Aula 4: Modelos AR, MA e ARMA; Estacionariedade e Invertibilidade

Apresentação

Apresentaremos a especificação dos modelos ARMA de Box & Jenkins, estabelecendo as condições para estacionariedade e inversibilidade desses modelos.

Objetivos

- Examinar os modelos autorregressivos (AR) e de médias móveis (MA);
- Investigar as condições de estacionariedade e inversibilidade desses modelos;
- Analisar modelos de séries temporais em uma classe mais geral chamada ARMA.

O operador de defasagem (ou de backshift) e a equação característica

O operador de defasagem B é tal que $BY_t = Y_{t-1}$ (B "defasa" Y em uma unidade de tempo). Veja um exemplo.

> Seja o modelo: $Y_t = 0{,}8Y_{t-1} + \varepsilon_t$. Escreva este modelo em termos de B.
>
> Solução:
>
> $$Y_t = 0{,}8Y_{t-1} + \varepsilon_t$$
> $$Y_t = 0{,}8\mathrm{B}Y_t + \varepsilon_t$$
> $$Y_t - 0{,}8\mathrm{B}Y_t = \varepsilon_t$$
> $$(1{,}8{,}8\mathrm{B})Y_t = \varepsilon_t$$
>
> **(1-0,8B)** é chamado polinômio característico do modelo.

No exemplo, a equação **(1-0,8B) = 0** é chamada equação característica do modelo.

> **Atenção!** Aqui existe uma videoaula, acesso pelo conteúdo online

A importância da equação característica é que sua solução, ou raiz (ou seja, o valor de B que a satisfaz), é que determina a condição de estacionariedade de um modelo geral de séries temporais.

Por exemplo, no caso do AR(1), em particular, a condição de estacionariedade com base na raiz da equação característica do modelo é estabelecida a seguir.

O modelo AR(1), definido da seguinte forma: $Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$, é estacionário se, e somente se, o módulo da raiz da sua equação característica for estritamente maior do que 1, isto é: |B|>1.

Alguém pode questionar: mas para que estabelecer uma condição de estacionariedade com base na solução da equação característica dado que, na aula 3, já havíamos estabelecido esta condição a partir do cálculo do valor esperado e da variância, com base nos valores assumidos pelo coeficiente ϕ?, em particular, se vimos que, para $\phi < 1$, o modelo AR(1) é estacionário?

A resposta a esta pergunta é simples. De fato, no caso do modelo citado, não foi difícil deduzir a condição de estacionariedade a partir dos valores de ϕ. No entanto, para os modelos mais complexos que serão estudados ao longo da presente aula, esta dedução não seria trivial.

Comentário

Na verdade, para chegar ao valor esperado e à variância de modelos mais complexos será necessário inclusive utilizar a estacionariedade do modelo como premissa, por isso é importante que seja estabelecida uma condição mais geral que não dependa do valor esperado e variância. Daí a relevância do operador de defasagem e da equação característica.

Veja mais um exemplo.

> Verifique que, no caso do AR(1), a condição de estacionariedade com base na equação característica é equivalente àquela que foi estabelecida na aula 3.
>
> Solução:
>
> A equação característica é: $1 - \phi B \quad = \quad 0$, cuja raiz é: $B = 1 / \phi$.
>
> Para que $B \mid \; > 1$, precisamos ter $\phi \mid \; < 1$.
>
> Conclui-se que o modelo AR(1) é estacionário se $\phi \mid \; < 1$.

Cabe observar que a introdução da constante adicionada ao modelo, ou seja, sua reespecificação no formato mais geral: $Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$, não altera a condição de estacionariedade.

O modelo autoregressivo de ordem p (AR(p))

Podemos ampliar o número de defasagens da série no modelo AR(1) para definir uma especificação mais geral. O modelo autorregressivo de ordem p, ou AR(p), é definido da seguinte forma:

Atenção! Aqui existe uma videoaula, acesso pelo conteúdo online

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \ldots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t,$$

em que sendo p é chamada ordem do modelo (uma especificação mais geral inclui a constante adicionada ϕ_0).

