

## Tarea III

1. Sean  $P$  y  $Q$  dos particiones del intervalo  $[a, b]$  y  $f$  una función acotada en  $[a, b]$ . Si  $Q \supset P$  entonces  $U(f, Q) \leq U(f, P)$ .

2. Calcular las siguientes integrales:

$$\text{a. } \int_0^5 [x] \, dx. \quad \text{b. } \int_{-1}^2 [3x] - [x] \, dx. \quad \text{c. } \int_{-1}^1 |2x + 1| \, dx.$$

3. Encontrar en cada caso  $F'(x)$ :

$$\text{a. } F(x) = \int_0^{x^2} \frac{\sin 2t}{1+t^2} dt \quad \text{b. } F(x) = \int_x^{x^2} \frac{2}{(1+t^2)^2} dt \quad \text{para } x > 1$$

4. Sea  $\int_0^x f(t) \, dt = \sqrt{1+x^2} - 1$ . Calcular  $f(1)$ .

5. Una función  $f$  es continua para cualquier  $x$  y satisface la ecuación

$$\int_0^x f(t) \, dt = -\frac{1}{2} + x^2 + x \sin 2x + \frac{\cos 2x}{2}$$

para todo  $x$ . Calcular  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$  y  $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ .