Séries temporais

Aula 2: Métodos para a previsão de uma série temporal

Apresentação

Apresentaremos os conceitos envolvendo a previsão de uma série temporal, e os principais métodos usados para esta finalidade: Método ingênuo, de médias móveis do amortecimento exponencial e suas variantes.

Em seguida, definiremos as principais métricas para avaliar a qualidade das previsões, abordando um procedimento para a sua validação.

Objetivos

- Examinar os principais conceitos relacionados à previsão de séries temporais;
- Aplicar os métodos usuais para obter a previsão dos valores futuros de uma série;
- Avaliar comparativamente um conjunto de previsões para conduzir sua validação.

Conceitos Básicos em Previsão

Um método de previsão é uma fórmula usada para realizar uma previsão a partir das observações anteriores; muitas vezes chamada de função de previsão, embora este conceito também se aplique quando utilizamos um modelo de previsão, como veremos mais adiante.

A origem da previsão é o instante a partir do qual ela é feita (ou seja, são consideradas as observações até aquele instante). O horizonte é o quanto à frente queremos prever.

Exemplo

Se quisermos efetuar previsões de uma série mensal para até um ano adiante, o horizonte de previsão é de 12 meses

Cabe ressaltar que, se a origem está no instante t, estamos interessados em obter previsões não apenas para t+12, mas para t+1, t+2, ... até t+12. De forma geral, a previsão no instante t (origem) para k passos à frente é denotada por: $\hat{Y}_{(t+k|t)}$. Se o horizonte de previsão é h, isto significa que queremos previsões para t+k; k = 1, 2, ..., 12.

Existem duas abordagens para conduzir previsões de uma série temporal: Por meio de métodos ou baseando-se em modelos. Nesta aula, ficaremos restritos aos métodos de previsão, que nada mais são do que funções de previsão definidas *ad hoc* (ou seja, arbitrariamente). Isto será feito sempre com alguma lógica, é claro, mas sem fundamentação estatística subjacente.

Existem duas abordagens para conduzir previsões de uma série temporal: Por meio de métodos ou baseando-se em modelos. Nesta aula, ficaremos restritos aos métodos de previsão, que nada mais são do que funções de previsão definidas *ad hoc* (ou seja, arbitrariamente). Isto será feito sempre com alguma lógica, é claro, mas sem fundamentação estatística subjacente.

Método Ingênuo

Consiste em utilizar como previsão o valor da última observação:

Atenção! Aqui existe uma videoaula, acesso pelo conteúdo online

$$\hat{Y}_{t+1|t} = Y_t$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Comentário

A principal crítica ao método ingênuo é que ele só utiliza a informação da última observação. Ainda assim, é considerado uma boa estratégia para previsão em algumas aplicações, como previsão de preços no mercado financeiro.

Método da Média Móvel

Consiste em utilizar como previsão a média simples das L observações mais recentes:

$$\hat{Y}_{t+1|t} = \frac{Y_t + Y_{t-1} + ... + Y_{t-(L-1)}}{L}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

L é denominado tamanho da janela. A média é chamada “móvel” porque, à medida que novas observações se tornam disponíveis, mudando a origem da previsão, a função de previsão se “desloca” para a direita, retirando a última observação da média anterior e incluindo a nova.

Comentário

A principal crítica ao método da média móvel é que ele atribui pesos iguais às observações na janela, e zera bruscamente o peso das (T-L) mais antigas. É intuitivamente mais razoável atribuir maior importância a informações mais recentes.

Para contornar esse problema, surge o método do amortecimento exponencial.

Método do Amortecimento Exponencial

É o mais popular dentre os métodos de previsão. Sua aplicação consiste em conduzir previsões com base na seguinte fórmula:

Atenção! Aqui existe uma videoaula, acesso pelo conteúdo online

$$\hat{Y}_{t+1 \mid t} = \alpha Y_t + (11\alpha)\hat{Y}_{t \mid t-1}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Saiba mais

Um problema prático com a implementação do método é sua inicialização, ou seja, a determinação de $\hat{Y}_{t \mid t-1}$ quando t =1. Isto porque em t = 0 não há observações, o que torna $\hat{Y}_{1 \mid 0}$.

Convencionou-se, na literatura, considerar $\hat{Y}_{1 \mid 0} = Y_1$, ou seja, que a previsão para o instante t = 1 seja igual à primeira observação da série. Note que esta hipótese corresponde a considerar que a previsão para t = 2, na origem t = 1, seja também igual a Y_1:

$$\hat{Y}_{t+1 \mid t} = \alpha Y_t + \alpha(1-\alpha)Y_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 Y_{t-2} + \ldots$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Uma questão interessante é o motivo do nome do método. Por que se chama amortecimento exponencial? A explicação é a seguinte: É possível escrever a função de previsão do amortecimento exponencial a partir de uma soma ponderada das observações passadas. E os pesos desta soma ponderada são exponencialmente decrescentes, como abaixo.

$$\hat{Y}_{t+1|t} = \alpha Y_t + \alpha\left(1-\alpha\right)Y_{t-1} + \alpha\left(1-\alpha\right)^2 Y_{t-2} + \ldots$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Demonstração:

Primeiramente, vamos relembrar a fórmula que expressa $\hat{Y}_{t+1|t}$ como função de $\hat{Y}_{t|t-1}$:

$$Y \ \hat{}\_\left(t+1 \mid t\right) = \alpha Y\_t + \left(11\alpha\right) Y \ \hat{}\_\left(t \mid t-1\right) \qquad (1)$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Em seguida, vamos reescrever a fórmula para $\hat{Y}_{t|t-1}$ (que fica em função de $\hat{Y}_{t-1|t-2}$):

$$\hat{Y}_{(t \mid t-1)} = \alpha Y_{(t-1)} + (11\alpha) \hat{Y}_{(t-1 \mid t-2)}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Substituindo a fórmula (2) na fórmula (1), tem-se:

$$\hat{Y}_{(t+1 \mid t)} = \alpha Y_t + (1-\alpha)\left[\alpha Y_{(t-1)} + (1-\alpha) \hat{Y}_{(t-1 \mid t-2}\right.$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Ou, ainda:

$$\hat{Y}_{(t+1 \mid t)} = \alpha Y_t + \alpha(1-\alpha)\ Y_{(t-1)} + (1-\alpha)^2\ \hat{Y}_{(t-1}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Reescreva agora a fórmula (1) para $\hat{Y}_{t-1 \mid t-2}$ (que fica em função de $\hat{Y}_{t-2 \mid t-3}$):

$$\hat{Y}_{(t-1 \mid t-2)} = \alpha Y_{(t-1)} + (11\alpha)\hat{Y}_{(t-2 \mid t-3)} \qquad (4)$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Substituindo (4) em (3):

$$Y\ \hat{}\_(t+1|t) = \alpha Y\_t + \alpha(1-\alpha)\ Y\_(t-1) + [\![\alpha(1-\alpha)]\!]\hat{}2\ Y\_(t-$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Continuando o processo, os próximos termos a aparecer na fórmula acima serão, respectivamente, $\alpha 1 - \alpha)^3 Y_{t-3}$, $\alpha 1 - \alpha^4 Y_{t-4}$, e assim chegaremos à formula desejada.

Como uma última observação, cabem três pontos sobre terminologia:

O termo "amortecimento" é na verdade uma tradução do original em inglês *smoothing* (*exponential smoothing*). No Brasil, dependendo da referência, adotam-se também os termos alisamento exponencial e suavização exponencial, com o mesmo significado.

Embora α seja definido como a constante de amortecimento, a estrutura de decaimento dos pesos com a idade das observações não se dá à taxa α, e sim $(1\ \alpha)$, como pode ser visto diretamente da forma demonstrada anteriormente. De qualquer forma, quanto maior o valor de α, mais rápido se dá o decaimento ou amortecimento.

Rigorosamente, a alcunha "exponencial" não é adequada. Isto porque a estrutura de decaimento dos pesos, de acordo com a idade das observações, não é representada pela função exponencial. Na verdade, verifica-se facilmente que esses pesos formam uma série geométrica com razão $(1c\alpha)$. Até porque uma série temporal é um conjunto discreto de observações, e a função exponencial é, por definição, contínua.

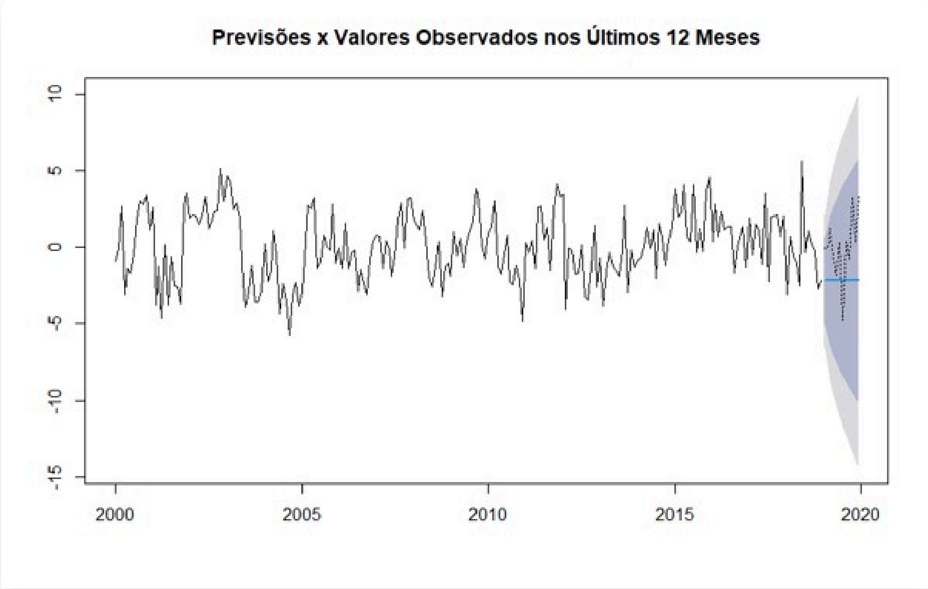
Código no R para Amortecimento Exponencial (com constante de amortecimento = 0,8):

```
lines(validacao,lty=3)plot(fit,main

= "Previsões x Valores Observados nos Últimos 12 Meses")# plota as previsões com intervalos de confiança de 80%
e 95%.fit

<- ses(treino, h = 12, alpha

= 0.8) # aplica o método para obter previsões para até 12 passos à frente (horizonte), α = 0.8.validacao

<- window(serie, start=c(2019, 1)) treino <- window(serie, end

=c(2018, 12)) # definindo os períodos de treino e validação:serie <- ts(dados, start=c(2000, 1), end

=c(2019,12), frequency=12)dados

<- read.table("clipboard") # dê control

+c no Excel para copiar a série para a área de transferência (clipboard)# trabalhei com a série da figura 1.3 da
aula 1 (serie1.txt).library(forecast) # carrega a biblioteca de previsão do R.
```

O resultado foi o seguinte:

Note que o método não se sai tão bem no horizonte de 12 meses, ilustrando o fato de que ele é adequado para previsões de curtíssimo prazo (1 passo à frente). À medida que evoluamos no estudo, veremos métodos adequados para conduzir previsões para horizontes mais longos.

Em relação à determinação da constante de amortecimento, este ponto será retomado mais adiante, ainda nesta aula.



Fonte: Autor

Previsões para k Passos à Frente (k>1)

Clique no botão acima.

Previsões para k Passos à Frente (k>1)

Em geral, como já foi dito, estamos interessados não apenas em uma previsão específica, mas sim em um conjunto de previsões para um determinado horizonte h: t+1, t+2, ..., t+h.

Como fazer previsões para mais de um passo à frente?

Para a previsão 2 passos à frente, basta que se utilize a previsão 1 passo à frente no lugar de y_{t+1}, e em seguida aplicar a fórmula da previsão para t+2, como se a origem fosse em t+1.

Para a previsão 3 passos à frente, utiliza-se as previsões 1 e 2 passos à frente no lugar de y_{t+1} e y_{t+2}, respectivamente, e aplica-se a fórmula da previsão para t+3, como se a origem fosse em t+2. E assim por diante, até o limite do horizonte de previsão desejado.

É interessante observar que tanto o método ingênuo quanto o do amortecimento exponencial sempre fornecem previsões constantes, qualquer que seja k, ou seja: $\hat{Y}_{t+1|t} = \hat{Y}_{t+2|t} = \hat{Y}_{t+3|t} \ldots$

Validação de Previsões

Uma questão importante a ser respondida é: Qual método forneceu as melhores previsões?

A resposta imediata é: Aquele que tiver errado menos em relação aos valores observados. Isto leva à necessidade de definir um conceito adicional: O de erro de previsão.

Erro de Previsão

Define-se o erro de previsão k passos à frente da seguinte forma:

Atenção! Aqui existe uma videoaula, acesso pelo conteúdo online

$$e_{(t+k \mid t)} = \hat{Y}_{(t+k \mid t)} - Y_{(t+k)}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

em que $\hat{Y}_{t+k \mid t}$ é a previsão para o instante t+k a partir da origem t (ou seja, a previsão k passos à frente) e Y_{t+k} é o valor efetivamente observado no instante t+k.

Comentário

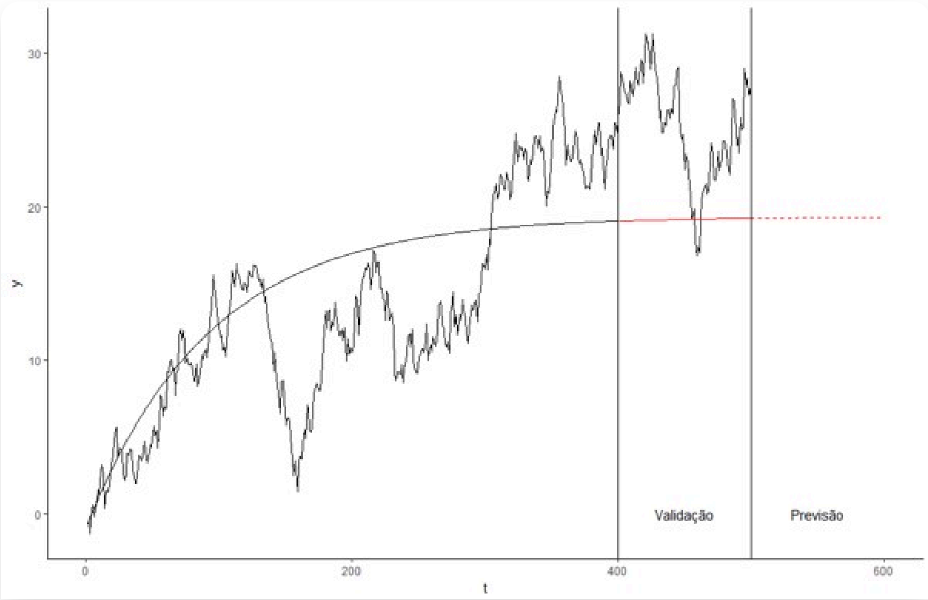
O problema é que não conhecemos as observações para o instante t+k, uma vez que só dispomos de observações até o instante t. Daí a necessidade de separar algumas observações da série para validação das previsões efetuadas. A próxima subseção apresenta este conceito.

Período de Validação (*Ex-Post*)

Para verificar a qualidade das previsões efetuadas, e assim validar o método adotado para que seja utilizado para previsões futuras (ou *ex-ante*), o procedimento recomendado é separar um pedaço do final da amostra, chamado de período de validação (ou *ex-post*), e calcular os erros de previsão para este período. Se estes erros não forem muito grandes, valida-se as previsões.

A validação reduz a possibilidade de "surpresas" ao extrapolar um modelo para um horizonte futuro desconhecido. Veja na figura a seguir.

Ilustração do Período de Validação, Evitando Surpresas nas Previsões *Ex-Ante*.



Fonte: Autor

Atenção

O período de validação não pode ter sobreposição com o de treinamento (parte da série para a qual o método foi aplicado). Em particular, é um erro grave usar toda a série para validação!

Como comparar a qualidade das previsões a partir dos erros calculados?

Note que, se compararmos os modelos a partir da média dos erros de previsão, caímos no problema de que erros positivos e negativos se compensam. Em particular, no exercício 2.5, o método ingênuo apresentaria média zero, mesmo tendo levado a erro tanto em t = 5 quanto em t = 6.

Faz-se importante, desta forma, definir medidas de qualidade ou de acurácia das previsões.

Medidas de Acurácia das Previsões

As medidas mais comuns da acurácia de um conjunto de previsões são: a raiz do erro quadrático médio de previsão, ou RMSE, definida pela seguinte fórmula:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{h} e_{t+k \mid t}^{2}}{h}}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

em que h é o horizonte de previsão;

o erro médio absoluto de previsão, ou MAE, definido pela seguinte fórmula:

$$MAE = \frac{\sum_{k=1}^{h} e_{t+k \mid t}}{h};$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

e o erro médio absoluto percentual de previsão, ou MAPE, definido pela seguinte fórmula:

$$MAPE = \sum_{k=1}^{h} \frac{e_{t+k\,|\,tt}}{Y_{t+k}} * 100\,\% \;/\; h \cdot$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Enquanto as duas primeiras permitem apenas uma comparação entre os métodos, a última permite verificar objetivamente se o "percentual médio" do erro de previsão é baixo ou alto.

Determinando os Parâmetros dos Métodos

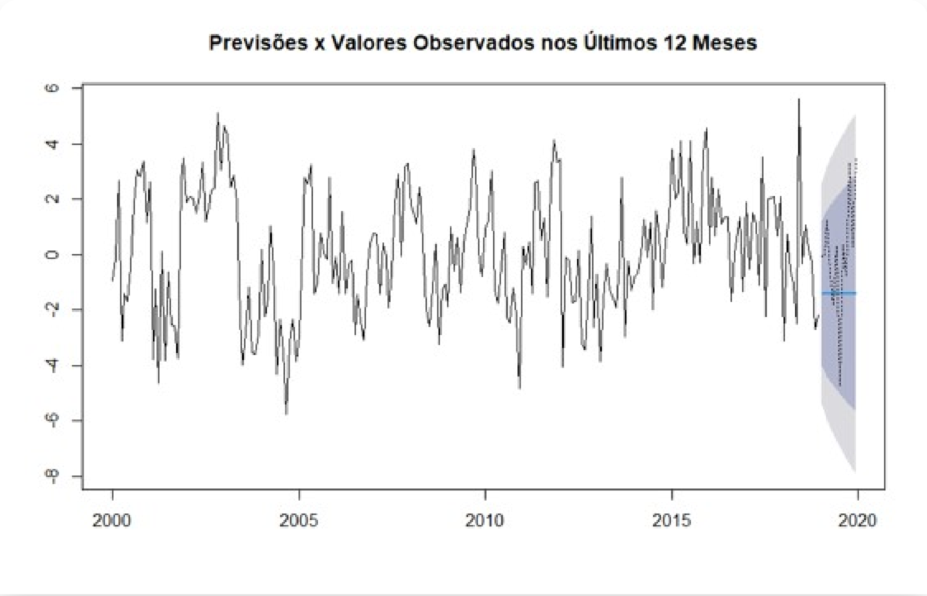
Parâmetros como o tamanho da janela L (no método da média móvel) ou o valor de α (no método de amortecimento exponencial) podem ser determinados a partir de critérios baseados nas medidas de acurácia, sendo neste caso recomendável considerar a série inteira para o cálculo das medidas.

A medida mais usual para esta aplicação é o RMSE. A seguir é apresentado o código da programação no R para determinar o alpha, no caso do amortecimento exponencial.

