operación de resta?*
*2. ¿Cómo se realiza dicha operación?*
*3. ¿Qué se hace si la cifra ubicada en un orden del minuendo es menor que su correspondiente del sustraendo?*
*4. ¿Qué se hace si el sustraendo es mayor que el minuendo?*
*5. Califique de cierto o falso (C/F):*
*___ Un punto se transforma en cuatro barras al ser trasladado a un orden superior.*
*___ Para completar una operación de resta, se le puede pedir un punto al orden superior.*
*___ Para efectuar las operaciones de resta sobre el tablero, sólo es necesario representar el minuendo.*
*6. ¿Qué simbolizaban los números de color rojo?*
*7. Reste sobre el tablero las siguientes cantidades y compruebe el resultado:*
*0 – 260*
*400 – 365*
*520 – 260*
*8000 – 10*
*8. Traduzca al nawatl las operaciones anteriormente realizadas, incluyendo sus resultados.*
*9. Complete las siguientes operaciones:*




## 3.4
## LA MULTIPLICACIÓN

La multiplicación con el tablero de cálculo se puede hacer de dos maneras:

a) Correlacionando las cifras según sus órdenes, es decir, unidades con unidades, veintenas con veintenas y así sucesivamente (cálculo ordinal).

b) Relacionando entre sí los elementos constitutivos de las cifras: punto con punto, barra con barra y punto con barra (cálculo por grafemas).

En esta lección estudiaremos el primer método, porque es más afín al que empleamos nosotros en la actualidad.

En nawatl, la operación de multiplicación se describe sustituyendo la desinencia del multiplicador por el sufijo Pa, *vez*, y expresando a continuación el multiplicando. Como en los casos de la suma y la resta, el resultado se expresa mediante el verbo Ka, *ser*.

A fin de pronunciar correctamente estas composiciones, debemos recordar una regla que ya

---

[8] Esta convención también se usó para denotar, en algunas cuentas del Códice Dresden, la cantidad invariable de una serie de ciclos, la condición periódica y el límite de las sucesiones.

estudiamos y que consiste en lo siguiente: cuando las cifras uno (Sen), dos y cuatro van seguidas por el sufijo Pa, trasmutan su última letra en P por contaminación de sonido, mientras que el tres lo transforma en Sh. Por otra parte, cuando el multiplicador es una cifra compuesta o termina en ella, el sufijo Pa no se añade a la cifra simple, sino al suborden. Por ejemplo:

Oppa ma'tlaktli ka sempoalli, *10 x 2 = 20.*

Kashtolpaonse sempoalli ka kashtollionsempoalli, 20 x 17 = 340

Para desarrollar esta lección, multiplicaremos dos números calendáricos: 52 x 40; la operación se dice en nawatl Ompoalpa ompoalliomma'tlaktliomome. Los pasos a seguir son los siguientes:

1ro. Escribimos el multiplicando en el margen izquierdo de la tabla y el multiplicador en el margen superior, con los órdenes en progresión creciente hacia la izquierda. En el ejemplo, el 52 consiste en dos veintenas más doce unidades, que escribimos junto a las casillas correspondientes; mientras que el 40 se compone de dos veintenas y cero unidades, que colocamos sobre las primeras dos columnas.

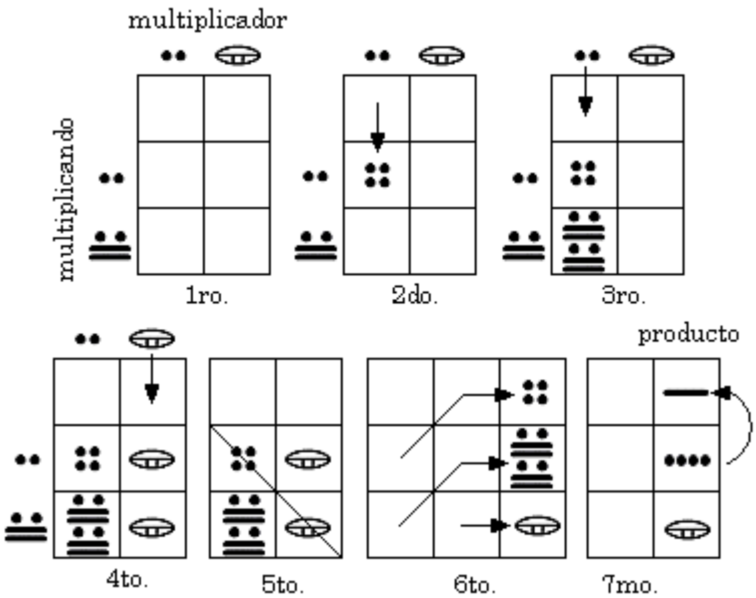
2do. A continuación, escribimos el número apuntado en el margen izquierdo tantas veces como el valor del que está en el margen superior, comenzando por el orden más elevado de ambos términos (también podemos colocar tantas veces el multiplicador como lo dicta el multiplicando, pues el orden de los factores no altera el producto). En este caso, tenemos dos veintenas, tanto en el multiplicando como en el multiplicador, por lo que colocamos cuatro puntos (dos veces dos) en la casilla donde ambos órdenes se intersectan.

3ro. Realizamos la misma operación con el orden de las unidades del multiplicando, donde aparece la cifra doce, que colocamos dos veces en la casilla a su derecha. El resultado son cuatro barras y cuatro puntos.

4to. Ahora, realizamos la misma operación con las unidades del multiplicador. Como, en este caso, hay un cero, dejamos los espacios vacíos o colocamos en ellos el glifo del cero. Una vez realizadas estas operaciones, eliminamos los indicadores apuntados en los márgenes de la cuadrícula, pues en adelante no serán necesarios.

5to. A continuación, trazamos una línea imaginaria o real desde la casilla en que confluyen las unidades del multiplicador y el denominador (en el extremo inferior derecho de la expresión) hasta el ángulo superior izquierdo de la línea en que está escrito el orden más elevado de la expresión. De ese modo, los números quedan divididos en dos alas, a la izquierda y la derecha de la diagonal.

6to. Lo siguiente consiste en hacer sumatorias parciales, aglutinando las cifras apuntadas en ambas alas, según las siguientes reglas: unimos la cifra ubicada en un orden dado del ala izquierda con la se ubica en el orden inmediato superior del ala derecha, y colocamos el resultado en la columna de la extrema derecha de la tabla, en la misma línea que la cifra del ala derecha. En el caso de las cifras ubicadas debajo a la derecha y encima a la izquierda de la expresión, no tienen pareja, por lo que no se aglutinan. La primera se coloca tal cual en el orden de las unidades del resultado y la segunda en el orden inmediato superior al que ella ocupa, también en la columna del resultado.




En nuestro ejemplo, colocamos el cero de la segunda columna en la columna derecha de la tabla, en el orden de las unidades. A continuación, sumamos el veinticuatro que existe en el espacio de las unidades de la primera columna con el cero de la segunda, y colocamos el resultado en el orden de las veintenas de la columna derecha. Por último, tomamos el cuatro ubicado en el orden de las veintenas de la primera columna y lo trasladamos a la derecha de la tabla, en el orden del 400.

7mo. Debido a que en uno de los órdenes del resultado hay más grafemas de lo permitido, sintetizamos la expresión, convirtiendo las cuatro barras del veinticuatro en un punto que adicionamos a los cuatro ubicados encima, y sustituimos los cinco puntos resultantes por una barra.

El resultado son 5 x 400, más cuatro veintenas y cero unidades, es decir, 2080, una cantidad que en nawatl se dice Makuiltsontli wan naupoalli.

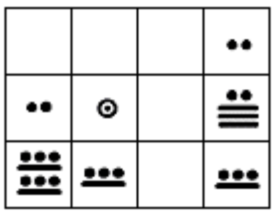
En resumen: para multiplicar con el tablero, realizamos multiplicaciones parciales con las cifras de las cantidades involucradas y sumamos los resultados sobre un eje diagonal. Si es necesario, sintetizamos la expresión resultante.

