Aula 3: Processos estocásticos e modelos básicos para séries temporais

Apresentação

Apresentaremos o conceito de modelo de série temporal, por meio da relação entre séries temporais e a teoria de processos estocásticos.

Em seguida, abordaremos os modelos mais básicos e suas propriedades estatísticas, com ênfase nas condições de estacionariedade.

Objetivos

- Examinar modelos simples de séries temporais e suas propriedades;
- Investigar a estacionariedade de um modelo para séries temporais;
- Analisar modelos candidatos a representar alguns tipos de série.

Processos estocásticos

Um processo estocástico é um conjunto de variáveis aleatórias indexadas no tempo ou no espaço. Para o nosso propósito neste curso, trataremos de processos indexados no tempo. Desta forma, podemos definir um processo estocástico como um conjunto ou uma sequência de variáveis aleatórias $\{Y_t\}_{t=1:T}$, ou ainda: $\{Y_1, Y_2, ..., Y_T\}$.

Atenção! Aqui existe uma videoaula, acesso pelo conteúdo online

Também é possível definir um processo estocástico em tempo contínuo, ou seja, em que o parâmetro tempo assume valores em um intervalo contínuo, mas eles não são tão importantes para fins de análise de séries temporais.

Uma variável aleatória, por definição, pode assumir valores em um conjunto, sendo que cada valor (ou intervalo de valores) tem uma probabilidade associada, definindo assim uma distribuição de probabilidades para a variável aleatória.

Veja um exemplo a seguir.

Podemos ter uma variável X com a seguinte distribuição de probabilidades:

x	P(X = x)
1	1/2
2	1/3
3	1/6

Atenção! Para visualização completa da tabela utilize a rolagem horizontal

em que a probabilidade de X assumir, digamos, o valor 2 é igual a 1/3.

Este conjunto pode ser discreto (como no caso do exemplo 3.1: {1, 2, 3}) ou contínuo (como o intervalo entre 0 e 1 ou, ainda, o conjunto de todos os números reais, como no caso da famosa distribuição de probabilidade Normal, que inclusive será bastante útil para nossos propósitos).

Saiba mais

Se as variáveis aleatórias que definem o processo estocástico forem discretas, dizemos que o processo é discreto. Se forem contínuas, dizemos que o processo é contínuo. Ambos os tipos de processo estocástico são importantes na teoria de séries temporais, muito embora, no âmbito dos modelos desenvolvidos neste curso, processos contínuos sejam mais importantes.

Ora, como um processo é composto de variáveis aleatórias, e cada uma delas, pela definição acima, pode assumir um conjunto de valores (possivelmente infinito), conclui-se que cada processo estocástico pode gerar um conjunto, ou sequência (já que estamos indexando as variáveis no tempo) de valores numéricos.

A esses valores chamamos realização ou trajetória. O conjunto de todas as realizações possíveis de um processo estocástico é chamado *ensemble*.

Chegamos, finalmente, à definição formal de série temporal.

Uma série temporal nada mais é do que uma possível realização de um processo estocástico, que denotamos por {y1, y2, ..., yT}.

Deve ficar claro que, na prática, o que observamos não é o processo estocástico, e sim a série. Portanto, é importante compreender que o fato de que uma série é gerada por um processo estocástico é apenas uma suposição.

Partindo desta suposição, nosso objetivo passa a ser identificar o processo que gerou a série, chamado de processo gerador dos dados, ou, como é mais usual, modelo que representa a série.

Modelar uma série temporal é, essencialmente, descobrir as características estatísticas do seu processo gerador. Isto significa, em princípio, que para cada instante t precisaríamos descobrir as propriedades da variável Y_t correspondente. Entretanto, esta tarefa parece impossível, uma vez que só dispomos de uma única observação desta variável (y_t).

Define-se então a propriedade de ergodicidade. Um processo estocástico é dito ergódico se, a partir de uma única realização $\{y_1, y_2, ..., y_T\}$, é possível descobrir as características do processo teórico: $\{Y_1, Y_2, ..., Y_T\}$.

Comentário

Embora a tarefa pareça impossível quando se pensa individualmente em cada instante t, pode ser possível quando as observações são consideradas em conjunto.
Basicamente, o que se faz é impor restrições de “similaridade” entre as variáveis $\{Y_t\}_{t=1:T}$. Estas restrições, que mais adiante definiremos formalmente como estacionariedade, aliadas à suposição de ergodicididade do processo gerador (perceba que se trata de uma suposição), é que permitem realizar inferências estatísticas sobre o modelo.

Ou seja, precisamos delas para que seja viável conduzir a tarefa de modelar uma série temporal.

No contexto de séries temporais, um processo estocástico costuma ser representado por uma equação que descreve a evolução de Y_t, para t = 1, 2, 3, ..., T, em que T é o total de observações disponíveis. Um exemplo é apresentado a seguir:

Um exemplo de processo estocástico é:

$$Y_t = 0.8Y_t - 1 + \varepsilon_t.$$

Como veremos adiante, este tipo de processo estocástico é chamado autorregressivo. O nome deve-se ao fato de que o valor da série em t é regredido em seu próprio valor defasado.

Saiba mais

O termo ε_t é o erro aleatório, ou termo de erro, que representa o fato de que Y_t não é exatamente igual a $0{,}8Y(_{t-1}$. De fato, caso isto ocorresse, o valor da série em t seria possível de ser previsto com exatidão a partir do seu valor no instante anterior, o que, convenhamos, não é compatível com a realidade.

Inclusive, se fosse possível determinar com exatidão o valor de Y_t a partir de Y_{t-1}, para que você estaria fazendo um curso para aprender a prever séries temporais, concorda?

Um processo previsível com exatidão a partir do valor em t-1 chamar-se-ia determinístico. O nome estocástico refere-se justamente à incerteza inerente ao valor futuro de Y_t. Um processo, estocástico, portanto, envolve necessariamente a especificação de um termo de erro. Este termo apresenta propriedades bem específicas, como vemos a seguir.

Ruído Branco

O termo de erro representa, em um modelo de séries temporais, um papel similar ao do termo de erro em um modelo de regressão. Possui, inclusive, as mesmas propriedades daquele, como veremos em seguida. Ele aparece também nos modelos de decomposição apresentados no capítulo 1: trata-se da componente irregular (volte na aula 1 e veja que a notação coincide).

Na teoria de séries temporais, ε_t recebe o nome de ruído branco. A origem desta nomenclatura está na engenharia (ruídos em sistemas), e está relacionada ao fato de que o branco é a cor resultante de todas as demais, assim como o erro de um modelo é composto de todos os demais fatores que possam influenciar a variável dependente, no caso Y_t.

O ruído branco apresenta as seguintes propriedades:

$$E\varepsilon_t = 0, \forall t$$
$$V\varepsilon_t = \sigma^2, \forall t$$
$$Corr\varepsilon_i, \varepsilon_j = 0, \forall i \neq j\,.$$

Um caso particular importante é o ruído branco Gaussiano, definido como segue:

$$\varepsilon_t \overset{i.i.d.}{\quad} N0, \sigma^2, \forall t\,.$$

em que a sigla i.i.d. significa: Independentes e identicamente distribuídas.

É o ruído branco Gaussiano, às vezes também chamado de ruído estritamente branco, que será utilizado para representar o termo de erro nos modelos de séries temporais que estudaremos neste curso. Estes modelos ou processo estocásticos são chamados Gaussianos.

Estacionaridade

Um processo estocástico é dito estacionário (no sentido forte, estrito ou amplo) se suas características não se alteram com o tempo. De forma geral, esta condição é muito difícil de verificar, sendo comum adotar uma noção mais simples - ou fraca - de estacionariedade.

Um PE é dito estacionário no sentido fraco, fracamente estacionário, estacionário de 2a ordem, ou ainda, covariância-estacionário, se todas as três condições a seguir forem satisfeitas:

$$EY_t = \mu, \forall t = 1, 2, \ldots, T \text{(média constante)}$$
$$VY_t = \sigma^2, \forall t = 1, 2, \ldots, T \text{(variância constante)}$$
$$CovY_t, Y_{t-k} = \gamma_k \text{(Cov é função apenas de k!)} \forall t = 1, 2, \ldots, T$$

em que $E(Y_t)$ e $V(Y_t)$ são, respectivamente, o valor esperado e a variância de Y_t , e $Cov(Y_t,Y_{t-k})$ é a covariância de Y_t e Y_{t-k}.

Note que a covariância é constante no tempo, mas varia com k. Isto significa que $Cov(Y_3,Y_2)$ = $Cov(Y_2,Y_1)$ (ambas denotadas por Y_1) mas, por exemplo, $Cov(Y_3,Y1) \neq Cov(Y_2,Y_1)$.

Como veremos adiante, sob estacionariedade fraca, □$_k$ é chamada função de autocovariância de Yt (o nome possui a mesma justificativa do caso de um modelo autorregressivo: Representa basicamente a covariância da série com ela mesma, defasada).

Note que o ruído branco é, por definição, um processo estocástico estacionário.

A boa notícia é que, se um processo estocástico é Gaussiano (ou seja, apresenta em sua composição do ruído branco Gaussiano), é suficiente verificar as condições de estacionariedade fraca, uma vez que elas implicam também na estacionariedade forte.

De fato, a distribuição Normal é completamente caracterizada por valor esperado, variância e covariância, daí o fato de ambas as definições de estacionariedade coincidirem. Todos os processos estocásticos estudados ao longo deste curso serão Gaussianos, portanto a verificação das condições de estacionariedade fraca estipuladas anteriormente é suficiente.

A importância da estacionariedade é que, ao impor as restrições de que os parâmetros que definem o processo estocástico não variam ao longo do tempo, torna-se viável a tarefa de estimá-los a partir de uma única realização, que consiste em um conjunto de T observações.

Rigorosamente, a estacionariedade é uma condição apenas necessária para a ergodicidade de um processo. Porém, para os modelos deste curso, verificar a estacionariedade é suficiente.

Cabe ressaltar que processos não estacionários também podem ser utilizados para representar séries temporais (que tenham tendência, por exemplo), mas a série precisa passar por um “tratamento” antes da estimação. Este assunto será retomado mais adiante no curso.

Atenção! Aqui existe uma videoaula, acesso pelo conteúdo online

Passeio Aleatório (simples)

O processo estocástico mais simples, bastante importante, chama-se passeio aleatório, para o qual frequentemente se usa o termo original em inglês: *Random walk* (há vários anglicismos usuais na teoria de séries temporais).

O passeio aleatório simples é definido da seguinte forma:

$$y\_t = Y\_ \quad t - 1 \quad + \varepsilon\_t \, .$$

Note a semelhança com a equação do exemplo de processo estocástico , à exceção do coeficiente 0.8. Cabe ressaltar que esta simples modificação altera bastante as propriedades do processo estocástico, com implicações para a análise de séries temporais, como veremos mais adiante.

Saiba mais

O nome passeio aleatório vem do fato de que, se uma pessoa está em uma determinada posição no instante t-1, ela pode estar em qualquer posição no instante t, sendo esta nova posição definida pelo valor assumido pelo termo aleatório ε_t.

Para simplificar, pode-se pensar em ε_t como uma variável aleatória que assume três valores possíveis: -1, 0 e 1. Se ε_t= $lore$teríamos um passo para a (frente e para a) esquerda. Se ε_t= 1, teríamos um passo para a (frente e para a) direita. Se ε_t=0, a pessoa caminha para a frente, em linha reta.

Note, porém, que o fato do termo de erro apresentar uma distribuição Normal, a posição da pessoa após o próximo passo é dada pelo valor de uma variável aleatória contínua. Frequentemente, é feita uma analogia com o caminhar de um bêbado.

Vamos verificar se o "passeio aleatório simples é estacionário?

Solução:

$$Y_1 = Y_0 + \varepsilon_1 \text{(vamos supor } Y_0\text{=0)}$$
$$Y_2 = Y_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$
$$Y_3 = Y_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

A fórmula geral para um instante t genérico é:

$$Y_t = \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i,$$

Cujo valor esperado é:

$$EY_t = E\sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i = \sum_{i=1}^{t} E\varepsilon_i = 0,$$

uma vez que $E(\varepsilon_i)$=0, por definição.

Vemos, portanto, que a primeira condição de estacionariedade foi satisfeita (o valor esperado não depende de t). Dizemos que este processo é estacionário na média. Agora vamos calcular a variância, para verificar a segunda condição. Lembrando que os ε_i`s são descorrelacionados, por definição, temos que a variância de Y_t é dada por:

$$VY_t = V \qquad t\varphi_0 + \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i$$

$$= Vt\varphi_0 + V\sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i$$

$$= V\sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i = \sum_{i=1}^{t} V\varepsilon_i = t\sigma^2,$$

pois $V(\varepsilon_i)$=σ^2, por definição.