Em termos do operador de defasagem:

$$Y_t = \phi_1 B Y_t + \phi_2 B^2 Y_t + \ldots + \phi_p B^p Y_t + \varepsilon_t,$$

$$Y_t - \phi_1 B Y_t - \phi_2 B^2 Y_t - \ldots - \phi_p B^p Y_t = \varepsilon_t,$$

Isolando Y_t:

$$10\phi_1 B - \phi_2 B^2 - \ldots - \phi_p B^p Y_t = \varepsilon_t$$

Neste caso, $1s\phi_1 B - \phi_2 B^2 - \ldots - \phi_p B^p$ é o polinômio característico.

A equação característica deste modelo é:

$$1\phi_1 B - \phi_2 B^2 - \ldots - \phi_p B^p = 0$$

Ou, de forma equivalente (mais usual):

$$\phi_p B^p + \ldots + \phi_2 B^2 + \phi_1 B - 1 = 0$$

A condição de estacionariedade do modelo AR(p) é estabelecida a seguir.

Saiba mais

O modelo AR(p) é estacionário se, e somente se, todas as raízes da sua equação característica possuírem módulo maior do que 1, ou seja, $B_i > 1$, $\forall i = 1, 2, \ \dots, p$, sendo B_i a i-ésima raiz.

Se p = 2, pode-se aplicar a fórmula de Bhaskara para encontrar as raízes de $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x = \frac{-b \pm \quad b^2 - 4ac}{2a}.$$

Alternativamente, pode-se usar o fato de que as raízes x_1 e x_2 de uma equação do segundo grau satisfazem: $x_1 + x_2 = -b/a$ e $x_1 x_2 = c/a$.

Acompanhe os exemplos que separamos para você.

Verifique se o seguinte modelo é estacionário:

Atenção! Aqui existe uma videoaula, acesso pelo conteúdo online

$$Y_t = 0{,}8Y_{t-1} + 0{,}5Y_{t-2} + \varepsilon_t.$$

Veja a solução.

Solução:

A equação característica do modelo é:

$$1 \; equB - 0{,}5B^2 = 0$$

Ou ainda:

$0{,}5B^2 + 0{,}8B - 1 = 0$,

cujas raízes são: 0,8248 e −2,4228.

Como o módulo de uma das raízes é menor do que 1, o modelo não é estacionário.

Verifique se o seguinte modelo é estacionário:

$$Y_t = 0{,}3Y_{t-1} + 0{,}6Y_{t-2} + \varepsilon_t.$$

Solução:

A equação característica do modelo é:

$$1\ equB - 0{,}6B^2 = 0$$

Ou ainda:

$0{,}6B^2 + 0{,}3B - 1 = 0$,

cujas raízes são: 1,065 e −1,565.

cujas raízes são: 0,8248 e −2,4228.

O módulo de ambas as raízes é maior do que 1, portanto o modelo é estacionário.

No caso de um AR(2), uma excelente dica é que as condições de estacionariedade podem ser representadas em termos de ϕ_1 e ϕ_2 (para a prova, ver Box e Jenkins, 1976).

$$\phi_2 \mid\ < 1$$
$$\phi_1 + \phi_2 < 1$$
$$\phi_2 + \phi_1 < 1$$

Perceba que $|\phi_1| < 1$ e $|\phi_2| < 1$ não garantem a estacionariedade do AR(2). Em particular, $|\phi_1| < 1$ não é condição necessária nem suficiente.

Atenção

Um ponto importante a observar é que as raízes da equação característica podem ser complexas. Uma forma geral de expressar a condição de estacionariedade é que as raízes estejam fora do círculo unitário, como está escrito nos livros mais formais de séries temporais. Para raízes reais, caso explorado aqui, a condição equivale ao módulo das raízes maior que 1.

O modelo de médias móveis (do inglês, moving average, MA(q))

Clique no botão acima.

O modelo de médias móveis (do inglês, moving average, MA(q))

Em um modelo de médias móveis (do inglês, Moving Average, ou MA), Yt é representado como uma função linear dos valores de um ruído branco corrente e defasado. A especificação mais simples é o modelo MA de ordem 1, ou MA(1), e é definido pela seguinte equação:

$$Y_t = \varepsilon_t - \theta\varepsilon_{t-1}.$$

Como no modelo AR, pode haver uma constante θ_0 no modelo, mas no caso do MA a inclusão desta constante é menos comum, embora seja possível.

Dois aspectos merecem destaque:

I. Por que o modelo se chama médias móveis se, de acordo com a definição de média móvel, apresentada na aula 1, não há nenhuma média móvel na equação acima?

II. Qual o sentido de representar a observação da série no instante t, Y_t, como uma combinação linear de um ruído branco nos instantes t e t-1?

Essas questões serão tratadas na próxima seção, ao abordarmos a propriedade da inversibilidade. Em particular veremos que, sob certas condições, um modelo MA pode ser escrito como um AR com infinitos termos, e isto permitirá responder aos dois pontos acima.

Da mesma forma que fizemos para o modelo AR(1), o modelo MA pode ser ampliado para incluir mais defasagens do ruído branco. Desta forma, o modelo MA(q) é definido como segue:

$$Yt = \varepsilon_t - \theta_1\,\varepsilon_{t-1} - \theta_2\,\varepsilon_{t-2} - \ldots - \theta_q\,\varepsilon_{t-q}.$$

em que q é a ordem do modelo, a exemplo de p no caso do modelo AR.

A respeito da estacionariedade, sua verificação envolve o cálculo do valor esperado e da variância. Esses cálculos, no caso do modelo MA, são bem simples, devido às propriedades do ruído branco. Estas propriedades são relembradas a seguir, por conveniência:

$$E(\varepsilon_t) = 0, \forall t$$
$$V(\varepsilon_t) = \sigma^2, \forall t$$
$$Corr(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, \forall i \neq j.$$

O valor esperado do modelo MA(q) é:

$$E(Y_t) = E(\varepsilon_t - \theta_1\,\varepsilon_{t-1} - \theta_2\,\varepsilon_{t-2} - \ldots - \theta_q\,\varepsilon_{t-q})$$
$$= E(\varepsilon_t) - \theta_1\,E(\varepsilon_{t-1}) - \theta_2\,E(\varepsilon_{t-2}) - \ldots - \theta_q\,E(\varepsilon_{t-q})$$

Como $E(\varepsilon_t) = 0, \forall t$, tem-se:

$$E(Y_t) = 0.$$

Note que, se incluirmos uma constante adicionada à especificação do modelo, digamos θ_0, passamos a ter $E(Y_t) = \theta_0$.

No entanto, como já foi dito, a inclusão desta constante não é usual no caso do modelo MA, ao contrário do que ocorre no caso do modelo AR. Em ambos os casos, no entanto, o valor esperado não depende de t, e portanto o modelo é sempre estacionário na média.

Em relação à variância, temos:

$$V(Y_t) = V(\varepsilon_t - \theta_1\,\varepsilon_{t-1} - \theta_2\,\varepsilon_{t-2} - \ldots - \theta_q\,\varepsilon_{t-q}).$$

Devido à ausência de correlação entre as variáveis ($Corr(\varepsilon_i,\varepsilon_j) = 0, \forall i \neq j$), temos:

$$V(Y_t) = V(\varepsilon_t) + {\theta_1}^2\,V(\varepsilon_{t-1}) + {\theta_2}^2\,V(\varepsilon_{t-2}) + \ldots + {\theta_q}^2\,V(\varepsilon_{t-q})..$$

Usando que $V(\varepsilon_t) = \sigma^2, \forall t$,

$$V(Y_t) = \sigma^2 + {\theta_1}^2\sigma^2 + {\theta_2}^2\sigma^2 + \ldots + {\theta_q}^2\sigma^2$$

Colocando σ^2 em evidência, temos:

$$V(Y_t) = (1 + {\theta_1}^2 + {\theta_2}^2 + \ldots + {\theta_q}^2)\sigma^2.$$

Note que, no caso da variância, a inclusão da constante adicionada não altera nada, uma vez que a variância de uma constante é zero. O fato de que a variância, bem como o valor esperado, não se altera com o tempo, nos conduz a uma importante conclusão sobre os modelos MA:

O modelo MA(q) é sempre estacionário, independentemente dos valores dos coeficientes.