---

Verifique los conocimientos adquiridos

---

*1. ¿De qué dos maneras se puede realizar la multiplicación con las cifras mesoamericanas?*
*2. ¿Mediante qué término se describe en nawatl la operación de multiplicación?*
*3. ¿Cómo se disponen el multiplicando y el multiplicador sobre el tablero para efectuar una multiplicación?*
*4. ¿Qué función tiene la línea diagonal inscrita en el tablero?*
*5. Califique de cierto o falso (C/F):*
*___ Una vez realizadas las operaciones parciales, se borra la cifra indicadora apuntada al margen.*
*___ En la multiplicación, las cantidades de un orden dado se suman con las cantidades del orden inmediato inferior de la columna colocada a su derecha.*
*___ La cifra colocada en el extremo inferior derecho de la expresión se mantiene invariable en el resultado.*
*6. Multiplique las siguientes cantidades y compruebe el resultado:*
*- 4 x 13*
*- 18 x 20*
*- 20 x 360*
*- 25 x 1040*
*7. Exprese en nawatl las operaciones anteriores y sus resultados.*
*8. Complete la expresión y exprese la operación y su resultado en nawatl:*



## 3.5
## LA MULTIPLICACIÓN POR GRAFEMAS

El segundo método de multiplicación con el tablero se basa en la naturaleza estructural de las cifras toltecas.

Todos recordamos los días escolares, cuando debíamos memorizar largas tablas de multiplicación. Los estudiantes de Anawak estaban exentos de tal obligación, porque podían realizar sus cálculos, no con las cifras en sí, sino con sus componentes.

La ventaja de calcular con grafemas es que, siendo sólo dos (punto y barra), sus relaciones se reducen a tres posibilidades:

a) Punto por punto es igual a punto.
b) Punto por barra es igual a barra.
c) Barra por barra es igual a un punto en el orden superior y una barra en el inferior.

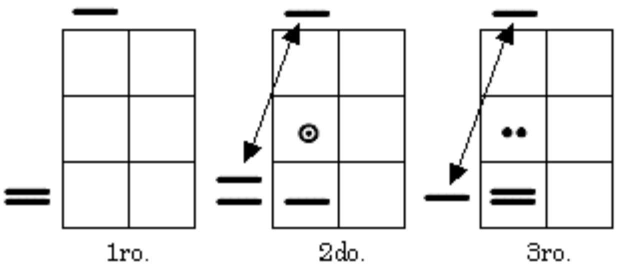
Este método de cálculo es útil en aquellos casos en que la cifra que multiplica posee un valor relativamente alto, pues evita que tengamos que acumular una gran cantidad de cifras en un solo espacio.

Veamos un ejemplo: si multiplicamos cinco por diez mediante el sistema que aprendimos en la lección anterior, nos veríamos obligados a representar diez veces la cifra cinco en la casilla de las unidades, lo cual produciría una expresión larga y difícil de manejar. Lo que hacemos, en cambio, es descomponer el diez en sus dos barras, y relacionar cada una de estas con la barra del cinco. Los pasos son los siguientes:

1ro. Inscribimos ambos números en los márgenes izquierdo y superior de la cuadrícula, respectivamente.

2do. A continuación, tomamos una de las barras del diez y la multiplicamos por del cinco. Según la tercera regla de cálculo con grafemas, esto se transforma en un punto encima y una barra debajo; inscribimos el primero en el espacio de las veintenas y el segundo en el de las unidades.

3ro. Ahora, repetimos la operación con la otra barra del diez; al relacionarla con la del cinco, se transforma en un punto encima y una barra debajo, que añadimos a los grafemas que ya existen en las casillas correspondientes.




La expresión resultante es el producto que buscamos: dos veintenas y diez unidades, una cantidad cuyo nombre nawatl es Ompoallionma'tlaktli, *50.*

Veamos ahora una operación más compleja, pues involucra dos órdenes en el multiplicando: 26 x 19. Como sabemos, comenzamos inscribiendo ambas cantidades en los márgenes izquierdo y superior de la tabla, y realizamos lo siguiente:

1ro. La multiplicación del producto parcial del diecinueve por el orden de las veintenas del multiplicando es simple, pues en este sólo hay un punto; de modo que colocamos un diecinueve en el recuadro correspondiente y eliminamos el uno apuntado al margen.

2do. A continuación, multiplicamos el diecinueve por el seis que queda en el multiplicando. Como escribir diecinueve veces la cifra seis es engorroso, la descomponemos; tomamos el punto que hay sobre la barra y colocamos un diecinueve en la casilla adyacente.

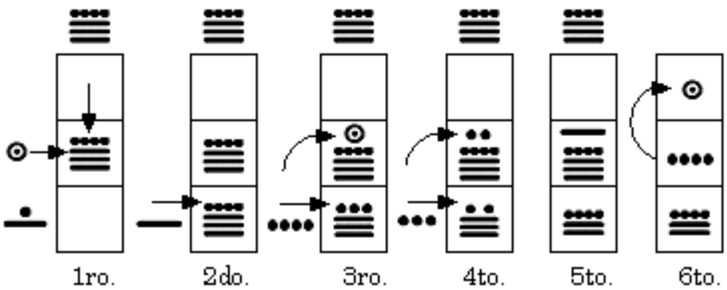
3ro. Ahora vamos a trabajar con la barra que existe en las unidades del multiplicando; sabemos que esta equivale a cinco puntos, de modo tomamos un punto y lo transformamos en otro diecinueve, que añadimos mentalmente al que ya habíamos apuntado en la casilla adyacente. A fin de no acumular demasiados grafemas, realizamos dos operaciones de síntesis, también en forma mental:

a) Convertimos los ocho puntos en una barra y tres puntos.

b) Tomamos cuatro de las siete barras resultantes y las convertimos en un punto, que trasladamos al orden superior.

En la casilla de las unidades quedan tres barras y tres puntos.

4to. Tomamos uno de los cuatro puntos que nos quedan en el multiplicando y colocamos mentalmente otro diecinueve en la casilla correspondiente. Como este se añade a los grafemas que hay allí, repetimos la operación de síntesis, colocando un punto en el orden superior y dejando en la casilla de las unidades tres barras y dos puntos.




5to. Repetimos otras tres veces la misma operación, de acuerdo con los puntos que nos van quedando en el multiplicando, con lo cual, en la casilla de las unidades queda un saldo de dos barras y cuatro puntos.

6to. Ahora tenemos que sintetizar la expresión resultante, pues en la casilla de las veintenas se han acumulado cinco puntos, además de la cifra diecinueve que ya había ahí. La primera operación de síntesis (que no es estrictamente necesario realizar, pues podemos pasar directamente a la segunda) consiste en transformar esos puntos en una barra que unimos a las tres existentes; el conjunto se transforma en un punto que elevamos al orden superior.

