Rigoberto Cansero López

Fecha: 09/Octubre/2020

N° Cuenta: 413113054

3. Sea G tal que todo elemento es su propio inverso. Demuestra que G es abeliano

Sea G un grupo por lo tanto cumple con la asociatividad, existe un elemento neutro existe un elemento inverso y cumple con la conmutatividad por ser un grupo abeliano.
por lo tanto. $(G, *)$ es un grupo abeliano

$a * e = e * a \Rightarrow a \quad \forall a \in G$, e es neutro

$a * a^{-1} = a^{-1} * a \quad \Rightarrow e \quad \forall a \in G$, a^{-1} es el inverso

$a * a^{-1} = a^{-1} * a$ Por ~~asociatividad~~ conmutatividad

$a = a$

Como e neutro es único tenemos que

$a = a^{-1} * a = e$ a es unico

$a^{-1} = a \quad \forall a \in G \quad a^{-1}$ de a

por lo tanto todo elemento es su propio inverso

1 Sea $A = \mathbb{Z}$ con la operaciones $\oplus$ y $\odot$ definida como

$$a \oplus b = a + b - 1 \quad y \quad a \odot b = a + b - ab$$

$(\mathbb{Z}, \oplus, \odot)$ ¿Es anillo? ¿Es conmutativo? ¿tiene elemento unitario?

Demostración

La conmutación $a \oplus b = b \oplus a$ $a = 1$, $b = 2$

$1 + 2 - 1 = 2 + 1 - 1$

La conmutación $a (\cdot) b = b (\cdot) a$

$1 + 2 - (1)(2) = 2 + 1 - (2)(1)$

Existe elemento neutro

Existe elemento inverso

La ~~asocian~~ asociación $(a \odot b) \odot c = a \odot (b \odot c)$

$(1 \odot 2) \odot 3 = 1 \odot (2 \odot 3)$

$\Rightarrow (1 \odot 2) = a + b - ab$
$= 1 + 2 - (1)(2)$
$= 3 - 2$
$= 1$

$\Rightarrow (2 \odot 3) = a + b - ab$
$= 2 + 3 - (2)(3)$
$= 5 - 6$
$= -1$

$\Rightarrow (1 \odot 3) = a + b - ab$
$= 1 + 3 - (1)(3)$
$= 4 - 3$
$= 1$

$\Rightarrow (1 \odot -1) = a + b - ab$
$= 1 + (-1) - (1)(-1)$
$= 0 + 1$
$= 1$

cumple la asociación

Si es un anillo. es conmutativo y tiene termino unitario.