Atenção

A variância depende do tempo. Desta forma, concluímos que o passeio aleatório simples é não estacionário, pois a segunda condição foi violada.

A imagem a seguir apresenta o gráfico de um passeio aleatório sem constante.

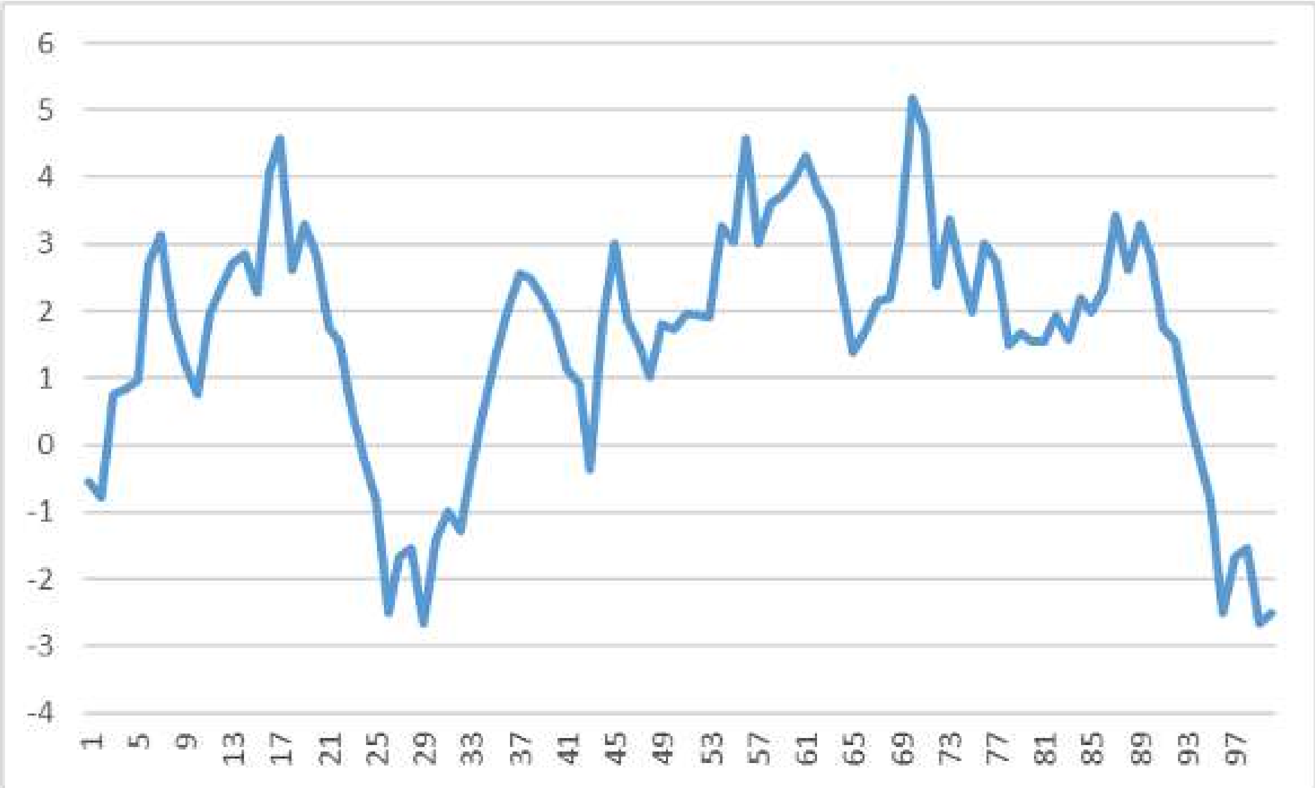


Gráfico de um passeio aleatório simples (sem constante) fonte: Autor

É possível notar que, embora se observe uma forte oscilação do processo, a longo prazo ele tende a flutuar em torno de zero, confirmando o comportamento ditado por seu valor esperado. Importante ressaltar que o conceito de valor esperado remete à média dos valores da série no longo prazo, ou seja, em um horizonte infinito.

Não significa que, se somarmos os valores da série ao longo de um período finito, o resultado seja exatamente zero (embora deva estar próximo deste valor, se o período considerado não for muito pequeno).

Passeio Aleatório com constante

O passeio aleatório com constante (*random walk plus drift*) é definido da seguinte forma:

$$Y_t = \phi + Y_{t-1} + \varepsilon_t .$$

Embora o papel da constante pareça similar ao do intercepto em um modelo de regressão linear, a presença da constante em um modelo de séries temporais é muito mais marcante. No caso do passeio aleatório, em particular, ela altera bastante as características do processo.

Agora, vamos verifiar se o passeio aleatório com constante é estacionário.

Solução:

$$Y_1 = \phi + \varepsilon_1 \text{(supondo } Y_0\text{=0)}$$
$$Y_2 = \phi + Y_1 + \varepsilon_2$$
$$= \phi + \phi + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$
$$= 2\phi + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$
$$Y_3 = \phi + Y_2 + \varepsilon_3$$
$$= 3\phi + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

A fórmula geral para um instante t genérico é:

$$Y_t = t\phi + \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i,$$

cujo valor esperado é:

$$Y_t = t\phi + E\sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i =$$

$$t\phi + \sum_{i=1}^{t} E\varepsilon_i = t\phi\,.$$

Assim, provamos que o passeio aleatório com constante é não estacionário, pois a primeira condição de estacionariedade foi violada (o valor esperado depende de t). Porém, vamos calcular também a variância. Novamente, usando que os ε_i\`s são descorrelacionados, por definição, temos que a variância de Y_t é dada por:

$$VY_t = Vt\phi + \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i$$

$$= Vt\phi + V\sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i$$

$$= V\sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i = \sum_{i=1}^{t} V\varepsilon_i = t\sigma^2\,.$$

Equação	$E(Y_t)$	$V(Y_t)$
Y_t=Y_{t-1}+ε_t	0	$t\sigma_2$
Y_t=φ + Y(t−1)+ε_t	tφ	$t\sigma_2$

Atenção! Para visualização completa da tabela utilize a rolagem horizontal

Propriedades do Passeio Aleatório (com e sem constante adicionada). Fonte: Autor

A figura a seguir apresenta o gráfico de um passeio aleatório com constante (negativa).

Gráfico de um passeio aleatório com constante φ = -0,2 Fonte: Autor

É possível observar que, como esperado, a presença de uma constante negativa faz com que a trajetória da série apresente uma tendência de queda, no longo prazo.

Um ponto importante a ser novamente ressaltado é a importância da constante adicionada, no caso, φ, em um modelo de séries temporais.

No exemplo do passeio aleatório, vimos que ela tem o poder de alterar uma propriedade do processo estocástico (tornando-o não estacionário na média). Esta lógica valerá também para os modelos de séries temporais mais complexos que estudaremos ao longo deste curso.

Modelo AR(1)

Voltando ao modelo do exemplo do processo estocástico, porém introduzindo uma constante φ geral (que no exemplo citado assumia o valor 0.8), temos:

Atenção! Aqui existe uma videoaula, acesso pelo conteúdo online

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

Saiba mais

Já vimos que este modelo é chamado autorregressivo. Também é dito ser de ordem 1, ou seja, é um modelo autorregressivo de ordem 1, ou, como é comum denotá-lo: AR(1).

É possível ampliar este modelo para considerar mais defasagens de Y_t, ou seja, ampliar a sua ordem. A constante φ é um parâmetro do processo. Mais adiante veremos como estimar este e outros parâmetros de modelos de séries temporais. Por ora, vamos focar na verificação da estacionariedade deste modelo.

Um modelo AR(1) é estacionário se o coeficiente φ for, em módulo, menor do que 1. Veja uma demonstração a seguir.

Vamos seguir a mesma linha do que foi feito com o passeio aleatório.

Em t=1, temos:

$$Y_1 = \varepsilon_1 \text{(supondo } Y_0\text{=0)}$$
$$Y_2 = \phi Y_1 + \varepsilon_2 = \phi\varepsilon_1 + \varepsilon_2$$
$$Y_3 = \phi Y_2 + \varepsilon_3 = \phi^2\varepsilon_1 + \phi\varepsilon_2 + \varepsilon_3$$
$$Y_4 = \phi Y_3 + \varepsilon_4 = \phi^3\varepsilon_1 + \phi^2\varepsilon_2 + \phi\varepsilon_3 + \varepsilon_4$$

A fórmula geral para um instante t genérico é:

$$Y_t = \sum_{i=0}^{t-1} \phi^i \varepsilon_{t-1},$$

Cujo valor esperado é:

$$EY_t = E\sum_{i=0}^{t-1} \phi^i \varepsilon_{t-1} = \sum_{i=0}^{t-1} \phi^i E\varepsilon_{t-1} = 0,$$

uma vez que $E(\varepsilon_i)$=0, por definição.

