Parte A: Circuito RC

EQUIPAMIENTO

- Osciloscopio Digital Tektronic
- Circuito RLC, PASCO CI-6512
- Fuente de Poder 30V,5 A
- Conectores banana
- 2 cables BNC
- 1 resistencia de 10 kΩ externa al circuito

TEORÍA: CIRCUITO RC

Al conectar un condensador a una fuente de voltaje continuo, la razón a la cual se carga decrece con el tiempo. Al comienzo, el condensador se carga fácilmente, debido a que hay poca carga acumulada en sus placas. Sin embargo, a medida que esta se acumula, se debe realizar un mayor trabajo para mover cargas adicionales, por la fuerza repulsiva generada por las cargas del mismo signo. De esta manera, la ecuación de carga tiene forma exponencial (tasa de carga va declinando con el tiempo). La carga acumulada en las placas de un condensador en función del tiempo está dada por:

$$q(t) = q_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (1)$$

Aplicando la ley de Ohm también se puede analizar el potencial de carga y descarga

$$V = V_0\left(1 - e^{-t/\tau_c}\right) \quad (2)$$

Donde q_0 es la carga máxima que puede acumularse en las placas y $\tau = RC$ es la constante de tiempo capacitiva. Nótese que cuando $t = 0$, $q = 0$, por lo que no existe carga inicial en las placas. Además, $q = q_0$ sólo cuando $t = \infty$, lo que indica que un condensador demora un tiempo infinito en llegar a su carga máxima.

Si en la ecuación de carga de un condensador reemplazamos $q(t)$ por $q_0/2$, podemos obtener el tiempo que demora el condensador en llegar a la mitad de su carga máxima. Este tiempo se conoce como tiempo de vida media:

$$t_{1/2} = \tau \ ln(2) \qquad (3)$$

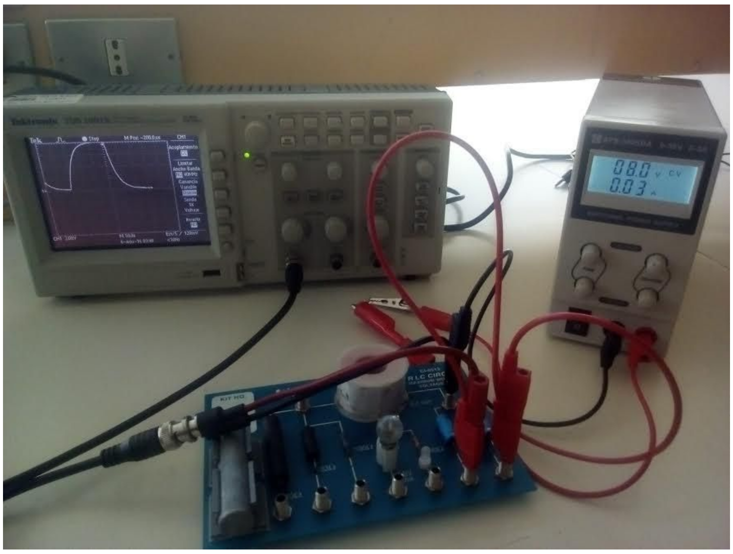
Además, en un circuito RC, la carga acumulada en el condensador puede relacionarse con la diferencia de potencial en éste de la forma:

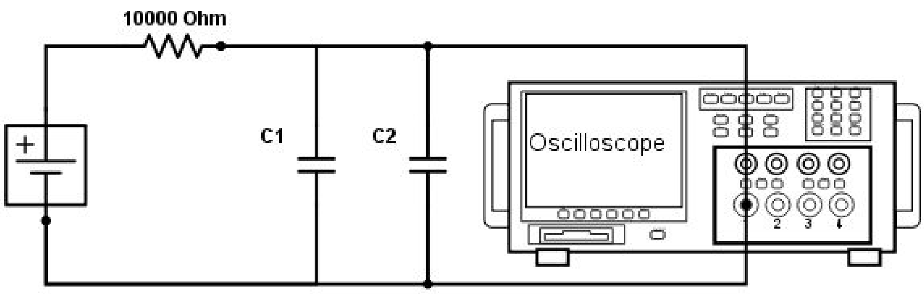
$$q = CV$$

Así, la carga en el condensador puede medirse indirectamente, a través del voltaje en el condensador en función del tiempo.