Código no R para Amortecimento Exponencial (incluindo a determinação do α):

```
fit <- ses(treino, h=12) # sem impor o valor de alpha.

# exibe a constante de amortecimento estimada, as previsões, RMSE, MAE, MAPE, etc.
summary(fit)
# a série é a mesma do exemplo anterior:
alpha = 0.3882 # note que é bem diferente do valor suposto na seção 2.3, que era 0.8.

# plota as previsões com intervalos de confiança de 80% e 95%.
plot(fit,main= \"Previsões x Valores Observados nos Últimos 12 Meses\")
lines(validacao,lty=3)
```

O resultado foi o seguinte:



Fonte: autor

Embora o método seja inadequado para previsões de longo prazo, pode-se notar que o conjunto de previsões melhorou, aproximando-se da média da série no período *ex-post*.

A que você atribui esta melhora no resultado?

Previsão de Séries com Tendência: Método de Holt

O método do amortecimento exponencial costuma ser adequado para séries sem tendência e sazonalidade. No entanto, quando estas componentes estão presentes, o método pode ser adaptado. Nestes casos, a série é decomposta em suas componentes, e, além de uma equação de amortecimento para o nível, há outras para tendência e - se for o caso - para sazonalidade.

A equação de previsão do método de Holt para previsão k passos à frente é a seguinte:

$$\hat{Y}_{t+k\,|\,t} = l_t + kb_t$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

em que l_t representa o nível da série, que respeita a seguinte equação:

$$l_t = \alpha Y_t + \left(1 - \alpha\right)\left(l_{t-1} + b_{t-1}\right)$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

e e b_t é a inclinação, que segue a seguinte equação:

$$b_t = \beta l_t - l_{t-1} + 1 - \beta b_{t-1}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Note que há agora duas constantes de amortecimento: α para o nível, e β, para a inclinação sendo 0<α<1 e 0<β<1.

As previsões geradas pelo método de Holt exibem uma tendência constante (aumentando ou diminuindo) indefinidamente no futuro. Para detalhes, ver Hyndman e Athanasopoulos (2018).

Código no R para Método de Holt (incluindo a determinação dos parâmetros):

```
# exibe as constantes de amortecimento estimadas e as previsões correspondentes.summary(fit) # aplica o método de Holt pra obter previsões para até 7 passos à frente (horizonte).fit <- holt(treino, h=7) validacao <- window(serie, start=c(2020, 1)) treino <- window(serie, end=c(2019, 12)) # definindo os períodos de treino e validação:serie <- ts(dados, start=c(1999, 12), end=c(2020,7), frequency=12)dados <- read.table(\"clipboard\")# dê control+c no Excel para copiar a série para a área de transferência (clipboard)library(forecast)
```

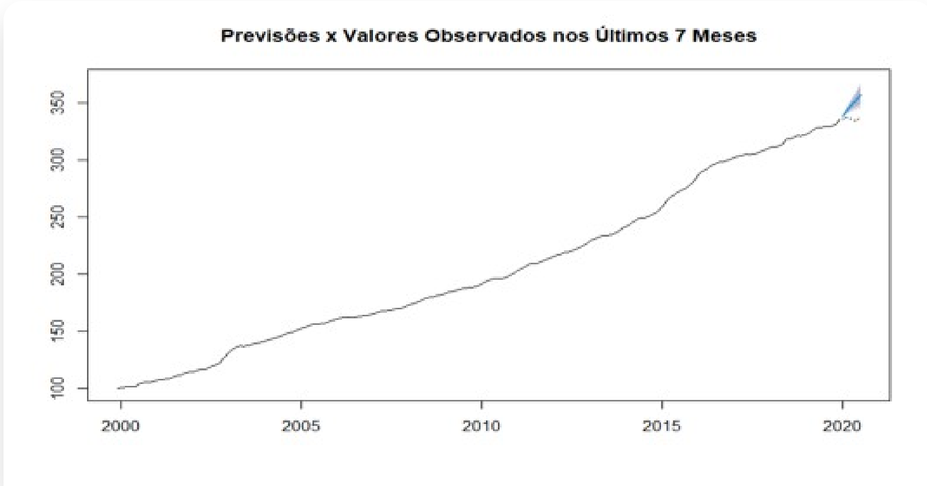
Os resultados foram os seguintes:

```
Smoothing parameters: # constantes de amortecimento estimadas.

alpha = 0.9999 # constante de amortecimento do nível

beta = 0.7231 # constante de amortecimento da inclinação
```

```
# plota as previsões com intervalos de confiança de 80% e 95%.

plot(fit,main= \"Previsões x Valores Observados nos Últimos 7 Meses\")

lines(validacao,lty=3)
```

As previsões fornecidas pelo método são apresentadas a seguir:

O método erra feio, pois não contava com a brusca desaceleração da inflação (COVID).



