5. Demuestre por inducción que para todos los valores $n, m \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, en un tablero de ajedrez de $2m \times n$ hay la misma cantidad de casillas blancas y negras.

Un tablero de ajedrez de $2m \times n$ es una matriz de $2m$ columnas y n filas., las casillas están distribuidas de la siguiente manera.

	$j=1$	$j=2$		$j=2m-1$	$j=2m$
$i=1$	negra,	blanca,	$\dots$,	negra,	blanca
$i=2$	blanca,	negra,	$\dots$,	blanca,	negra
$\vdots$					
$i=n$					

Donde i es el número de filas y j es el numero de columnas

El número de casillas es igual a la suma de las casillas negras más, el numero de casillas blancas. El número total de casillas es $2m \cdot n$

$C_T = C_N + C_B$, $C_T = 2mn$

Suponemos que $C_N = C_B$. por lo tanto tenemos:

$C_T = C_N + C_N$ sustituimos C_B por C_N
$C_T = 2C_N$ sustituimos C_T por $2mn$

Procedemos a despejar C_N:

$C_T = \frac{\cancel{2}mn}{\cancel{2}} = \frac{\cancel{2}C_N}{\cancel{2}}$ dividimos ambos términos por 2

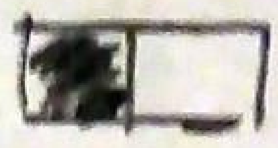
$mn = C_N$

$C_N = mn = C_B$

Ahora procedemos a demostrar que. $C_B = C_N$. usando el principio de inducción

Demostración $C_B = nm = C_N$

Base cuando $n=1$ y $m=1$.



$$C_T = C_N + C_B$$
$$2nm = nm + nm$$
$$2(1)(1) = (1)(1) + (1)(1)$$
$$2 = 1 + 1 = 2$$ por lo tanto la igualdad se cumple

Hipótesis de inducción: Vamos a suponer que. $C_B = C_N$
Es decir, se cumple que.

$$C_T = C_B + C_N. \quad , \quad C_N = C_B = mn$$

Paso Inductivo: Por demostrar que cumple la hipótesis de inducción para $n+1$ y $m+1$
El número total de casillas es

$$C_T = 2(m+1)(n+1)$$
$$C_T = C_N + C_B$$

Como $C_N = C_B = n \cdot m$, tenemos que.

$$C_T = (n+1)(m+1) + (n+1)(m+1)$$
$$= 2(n+1)(m+1)$$

Por lo tanto. $C_T = 2(n+1)(m+1)$ se cumple la igualdad
Es decir que. $C_B = C_N$. , El número de casillas negras es igual al número de casillas blancas para $n \geq 1$ $n \in \mathbb{N}$