Montaje Experimental

Usando la placa PASCO con componentes eléctricos, arme el circuito que muestra la figura 1, usando la Fuente Externa HP y activada con 8V DC como fuente de voltaje.





Procedimiento

1.- Conecte la fuente de poder al circuito con la resistencia conectada en serie y los condensadores en paralelo. Conecte el osciloscopio con un cable coaxial en paralelo a los extremos del circuito de condensadores. Seleccione la amplitud en

8 V (voltaje DC de la fuente de poder) una vez que el asistente le revise el circuito.

2.- Ponga en ejecución el osciloscopio y encienda la fuente.

3.- Una vez que observe que el condensador se cargó completamente (esto se visualiza cuando la traza que muestra el osciloscopio es paralela al eje tiempo), cambie la conexión del borne (-) de la fuente y conéctela en el punto del (+) del mismo banano.

4.- Seleccione el Osciloscopio de la perilla **Sec/Div en 5 s** y el **Ch1 20 volts**

5.- Observe repetitivamente la carga y descarga hasta que se observe una curva completa de carga y descarga. Realice las mediciones necesarias para analizar posteriormente los datos. Confeccione una tabla de resumen con la información.

6.- Para encontrar el tiempo de vida media, examine su tabla de datos y realice un cálculo previo teórico para encontrar este punto crítico.

7.- Realice el **Gráfico** para ver la curva Potencial de Carga vs Tiempo. Use las flechas de movimiento en la pantalla, para encontrar el punto en que el voltaje empieza a subir. Detenga con el botón RUN / STOP del osciloscopio y ajuste la señal con las perillas VERTICAL y HORIZONTAL. Anote ese tiempo de inicio de la carga Luego, muévase hasta el punto en que el voltaje alcanza la mitad del máximo (8 V) registrando este dato. Anote este tiempo (interpole si es necesario).

$t_{v=0}$ = ______________ $t_{V/2}$ = _____________

8.- Mida a continuación la resistencia con un óhmetro (10 KOhm). Si dispone de un medidor de capacidad, úselo para medir la capacidad equivalente del condensador usado (conexión paralelo de la tarjeta Pasco)

R = __________ C = __________

9.- Repita el punto 7 y estudie ahora la descarga. Haga un cálculo previo para encontrar el tiempo de vida media y la constante de tiempo capacitivo $\mathbf{T_C}$

Análisis de Datos

1.- Encuentre la diferencia entre ambos tiempos, para determinar el tiempo de vida media para cada caso Carga y Descarga.

$$t_{1/2} = t_{V/2} - t_{v=0} \qquad (6)$$

2.- Calcule el valor teórico, usando la Ecuación (3)

3.- Calcule la diferencia porcentual entre los valores teórico y experimental de $t_{1/2}$.

4.- Cambie ahora la fuente corriente continua por un generador de señales que entregue pulsos continuos (onda cuadrada). Observe que sucede con la señal cuando el tiempo de carga tiende a cero (frecuencia de pulso alta comparado con tau).

5.- Explique cómo se relacionan la señal de entrada V(t) con la señal obtenida en el condensador Vc(t). Puede utilizar el canal 2 del osciloscopio para observar ambas señales al mismo tiempo.

Preguntas

1.- $t_{1/2}$ indica el tiempo que el condensador demora en cargarse a la mitad de la carga total. De acuerdo con esto, ¿Cuánto demora un condensador en alcanzar 75% de la carga total?

2.- Luego de cuatro vidas medias, ¿Qué porcentaje de la carga total ha alcanzado el condensador?

3.- ¿Cuál es la máxima carga, en términos de la carga total, que alcanza el condensador en este experimento?