Na literatura de séries temporais, é comum que a palavra sempre seja substituída por "trivialmente"; ou seja: "O modelo MA(q) é trivialmente estacionário" é uma afirmativa válida.

Em termos do operador de defasagem, o modelo MA(q) pode ser representado como segue:

$$Y_t = \varepsilon_t - B\theta_1\,\varepsilon_t - B^2\theta_2\varepsilon_t - \ldots - B^q\theta_q\varepsilon_t$$
$$= (1tB\theta_1 - B^2\,\theta_2 - \ldots - B^q\theta_q)\varepsilon_t.$$

A equação característica deste modelo é:

$$1B\theta_1 - B^2\theta_2 - \dots - B^q\theta_q = 0,$$

ou, como é mais usual:

$$B^q\theta_q + \dots + B^2\theta_2 + B\theta_1 - 1 = 0.$$

Ao contrário do que ocorre no modelo AR, a solução da equação característica do modelo MA não fornece nenhuma informação a respeito da estacionariedade do modelo, uma vez que, como já vimos, este modelo é sempre estacionário. Entretanto, ela dará informação sobre outra propriedade muito importante de ser investigada em um modelo MA, a inversibilidade.

Inversibilidade

Um dos pontos levantados quando da apresentação do modelo MA diz respeito à sua interpretação. Afinal, parece esquisito representar uma série como uma combinação linear de valores correntes e defasados de um ruído branco.

A explicação deste fato é que, sob certas condições, um modelo MA pode ser escrito como um AR com infinitos termos. Neste caso, ele é denominado inversível. Ou seja, um MA pode ser visto como uma especificação parcimoniosa[1] para um AR(□).

No caso, a equação do MA torna possível representar um modelo infinito por meio de uma equação com número finito de parâmetros.

Ilustra-se a seguir, a título de exemplo, a inversão de um modelo MA(1).

Inverta o modelo MA(1) abaixo (isto é, escreva-o como um AR(∞)):

$$Y_t = \varepsilon_t - 0{,}8\varepsilon_{t-1}.$$

Solução:

$$Y_t = \varepsilon_t - 0{,}8\varepsilon_{t-1}$$

$$= \varepsilon_t - 0{,}8\mathrm{B}\varepsilon_t$$

$$= (1 - 0{,}8\mathrm{B}\varepsilon_t)$$

$$\frac{1}{1 - 0,8B} Y_t = \varepsilon_t \cdot$$

Para completar o exemplo, é necessário recorrer à fórmula da soma de uma p.g. infinita, com primeiro termo a1 e razão q, tal que |q| < 1:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q} \cdot$$

Invertendo a fórmula da soma da p.g., identificando que a1 = 1 e q = 0,8B:

$$\frac{1}{1 = 1B} = 1 + 0,8B + 0,64B^2 \ldots$$

E assim:

$$(1 + 0{,}8B + 0{,}64B^2 \ldots)Y_t = \varepsilon_t$$
$$Y_t + 0{,}8Y_{t-1} + 0{,}64Y_{t-2} + \ldots = \varepsilon_t$$
$$Y_t = -0{,}8Y_{t-1} - 0{,}64Y_{t-2} + \ldots + \varepsilon_t.$$

Note, assim, que o modelo MA(1) inicial foi representado de forma equivalente por um AR com p = ∞. Entretanto, os pesos obedecem a uma restrição: eles decaem a uma taxa 0.8 à medida que a observação vai se tornando mais antiga. De fato, como partimos de um modelo com apenas um parâmetro, seria um verdadeiro milagre obter um modelo irrestrito.

Saiba mais

À medida que aumentamos a ordem do MA original, ganhamos mais flexibilidade nos valores que os parâmetros do AR equivalente pode assumir.

Porém, não abordaremos neste material modelos de ordem superior, pois estes, além de envolverem um algebrismo mais complexo do que o do exemplo acima, não acrescentam nada para a compreensão da relevância da propriedade de inversibilidade, que é basicamente o objetivo que precisávamos alcançar.

