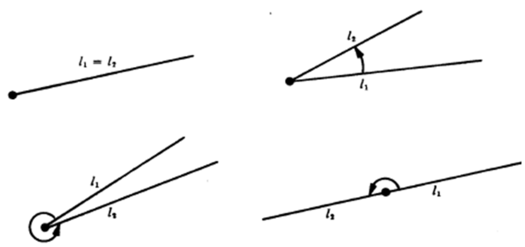
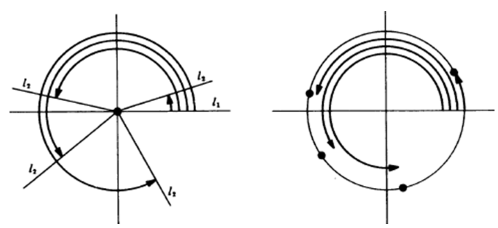
Ángulos dirigidos

Igual que en los segmentos hay ocaciones en es muy útil dar a un ángulo una dirección. Contrario al caso de las rectas podemos escoger una dirección que es común para todos los angulos. Usualmente se usa el sentido contrario al de las manesillas del reloj como el sentido positivo.



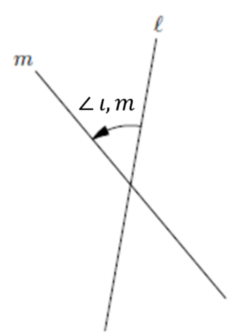
En este caso denotamos el ángulo entre las rectas ℓ_1 y ℓ_2 por $\angle\, \ell_1, \ell_2$ y lo llamaremos ángulo dirigido; y es el ángulo positivo que ℓ_1 tiene que girar para coincidir con ℓ_2.



Definición 1. *Dadas cualesquiera dos rectas no paralelas ℓ y m, definimos el ángulo dirigido*

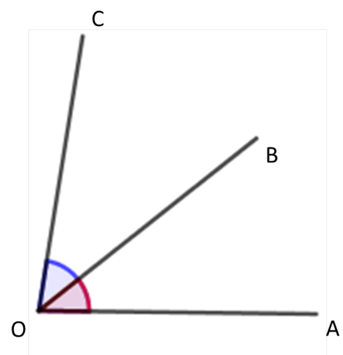
$$\angle\, \ell,\ m$$

como la medida del ángulo que comienza en ℓ y termina en m, medido en sentido antihorario (contrario a las manecillas del reloj).

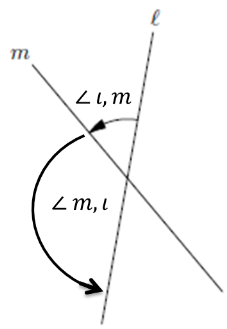


La suma de dos ángulos está determinada por la regla:

1. $\angle\, A, B + \angle\, B, C = \angle\, A, C$ podemos escribir la igualdad como: $\angle\, AOB + \angle\, BOC = \angle\, AOC$



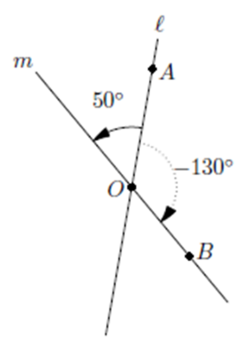
2. Dadas dos rectas ℓ y m tenemos $\angle\, \ell, m + \angle\, m, \ell = 180°$



lo anterior es equivalente a $\boxed{\angle\, \ell, m = -\angle\, m, \ell}$

Diremos que dos ángulos dirigidos son equivalentes si difieren por un multiplo de 180°

Definición 2. *Si ℓ y m son dos rectas que se cruzan en O, entonces $\angle\, \ell, m = \angle\, AOB$ para cualquier punto A en ℓ y B en m.*



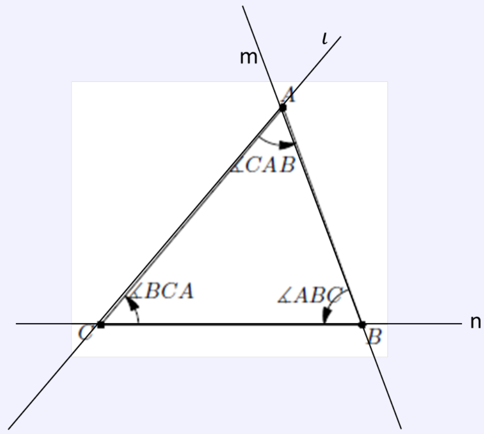
En la figura el ángulo dirigido $\angle\, AOB = -130 = 50$.

Teorema 1. *Los ángulos internos de un triángulo suman 180°* *Para cualquiera líneas ℓ, m, n tenemos*

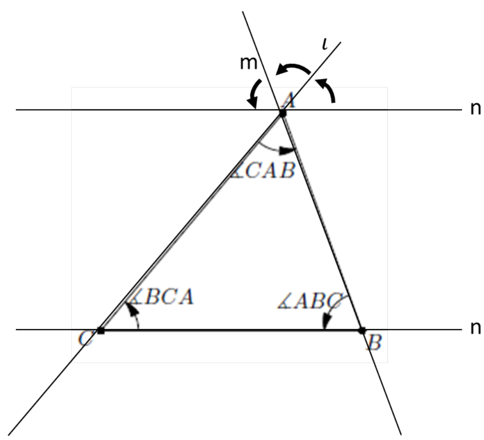
$$\angle\ \ell, m + \angle\ m, n + \angle\ n, \ell = 180$$

En particular, para los puntos A, B, C tenemos

$$\angle\ ABC + \angle\ BCA + \angle\ CAB = 180$$



Demostración. Se comprueba de la figura



□