Como el multiplicador consiste en una sola cifra, en este caso no es necesario hacer sumatorias parciales. El resultado que buscamos es la expresión resultante: 1 x 400, más cuatro veintenas, más catorce, cuyo nombre nawatl es Sentsontli wan naupoallionma'tlaktionnawi, *494.*

La organización estructural de la cifra es un logro tan revolucionario como lo fue, en su momento, la representación del orden, porque reduce las operaciones a un código binario. Como afirma el ingeniero Calderón, tal cualidad hace que la numeración mesoamericana sea particularmente aplicable al desarrollo tecnológico:

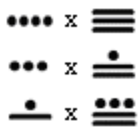
*Las matemáticas modernas harían bien en estudiar las ventajas de un sistema de numeración en que los símbolos mismos se juntan y combinan para efectuar las operaciones, virtud que únicamente los mayas llevaron a una perfección lógica sin paralelo.* (La ciencia matemática de los mayas)

---

Verifique los conocimientos adquiridos

---

1. *¿Por qué los estudiantes de Anawak no tenían que memorizar las tablas de multiplicación?*
2. *Complete las oraciones:*
   *Punto por barra es igual a ______________.*
   *Punto por punto es igual a ______________.*
   *Barra por barra es igual a ______________.*
3. *¿Por qué la multiplicación por grafemas es más apropiada para trabajar con cifras elevadas?*
4. *¿Cuáles son los pasos para multiplicar cantidades por sus grafemas?*
5. *Multiplique las siguientes cantidades por sus grafemas:*



6. *¿Por qué se afirma que la organización estructural de la cifra fue un logro revolucionario de las matemáticas?*

## 3.6 LA DIVISIÓN

La operación de división se expresa duplicando la primera sílaba del divisor (la segunda en el caso de Ma'tlaktli y sus composiciones) y añadiéndole el sufijo distributivo Pa. Por eufonía, transformamos la última letra de las cifras uno, dos y cuatro en P, y en Sh, en el caso del tres. Además, añadimos el sufijo al suborden, en caso de cifras compuestas. El resultado también se expresa mediante el verbo Ka. Por ejemplo:

Chiknawi yeeshpa, 9 / 3 = 3

Sempoallionnawi mamakuilpaomome ka ome 24 / 12 = 2

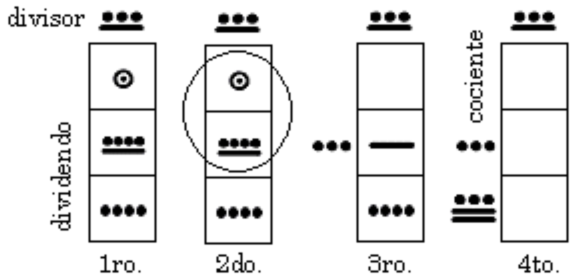
La división consiste en efectuar los pasos contrarios a la multiplicación: en lugar de colocar al multiplicando tantas veces como indica el multiplicador, le restamos el divisor al dividendo tantas veces como sea posible.

Tomemos como ejemplo una operación que no deja residuos: 584 / 8, cuya expresión en nawatl es Sentsontli wan chiknaupoallionnawi chichikuepa. Los pasos a seguir son los siguientes:

1ro. Escribimos el dividendo en la columna izquierda de la tabla; en este ejemplo, la cantidad se compone de un 400 más nueve veintenas y cuatro unidades. El divisor se inscribe en el margen superior de la tabla y sólo servirá como referencia. En este caso, se trata de la cifra ocho. (Si el divisor ocupa varios espacios, se ordenan en vertical, con las unidades hacia abajo.)

2do. Comenzamos la operación por el orden más elevado del dividendo. Cuando el divisor es mayor que la cifra colocada en dicho orden, como ocurre en este caso, nos trasladamos al orden inmediato inferior, imaginando que este se compone de unidades. En el ejemplo, nos queda un número constituido por una veintena y nueve unidades.

3ro. Ahora sí podemos realizar nuestra primera resta. Como al 29 le caben tres veces ocho, colocamos un tres en el margen izquierdo del tablero, a la altura de la cuadrícula más baja con la que estamos trabajando. A continuación, eliminamos las cifras indicadoras del 29 y colocamos en su lugar el residuo de la operación, que es una barra.




4to. Puesto que a la barra no podemos quitarle ocho, nos trasladamos a la casilla inmediata inferior. La expresión resultante en el dividendo se compone ahora de cinco veintenas y cuatro unidades. En esa cantidad cabe trece veces ocho, de modo que colocamos un trece en el margen izquierdo de la tabla, a la altura de las unidades. Como esta sustracción no deja resto, eliminamos los grafemas del dividendo y dejamos vacía la columna.

El cociente o resultado de la operación, es la expresión que aparece al margen izquierdo de la tabla, compuesta por tres veintenas y trece unidades, ó 73, cantidad que en nawatl se dice Yepoallionma'tlaktliomei.

La operación de división era muy importante para los mesoamericanos, pues su calendario se basaba en la distribución de una serie de signos zodiacales y números organizados en ruedas que giraban coordinadamente. Los ciclos mínimos se formaban por la intersección de las ruedas y los máximos, por la intersección de los ciclos mínimos con los restos que quedaban sin resolver. De modo que resultaba fundamental contar con un método que permitiera establecer las distribuciones de los signos zodiacales y los números.

Veamos un ejemplo práctico del uso que se le daba a la división en la antigüedad: supongamos que un sabio mexica deseaba averiguar la medida del traslape del año sagrado tolteca, compuesto de 260 días, con el ciclo del Fuego Nuevo, el cual tenía una duración de 52 años. Sabemos que en 52 años naturales hay 18 993 días; de modo que nuestra operación consistirá en dividir esa cantidad por la duración del año sagrado. La amplitud del traslape será igual al resto que quede en la columna del dividendo. Los pasos a seguir son los siguientes:

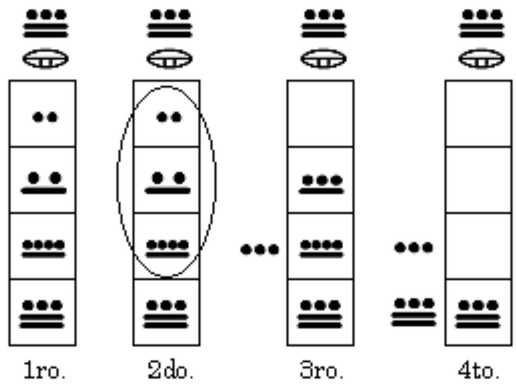
1ro. Inscribimos en la columna izquierda de la tabla la cantidad 18 993, compuesta de 2 x 800, más 7 x 400, más nueve veintenas y trece unidades. En el borde superior colocamos el divisor, compuesto por trece veintenas.

2do. Puesto que trece veintenas exceden el valor del dos inscrito en el orden del 8000, bajamos al orden del 400. Pero el bloque formado por dos y siete también es menor que el divisor, de modo que seguimos bajando en los espacios del dividendo, hasta llegar al orden de las veintenas. Ahora sí tenemos un margen de operaciones suficiente amplio, formado por un dos, un siete y un nueve, es decir, 949.

3ro. A la cantidad 949 le podemos quitar tres veces la cantidad 260. De modo que apuntamos el tres en el margen izquierdo de la tabla y eliminamos las cifras referentes del dividendo, colocando en su lugar el resto que queda, el cual asciende a ocho veintenas y nueve unidades.

4to. Por último, trabajamos con la expresión formada por 8 x 400, más nueve veintenas y trece unidades, es decir, 3393. El 260 cabe trece veces en esa cantidad, de modo que colocamos un trece en el margen izquierdo de la tabla, en el nivel de las unidades, y eliminamos las cifras indicadoras del dividendo, colocando en su lugar el resto, que asciende a trece.

El resultado son tres veintenas y trece unidades, más un resto de trece unidades, lo cual significa que el año sagrado cabe 73 veces en el ciclo del Fuego Nuevo y sobran trece días que se traslapan con el siguiente año sagrado.