Note que o modelo do exemplo é inversível porque o coeficiente 0.8, que é a razão da p.g. (ignore o B), é menor do que 1 em módulo. De fato, se o coeficiente do modelo MA fosse maior ou igual a 1, por exemplo, se o modelo original fosse:

$$Y_t = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}$$

ou:

$$Y_t = \varepsilon_t - 1{,}4\varepsilon_{t-1},$$

teríamos um MA não inversível. Assim como no caso de um AR não estacionário, um modelo MA não inversível não faz sentido, ou, de modo formal, é uma especificação não admissível.

As condições de inversibilidade para o MA(q) são exatamente as mesmas que as condições de estacionariedade para o AR(p). Isto é, primeiramente é necessário calcular as raízes da equação característica, apresentada na seção 4.3 e repetida a seguir por conveniência:

$$B^q\theta_q + ... + B^2\theta_2 + B\theta_1 - 1 = 0.$$

Em seguida, aplica-se a seguinte condição geral de inversibilidade para um modelo MA(q). O modelo MA(q) é inversível se todas as raízes da sua equação característica têm módulo > 1.

Veja exemplos que separamos para você.

Verifique a condição acima para um modelo MA(1): $Y_t = \varepsilon_t - \theta\varepsilon_{t-1}$.

> Solução - A equação característica é: (1-θB) = 0, cuja raiz é: B = 1/θ_1.
>
> Para que |B| > 1, precisamos ter $|\theta| < 1$.
>
> Conclusão: A condição formulada equivale a $|\theta_1| < 1$. Por outro lado, já vimos no exemplo 4.2 que, de fato, esta é exatamente a condição sobre θ que permite inverter um modelo MA(1).
>
> As condições de inversibilidade do MA(2) podem ser escritas em termos dos coeficientes, por analogia com o AR(2), da seguinte forma:
>
> $|\theta_2| < 1$
> $\theta_1 + \theta_2 < 1$
> $\theta_2 - \theta_1 < 1$

Verifique se os seguintes modelos são inversíveis:

a) $Y_t = \varepsilon_t - 1{,}4\varepsilon_{t-1}$

b) $Y_t = \varepsilon_t - 1{,}4\varepsilon_{t-1} + 0{,}5\varepsilon_{t-2}$

R: a) $|\theta| = 1.4 > 1$, portanto não.

b) $|\theta_2| = 0.5 < 1$, Ok; $\theta_1 + \theta_2 = 1.4 + (-0.5) = 0.9 < 1$, Ok; $\theta_2 - \theta_1 = (-0.5) - 1.4 = -1.9 < 1$, Ok.

Portanto, sim.

Uma questão adicional: Da mesma forma que investigamos a estacionariedade para ambos os modelos, faria sentido definir a propriedade de inversibilidade para um modelo AR(p)?

Neste caso, um modelo AR(p) seria inversível se fosse possível representá-lo como um MA(∞).

Comentário

Ainda que não faça muito sentido prático, não, pois um MA(∞) não tem muita utilidade, pode-se falar desta propriedade no aspecto teórico, para criar uma simetria na análise do AR e do MA.

A boa notícia é que não há nenhuma condição a ser verificada aqui. De acordo com um teorema, chamado “Teorema da Decomposição de Wold”, todo modelo AR(p) estacionário é inversível, ou seja, representável como um MA(∞). Na literatura de séries temporais, é comum a referência a esta propriedade dos modelos AR como “trivialmente inversíveis”.

Cabe observar que alguns livros utilizam a inversibilidade dos modelos AR para facilitar a derivação de propriedades estatísticas para modelos de ordem mais avançada, o que não faremos aqui.

O quadro a seguir apresenta as condições de admissibilidade dos modelos estudados até aqui.

Modelo	Representação	Estacionariedade	Inversibilidade
AR(1)	$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$		Sempre
AR(2)	$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t$	$\lvert\phi_2\rvert < 1$ $\phi_1 + \phi_2 < 1$ $\phi_2 - \phi_2 < 1$	Sempre
MA(1)	$Y_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$	Sempre	$\lvert\phi_1\rvert < 1$
MA(2)	$Y_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2}$	Sempre	$\lvert\phi_2\rvert < 1$ $\phi_1 + \phi_2 < 1$ $\phi_2 - \phi_2 < 1$

Atenção! Para visualização completa da tabela utilize a rolagem horizontal

Modelos ARMA

O modelo ARMA de ordens p e q para Y_t é especificado da seguinte forma:

$$Y_t = \varphi_0 + \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2} + \ldots + \varphi_p Y_{t-p} \\ + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \ldots - \theta_q \, \varepsilon_{t-q}.$$

Perceba que se trata apenas de uma junção das equações do AR e do MA, mantendo o termo de erro comum entre eles.

