Aula 5: Propriedades estatísticas básicas dos modelos de Box e Jenkins

Apresentação

Nesta aula calcularemos o valor esperado e a variância dos modelos ARMA, propostos por Box e Jenkins e apresentados na aula 4. Iniciaremos com uma revisão das fórmulas já apresentadas para os modelos mais simples (AR e MA de ordem 1) e, em seguida, veremos as expressões para os modelos AR e MA de ordens mais avançadas e para a classe geral ARMA.

Objetivos

- Declarar o valor esperado e a variância de modelos autoregressivos de ordem p, AR(p);
- Declarar o valor esperado e a variância de modelos de médias móveis de ordem q, MA(q)
- Declarar o valor esperado e a variância de modelos ARMA de ordens p e q, ARMA(p,q)

Modelo AR(1) - valor esperado e variância

Na aula 3, calculamos valor esperado e variância do modelo AR(1). Na aula 4, o mesmo foi feito para o modelo MA(1). O quadro resume as fórmulas já obtidas nessas aulas.

Atenção! Aqui existe uma videoaula, acesso pelo conteúdo online

Modelo	Representação	$E(Y_t)$	$V(Y_t)$
AR(1) sem constante	$Y_t = {}_{\phi 1}Y_{t(} + \varepsilon_t$	0	$\frac{\sigma^2}{1 - \phi_1^2}$
AR(1) com constante	$Y_t = \phi_0 + {}_{\phi 1}Y_{t(} + \varepsilon_t$	$\frac{\phi^2}{1\phi_1}$	$\frac{\sigma^2}{1\phi_1^2}$
MA(1) sem constante	$Y_t = \varepsilon t - \theta_{1\varepsilon tA(}$	0	$\left(1 + \theta_1^2\right)\sigma^2$
MA(1) com constante	$Y_t = \theta_0 + (_t - \theta_{1\varepsilon t(}$	θ_0	$\left(1 + \theta_1^2\right)\sigma^2$

Atenção! Para visualização completa da tabela utilize a rolagem horizontal

Nesta aula apresentamos um procedimento que permite calcular o valor esperado e a variância para modelos AR de maior ordem e para a classe mais geral dos modelos ARMA. Este procedimento só é válido para modelos estacionários, ou seja, que verifiquem as condições de estacionariedade apresentadas na aula 4. Uma vez verificadas as condições, impõe-se que:

E(Y_t) = μ, ∀ t = 1,2,...,T (média constante)

V(Y_t) = □^{2}, ∀ t = 1,2,...,T (variância constante)

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

e aplica-se estas condições para calcular o valor esperado e variância. Na seção 4.2 vamos aplicar este método para confirmar os resultados encontrados na aula 3, para o modelo AR(1).

Como já vimos, para o modelo AR(1) sem constante:

$$Y_1 = \varepsilon_1 \left(supondo \quad Y_0 = 0 \right) Y_2 = \phi Y_1 + \varepsilon_2 = \phi\varepsilon_1 + \varepsilon_2 Y_3 = \phi Y_2 + \varepsilon_3 = \phi\varepsilon_1 + \phi\varepsilon_2 + \varepsilon$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

A fórmula geral para um instante t genérico é:

$$Y_t = \sum_{i=0}^{t-1} \phi^i \varepsilon_{t-1}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Cujo valor esperado é:

$$\sum_{i=0}^{t-1} \phi^i \varepsilon_{t-i}\Big) = \sum_{i=0}^{t-1} \phi^i E\left(\varepsilon_{t-1}\right) = 0$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

uma vez que $E(\varepsilon i)$=0, por definição.