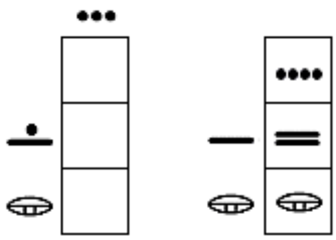


---

Verifique los conocimientos adquiridos

---

1. *¿Cómo se expresa en nawatl la operación de división?*
2. *¿En qué consiste la operación de división con el tablero de cálculo?*
3. *¿En qué espacio del tablero se inscriben el divisor y el dividendo?*
4. *¿Por qué era importante la división para los cálculos calendáricos mesoamericanos?*
5. *Resuelva las siguientes divisiones:*
   - *21 / 7*
   - *52 / 13*
   - *260 / 20.*
6. *Exprese en nawatl las operaciones anteriores y su resultado.*
7. *Complete las expresiones:*



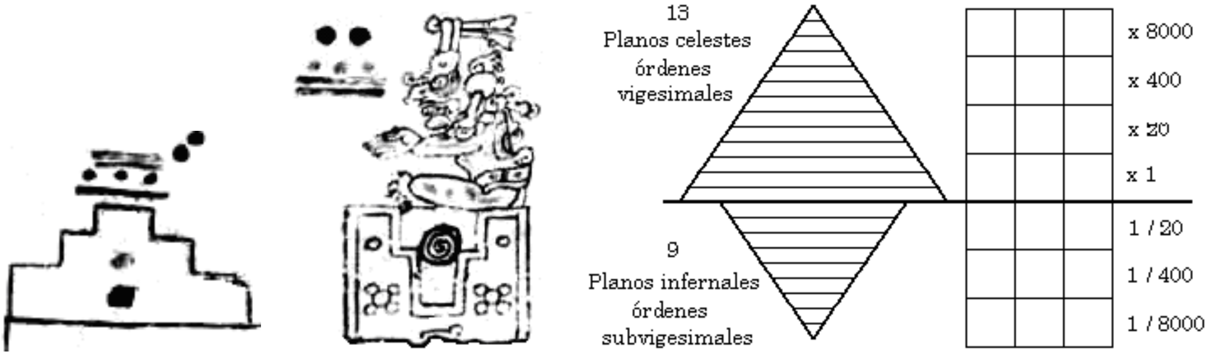
## 3.7
## EL ORDEN SUBVIGESIMAL

Una posibilidad que nos ofrecen estas matemáticas, es que los restos que quedan, una vez efectuadas las operaciones de división, se pueden resolver fácilmente, apelando a una categoría especial de órdenes a los que llamaremos "subvigesimales".

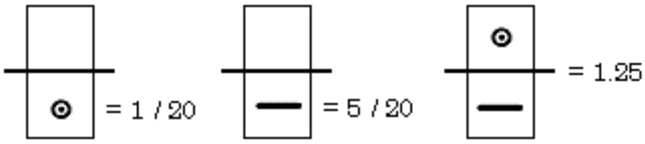
Estos órdenes se forman de la división del uno entre los órdenes vigesimales. Gráficamente, se representan por casillas que se añaden al tablero debajo del orden de las unidades, trazando una barra gruesa entre ambos conjuntos de órdenes para delimitarlos.

Aunque no se han hallado evidencias del uso de órdenes subvigesimales en los códices y demás testimonios arqueológicos, sí aparecen los resultados de las operaciones efectuadas con dichos órdenes, lo cual sugiere su existencia. Además, el sistema resulta obvio en el contexto de la cosmogonía tolteca pues, como sabemos, esta se basaba en la creencia de que el cosmos se estructura en una serie de niveles hacia arriba y hacia abajo.

Diversos indicios nos permiten relacionar la pirámide celeste de trece escalones con los trece órdenes calendáricos que, según vimos, quedaron reflejados en la numeración maya. Siguiendo este esquema de pensamiento, la pirámide infernal con sus nueve escalones se puede entender como emblema de la descomposición de la unidad en múltiplos de la veintena. Tal interpretación se refuerza por el hecho de que el inframundo mesoamericano se representaba mediante el glifo matemático de división, y la muerte se entendía como una descomposición de los factores componentes de la individualidad.




*Pirámides positiva y negativas asociadas a cuentas calendáricas. Códice Dresden.*



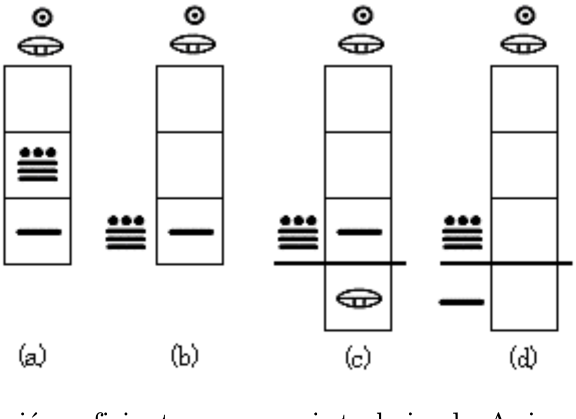

El cálculo subvigesimal no es únicamente una posibilidad que ofrece el tablero de cálculo o una hipotética especulación de los matemáticos toltecas, sino una necesidad del calendario de Anawak, pues permite resolver ciertos problemas derivados del manejo de los ciclos.

Este tipo de cálculo produce unas expresiones equivalentes a nuestros números decimales, sólo que el factor de división es veinte. Así, un punto colocado en la casilla del vigésimo vale 1/20 ó 0.05; una barra vale 5/20 ó 0.25, un punto en la casilla del 400 vale 1/400 ó 0.0025, etcétera. También podemos involucrar ambos grupos de órdenes; por ejemplo, si escribimos un punto en las unidades y una barra en los vigésimos, el valor resultante es 1.25, es decir, una unidad y cinco vigésimos.

Veamos un ejemplo de la aplicación de este sistema. Supongamos que un astrónomo maya necesitaba dividir número de días del año terrestre por el número de días de la veintena o "mes" mesoamericano, a fin de averiguar en qué día de la siguiente rueda de signos comenzaba el nuevo año. La operación se dice en nawatl Kashtolliomepoalliommakuilli sesempoalpa, es decir, 365 / 20.

Siguiendo las reglas que acabamos de estudiar, nuestro astrónomo hubiese inscrito el dividendo en el interior de la tabla y el divisor en el margen superior (a). Pero, como el orden de las veintenas tiene en este caso una cifra menor que el divisor, se habría trasladado al orden de las unidades, a fin de efectuar la primera sustracción parcial. Debido a que a 365 se le puede quitar dieciocho veces una veintena, hubiese apuntado un dieciocho en el margen izquierdo de la tabla, quedando un resto de una barra (b).

Sin embargo, para resolver su problema, nuestro astrónomo se hubiese visto obligado a continuar trabajando con ese resto. Como es menor que el divisor, el único modo de seguirle sustrayendo veintenas es multiplicándolo por veinte. El asunto se resuelve fácilmente, dibujado una casilla bajo las unidades, lo que convierte al resto en un multiplicador de veintenas (c).




Ahora sí, queda una expresión suficiente para seguir trabajando. A cinco veintenas se le puede restar cinco veces una veintena, de modo que el hipotético astrónomo hubiera dibujado una barra indicadora en el margen izquierdo de la tabla, en el orden correspondiente al vigésimo, y la operación habría quedado sin restos (d).

Puesto que una barra en el orden del vigésimo vale un cuarto, nuestro investigador habría llegado a la conclusión de que el siguiente año comenzaría en el segundo cuarto de la rueda de los veinte signos.

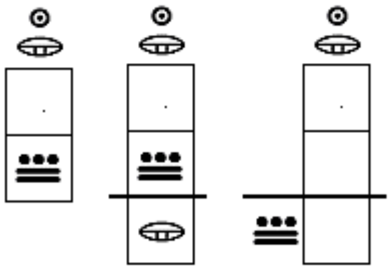
El manejo de órdenes subvigesimales también nos permite resolver operaciones en las cuales el divisor es mayor que el dividendo. Esto también era una necesidad calendárica pues, con frecuencia, había que insertar una cantidad de signos o días en una cantidad menor de unidades astronómicas.

Veamos un caso: supongamos que queremos averiguar qué porción de la casa zodiacal es ocupada por un signo de la rueda calendárica de los veinte signos. Como la eclíptica mesoamericana se dividía en trece partes, la operación consiste en repartir trece entre veinte.

