

Ejercicio 6.1

Sea P un punto en la bisectriz de un ángulo CBA, entonces $PX = PY$ con X y Y puntos cualesquiera sobre los lados AB y CB respectivamente.

Hipótesis: Sea P un punto elemento de la bisectriz M del ángulo CBA, y X pertenece a AB y Y pertenece a CB.

Tesis: El segmento PX es igual al segmento PY

Demostración

Tenemos que P pertenece M y X pertenece a AB y Y pertenece a CB, utilizando congruencia del triángulo por el criterio ángulo-ángulo-lado podemos demostrar que el triángulo formado por BXP y el triángulo formado por BYP son congruentes, entonces los lados XP y YP son iguales.

Paso 1.

Trazamos dos perpendiculares a el punto P y las rectas BA y BC.

X pertenece a la perpendicular del segmento BA y el punto P.

Y pertenece a la perpendicular del segmento BC y el punto P.

Paso 2.

Se formaron dos triángulos BXP y BYP. El ángulo PBX y el ángulo PBY son iguales debido a que son los ángulos formados por biyectar el ángulo ABC por la recta M.

El ángulo $\angle PXB$ es igual a el ángulo $\angle PYB$ ya que los dos son ángulos rectos por que la recta PX y PY son rectas perpendiculares con AB y BC respectivamente.

Y comparten el lado BP

Es decir:

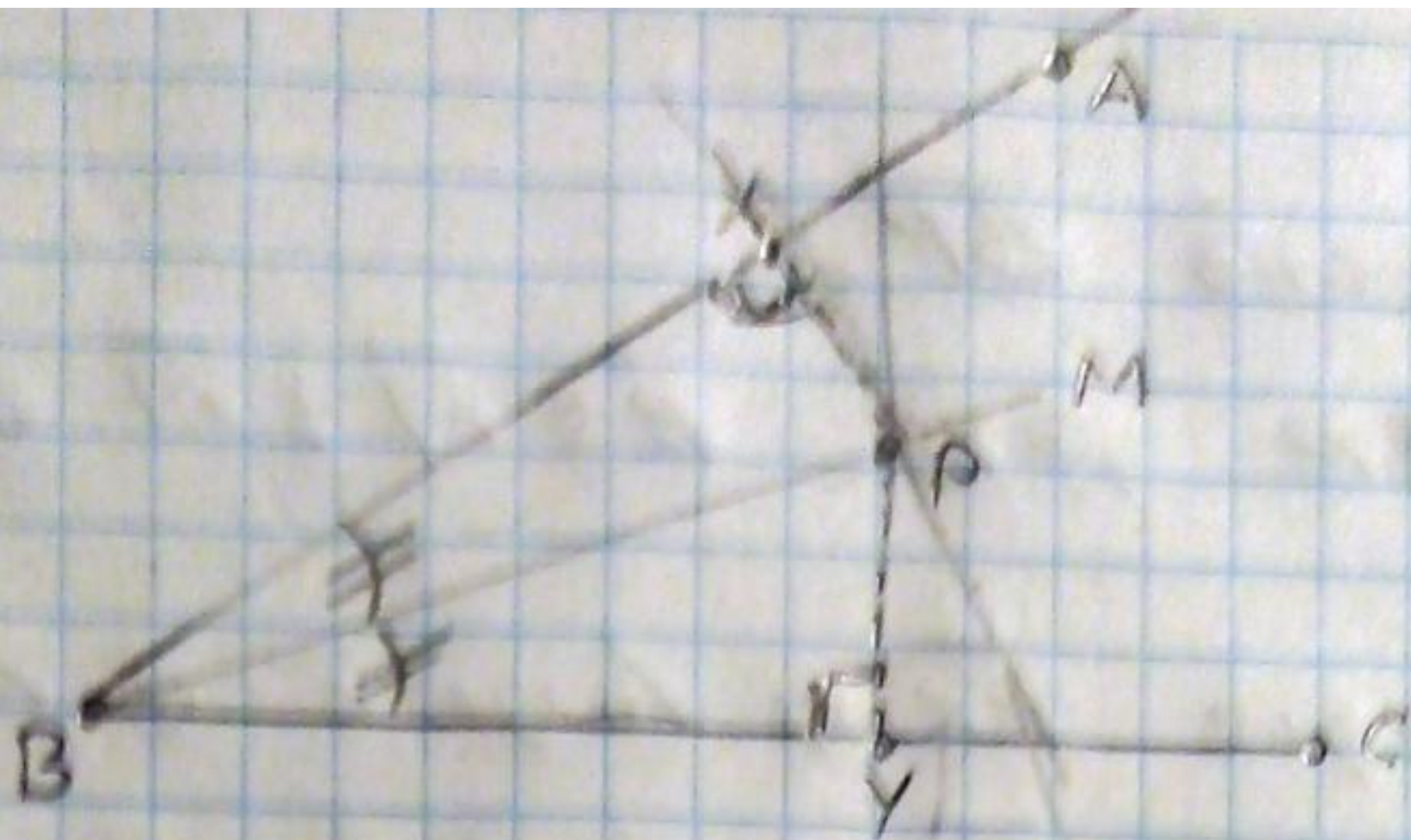
- El ángulo $\angle XBP$ es igual al ángulo $\angle YBP$ por que el punto P pertenece a M , y M biyectar a ABC .
- El ángulo $\angle PXB$ es igual al ángulo $\angle PYB$
 - El ángulo $\angle PXB$ es un ángulo recto por que el segmento PX es tangente al segmento AB .
 - El ángulo $\angle PYB$ es un ángulo recto por que el segmento PY es tangente al segmento BC .
- Comparten el lado BP

