3. Determina

$$\Gamma = \{(p_0 \to p_1) \land (p_2 \to p_3), p_1 \lor p_3 \to p_4, \neg p_4\}$$
$$\alpha = \neg(p_0 \lor p_4)$$

Determinar $\Gamma \models \alpha$

Por demostrar que Γ implica lógicamente a α.
Vamos a afirmar el antecedente y negar consecuente para llagar a una contradicción.

$$p \to q$$
$$\top \to \bot \equiv \bot$$

Tenemos que

$$\underbrace{\Big(\big((p_0 \to p_1) \land (p_2 \to p_3)\big) \land \big(p_1 \lor p_3 \to p_4\big) \land \neg p_4\Big)}_{\text{antecedente}} \to \underbrace{\neg\Big(p_0 \lor p_4\Big)}_{\text{consecuente}}$$

Por lo tanto

$$\underbrace{\Big(\big((p_0 \to p_1) \land (p_2 \to p_3)\big) \land \big(p_1 \lor p_3 \to p_4\big) \land \neg p_4\Big)}_{\top} \to \underbrace{\neg\Big(p_0 \lor p_4\Big)}_{\bot} \equiv \bot$$
$$\Big(\big((p_0 \to p_1) \land (p_2 \to p_3)\big) \land \big(p_1 \lor p_3 \to p_4\big) \land \neg p_4\Big) \equiv \top$$
$$\neg\Big(p_0 \lor p_4\Big) \equiv \bot$$

La tabla de verdad para $\neg\Big(p_0 \lor p_4\Big)$

p_0	p_4	$\neg(p_0 \lor p_4)$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Solo nos fijaremos en las casos donde el resultado sea 0.

Ahora vamos a intentar hacer verdadero a $\Big(\big((p_0 \to p_1) \land (p_2 \to p_3)\big) \land \big(p_1 \lor p_3 \to p_4\big) \land \neg p_4\Big)$, con los valores de $p_0 = 1$ y $p_4 = 0$. Sustituimos los valores en la fórmula.

$$\Big(\big((\top \to p_1) \land (p_2 \to p_3)\big) \land \big(p_1 \lor p_3 \to \bot\big) \land \neg\bot\Big)$$

Cada elemento de la conjunción debe de ser verdadero para que toda la fórmula sea verdadera. Tenemos que:

$$\Big(\underbrace{\big((\top \to p_1) \land (p_2 \to p_3)\big)}_{\top} \land \underbrace{\big(p_1 \lor p_3 \to \bot\big)}_{\top} \land \underbrace{\neg\bot}_{\top}\Big) \equiv \top$$
$$\big((\top \to p_1) \land (p_2 \to p_3)\big) \equiv \top$$
$$\big(p_1 \lor p_3 \to \bot\big) \equiv \top$$
$$\neg\bot \equiv \top$$

Para $\neg\bot \equiv \top$ se cumple

Para $\big(p_1 \lor p_3 \to \bot\big) \equiv \top$ se cumple cuando $p_1 = 0$ y $p_3 = 0$

Ahora sustituimos el valor de p_0, p_1, p_3, p_4 en $\big((\top \to p_1) \land (p_2 \to p_3)\big) \equiv \top$ y validamos si se cumple

$$\big((\top \to \bot) \wedge (p_2 \to \bot)\big) \equiv \top \quad \text{contradicción}$$

Llegamos a una contradicción y vemos que no se cumple

Por lo tanto Γ no implica lógicamente a α. $\blacksquare$