Comenzamos inscribiendo el dividendo en el interior de la tabla y el divisor en su margen superior (a). Puesto que a trece no le podemos quitar veinte, tenemos que añadir una casilla a la columna del dividendo, con una raya gruesa que indique que vamos a trabajar en adelante con cantidades subvigesimales. Si queremos, podemos inscribir un cero en la casilla extra para que quede más clara la expresión (b).

Ahora tenemos trece veintenas. A esa cantidad le podemos restar trece veces veinte, de modo inscribimos el trece en el margen izquierdo de la tabla, junto a la casilla subvigesimal, y borramos los indicadores de la columna del dividendo, pues en esta no queda ningún resto (c).

Ya tenemos la respuesta a nuestro problema: cada signo calendárico ocupa trece vigésimas partes de cada casa zodiacal.



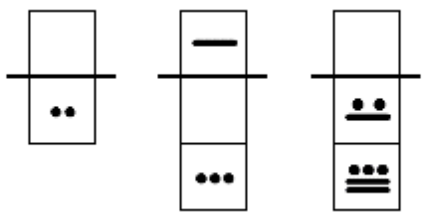
(a) (b) (c)

---

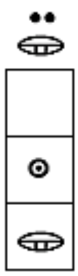
Verifique los conocimientos adquiridos

---

1. *¿En qué consisten los órdenes subvigesimales?*
2. *¿Cómo se representan estos órdenes?*
3. *¿Qué elementos de la cosmogonía ejemplifican a estos órdenes?*
4. *¿Para qué era útil el cálculo con órdenes subvigesimales?*
5. *¿Qué tipo de operación permitían efectuar los órdenes subvigesimales?*
6. *¿Cuánto vale un punto ubicado en el segundo orden subvigesimal?*
7. *Calcule y vierta al sistema decimal las siguientes expresiones:*



8. *Resuelva la siguiente operación hasta sin dejar restos:*



## 3.8
## LOS OPERADORES MATEMÁTICOS TOLTECAS

La mera disposición de los glifos numéricos, ya sea en una superficie simple o sobre un tablero de cálculo, no indica las relaciones que se establecen entre ellos. Para saber si tenemos que sumar, restar, etcétera, es necesario añadir a los números unos signos especiales que sirven como indicadores de las operaciones, y que por esa razón reciben el nombre de "operadores matemáticos".

La historia de los operadores es tan interesante y enigmática como la de los números en sí. Hoy nos resulta fácil emplear una cruz para representar la suma o una "X" para la multiplicación, pero llegar a unos signos tan sintéticos fue un gran logro de la cultura.

En los códices y monumentos de Anawak han quedado representados diversos operadores; aunque parezca extraño, la mayoría de ellos no se ha investigado lo suficiente como para establecer sus funciones. Queda una gran área de estudio dentro de estas matemáticas, que probablemente nos reserve sorpresas.

Para saber qué funciones tenían los operadores toltecas, tenemos que analizar su aparición en el contexto de las cuentas o descifrar su forma. En esta lección emplearé ambos métodos de análisis, partiendo de lo conocido para llegar a conclusiones razonables.

Los investigadores han establecido los valores de tres operadores mesoamericanos, que son:

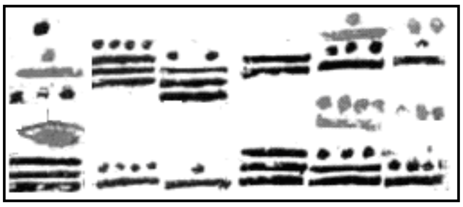
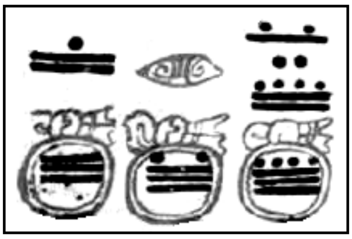
1ro. El color rojo representa los números negativos y sirve como operador de substracción, pues, si un número negativo se añade a uno positivo, se le resta.

2do. Una bolsa cerrada en el extremo de una inscripción numérica sugiere el concepto de "totalidad" o de conjunto–unidad. Esto fue establecido por Alfonso Caso a partir de la lectura de las inscripciones literarias zapotecas, pero también tiene validez en las matemáticas.

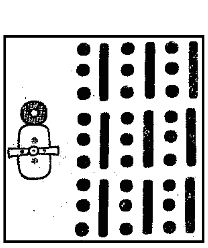
3ro. Un signo semejante a nuestro "por ciento", formado por dos puntos divididos por una barra en diagonal, representa la división. Su nombre maya es Kimi, en nawatl Miki, términos que significan *muerte*. El mismo signo en una cuenta astronómica, indica que los ciclos de los planetas se descomponen en factores comunes; por ello, era el emblema de los observatorios mesoamericanos.

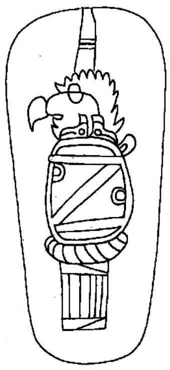
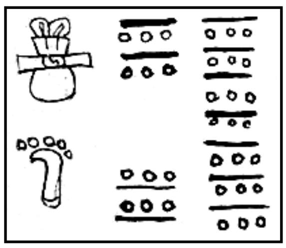
Otros signos son más difíciles de interpretar. Por ejemplo, en el Códice Cospi aparece la huella de un pie junto a la bolsa de los totales. Dicha huella es mencionada en los libros de Chilam Balam en la expresión "la pisada del ciclo", que describe la convivencia de dos ciclos que comparten un elemento común. Deduzco de ello que se trata de un signo de traslape entre cantidades.

En otras cuatro láminas del mismo códice, y en una del Códice Dresden, aparece una serpiente que muerde su cola al final de una secuencia de ciclos. Quizás indique totales o el carácter periódico de una cantidad.

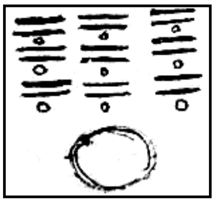
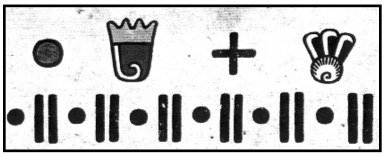
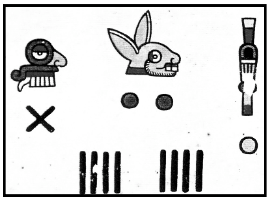



*Sucesión de cantidades positivas (en negro) acotadas por factores de resta (en gris). Códice Dresden.*



*La bolsa indica totalidad. Códices Dresden y Fèjèrvary. Dos puntos divididos por una diagonal indican división. Códice Vindobonensis y hacha olmeca de Chalcatzingo.*

*Signos matemáticos no identificados. Códice Cospi. Signos en forma de cruz y de "x". Códice Fèjèrvary.*

En el Códice Fèjèrvary aparecen dos láminas muy sugerentes. En la primera, vemos un signo en forma de cruz, semejante a nuestro operador de suma, que parece describir las relaciones que existen entre un conjunto de números – aunque cabe aclarar que dicho signo se aplica, no a los números en sí, sino a fechas y signos de la veintena zodiacal, es decir, a los resultados de los cálculos calendáricos.

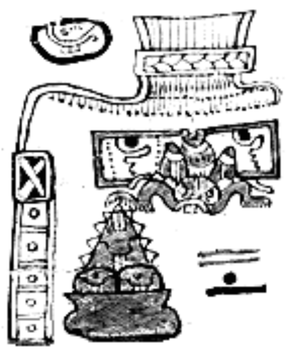
¿Será posible que la suma fuera representada por los toltecas con el mismo signo que empleamos nosotros hoy? La idea no es descabellada pues, como sabemos, el método para efectuar una suma sobre el tablero consiste en desplazar horizontalmente las cantidades, para sintetizarlas luego en sentido vertical. La expresión gráfica de dichos movimientos es el signo "+".