A variância de Y_t é (os ε_i`s são descorrelacionados):

$$VY_t = V\sum_{i=0}^{t-1} \phi^i \varepsilon_{t-1}$$

$$= \sum_{i=0}^{t-1} \phi^{2i} V\varepsilon_{t-1}$$

$$\sum_{i=0}^{t-1} \phi^{2i}\sigma^2 = \sigma^2 \sum_{i=0}^{t-1} \phi^{2i}.$$

Agora note que os termos no interior do somatório definem uma progressão geométrica: φ^0, φ^2,φ^3,φ^4, ..., até $\varphi^{2(t-1)}$, ou seja, com primeiro termo 1 (pois $\varphi^0 = 1$) e razão φ^2).

Lembrando agora que o somatório dos termos de uma progressão geométrica finita com t termos, sendo o primeiro termo igual a a_1 e a razão igual a q, é dado por:

$$S_t = \frac{a_1 1 - q^t}{1 - q}$$

E notando que, no caso em questão, $a_1 = 1$ e $q = \phi^2$, temos:

$$\sum_{i=0}^{t-1} \phi^{2i} = \frac{1 - \phi^{2t}}{1 - \phi^2}$$

E assim:

$$VY_t = \sigma^2 \sum_{i=0}^{t-1} \phi^{2i} = \frac{1 - \phi^{2t}}{1 - \phi^2}\sigma^2 .$$

Desta forma, temos que a variância depende de t. Note no entanto que, se t tende ao infinito (considera-se t infinito para análise de estacionariedade), o resultado acima é constante desde que $\phi < 1$, caso em que o termo ϕ^{2t} aproxima-se de zero. Neste caso:

$$VY_t = \frac{\sigma^2}{1 - \phi^2},$$

que não depende de t. Desta forma, o modelo AR(1) é estacionário se e somente se $\phi < 1$, confirmando que esta é a condição de estacionariedade deste modelo.

Assim como o passeio aleatório, o modelo AR(1) também pode conter uma constante adicionada. Neste caso, esta constante é denotada por ϕ_0 e a constante ϕ do exemplo anterior passa a ser denotada por ϕ_1. Temos assim:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

Temos agora dois parâmetros no modelo, os quais, mais adiante, aprenderemos a estimar.

Para exemplificar, vamos verificar se a constante ϕ_0 afeta as condições de estacionariedade do modelo AR(1) e, em caso positivo, de que forma.

Reproduzindo o desenvolvimento feito para o modelo sem constante, chegamos a:

$$Y_t = \phi_0 \sum_{i=0}^{t-1} \phi_1^i + \sum_{i=0}^{t-1} \phi_1^i \varepsilon_{t-1},$$

A diferença em relação ao caso anterior é apenas o primeiro termo, que se trata de uma constante, e não de uma variável aleatória. Desta forma, sua variância é zero, de tal forma que a expressão da variância permanece a mesma. Seu valor esperado, no entanto, é igual a ele mesmo $\phi_0 \sum_{i=0}^{t-1} \phi_1^i$ e assim:

$$EY_t = \phi_0 \sum_{i=0}^{t-1} \phi_1^i$$

Quanto ao somatório, podemos aplicar a fórmula da soma da progressão geométrica:

$$\sum_{i=0}^{t-1} \phi_1^i = \frac{1-\phi_1^t}{1-\phi_1}.$$

Aplicando à expressão obtida para o valor esperado:

$$EYt = \phi_0 \sum_{i=0}^{t-1} \phi_1^i = \phi_0 \frac{1-\phi_1^t}{1-\phi_1}.$$

Novamente, se $\phi_1 < 1$, ϕ_1^t tende a zero quanto t tende a infinito, e, neste caso:

$$EY_t = \frac{\phi_0}{1-\phi_1},$$

que não depende de t. Temos assim que a condição de estacionariedade do modelo AR(1) permanece a mesma quando introduzimos a constante ϕ_0, ou seja: $\phi_1 < 1$

Cabe observar que, em um modelo AR(1) estacionário, o valor esperado do modelo não é mais igual a zero, mas sim depende dos parâmetros do modelo. Assim, ao especificar um modelo AR(1) para uma série cuja média ao longo do tempo seja diferente de zero (o que corresponde à grande maioria dos casos), a ϕ_0 deve estar presente.

