1. Demuestra por inducción que $2^n > n^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}, n \geqslant 5$.

2. Demuestra por inducción que si $x \in \mathbb{R}, x > -1 \Rightarrow (1+x)^n \geqslant 1 + nx, \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

3. El ***principio de cajas*** dice que si queremos acomodar $n+1$ pelotas en n cajas, habrá al menos una caja con más de una pelota. Demuestra el principio de cajas por inducción sobre n.

4. Se define $S \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ como sigue: $(0,0) \in S$. Si $(m,n) \in S$, entonces $(m+2, n+3) \in S$. Demuestra por inducción sobre $n \geqslant 0$ que para todo $(m,n) \in S$, $m+n$ es múltiplo de 5.

5. Demuestra por inducción que que para todos los valores $n, m \in \mathbb{N} \backslash \{0\}$, en un tablero de ajedrez de $2m \times n$ hay la misma cantidad de casillas blancas y negras.

6. Demuestra por inducción que si $n \geqslant 4$ entonces $2^n < n!$

7. Demuestra por inducción que:

   (a) Todo número natural es par o impar (*observa que para poder hacer esto no basta con probar sólo un caso base*).

   (b) $n(n+1)(n+2)$ es múltiplo de 6 para cualquier $n \geqslant 1$. *(Hint: usa el inciso anterior y suma* $3(n+1)(n+2)$ *a algo)*

8. Demuestra por inducción que cualquier producto con costo mayor a 7 pesos se puede pagar con monedas de 5 y de 3 pesos (sí, aunque no existan). (*Hint: aplica la hipóteis de inducción a* $n-2$ *(o* $n-3$ *según el caso), pero ojo, para poder hacer esto no basta con probar sólo un caso base).*

9. Demuestra por inducción que $n \geqslant 1$ líneas distintas en el plano que pasan por el origen dividen el plano en $2n$ regiones.

10. Demuestra que la suma de los ángulos internos de un polígono regular de n lados es $(n-2)180^\circ$

Determinar si las siguientes son realaciones de equivalencia y, si lo son, describir las clases de equivalencia.

1. La relación R definida sobre $\mathbb{Z}^2$, es decir, $R \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, como $(a,b)R(c,d)$ si y sólo si $ad = bc$.

2. La relación R definida sobre $\mathbb{Z}^2$, es decir, $R \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, como $(a,b)R(c,d)$ si y sólo si $a = c$.

3. Sea $A = \{1,2,3,4,5\}$, definamos sobre $A \times A$ la relación siguiente: $(a,b)R(c,d)$ si $ad = bc$.

4. La relación definida sobre $\mathbb{Z}$ como $x \sim y$ si y sólo si $x + y$ es par.

5. La relación definida sobre $\mathbb{Z}$ como $x \sim y$ si y sólo si existe $k \in \mathbb{Z}$ tal que $x = y + 5k$.

6. La relación definida sobre $\mathbb{Z}$ como $x \sim y$ si y sólo si 7 divide a $x - y$.

7. La relación S definida sobre $A = [-1,1] \subseteq \mathbb{R}$ como $(x,y) \in S$ si y sólo si $x^2 = y^2$.

8. La relación R definida sobre $B = \{1,2,3,4\}$ como $T = \{(x,y) \in A^2 : x = y \vee x + y = 3\}$.

9. Sea $S = \{1,2,3,4\}$, la relación R definida sobre S^2 donde $(a,b)R(c,d)$ si y sólo si $a + d = b + c$.