La segunda lámina contiene números, fechas y signos de la veintena zodiacal, acompañados de un glifo semejante a nuestro operador de multiplicación. En este caso, la relación matemática se sugiere por el hecho de que la operación inversa a la multiplicación (la división) se expresa con un glifo, perfectamente identificado por los investigadores, en forma de una diagonal con dos puntos, lo que estructuralmente corresponde a la "x".

Por otra parte, la multiplicación se realiza sumando los resultados parciales en torno a un eje diagonal, en sentido opuesto a dicho eje; por lo tanto, el proceso forma una "x" sobre el tablero. Tal parece ser la función de este signo cuando aparece sobre un esquema abstracto de los órdenes calendáricos, tal como vemos en la siguiente imagen de un códice maya. Lo curioso es que cada uno de los cinco órdenes representados[9] se multiplica por la cifra uno, lo que esa mi juicio, es una demostración esquemática del funcionamiento del calendario, en cuyo caso, resulta comprensible que el signo colocado encima sea un multiplicador.

El hipotético operador de multiplicación aparece, junto con otros que acabamos de estudiar, en una lámina del Códice Madrid donde vemos, a la izquierda, una operación de sustracción con cantidades positivas y negativas, y a la derecha, un sacerdote que tiene como cabeza el glifo del cero/diez, y que señala con una mano al primero de cuatro operadores ubicados en el centro. Estos son, de arriba abajo: un signo como el nuestro de suma o multiplicación formado por el cruce de dos huesos (lo que quizás tenga un sentido de descomposición o división), un pie (probable alusión a la huella o la pisada de los ciclos), otro signo semejante al de multiplicación y la bolsa de los totales.

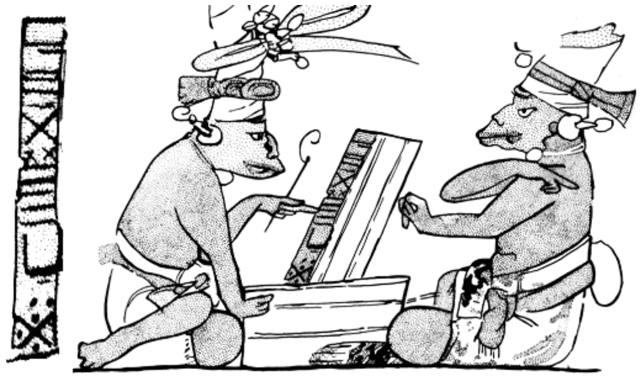
En un vaso maya del período clásico aparece una escena semejante. En ella vemos a los dos personajes con rostros de monos[10] que trabajan con una especie de tablero, sobre el cual hay inscritos varios símbolos, al parecer, de cálculo. Se destaca un conjunto de barras que podría ser separadores de órdenes, un glifo en forma de "U" que quizás sea un esquema de la bolsa, una "X" grande y dos pequeñas, y una "X" con cuatro puntos en sus vértices.




*Cuenta calendárica de cinco órdenes. Códice Madrid. Escena de cálculo con operadores. Códice Madrid.*

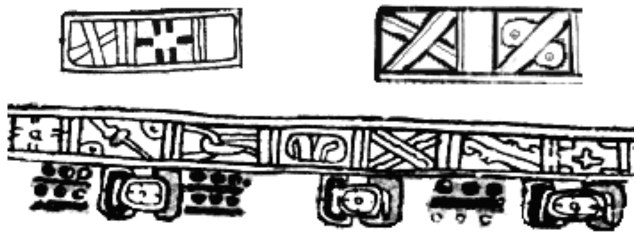
9 Estos órdenes van del Kin al Baktun, tal como es la estructura de las fechas de la Cuenta Larga.

10 Los monos gemelos Hunbatz y Hunchouén son dos personajes del Popol Vuh que representan la sabiduría.



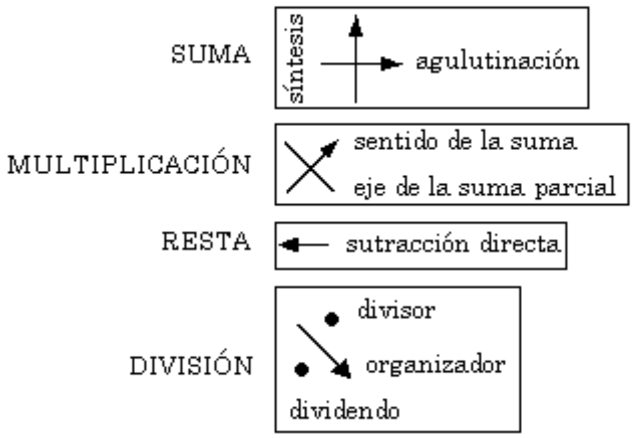
*Probable tablero de cálculo con operadores. Códice Madrid.*

Algo digno de mención, es que en los códices y relieves de todo Anawak aparece con frecuencia un jeroglífico formado por la unión del signo en forma de “x” con el de la muerte. Esto se ha interpretado como emblema de la eclíptica, lo cual no excluye que la integración de los sentidos de multiplicación y división asociados a dichos signos se refiriera al cálculo en general y, por excelencia, al astronómico.



*Probable símbolo mesoamericano del “cálculo”. Vaso maya y Códice Madrid.*
*Banda zodiacal. Códice París.*

Si el análisis anterior es correcto, entonces los olmecas o sus descendientes habrían empleado como emblemas de las operaciones aritméticas los signos que se forman al mover las cantidades sobre el tablero. La única operación que, quizás, no pudieron aprovechar, es la de sustracción, pues esta se expresa mediante una barra en sentido horizontal, que se habría confundido con el grafema del cinco.




*Sentido de las operaciones de cálculo sobre el tablero.*

---

Verifique los conocimientos adquiridos

---

1. *¿Qué son los operadores numéricos?*
2. *¿Qué función tenía el color rojo como operador en las matemáticas de Anawak?*
3. *¿Qué representa el glifo de la bolsa en contexto numérico?*
4. *¿Qué forma tenía el signo de división y cuál es su nombre en nawatl?*

*5. ¿Qué posible significado matemático tiene la serpiente que muerde su cola?*
*6. ¿Cuál era el signo de la eclíptica, y cuál parece ser su significado?*
*7. ¿De dónde es probable que deriven los glifos mesoamericanos de las operaciones aritméticas?*
*8. Señale los operadores dibujados en la siguiente imagen del Códice Dresden*

# Epílogo
# La difusión de los números toltecas

Como vimos en la lección pasada, los operadores numéricos de Anawak se parecen mucho a los que empleamos en la actualidad. Esto plantea una interesante cuestión: ¿están emparentadas las matemáticas toltecas con las del Viejo Mundo? Y si lo están, ¿qué pueblo fue el que las inventó?

Para responder a estas interrogantes, tenemos que establecer, primero, si los logros matemáticos en Asia y América son lo suficientemente parecidos como para sugerir un origen común, y, segundo, a qué pueblo pertenece la prioridad histórica.

En este punto tropezamos con un prejuicio académico. Basados en preferencias culturales, los antropólogos de la llamada Escuela Difusionista[11] han establecido un dogma que Gordon F. Ekholm enuncia así:

*Si se puede demostrar que las formas culturales tienen un patrón de aparición regular, ligeramente anterior en el Viejo Mundo que en el Nuevo, tendremos presuntos indicios de la relación entre las dos (áreas). Pero si lo opuesto es lo cierto, tendremos una prueba de que no estaban relacionadas.* (Problemas Culturales de la América Precolombina)

En otras palabras, las mismas pruebas se deben leer de dos maneras diferentes, según apunten a Asia o a América.

Afortunadamente, nosotros no tenemos que guiarnos por esta polarizada opinión, de modo que vamos a enfocar el asunto basándonos en los hechos. Comenzaremos examinando las similitudes que existen entre los operadores matemáticos toltecas e indoarábigos. Hemos encontrado una comprobada identidad de forma y función en los signos de división, cantidad y sustracción. La semejanza es particularmente interesante en el caso de las cantidades negativas mayas, idénticas a nuestro "saldo rojo", pues, tanto en Anawak como en el Viejo Mundo, este color se asociaba con la vitalidad y lo positivo, de modo que su uso como sustraendo no es natural.