A variância de (Y_t) é (os εi são descorrelacionados):

$$V\left(Y_t\right) = V\left(\sum_{i=0}^{t-1} \phi^i \varepsilon_{t-i}\right) = \sum_{i=0}^{t-1} \phi^{2i} v\left(\varepsilon t - i\right) \sum_{i=0}^{t-1} \phi^{2i} \sigma^2 = \sigma^2 \sum_{i=0}^{t-1} \phi^{2i}.$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Agora note que os termos no interior do somatório definem uma progressão geométrica: φ^0, φ^2, φ^4,, ..., até $\varphi^{2(t-1)}$, ou seja, com primeiro termo 1 (pois $\varphi^0 = 1$) e razão φ^2. Lembrando agora que o somatório dos termos de uma progressão geométrica finita com t termos, sendo o primeiro termo igual a "a" _1 e a razão igual a q, é dado por:

$$S_t = \frac{a_1\left(1 - q^t\right)}{1 - q}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

E notando que, no caso em questão, $a_1 = 1$ e $q = \varphi^2$, temos:

$$\sum_{i=0}^{t-1} \phi^{2i} = \frac{1 - \phi^{2t}}{1 - \phi^2}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

E assim:

$$\sum_{i=0}^{t-1} \phi^{2i} = \frac{1-\phi^{2t}}{1-\phi^{2}}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Note que, se t tende ao infinito, o resultado acima é constante desde que $|\varphi| < 1$, caso em que o termo φ^{2t} aproxima-se de zero. Neste caso:

$$V\left(Y_t\right) = \frac{\phi^2}{1-\phi^2}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Para o modelo com constante:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

O valor esperado era obtido da seguinte forma:

$$Y_t = \phi_0 \sum_{i=0}^{t-1} \phi_1^i + \sum_{i=0}^{t-1} \phi_1^i \varepsilon_{t-1}, E\left(Y_t\right) = \phi_0 \sum_{i=0}^{t-1} \phi_1^i$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Quanto ao somatório, podemos aplicar a fórmula da soma da progressão geométrica:

$$\sum_{i=0}^{t-1} \phi_1^i = \frac{1 - \phi_1^i}{1 - \phi_1}.$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Aplicando à expressão obtida para o valor esperado:

$$E\left(Y_t \right) = \phi_0 \sum_{i=0}^{t-1} \phi_1^i = \phi_0 \frac{1 - \phi_1^t}{1 - \phi_1}.$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Novamente, se |φ1 | < 1, φ_1^t tende a zero quanto t tende a infinito, e, neste caso:

$$E\left(Y_t \right) = \frac{\phi_0}{1 - \phi_1}.$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

E a variância:

$$V\left(Yt \right) = \sigma^2 \sum_{i=0}^{t-1} \phi^{2i} = \frac{1 - \phi^{2t}}{1 - \phi^2} \sigma^2.$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Novamente, se t tende ao infinito, o resultado acima é constante desde que |�| < 1, caso em que o termo �^2� aproxima-se de zero. Neste caso:

$$V\left(Yt\right) = \frac{\sigma^2}{1 - \phi^2}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

A seguir vamos confirmar o valor esperado e a variância do AR(1). Confirmando o valor esperado do AR(1) (com constante):

$$\mathrm{E}\left(\mathrm{Y}_t\right) = E\left(\phi_0\right) + \phi_1 \ E\left(Y_{t-1}\right) + E\varepsilon t = \phi_0 + \phi_1 E\left(Y_{t-1}\right) + +0 = \phi_0 + \phi_1 E\left(Y_{t-1}\right).$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

O problema é que não conhecemos $E(Y_{t-1})$.

Porém, sob" estacionariedade, temos que $E(Y_t)=E(Y_{t-1})$.

$$Daí: E\left(Y_t\right) = \phi_0 + \phi_1 E\left(Y_t\right) \Rightarrow E\left(Y_t\right) \frac{\phi_0}{1 - \phi_1}, \quad como \quad queríamos \quad demonstrar.$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Comentário

Perceba que o método acima é bem mais fácil do que o método recursivo adotado na aula 3. Adicionalmente, por aquele método torna-se inviável ampliar os resultados para modelos mais complexos. Utilizando a propriedade de estacionariedade, esta tarefa torna-se simples.

Confirmando a variância do AR(1) (com constante):

$$V\left(Y_t\right) = V\left(\phi_0\right) + \phi_1^2 V\left(Y_{t-1}\right) + V\left(\varepsilon_t\right) = 0 + \phi_1^2 V\left(Y_{t-1}\right) + \sigma^2, \quad pois \quad Cov \left(Y_{t-1}, \quad \varepsilon_t\right)$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Novamente, o problema é que não conhecemos $V(Y_{t-1})$.

