

Geometría Analítica II

Lista de ejercicios para el segundo parcial

Profesora: Nora Isabel Pérez Quezadas
Ayudante: Adán Israel Espinosa de la Cruz

Examen: 9 de octubre del 2020

Instrucciones: Escriba de manera clara cada ejercicio de tal forma que no haya ambigüedades. Sin omitir pasos, cuentas, ni argumentaciones. **NOTA:** En el examen se pedirán tal cuál tres o cuatro problemas de aquí. En caso de que venga alguno de los que tienen incisos, a lo más vendrán dos incisos. La tarea debe entregarse al correo electrónico del que sea enviado.

Repaso de Geometría analítica 1

1. Escribe las *ecuaciones canónicas* de las cónicas indicando qué cumple cada una.
2. Da todas las formas de ecuación de las siguientes rectas:
 - a) Tiene vector director $(3,3,1)$ y pasa por $(0,4,2)$
 - b) Pasa por $(1,-2,5)$ y por $(3,-3, 4)$
 - c) Tiene como vector director al vector normal de los vectores $(1,1,1)$ y $(-1,0,2)$ y que pasa por el punto $(4,2,1)$
3. Encuentra la ecuación del plano cuyo vector normal es el $(3,-1,5)$ y que contiene al punto $(2,-1,0)$
4. Encuentra la ecuación del plano que pasa por los puntos $(3,4,1)$, $(-1,-2,-5)$ y $(1,7,1)$

Simetrías

5. Sea $P = (x, y, z)$. Demuestra lo siguiente:
 - a) P y $-P$ son simétricos respecto al origen.
 - b) P y $(-x, y, -z)$ son simétricos respecto al eje Y .
 - c) P y $(x, -y, -z)$ son simétricos respecto al eje Z .
 - d) P y $(-x, y, z)$ son simétricos respecto al plano π_{YZ} .
 - e) P y $(x, -y, z)$ son simétricos respecto al plano π_{XZ} .
6. Para cada uno de los siguientes lugares geométricos analice las siete simetrías vistas en clase. En caso de que se cumpla alguna, demuéstrela, de lo contrario exhiba un contraejemplo:
 - a) $\mathcal{G} : "2x + 3y + z = 0"$
 - b) $\mathcal{G} : "3x^2 - z^2 = 9"$
 - c) $\mathcal{G} : "x^2 + 2y^2 - 3z^2 = 16"$
 - d) $\mathcal{G} : "x + y - z^2 = 1"$
 - e) $\mathcal{G} : "x^3 - \frac{y}{2} - z^2 = 3"$

Superficies de revolución

7. Suponga $C, S \in R^3$. Pruebe que si $(C - S) \perp e_1$, entonces C y S tienen la misma primer coordenada.
8. Suponga $C, S \in R^3$. Pruebe que si $(C - S) \perp e_2$, entonces C y S tienen la misma segunda coordenada.
9. En cada inciso halle la ecuación cartesiana para la superficie de revolución generada por el lugar geométrico \mathcal{G} y la recta ℓ .
 - a) $\mathcal{G} : "x^2 + 2y^2 = 1, z = 0"$ y ℓ es el eje X .
 - b) $\mathcal{G} : "x^2 - 2y + 3 = 1, z = 0"$ y ℓ es el eje Y .
 - c) $\mathcal{G} : "x^2 + 2y^2 + 6y - 7 = 1, z = 0"$ es e eje X .

- d) $\mathcal{G} : "x^2 + 8y = 1, z = 0"$ y ℓ el eje Y .
e) $\mathcal{G} : "2x^2 - 5y + 7 = 1, z = 0"$ y ℓ y el eje X .

10. Para cada uno de los siguientes incisos deberá:

- a) Identificar a \mathcal{Q}
b) Obtener ecuaciones cartesianas de $\mathcal{Q} \cap \pi_{XY}$, $\mathcal{Q} \cap \pi_{YZ}$ y $\mathcal{Q} \cap \pi_{XZ}$ indicando qué lugar geométrico es. En caso de ser una cónica, indicar centros, vértices, ejes mayores y menores (donde existan según el caso).
c) Hallar las secciones transversales de \mathcal{Q} para $\pi_1 : x = 4$, $\pi_2 : y = 4$, $\pi_3 : z = 4$. En caso de ser una cónica, indicar centros, vértices, ejes mayores y menores (donde existan según el caso).
i) $\mathcal{Q} : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{4} = 1$
ii) $\mathcal{Q} : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 0$
iii) $\mathcal{Q} : 2y^2 - 4z^2 = x^2$
iv) $\mathcal{Q} : 5y^2 + \frac{y^2}{3} - z = x^2$
v) $\mathcal{Q} : x + y^3 - \frac{z}{5} = x^2$

Cierto o falso

11. Indique si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos, justifica tu respuesta con una demostración o un contraejemplo.
a) $\mathcal{G} : "5z^2 + 5y^2 = 1"$ es un cilindro elíptico cuyo eje es el eje X
b) $\mathcal{G} : "x^2 + 2z^2 = 0"$ posee las siete simetrías vistas en clase.
c) Considera $P = (2, 3, 8)$ y $P' = (-2, -3, -8)$, P y P' son simétricos respecto al plano π_{XZ}
d) Considera $P = (2, 3, 8)$ y $P' = (-2, -3, -8)$, P y P' son simétricos respecto al eje Y .
e) La intersección entre una superficie cuádrica y un *plano cartesiano* ($\pi_{XY}, \pi_{YZ}, \pi_{XZ}$) es una cónica.
f) $x^2 + y^2 = 25$ Es la ecuación de una circunferencia con radio 5.
g) Todo lugar geométrico cumple al menos una de las simetrías respecto a ejes, planos (coordenados) o el origen.