Em resumo, as propriedades do modelo AR(1) estão resumidas na tabela a seguir.

Equação	$E(Y_t)$	$V(Y_t)$
$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$	0	$V(Y_t) = \frac{\sigma^2}{1-\phi^2}$
$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$	$\frac{\phi_0}{1-\phi_1}$	$V(Y_t) = \frac{\sigma^2}{1-\phi^2}$

Propriedades do Modelo AR(1) (com e sem constante adicionada). Fonte: Autor

Veja o gráfico de um modelo AR(1) com parâmetros ϕ_0 = 4.5 e ϕ = 0.1.

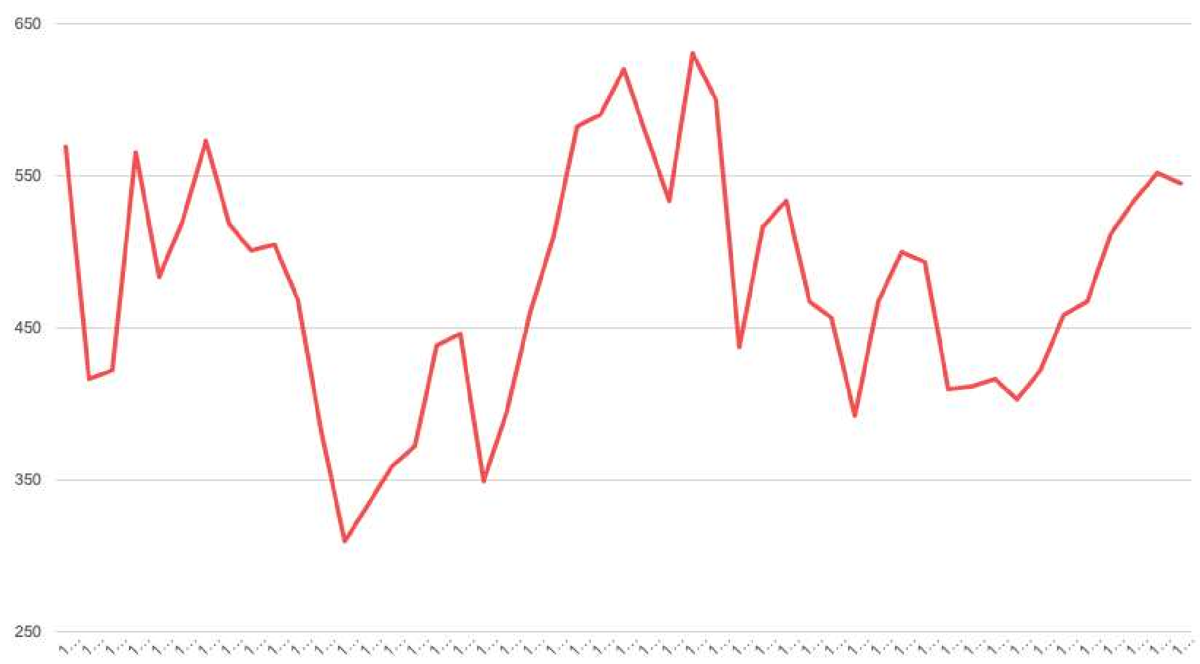


Gráfico de um AR(1) com parâmetros. Fonte: Autor

Note que, neste caso, o valor esperado do modelo é dado por:

$$EY_t = \frac{\phi_0}{1-\phi_1} = \frac{4.5}{1-0.1} = \frac{4.5}{0.9} = 5.$$

De fato, é possível notar que a trajetória da série gerada oscila em torno do valor 5.

As condições de estacionariedade para modelos mais complexos envolvem o conceito de operador de defasagem e equação característica, e serão exploradas na aula 4, quando também serão apresentados modelos mais complexos e outras propriedades.

