



Sea  $P$  un punto en la bisectriz de un  $\angle CBA$ , entonces  $PX = PY$  con  $X, Y$  puntos cualesquiera sobre los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{CB}$  respectivamente.

Hipótesis: Sea  $P$  elemento de la bisectriz  $\overline{BM}$  de  $\angle ABC$ , y  $X \in \overline{AB}$  y  $Y \in \overline{CB}$

Tesis:  $PX = PY$

Demostración.

Tenemos que  $P \in \overline{BM} \wedge X \in \overline{AB} \wedge Y \in \overline{CB}$

Utilizando congruencia de los triángulos, podemos demostrar que el triángulo formado por  $\triangle BXP$  y el triángulo formado por  $\triangle BYP$  son congruentes, es decir:

$\triangle BYP = \triangle BXP$  si son congruentes entonces.

El segmento  $\overline{XP}$  y  $\overline{YP}$  son iguales, de los triángulos  $\triangle BXP$  y  $\triangle BYP$  respectivamente.

Utilizando el criterio Ángulo Ángulo Lado.

Paso 1: trazamos dos perpendiculares, al punto  $P$ , las rectas  $BA$  y  $BC$

$X$  es perpendicular al punto  $P$  y el segmento  $\overline{BA}$   
 $Y$  es perpendicular al punto  $P$  y el segmento  $\overline{BC}$

Paso 2: Se forman 2 triángulos  $BXP$  y  $BYP$

Debido a que comparten el segmento  $\overline{BP}$ , y los ángulos  $\angle PBX$  y  $\angle PBY$  son iguales porque son los ángulos creados por bisectriz el  $\angle ABC$  por la recta  $\overline{BM}$ , el ángulo que se forma  $\angle XPB$  es igual a  $\angle PYB$  y son ángulos rectos, por que el  $\angle$  recto  $\angle XP$  y  $\angle PY$  son rectas perpendiculares.



Es decir

- (construye) el segmento  $\overline{BP}$
- $\angle XBP = \angle YBP$  porque  $P \in \overline{M} \perp \overline{M}$  altura  $\triangle ABC$
- $\angle PXB = 90^\circ$  porque  $\overline{PX}$  es altura a  $\overline{AB}$
- $\angle PYB = 90^\circ$  porque  $\overline{PY}$  es altura a  $\overline{BC}$
- $\angle PXB = \angle PYB$

Paso 3. Por el caso de Ángulo - Ángulo - Lado se tiene que los triángulos son congruentes.

$$\triangle BXP = \triangle BYP$$

Por lo tanto el segmento  $\overline{YP}$  y  $\overline{XP}$  son iguales y es lo que queríamos demostrar.