Conjuntos y lógica
Tarea 2 completa

Profesora: Cecilia Chávez Aguilera
Ayudante: José A. Árevalo Ávalos

7 de noviembre de 2020

1. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles falsas? Justifique su respuesta.

1) $\varnothing \in \varnothing$	2)$\varnothing \notin \varnothing$	3)$\varnothing \subseteq \varnothing$
4) $\varnothing \subset \varnothing$	5) $\varnothing \in \{\varnothing\}$	6) $\varnothing \notin \{\varnothing\}$
7) $\varnothing \subset \{\varnothing\}$	8) $\varnothing \subseteq \{\varnothing\}$	9) $\varnothing = \{\{\varnothing\}\}$
10) $\{\{\varnothing\}\} \subseteq \{\{\varnothing\}, \varnothing\}$	11) $\varnothing = \{0\}$	12) $\{\{\varnothing\}, \varnothing\} \subseteq \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\{\varnothing\}\}\}$
13)$\{\{\varnothing\}, \varnothing\} \in \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\{\varnothing\}\}\}$		

2. Demuestre usando dos esquemas diferentes de prueba que $A \subseteq C$ si y sólo si $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$

3. Diferencia de conjuntos. Sean A, B y C conjuntos. Muestre los siguientes hechos.
   - $A \setminus B = (A \cup B) \setminus B$
   - $(A \setminus C) \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$

4. Sean A, B, C, D conjuntos. Demuestre especificando el tipo de prueba usada los siguientes hechos:
   - $(A \times C) \cap (B \times D) = (A \cap B) \times (C \cap D)$
   - $(A \times C) \cup (B \times D) \subseteq (A \cup B) \times (C \cup D)$. Muestre que es posible que no se dé la igualdad.

5. Sean $\{A_i : i \in I\}$ y $\{B_j : j \in J\}$ familias indizadas de conjuntos Muestre que
$$\left[\bigcap_{i \in I} A_i\right] \times \left[\bigcap_{j \in J} B_j\right] = \bigcap \{A_i \times B_j : (i, j) \in I \times J\}$$

6. Sean $f : A \to B$ y $g : B \to C$ funciones. Pruebe que si $C' \subseteq C$, enonces $(g \circ f)^{-1}(C') = f^{-1}(g^{-1}(C'))$.

7. Sean $f : A \to B$ y $g : B \to C$ funciones.
   - Si $g \circ f$ es inyectiva, qué se puede decir de la inyectividad de f y de g.
   - Si $g \circ f$ es sobreyectiva, qué se puede decir de la sobreyectividad de f y g.
8. Sean $f : A \to B$ y $g : B \to C$ funciones. Demostrar que existe una función $h : B \to C$ tal que $f = h \circ g$ si y sólo si para cada $x, y \in A$ $g(x) = g(y)$ implica $f(x) = f(y)$.
9. Brinde los siguientes ejemplos:
   - Dar un ejemplo de una función que tenga inversa izquierda pero no inversa derecha
   - Dar un ejemplo de una función que tenga inversa derecha pero no inversa derecha
10. Muestre que si $f : A \to B$ y $g : B \to C$ son funciones biyectivas, entonces $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$