Porém, sob" estacionariedade, temos que:$V(Y_t) = V(Y_{t-1})$.

$$Daí: \quad V\left(Y_t\right) = \phi_1^2 V\left(Y_t\right) + \sigma^2 \Rightarrow V\left(Y_t\right) = \frac{\sigma^2}{1 = \phi_1^2}, \quad como \quad queríamos \quad demonstrar.$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Para prova"r que " $Cov(Y_{t-1}, \varepsilon_t)$0,vamos usar "a forma geral do AR" (1), já derivada na aula 3." A forma geral ad:"

$$Y_t = \phi_0 \left(1 + \phi_0 + \phi_1^2 + \ldots + \phi_1^{t \cdots}\right) + \phi_1^{t+} \varepsilon_1 + \phi_1^t \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_t \quad ou:$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Todos os termos do lado direito desta equação apresentam correlação zero com *ε_t*, pois se trata de um ruído branco. Isto conclui a prova.

A seguir vamos ampliar os resultados acima para modelos de ordem superior.

Clique no botão acima.

Atenção! Aqui existe uma videoaula, acesso pelo conteúdo online

Começando pelo AR(2), representado pela seguinte equação:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Assim:

$$E\left(Y_t\right) = E\left(\phi_0\right) + \phi_1 E\left(Y_{t-1}\right) + \phi_2 E\left(Y_{t-2}\right) + E\left(\varepsilon_t\right) = \phi_0 + \phi_1 E\left(Y_{t-1}\right) + \phi_2 E\left(Y_{t-2}\right) + 0 = \phi_0 + \phi_1 E\left(Y_{t-1}\right) + \ldots$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Porém, sob" estacionariedade, temos que $Y_t = E(Y_{t-1} = Y_{t-2})$

$$Daí: \quad E\left(Y_t\right) = \phi_0 + \phi_1 E\left(Y_t\right) + \phi_2 E\left(Y_t\right) \Rightarrow E\left(Y_t\right) = \frac{\phi_0}{1\phi_1 - \phi_2}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Com contas análogas, é fácil ver que, para o caso do AR(p):

$$E\left(Y_t\right) = \frac{\phi_0}{1\sum_{j=1}^{p}\phi_j}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Modelos MA(2) e MA(q)

Lembremos que o modelo MA(q) é representado pela seguinte equação:

$$Y_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{tem} - \theta_2 \varepsilon_{tem}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Como este modelo é dado por uma combinação linear dos valores correntes e defasados de um ruído branco, temos um facilitador, que são justamente as propriedades simplificadoras de um processo estocástico do tipo ruído branco, apresentadas na aula 3 e lembradas a seguir:

$$E\left(\varepsilon_t\right) = 0, \forall t V\left(\varepsilon_t\right) = \sigma^2, \forall t Corr\left(\varepsilon_{i,} \varepsilon_j\right) = 0, \forall t, \quad r$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Desta forma, o uso do método proposto na seção 4.1 sequer se faz necessário, sendo imediato generalizar os resultados do modelo MA(1) obtidos na aula 4 para os modelos MA(2) e MA(q).

Lembrando que no caso do MA(1) procedemos (na aula 4) da seguinte forma:

$$E\left(Y_t\right) = 0 \quad \left(sem \quad constante \quad adicionada\right) \quad ou \quad \theta_0 \left(com \quad constante \quad \theta_0\right).V\left(Y_t\right) = V\left(\varepsilon_t\right) + \theta_1^2 V\left(\varepsilon_t vc\right), \quad pois \quad Cov\left(\varepsilon_t, \varepsilon_t, o\right) = 0.$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Desta forma:

$$V\left(Y_t\right) = \sigma^2 + \theta_1^2\sigma^2 + \theta_2^2\sigma^2 = \left(1 + \theta_1^2 + \theta_{21}^2\right)\sigma^2$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

É fácil generalizar a fórmula acima para o modelo MA(q):

$$V\left(Y_t\right) = \left(1 + \sum_{j=1}^{q} \theta_1^2\right)\sigma^2$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

A presença de uma constante θ_0 não altera em nada os resultados para a variância.