A condição de estacionariedade de um modelo ARMA(p,q) é definida pela equação característica da parte AR, e a condição de inversibilidade, pela parte MA, ou seja:

O modelo ARMA(p,q) é estacionário se todas as raízes da equação

característica da parte AR têm módulo > 1.
O modelo ARMA(p,q) é inversível se todas as raízes da equação característica da parte MA têm módulo > 1.

Atividade

1. Considere as seguintes afirmações sobre estacionariedade e inversibilidade de modelos para séries temporais:

I. O modelo AR(2) é estacionário se e somente se ambos os seus coeficientes são menores do que 1 em valor absoluto.

II. O modelo MA(1) é inversível se a raiz da equação característica é maior do que 1.

III. O modelo AR(p) é estacionário se e somente se todas as raízes de sua equação característica têm módulo menor do que 1.

IV. O modelo MA(q) é estacionário independentemente de seu coeficiente.

Estão corretas apenas as afirmações:

a) I, II e IV
b) I e II
c) II e III
d) II e IV
e) IV

2. Para explicar o comportamento de uma série, o seguinte modelo foi estimado: $Y_t - 0{,}5Y_{t-1} - 0{,}5Y_{t-2} = \varepsilon_t - 0{,}8\varepsilon_{t-1} + 0{,}3\varepsilon_{t-2}$. Assinale a afirmativa correta.

a) O modelo é estacionário e inversível.
b) O modelo é estacionário e não inversível.
c) O modelo é não estacionário e inversível.
d) Inversível. As informações fornecidas não permitem concluir sobre estacionariedade.
e) Estacionário. As informações fornecidas não permitem concluir sobre inversibilidade.

Atividade

3. Considere o modelo AR(2) $Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t$. Sabendo-se que as raízes de equação característica são B1 = 3 e B2 = -2, os parâmetros ϕ_1 e ϕ_2 valem:

a) $\phi_1 = -1/3$ e $\phi_2 = 1/2$.
b) $\phi_1 = 1/3$ e $\phi_2 = -1/2$.
c) $\phi_1 = -1/6$ e $\phi_2 = -1/6$.
d) $\phi_1 = 1/6$ e $\phi_2 = -1/6$.
e) $\phi_1 = -1/6$ e $\phi_2 = 1/6$.

Notas

parcimoniosa[1]

Parcimonioso significa ter poucos parâmetros.

Referências

BOX, G.E.P.; JENKINS, G.. **Time series analysis**: Forecasting and control. San Francisco: Holden-Day, Inc., 1976.

CAMPBELL, M.J.; WALKER, A.M. A Survey of Statistical Work on the Mackenzie River Series of Annual Canadian Lynx Trappings for the Years 1821-1934 and a New Analysis. **Journal of the Royal Statistical Society**. Series A (General), v. 140, n. 4, p.411–431, 28 ago. 1977.

HARVEY, A.C. **Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter**. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

MAKRIDAKIS, S. et al. **Forecasting**: methods and applications. New York: John Wiley & Sons, 1998.

MORETTIN, P.A.; TOLOI, C.M.C. **Análise de séries temporais**. São Paulo: Edgard Blucher, 2004.

Próxima aula

- Propriedades estatísticas gerais dos modelos da classe ARMA propostos por Box e Jenkins.

Explore mais

- Na aula anterior, derivamos as fórmulas do valor esperado e da variância para um modelo AR(1) estacionário. Neste aula, fizemos o mesmo para os modelos MA(1). Tente avançar um pouco, buscando por exemplo calcular o valor esperado de um AR(2). Você esbarrará em alguma dificuldade, que só conseguirá contornar utilizando o conteúdo da próxima aula.