

Lista de ejercicios para el segundo parcial

Rigoberto Canseco López

1.

Menciona tres cosas con ejemplos en los que se utilicen las superficies cuádricas y simetrías. Además de lo visto en clase.

2.

Para cada uno de los siguientes lugares geométricos analice las siete simetrías vistas en clase. En caso de que se cumpla alguna, demuéstrela, de lo contrario exhiba un contra ejemplo:

a) $\mathcal{G} : 2x + 3y + z = 0$

b) $\mathcal{G} : 3x^2 - z^2 = 9$

c) $\mathcal{G} : x^2 + 2y^2 - 3z^2 = 16$

d) $\mathcal{G} : x + y - z^2 = 1$

e) $\mathcal{G} : x^3 - y/2 - z^2 = 3$

3.

Pruebe que si $\ell : x - 1 = y - 2 = z + 1$ y $\mathcal{G} : z^2 - xy + 2x + y + 2z - 1 = 0$ entonces $\ell \subseteq \mathcal{G}$.

4.

Considere a \mathcal{G} como el hiperboloide de un manto ($\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ donde a, b, c son números reales positivos). Denote como ℓ^* a la recta que pasa por ae_1 y tiene dirección $(0, b, c)$ y por m^* a la recta que pasa por $-ae_1$ y tiene dirección $(0, -b, c)$. Pruebe que los enunciados siguientes son ciertos.

a) $\ell^* \neq m^*$

b) $\ell^* \subseteq \mathcal{G}^*$

c) $m^* \subseteq \mathcal{G}^*$

5.

Considere el *paraboloide hiperbólico* ($\mathcal{G} : \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = cz$). Demuestre que hay una recta $\ell_* \subseteq \mathcal{G}$ tomando en cuenta los siguientes planos:

$$\pi_h^0 := \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = h \quad \pi_h^1 := h \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} \right) = cz$$

Es decir:

i) Prueba que $\forall h \in \mathbb{R}, \ell_k \subseteq \mathcal{G}$

ii) Prueba que $\forall P \in \mathcal{G} \exists r \in \mathbb{R}$ talque $P \in \ell_r \subseteq \mathcal{G}$

6.

Demuestre que el cono cuadrático ($\mathcal{K} : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ donde a, b, c son números reales positivos) es superficie reglada.

7.

Demuestre que el *paraboloide hiperbólico* ($\mathcal{G} : x^2 - y^2 = z$) es una superficie doblemente reglada

::::: {#special .sidebar}

Here is a paragraph. And another.

:::::

::: Warning :::::

This is a warning.