Considere o seguinte modelo MA(2):

$$Y_t = \varepsilon_t - 0.6\varepsilon_{t-1} - 0.3\varepsilon_{t-2}, \quad \varepsilon_t \overset{i.i.d}{\sim} N\left(0, \quad 2\right), \quad \forall t$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Determine o valor esperado e a variância deste modelo.

$$E\left(Y_t\right) = 0 \quad \left(pois \quad não \quad há \quad constante \quad adicionada\right) V\left(Y_t\right) = \left(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2\right)\sigma^2 = \left(1 + (0.6)^2 + (0.3)^2\right) \quad 2^2 1.45 * 4 \quad = \quad 5$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Modelo ARMA(1,1)

A equação do ARMA(1,1) é relembrada a seguir:

Atenção! Aqui existe uma videoaula, acesso pelo conteúdo online

$$Y_t \quad = \phi_1 Y_{te} \quad + \varepsilon t + 1 \varepsilon te$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Seguindo a lógica do que já foi feito para o caso do modelo AR(1), lembrando que E(εt)=0, ∀t, mostra-se facilmente que:

$$E\left(Y_t \right) = \frac{\phi_0}{1 - \phi_1},$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

resultado este que também valeria para um ARMA(1,q), q > 1.

Já para um ARMA(p,q), pode-se mostrar de forma muito simples que:

$$E\left(Y_t \right) = \frac{\phi_0}{1 = \sum_{j=1}^{p} \phi_j},$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

O cálculo da variância do modelo ARMA(1,1) envolve um algebrismo mais complexo, mostrado a seguir.

Primeiramente, para calcular V(ϕ1 Y_{t-1}+ ε_t + $\theta_1 \varepsilon_{t-1}$, deve-se levar em conta que Y_{t-1} e ε_{t-1} são correlacionados, e assim será útil o seguinte resultado da teoria da probabilidade:

Seja C = aX + bY, uma combinação linear de duas variáveis aleatórias X e Y, em que a e b são constantes. Então, pode-se provar que:

$$V(C) = a^2V(X) + b^2V(Y) + 2abCov(X,Y).$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Primeiramente, verifica-se que nem Y_{t-1} nem ε_{t-1} apresentam correlaifica−seε_t. Desta forma:

$$V\left(\phi_1 Y_{t(s} + \varepsilon_t + \left(1\varepsilon_{t(s}\right)\right) = V\left(\phi_1 Y_{t(s} + \left(1\varepsilon_{t(s}\right)\right) + V\left(\varepsilon_t\right)$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Agora, para calcular $V\left(\phi_1 Y_{tgo} + g_1 \varepsilon_{tgo}\right)$, é necessário aplicar a fórmula de V(C), usando $X = Y_{tn,} \quad Y = \varepsilon_{tY}, \quad a = \square_{\phi 1} \quad e \quad b = e_1.$ Teremos como resultado:

$$V\left(\phi_1 Y_{t(T} + \left(1\varepsilon_{t(T}\right)\right) = \varphi_1^2 V\left(Y_{t=T}\right)\theta_1^2 V\left(\varepsilon_{t=T}\right) - = \varphi_1\theta_1 Cov\left(Y_{tov,} \quad \varepsilon_{tov}\right)$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Lembrando agora que V(ε_t)=σ^2, ∀t, temos:

$$V\left(Y_t\right) = \varphi_1^2 V\left(Y_{tt}\right) + \theta_1^2\sigma^2 - \varphi_1\theta_1 Cov\left(Y_{tov,} \quad \varepsilon_{tov}\right) + \sigma^2$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Lembrando agora que Cov(Y_{tov},ε_{tov}) é apresentado a seguir.

$$V\left(Y_t\right) = \varphi_1^2 V\left(Y_{tt}\right) + \theta_1^2\sigma^2 - \varphi_1\theta_1 Cov\left(Y_{tov,}\ \varepsilon_{tov}\right) + \sigma^2 Cov\left(Y_{tov,}\ \varepsilon_{tov}\right) = Cov\left(\varphi_1 Y_{tov}\ + \varepsilon_{tov} - \theta_1\varepsilon_{tov}, \varepsilon_{tov}\right) = Cov\left(\varepsilon_{tov}, \varepsilon_{tov}\right) = V\left(\varepsilon_{tV}\right.$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Finalmente, sob" estacionariedade, temos: $V(Y_t)=V(Y_{tVs})$