Fonte: autor

Previsão de Séries com Tendência e Sazonalidade: Método de Holt-Winters

Holt e Winters (1960) estenderam o método de Holt para incorporar a componente de sazonalidade. O método de Holt-Winters compreende a equação de previsão e três equações de suavização – uma para o nível l_t, uma para a inclinação b_t,e uma para a sazonalidade com os parâmetros correspondentes α, βe

As equações do método de Holt-Winters para previsão k passos à frente são as seguintes:

A equação de previsão do método de Holt é a seguinte:

$$\hat{Y}_{t+k|t} = l_t + kb_t + s_{t+k-s(i+1)}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

em que i é a parte inteira de $\frac{k-1}{s}$ e l_t representa o nível da série, que respeita a equação:

$$l\_t = \alpha (Y\_t - s\_(t - s)) + (1 - \alpha) (l\_(t - 1) + b\_(t - 1))$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

A equação de nível mostra uma média ponderada entre as observações com ajuste sazonal $Y_t - s_{t-s}$ e a previsão não sazonal l_t - 1 + b_t - 1 para o instante t.

b_t é a inclinação, que segue a seguinte equação (idêntica à do método de Holt):

$$b\_t = \beta (l\_t - l\_(t - 1)) + (1 - \beta) b\_(t - 1)$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Finalmente, s_t é a sazonalidade, cuja equação é:

$$s\_t = \gamma (Y\_t - l\_(t - 1) - b\_(t - 1)) + (1 - \gamma) s\_(t - s)$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

A equação sazonal mostra uma média ponderada entre a componente sazonal no instante t, $Y_t - l_{t-1} - b_{t-1}$ e em t-s (no caso de uma série mensal, é o mesmo mês do ano anterior).

Dica

Note que há agora três constantes de amortecimento: α para o nível, β, para a inclinação e γ, para a sazonalidade, sendo $0 < \alpha < 1 \quad , \quad 0 < \beta < 1 \quad e \quad 0 < \gamma < 1$.

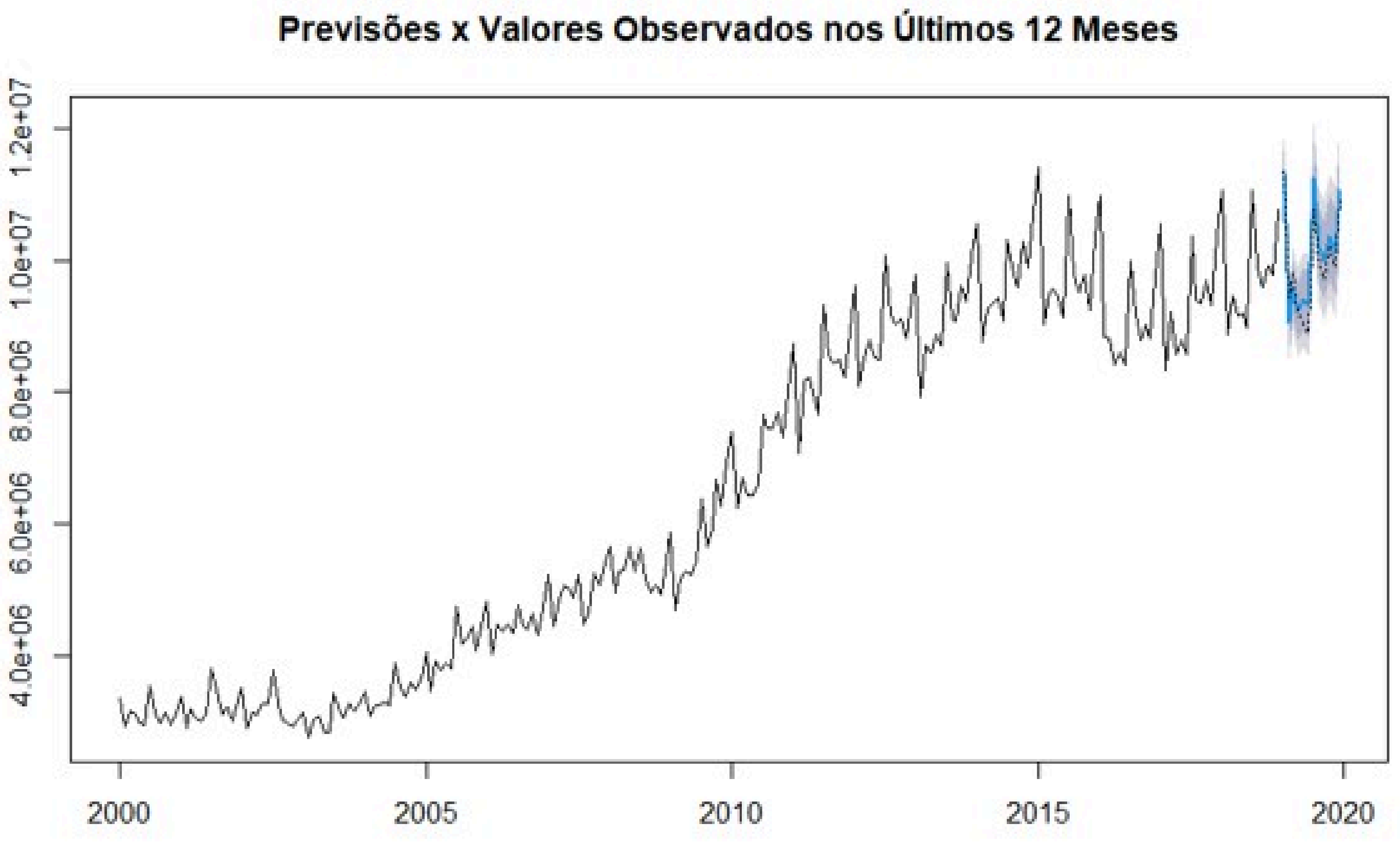
Código no R para Método de Holt-Winters (incluindo a determinação dos parâmetros):

```
library(forecast)

# dê control+c no Excel para copiar a série para a área de transferência (clipboard)

dados <- read.table(\"clipboard\")
serie <- ts(dados, start=c(2000, 1), end=c(2019,12), frequency=12)

# definindo os períodos de treino e validação:
treino <- window(serie, end=c(2018, 12))
validacao <- window(serie, start=c(2019, 1))

fit <- hw(treino, h=12)
# aplica o método de Holt-Winters pra obter previsões até 12 passos à frente.

summary(fit)
# exibe as constantes de amortecimento estimadas e as previsões correspondentes.
```

