Conjuntos y lógica
Tarea 1 (partes 1,2 y 3)

Profesora: Cecilia Chávez Aguilera
Ayudante: José A. Árevalo Ávalos

12 de octubre de 2020

1. Para los siguientes conjuntos de proposiciones, considera la interpretación de las variables proposicionales sugerida y traduce al lenguaje formal de la lógica proposicional.

    - Si Argentina o Brasil se incorpora a la alianza entonces si o Chile o Ecuador la boicotea entonces, aunque Perú no la boicotee, Venezuela la boicotea. Si o Perú o Nicargua no la boicotea entonces Uruguay se incorpora a la alianza. Por lo tanto, si Argentina se incorpora a la alianza entonces si Chile la boicotea entonces Uruguay se incorpora a la alianza. $p_0 :=$ Argentina se incorpora a la alianza, $p_1 :=$ Brasil se incorpora a la alianza, $p_2 :=$ Chile boicotea la alianza, $p_3 :=$ Ecuador boicotea la alianza $p_4 :=$ Perú boicotea la alianza, $p_5 :=$Venezuela boicotea la alianza $p_6 :=$ Nicaragua boicotea la alianza, $p_7 :=$ Uruguay se incorpora a la alianza
    - Si te inscribes en el curso y estudias duro entonces pasarás, pero si te inscribes en el curso y no estudias duro, entonces no pasaras. Por lo tanto, si te inscribes en el curso entonces o estudias duro y pasarás o no estudias duro y no pasarás. $p_0 :=$Te inscribes en el curso, $p_1 :=$ Estudias duro, $p_2 :=$ Pasarás el curso

2. Para cada inciso del ejercicio anterior, determina si el conjunto de fórmulas que antecede al "Por lo tanto"implica lógicamente a la fórmula que le precede.

3. Paréntesis

    - Elimina tantos paréntesis como sea posible
        - $((p_0 \to (\neg p_7)) \wedge p_5)$
        - $((p_0 \leftrightarrow p_1) \leftrightarrow (\neg(p_5 \vee p_6)))$
        - $((p_1 \wedge (\neg p_0)) \vee (p_5 \wedge p_1))$
    - Restaura los paréntesis de las siguientes fórmulas

- $p_0 \vee \neg p_1 \wedge p_5$
- $p_5 \rightarrow \neg\neg\neg p_1 \wedge p_0$
- $p_0 \rightarrow \neg(p_5 \wedge p_1 \rightarrow p_0) \wedge p_5 \leftrightarrow p_1$

4. Para las siguientes fórmulas ofrece una fórmula equivalente en la que la negación afecte sólo a variables proposicionales, simplificando la fórmula dada a su expresión más simple.

   - $\neg((p_0 \vee p_1) \wedge p_5 \leftrightarrow \neg p_6 \rightarrow p_5)$
   - $\neg(p_6 \leftrightarrow p_7 \wedge p_8 \vee \neg(p_9 \wedge \neg p_6 \rightarrow p_8))$
   - $\neg(p_5 \rightarrow p_7 \vee p_2 \leftrightarrow p_9 \wedge p_2 \vee p_7 \rightarrow p_8)$

5. Recuerde la defineión de fórmula de primer orden vista en clase (puede consultarla al final de esta tarea). Proponga un lenguaje de primer orden y con él realize lo siguiente.

   - Dé tres ejemplos de una fórmula en donde use al menos un cuantificador y al menos tres conectivos
   - Dé dos ejemplos de una expresión que no es fórmula de primer orden

6. En las siguientes fórmulas $A_1^1(x)$ significa x es una persona, $A_1^2(x_1, x_2)$ significa x_1 odia a x_2. Traduzca las siguientes fórmulas al lenguaje natural.

   - $((\exists x_1)A_1^1(x_1) \wedge ((\forall x_2)A_1^1(x_2) \rightarrow A_1^2(x_1, x_2)))$
   - $((\forall x_1)A_1^1(x_1) \rightarrow ((\forall x_2)A_1^1(x_2) \rightarrow A_1^2(x_1, x_2)))$
   - $((\exists x_1)A_1^1(x_1) \wedge ((\forall x_2)A_1^1(x_2) \rightarrow (A_1^2(x_1, x_2) \leftrightarrow A_1^2(x_2, x_2))))$

7. Para las fórmulas del inciso anterior, dé un ejemplo de un universo y un conjunto de personas en la relación indicada que las haga verdaderas, y otro que las haga falsas.

8. Para las siguientes proposiciones, dé un lenguaje de primer orden para su traducción

   - Una persona que posee todas las virtudes es una persona virtuosa, pero hay personas virtuosas que no poseen todas las virtudes.
   - Cada cual tiene algún atributo no usual
   - Pancho Villa tenía todos los atributos de un gran general
   - Si los círculos son elipses, entonces los círculos tienen todas las propiedades de las elipses

9. Para las siguientes fórmulas, presenta una fórmula equivalente en la que la negación afecte sólo a fórmulas atómicas.

   - $\neg(((\forall x_1)A_0^1(x_3) \wedge A_1^1(x_1)) \rightarrow ((\exists x_2)A_0^1(x_2) \leftrightarrow A_1^1(x_2)))$
   - $\neg((\forall x_1)((\exists x_2)(A_0^2(x_1, x_2) \leftrightarrow A_0^1(x_1)) \rightarrow (\exists x_4)(\forall x_3)A_0^2(x_3, x_4)))$
   - $\neg((\exists x_0)A_1^1(x_0) \rightarrow ((\forall x_1)A_0^2(x_1, x_0) \wedge A_0^2(x_0, x_1)))$

Dado L lenguaje de primer orden, definimos su conjunto de fórmulas de manera recursiva de la siguiente manera

- Para toda $\alpha \in \mathcal{A}$, α es una fórmula

- Si α, β son fórmulas, entonces las siguientes son fórmulas: $(\neg\alpha), (\alpha \wedge \beta),\ (\alpha \vee \beta), (\alpha \rightarrow \beta), (\alpha \leftrightarrow \beta)$ son fórmulas.

- Si α es fórmula y $x_i \in V$, entonces las siguientes son fórmulas $((\forall x_i)\alpha), ((\exists x_i)\alpha)$.

- Sólo aquellas expresiones formadas mediante un número finito de pasos basados en los casos anteriores es fórmula.