También aparecen en los monumentos de Anawak signos semejantes a nuestros operadores de multiplicación y adición. A pesar de que su función no se ha establecido, el hecho de que reflejan los movimientos de las cifras sobre el tablero es muy sugerente.

¿Cuándo se inventaron los ordenadores mesoamericanos? Los glifos de cantidad y división aparecen representados en el arte olmeca desde hace aproximadamente tres milenios, y el orden por posiciones dejó evidencias pétreas hacia el siglo 3 antes de Cristo. Como este orden implica el concepto de la cifra y

[11] La Escuela Difusionista considera que, en la antigüedad, hubo contactos culturales en Asia y América. La Escuela Autoctonista, en cambio, afirma que los pueblos de ambos continentes se desarrollaron en forma independiente.

sus movimientos sobre el tablero, es razonable suponer que los demás ordenadores mesoamericanos ya existían desde entonces.

Por su parte, los operadores indoeuropeos tienen un origen incierto, pues no se sabe cuándo o dónde se inventaron. Lo único que es posible establecer, a partir de los documentos que se conservan, es que, cuando las cifras árabes llegaron en Europa en 1202, importadas por Leonardo Fibonacci, ya estaban acompañadas por los signos de suma, resta, multiplicación y división[12].

Dichos signos no pudieron tener origen en los antiguos sistemas de numeración del Viejo Mundo, pues en estos no existía un sistema de órdenes[13]. Podríamos suponer que se formaron a partir de un primitivo tablero de cálculo hindú, pero ello es improbable puesto que, entre los hindúes, el orden por posiciones es un descubrimiento tardío.

En conclusión: las evidencias conceden la precedencia a los ordenadores toltecas. Si, efectivamente, las similitudes se deben a la difusión y no a la convergencia cultural, entonces los hindúes debieron importarlos de Anawak sin alterar su forma y función.

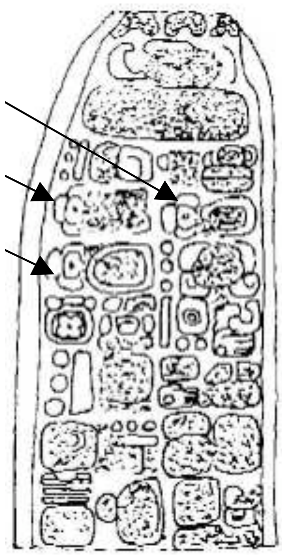
Otro concepto común entre mesoamericanos e hindúes es el orden numérico. Se ha sugerido que los hindúes tomaron la idea de los sumerios, pero, tanto la distancia de 4000 años que existe entre ambos inventos como la complejidad del sistema sumerio, en contraste con la simplicidad del hindú, sugieren orígenes independientes.

El único sistema de órdenes de la tierra que equivale por su regularidad y alcances al hindú, es el mesoamericano. El hecho de que un pueblo multiplique por diez y el otro por veinte no prueba orígenes diferentes, sino la adaptación del mismo concepto básico a la forma de numerar de cada uno. De modo que se mantiene la interrogante: ¿llegaron ambos pueblos al mismo logro por convergencia cultural o por influencias mutuas? Veamos las evidencias:

La primera representación de las cifras en el Viejo Mundo aparece en el papiro Bhakshali, redactado por los sabios hindúes en el siglo 6 después de Cristo. Una inscripción indochina del 604 d.C. ya contiene órdenes, pero no ceros. La sistematización del invento aparece en los relieves del templo de Gwalior, del siglo 8 después de Cristo. De la India tomaron dicho adelanto los árabes y lo dieron a conocer en Europa, donde su valor no fue apreciado sino hasta la época de Colón.

En apariencia, fueron los hindúes quienes inventaron los órdenes, pero un hecho impugna esta idea: las cifras hindúes carecen de estructura interna, de modo que no sugieren por sí mismas un ordenamiento espacial. En consecuencia, o bien el invento del orden fue independiente al de la escritura de la cifra, o se trata de una importación cultural.

En Anawak, en cambio, la cifra y el orden estaban vinculados, al compartir un diseño estructural. Por la época en que los hindúes comenzaban a escribir cifras, la notación olmeca ya llevaba un milenio dejando huellas, y es probable que tuviera varios siglos más de existencia. Hay órdenes vigesimales en las estelas de El Baúl, Chiapa de Corzo, Tres Zapotes y Cerro Las Mesas, todas anteriores a la era cristiana. De nuevo, encontramos un claro precedente en el invento mesoamericano.



*Tres ceros inscritos en la Estela 18 de Uaxactun.*

La representación del cero es otro logro que nos permite establecer un fechado de época. Aunque la "nada" era aludida en Grecia mediante un círculo[14] desde la época de Alejandro Magno, el primer cero con función numérica del Viejo Mundo fue esculpido en el templo hindú de Gwalior, en el año 876 de la era cristiana. A partir de ese momento, el invento se extendió rápidamente por el Viejo Mundo.

Por su parte, el más antiguo cero descubierto hasta hoy en Anawak, aparece en una estela maya, la 18 de Uaxactun, fechada en el año 357 después de Cristo. Como podemos ver en la imagen, a pesar de su deterioro, dicha inscripción contiene una forma madura de escritura del cero y los órdenes calendáricos, siendo heredera de una tradición que ya era centenaria para su época.

Algo a tener en cuenta para dilucidar este asunto, es que el cero prácticamente no tiene relevancia en los calendarios y

---

12 Hasta entonces, las operaciones fundamentales de cálculo se expresaban mediante las letras iniciales de las palabras latinas correspondientes (Plus, Minus, etcétera)

13 Salvo, como he mencionado, en el caso de los sumerios, cuyos operadores no se parecen a los nuestros.

14 No porque la consideraran un número, sino por causa de la inicial de la palabra Oudes, *nada*.

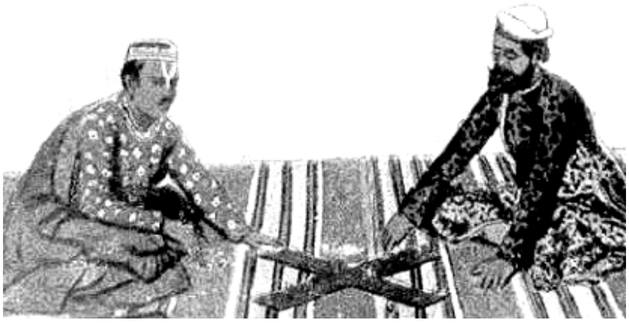
cosmovisiones del Viejo Mundo, pues estos se desarrollaron antes de que aquel fuera inventado. En cambio, juega un papel básico en las culturas de Anawak, al ser la clave del mecanismo de la Cuenta Larga. Por lo tanto, es muy difícil que los mesoamericanos lo hayan importado.

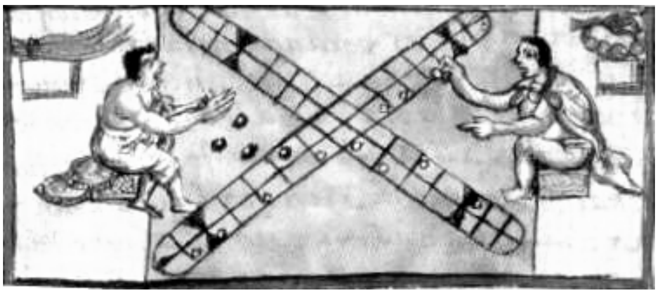
Esto nos coloca ante una disyuntiva: tal como ocurre con el orden por posiciones, el cero se inventó dos veces en la historia o es un aporte de las ciencias toltecas al mundo.