Paso 3.

Por el caso de *Ángulo-Ángulo-Lado* se tiene que los triángulos son congruentes.

El triángulo $\triangle BXP$ es igual al triángulo $\triangle BXP$

Por lo tanto el segmento YP y XP son iguales y es lo que queríamos demostrar.



Sea P un punto en la biseatriz de un $\triangle ABC$, entonces $PX = PY$ con X, Y puntos cualquiera sobre los lados AB y CB respectivamente.

Hipótesis: Sea P elemento de la biseatriz AM de $\triangle ABC$, y $x \in \overline{AB}$ y $y \in \overline{CB}$

Tesis: $PX = PY$

Demostración.

Tenemos que $P \in M \wedge x \in \overline{AB} \wedge y \in \overline{CB}$

Utilizando congruencia de los triángulos, podemos demostrar que el triángulo formado por $\triangle BXP$ y el triángulo formado por $\triangle BYP$ son congruentes, es decir:

$\triangle BYP = \triangle BXP$ si son congruentes entonces.

El segmento \overline{XP} y \overline{YP} son iguales, de los triángulos $\triangle BXP$ y $\triangle BYP$ respectivamente.

Utilizando el criterio Ángulo Ángulo Lado.

Paso 1: trazamos dos perpendiculares, al punto P , las rectas BA y BC

X es perpendicular al punto P y el segmento \overline{BA}
 Y es perpendicular al punto P y el segmento \overline{BC}

Paso 2: Se forman 2 triángulos BXP y BYP

Debido a que comparten el segmento BP , y los ángulos $\angle PBX$ y $\angle PBY$ son iguales porque son los ángulos creados por bisección el $\angle ABC$ por la recta M , el ángulo que se forma $\angle XPB$ es igual a $\angle PYB$ y son ángulos rectos, por que el \angle recto XP y YP son rectas perpendiculares.

Es decir

- (construye) el segmento \overline{BP}
- $\angle XBP = \angle YBP$ porque $P \in \overline{M} \perp \overline{M}$ altura $\triangle ABC$
- $\angle PXB = 90^\circ$ porque \overline{PX} es altura a \overline{AB}
- $\angle PYB = 90^\circ$ porque \overline{PY} es altura a \overline{BC}
- $\angle PXB = \angle PYB$

Paso 3. Por el caso de Ángulo - Ángulo - Lado se tiene
que los triángulos son congruentes.

$$\triangle BXP = \triangle BYP$$

Por lo tanto el segmento \overline{YP} y \overline{XP} son iguales
y es lo que queríamos demostrar.