Assim:

$$V\left(Y_t\right) = \varphi_1^2 V\left(Y_t\right) + \sigma^2 + \theta_1^2\sigma^2 - s\varphi_1\theta_1\sigma^2\left(1si_1^2\right)\quad V\quad\left(Y_t\right) + \sigma^2 + \theta_1^2\sigma^2 - V\varphi_1\theta_1\sigma^2 \Rightarrow V\left(Y_t\right) = \frac{1 + \theta_1^2 - + \varphi_1\theta_1}{1 + \varphi_1^2}\sigma^2$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Uma “pegadinha” comum em concursos públicos costuma ser a apresentação da fórmula acima sem considerar o termo da covariância na demonstração, o que resultaria em:

$$V\left(Y_t\right) = \frac{1 + \theta_1^2}{1 + \varphi_1^2}\sigma^2$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Finalmente, note que uma constante adicionada ao modelo não alteraria a sua variância.

Vamos ver um exemplo? **Considere o seguinte modelo ARMA(1,1):**

$$esperado \quad e \quad a \quad variância \quad deste \quad modelo.Solução: E\left(Y_t\right) = \frac{\phi_0}{1-\phi_1} = \frac{0.2}{0.5} = 0.4 V\left(Y_t\right) = \frac{1+(-+0.)^2-+(0.5)(-.5.)}{1.\varphi_1^2} 4 = \frac{2.44}{0.75} 4 = \cong 13.$$

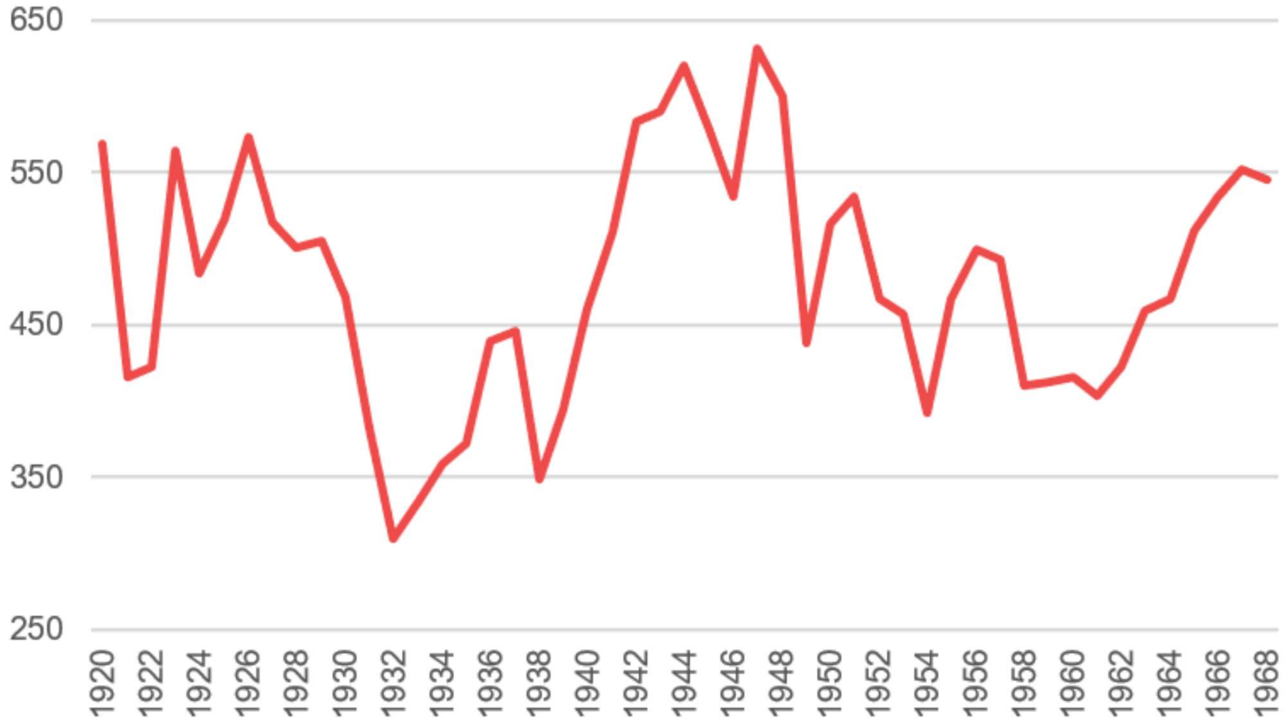
Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Estamos aptos agora a ampliar o quadro do início da aula para incorporar os novos resultados:

Modelo	Representação	$E(Y_t)$	$V(Y_t)$
AR(1) sem constante	$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$	0	$\frac{\sigma^2}{1-\phi_1^2}$
AR(1) com constante	$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$	$\frac{\phi_0}{1-\phi_1}$	$\frac{\sigma^2}{1-\phi_1^2}$
MA(1) sem constante	$Y_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$	0	$(1+\theta_1^2)\sigma^2$
MA(1) com constante	$Y_t = \theta_0 + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$	θ_0	$(1+\theta_1^2)\sigma^2$
AR(2) sem constante	$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t$	0	*
AR(2) com constante	$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t$	$\frac{\phi_0}{1-\phi_1-\phi_2}$	*
MA(2) sem constante	$Y_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{tA(} - \theta_2 \varepsilon_{tA(}$	0	$(1+\theta_1^2+\theta_2^2)\sigma^2$
MA(2) com constante	$Y_t = \theta_0 + (_t - \theta_1 \varepsilon_{t\,(} - \theta_2 \varepsilon_{t\,(}$	θ_0	$(1+\theta_1^2+\theta_2^2)\sigma^2$
AR(p) sem constante	$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$	0	*
AR(p) com constante	$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$	$\frac{\phi_0}{1-\phi_1-\cdots-\phi_p}$	*
MA(q) sem constante	$Y_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{tA(} - \cdots - q\theta_q \varepsilon_{t\ldots-}$	0	$(1+\theta_1^2 \ldots \theta_q^2)\sigma^2$
MA(q) com constante	$Y_t = \theta_0 + (_t - \theta_1 \varepsilon_{t\,(} - \cdots - q\theta_q \varepsilon_{t\ldots-}$	θ_0	$(1+\theta_1^2 \ldots \theta_q^2)\sigma^2$
ARMA(1,1) sem constante	$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$	0	$\frac{1+\theta_1^2 - +\varphi_1\theta_1}{1+\varphi_1^2}\sigma^2.$
ARMA(1,1) com constante	$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$	$\frac{\phi_0}{1-\phi_1}$	$\frac{1+\theta_1^2 - +\varphi_1\theta_1}{1+\varphi_1^2}\sigma^2.$

O cálculo da variância desses modelos envolve álgebra, o que foge ao escopo deste material e será deixado como extensão.

Observe a série a seguir. Qual ou quais dos modelos do quadro você poderia descartar para representá-la?



Fonte: Autor

Atividade

A média do modelo $Y_t = 3 + 0.5Y_{t-1} + \varepsilon_t \; em \; que \; \varepsilon_t \overset{i.i.d}{\sim} N\left(0, \; 1\right), \; \forall t, \;$ é:

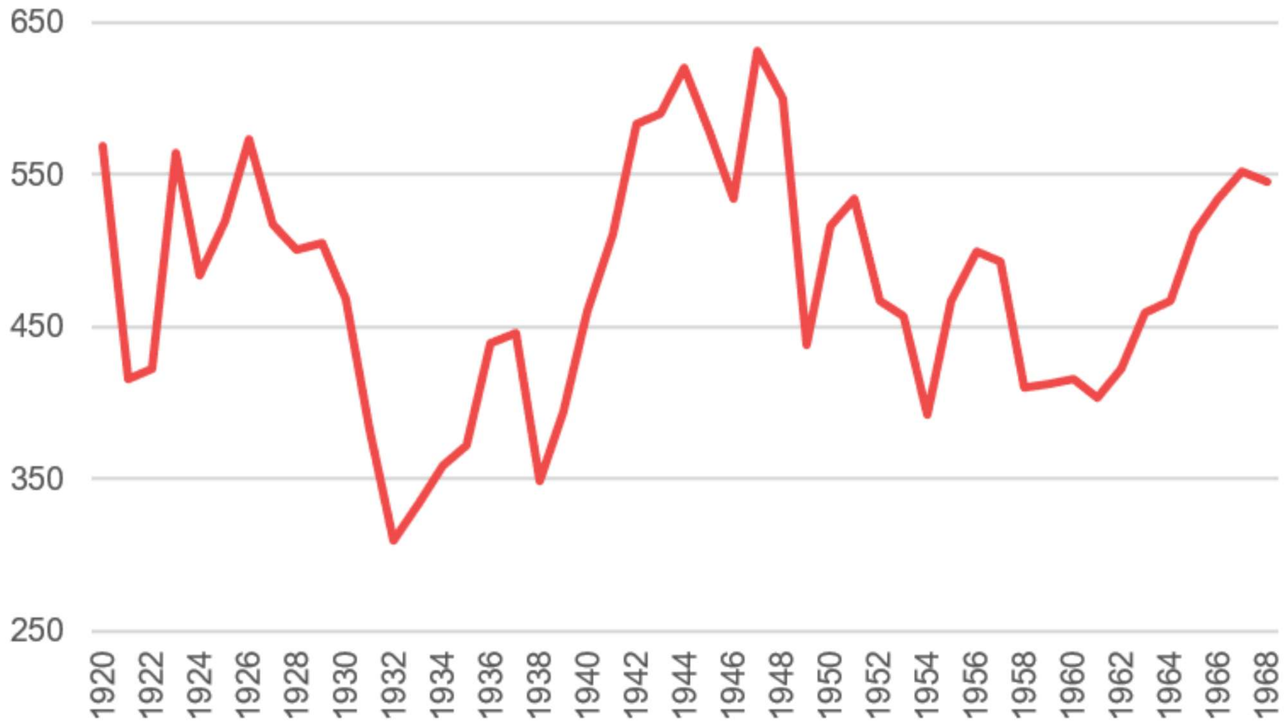
a) 0
b) 1.5
c) 3
d) 6
e) 8

Atividade

A variância do modelo$Y_t = 3 + \varepsilon_t - 0.5\varepsilon_{t-1} em \; que \; \varepsilon_t \overset{i.i.d}{\sim} N\left(0, \; 4\right), \; \forall t, \;$ é:

a) 3
b) 5
c) 8
d) 6
e) 12

A seguir temos a série anual da produção de carvão betuminoso nos Estados Unidos entre os anos 1920 e 1968.



Fonte: HYNDMAN, R. J.; ATHANASOPOULOS (2018)

Qual dos seguintes modelos seria um candidato a representar esta série?

a) Passeio aleatório simples
b) Passeio aleatório com constante
c) AR(1) estacionário sem constante
d) AR(1) estacionário com constante
e) Nenhuma das alternativas acima

Notas

Título modal [1]

Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos.

Título modal [1]

Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos.

Referências

BOX, G.E.P.; JENKINS, G.M. **Time series analysis**: Forecasting and control. San Francisco: Holden-Day, Inc., 1976.

BROCKWELL, P.J.; DAVIS, R.A. **Time Series**, Theory and Methods, 2nd ed., Springer, 2009.

CAMPBELL, M.J.; WALKER, A.M. A Survey of Statistical Work on the Mackenzie River Series of Annual Canadian Lynx Trappings for the Years 1821-1934 and a New Analysis. **Journal of the Royal Statistical Society**. Series A (General), v. 140, n. 4, p. 411–431, 28 ago. 1977.

HARVEY, A.C. **Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter**. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

HYNDMAN, R.J.; ATHANASOPOULOS, G. **Forecasting**: principles and practice. 2nd. ed. Melbourne.

MAKRIDAKIS, S.; WHEELWRIGHT, S.C.; HYNDMAN, R.J. **Forecasting**: methods and applications. New York: John Wiley & Sons, 1998.

MORETTIN, P.A.; TOLOI, C.M.C. **Análise de séries temporais**. São Paulo: Edgard Blucher, 2004.

Próxima aula

Próxima aula

- Funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial.

Explore mais

- Leia o texto Análise de Séries Temporais: http://www.each.usp.br/rvicente/AnaliseDeSeriesTemporais.pdf.