Atividades

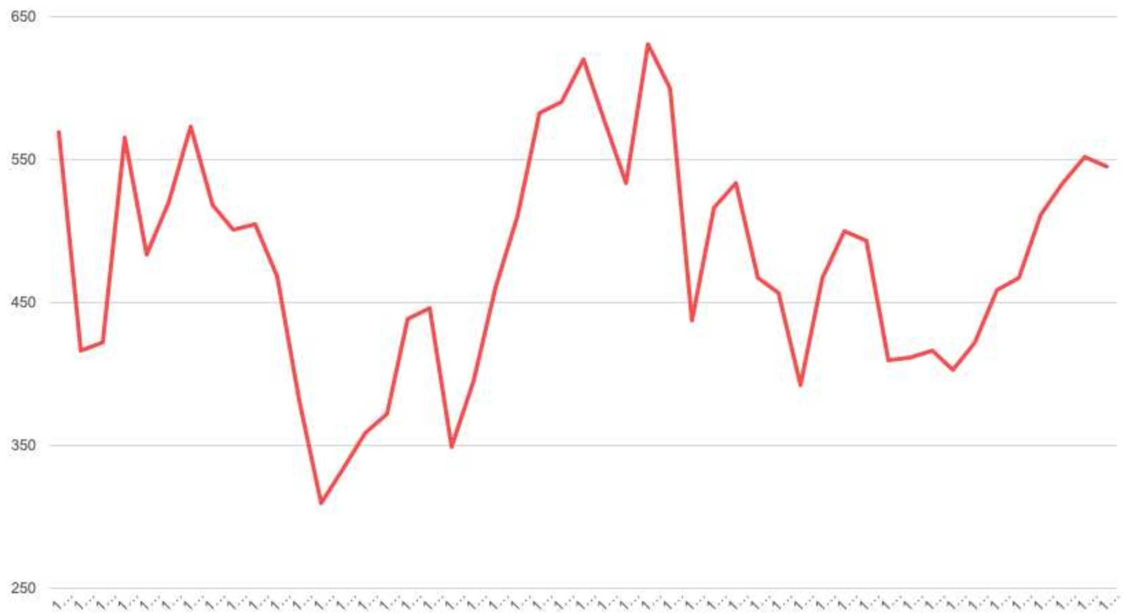
1. Qual das seguintes características de um processo estocástico, supostamente gerador de uma série temporal, é incompatível com a propriedade de estacionariedade?

a) $E(Y_t) \neq 0$
b) $V(Y\_t)$=500
c) Cov(Y_t,$Y(_{t1})$)$\neq$ Cov(Y_t,Y_{t-2}))
d) Cov(Y_t,$Y(_{t-1})$)$\neq$ Cov($Y(_{t-1}$,Y_{t-2})
e) Cov(Y_{t-1},Y_{t-3}) = Cov $Y(_{t-2}$,Y_{t-3})

2. O valor esperado do modelo Y_t=2 + Y_{t-1})+$\varepsilon_{t,}$ em que $\varepsilon_t \overset{i.i.d.}{\sim}$ N (0,1), $\forall t$, é:

a) 0
b) 1
c) 2
d) 2t
e) 2 + Y_{t-1}

3. A seguir temos a série anual da produção de carvão betuminoso nos Estados Unidos entre os anos 1920 e 1968.



Qual dos seguintes modelos seria um candidato a representar esta série?

a) passeio aleatório simples
b) passeio aleatório com constante
c) AR(1) estacionário sem constante
d) AR(1) estacionário com constante
e) Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit.

Notas

Título modal [1]

Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos.

Título modal [1]

Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos.

Referências

BROCKWELL. P.J.; DAVIS, R.A. **Time Series, Theory and Methods**, 2nd ed., Springer, 2009.

CAMPBELL, M.J.; WALKER, A.M. **A Survey of Statistical Work on the Mackenzie River Series of Annual Canadian Lynx Trappings for the Years 1821-1934 and a New Analysis. Journal of the Royal Statistical Society**. Series A (General), v. 140, n. 4, p.411–431, 28 ago. 1977.

HARVEY, A.C. Forecasting, **Structural Time Series Models and the Kalman Filter**. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

MAKRIDAKIS, S.; WHEELWRIGHT, S.C.; HYNDMAN, R.J. **Forecasting: methods and applications.** New York: John Wiley & Sons, 1998.

MORETTIN, P.A.; TOLOI, C. M.C. **Análise de Séries Temporais**. São Paulo: Edgard Blucher, 2004.

Próxima aula

- Classe dos modelos ARMA de Box & Jenkins.

Explore mais

- Leia o texto Probabilidade e Processos Estocásticos, disponível em: http://euler.mat.ufrgs.br/~giacomo/Disciplinas/Disciplinas/Mat2252/Outras-Apostilas/Apostila-Processos-Estocasticos%20Ynoguti.pdf.