Otro análisis que nos permite confirmar las conclusiones anteriores, deriva del hecho de que los números no aparecen aislados, ni en Asia ni en América, sino que forman parte de la cosmovisión. Los mesoamericanos no consideraban a las matemáticas como una ciencia en sí, sino como una herramienta al servicio del calendario, la astronomía y la astrología. Por lo tanto, si en algún momento antes de la llegada de los europeos existió intercambio de información matemática a través del Pacífico, este no debió limitarse a la numeración, sino que seguramente abarcó otros elementos de la cultura.

Uno de esos elementos es un juego basado en una retícula cruciforme llamado en nawatl Patolli y en la India Pachesi, al que en la actualidad conocemos como Parchis. El tablero de parchís más antiguo se descubrió en el Valle del Deccan y tiene unos 2500 años de antigüedad. Las evidencias mesoamericanas son posteriores; hacia comienzos de la era cristiana fueron labrados en los pisos de Teotihuacan diversos tipos de tableros estructuralmente relacionados con el juego del Patolli, pero el juego en sí sólo aparece en códices posteriores. De modo que este indicador sugeriría una precedencia asiática, de no ser por dos detalles:

1ro. El Parchís o Patolli no es más que un tablero de cálculo modificado para jugar. Por lo tanto, lleva implícito un conocimiento de los órdenes numéricos. Dicho concepto apareció en la India mil años después que el juego, por lo que no pudo haber sido su precedente. En Anawak, en cambio, el invento de los órdenes precedió al juego por varios siglos, tal como muestran las inscripciones olmecas.





*Representación moderna de jugadores de Parchís. Jugadores de Patolli. Códice Durán.*

2do. La estructura del Patolli refleja con nitidez la cosmovisión tolteca, pues se basa en un sistema de trece órdenes orientado hacia los rumbos cardinales y regido por los números del calendario. De hecho, este juego no sólo tenía un uso lúdico, sino también sagrado. Resulta difícil imaginar que un mecanismo tan integrado a la cultura de Anawak fuera una importación.

En conclusión: hay motivos para sospechar que el Parchís fue una adaptación hindú del juego mexicano.

Otra similitud relacionada con las matemáticas es la forma como los antiguos dividieron la eclíptica. Tanto los sumerios e hindúes, por una parte, como los mesoamericanos, por la otra, contaron trece casas zodiacales[15]. Puesto que el número trece no es explícito en el orden de las estrellas y resulta difícil de manejar, es improbable que su presencia en Asia y América se deba a la casualidad.

A esto podemos añadir que, en toda la zona que va desde México hasta el Extremo Oriente, pasando

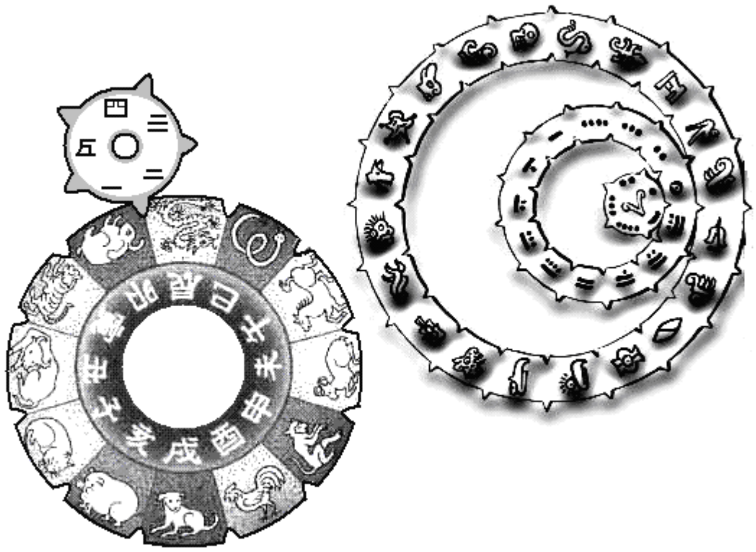
---

15 Aunque, generalmente, se cree que las casas zodiacales son doce, lo cierto es que los sumerios dividieron la eclíptica en trece, de las cuales una (Ofis) no se tiene en cuenta en los cálculos astrológicos.

por Oceanía, aparecen unos signos zodiacales semejantes y organizados del mismo modo; las diferencias entre ellos se explican como adaptaciones a la fauna y flora locales. Tal similitud fue notada por Alejandro Humbold hace dos siglos y estudiada desde entonces por otros investigadores, quienes han llegado a la conclusión de que el sistema tiene un origen común.

Sin embargo, las concordancias zodiacales no prueban por sí solas un contacto en épocas históricas, pues se sabe que los pueblos de América proceden en su mayor parte de Asia, y la cosmogonía ya estaba bastante desarrollada en la época en que ocurrió la migración transpacífica.

Un indicador mucho más significativo es la semejanza entre los calendarios chino y mesoamericano. Su mecanismo, basado en la rotación de diversas ruedas de signos y números, es demasiado sofisticado como para atribuirle un origen paleolítico. Si es cierto que uno de sus componentes (la rueda zodiacal) tiene un origen común, entonces es muy probable que un pueblo haya tomado prestado el invento al otro. Pero, ¿quién precedió a quién?



*Estructura de los calendarios chino y mesoamericano.*

El mecanismo que hoy conocemos como "calendario chino" surgió en la India dos siglos antes de Cristo y emigró poco después a China y el Tíbet. Para entonces, los olmecas ya se habían extinguido y el calendario que ellos inventaron era de uso común en todo el Anawak. Por lo tanto, en este caso la precedencia del invento también le corresponde a los mesoamericanos.

En conclusión: tanto las evidencias arqueológicas como el análisis contextual indican que, desde unos siglos antes de la era cristiana, comenzaron a arribar a Asia desde Anawak conocimientos e inventos relacionados con las matemáticas. Lo más probable es que estos hayan sido llevados en barcos a través del Océano Pacífico por misioneros culturales, o quizás como parte de un intercambio más amplio, de tipo comercial. Tales contactos habrían durado aproximadamente un milenio, interrumpiéndose con la caída de Teotihuacan y las ciudades clásicas mayas.

La posibilidad de que las matemáticas modernas tengan su origen último en la ingeniosidad de los sabios olmecas fue notada por el ingeniero Calderón, quien apunta:

*No puede menos que admirarnos que... en los momentos en que (el Viejo Mundo) se debatía en la decadencia del primer milenio, providencialmente hayan llegado de la India, por intermedio de los árabes, los conceptos salvadores del cero y de las posiciones... (También) es inquietante notar que los dados, el dominó, el juego de damas, las cartas de la baraja, los cuadros y tableros cabalísticos, los ábacos y los rosarios, todos tienen en común los elementos básicos de un sistema arcaico de aritmética que, unido a una lista impresionante de rasgos culturales paralelos, y a veces idénticos en detalles convencionales, refuerza notablemente la tesis del difusionismo.*

*Este difusionismo, sin embargo, tiene una diferencia importante con el que han defendido la mayoría de los investigadores: la datación cada vez más precisa de nuestras culturas demuestra que la precedencia le corresponde a América.* (Héctor M. Calderón, La ciencia matemática de los mayas)

# Bibliografía

Calderón Héctor M., 1966, *La ciencia matemática de los mayas,* Ed. Orión.
Díaz Frank, 2005, *Sagrado Trece, los calendarios del antiguo México*, Ed. Kinames.
Esparza Hidalgo David, 1978, *Nepohualtzitzin,* Ed. Diana.
Garcés Contreras, Guillermo, 1982, *Pensamiento matemático y astronómico en el México precolombino.* Ed. IPN.
Noriega B., Pablo, 1994, El *Códice de Santa María Asunción,* Rev. Arqueología Mexicana, II, 8.
Romero Murguía, M. Elena, 1988, *Nepohualtzitzin, matemática nahua contemporánea*, Ed. SEP.