Os resultados foram os seguintes:

```
Smoothing parameters: # constantes de amortecimento estimadas.
  alpha = 0.497 # constante de amortecimento do nível
  beta = 0.007 # constante de amortecimento da inclinação
 gama = 0.433 # constante de amortecimento da sazonalidade

# plota as previsões com intervalos de confiança de 80% e 95%.
plot(fit,main= "Previsões x Valores Observados nos Últimos 12 Meses")
lines(validacao,lty=3)
```

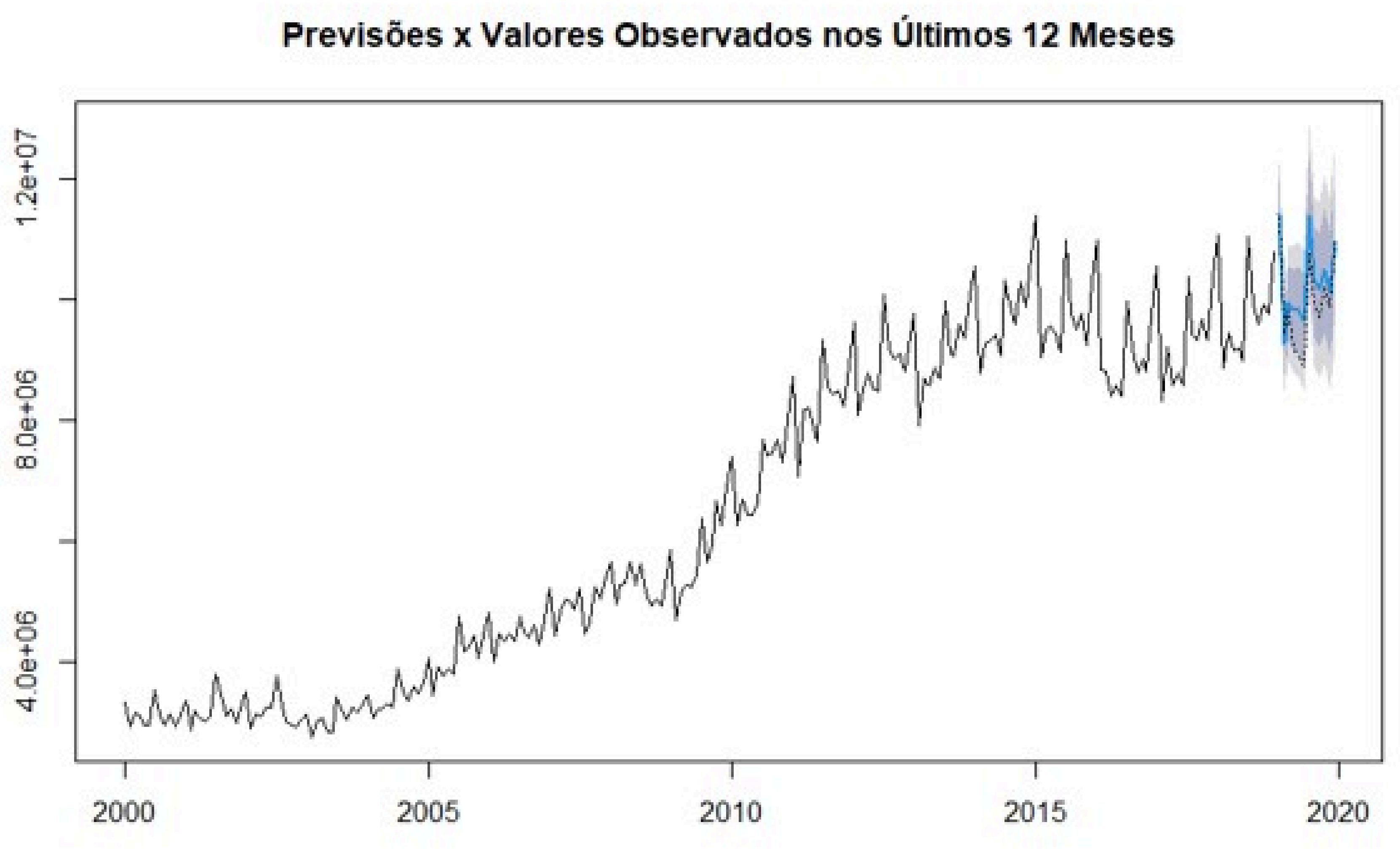
O resultado foi o seguinte:



Fonte: Autor

A versão do método de Holt-Winters apresentada aqui trabalha com a decomposição aditiva da série. Há uma versão multiplicativa, possível de ser implementada no R acrescentando o parâmetro "seasonal" à função hw, da seguinte forma:

```
fit <- hw(treino, h=12, seasonal = "multiplicative")
```



fonte: Autor

Para se ter uma base de comparação, o MAPE - esta informação é fornecida pelo comando summary(fit) -, que é de 3.27 para o conjunto de previsões obtido via método aditivo, cai para 2.67 na versão multiplicativa. De fato, já havíamos constatado na aula 1 que a decomposição adequada para esta série é a multiplicativa, uma vez que a amplitude sazonal varia no tempo.

Se o interesse for apenas em prever séries sazonais, e não em remover a sazonalidade, a metodologia SARIMA, a ser apresentada na aula 10, é possivelmente a mais eficaz na literatura de séries temporais. Há inclusive uma analogia deste modelo com o método de Holt-Winters.

Para maiores detalhes a respeito dos assuntos tratados neste capítulo, recomenda-se BROCKWELL & DAVIS (2009) e MORETIN & TOLOI (2004).

Atividades

1 -

Seja a seguinte série temporal: $\{Y_1 = 20, \quad Y2 \quad = \quad 35, \quad Y3 \quad = \quad 15, \quad Y4 \quad = \quad 10\}$. A previsão para t = 6 a partir de uma média móvel com tamanho de janela 3 com origem em t = 4 é:

a) 5,33
b) 10
c) 11,67
d) 15
e) 20

2 - Uma empresa quer fazer previsão de suas vendas. A Tabela abaixo apresenta os dados de vendas de um dos seus produtos nos quatro primeiros meses de 2020:

Mês	Vendas
Janeiro	25.000
Fevereiro	20.000
Março	9.000
Abril	11.000

A previsão para maio, a partir do método do amortecimento exponencial com constante de amortecimento 0,2, expressa em mil unidades, é:

a) 10
b) 18
c) 19
d) 20
e) 21

---

3 - Um analista de séries temporais define um período de validação de tamanho 4. As observações para este período são 7, 5, 6 e 3, e as previsões, obtidas com a amostra de treinamento, foram, respectivamente, 10, 1, 6 e 3. A raiz do erro quadrático médio de previsão foi:

a) 2
b) 2,5
c) 3
d) 3,5
e) 4

Notas

Título modal [1]

Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos.

Referências

CAMPBELL, M.J.; WALKER, A.M. **A Survey of Statistical Work on the Mackenzie River Series of Annual Canadian Lynx Trappings for the Years 1821-1934 and a New Analysis**. Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General), v. 140, n. 4, p. 411–431, 28 ago. 1977.

HARVEY, A.C. **Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter**. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

HYNDMAN, R. J.; ATHANASOPOULOS, G. **Forecasting: principles and practice**. 2nd. ed. Melbourne: [s.n.].

MAKRIDAKIS, S.; WHEELWRIGHT, S.C.; HYNDMAN, R.J. **Forecasting**: methods and applications. New York: John Wiley & Sons, 1998.

MORETTIN, P.A.; TOLOI, C.M.C. **Análise de séries temporais**. São Paulo: Edgard Blucher, 2004.

WINTERS, P. R. Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages. **Management Science**, v. 6, n. 3, p. 324–342, 1 abr. 1960.

Próxima aula

- Conceitos fundamentas para a especificação de um modelo para representar a evolução de uma série.

Explore mais

- O método de Holt tende a superestimar a tendência da maior parte das séries, especialmente para horizontes de previsão longos. Motivados por esta observação, Gardner e Mckenzie (1985) introduziram ao método de Holt um parâmetro que “amortece” a tendência ao longo do tempo. Segundo os autores, os métodos de “tendência amortecida” tendem a ser melhor sucedidos do que o método de Holt. Maiores detalhes em:

- GARDNER, E. S.; MCKENZIE, E. Forecasting Trends in Time Series. **Management Science**, v. 31, n. 10, p. 1237–1246, 1 out. 1985.

- Ainda nesta vertente de uma tendência não constante, a classe de modelos estruturais em espaço de estados considera modelos em que as componentes estruturais seguem processos estocásticos independentes, com os métodos apresentados neste capítulo, incluindo o método de amortecimento exponencial com tendência amortecida acima. Mais detalhes em:

- HARVEY, A. C. **Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter**. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.