PARTE B: CIRCUITO LR

Equipamiento

- Osciloscopio Digital Tektronix
- Generador de Señales
- Circuito *RLC*, PASCO
- Conectores y cables con bananos
- 2 cables Coaxiales para Generador y Osciloscopio
- 1 Resistencia de 10 Ω del circuito RLC
- Bobina con núcleo de aprox. 30 mH (mídalo previamente con Inductómetro)

TEORÍA: CIRCUITO RL

Al conectar una inductancia a una resistencia, la corriente que circula por el circuito aumenta exponencialmente, según la función:

$$I(t) = I_{max}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Donde $\tau = \frac{L}{R}$ es la constante de tiempo inductiva. Se puede realizar el mismo análisis anterior, donde si $t = 0 \rightarrow I = 0$; e $I = I_{max}$ sólo cuando $t = \infty$.

La constante de tiempo inductiva indica, además, el tiempo que demora el circuito en alcanzar una corriente estacionaria dada por:

$$I_{est} = \frac{V_0}{R}$$

Que coincide con el tiempo que demora la corriente en subir a 63% de su máximo.

El tiempo que demora la corriente en subir a la mitad de su máximo (50%) se denomina tiempo de vida media, y puede ser obtenido al reemplazar $I(t) = \frac{I_{max}}{2}$ en la función que describe el aumento de intensidad de corriente:

$$t_{1/2} = \tau \, ln(2)$$

Además, en esta experiencia se aplicará la Ley de tensiones de Kirchhoff (o segunda ley de Kirchhoff). Esta regla establece que en una malla cerrada de un circuito, la suma algebraica de las caídas de potencial de cada componente es igual a cero. Por ejemplo, en el caso del circuito LR utilizado en la Parte II de este experimento se tiene que las caídas de potencial son:

$$V_R = V_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}), \quad \text{Para la resistencia}$$

$$V_L = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad \text{Para la inductancia}$$

$$V_0, \quad \text{Para la fuente}$$

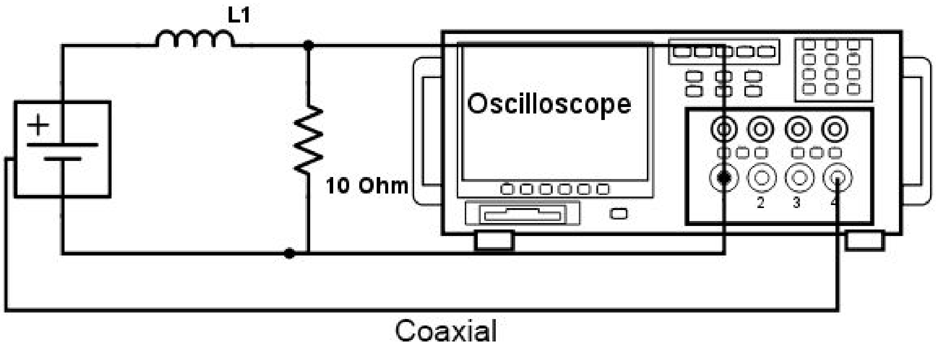
Y por la ley de tensiones de Kirchhoff:

$$\sum \Delta V_i = \Delta V_{Resistencia} + \Delta V_{Inductancia} + \Delta V_{Fuente} = 0$$

MONTAJE EXPERIMENTAL

1.- Conecte el generador de señales y prográmelo en el rango 4 hasta 6 volt; Onda Cuadrada con una frecuencia de entre 50 hasta 90 Hz.

2.- Conecte el circuito, como muestra la Figura 2.



3.-Conecte el cable coaxial del Generador en OUTPUT y conéctelo en los extremos del circuito SERIE R-L I de la tarjeta Pasco creando un circuito RL con la resistencia de 10 Ohm y la bobina de 30 mH . Luego del canal CH-1 conecte otro cable coaxial del OSCILOSCOPIO a los extremos de la bobina (cuidado con las polaridades).

Procedimiento

1.- Active el circuito y observe la traza en la bobina.

2.- Conecte un coaxial TRIGGER TTL OUT del generador al osciloscopio en el punto EXT TRIG y mueva la perilla TRIGGER LEVEL para estabilizar la imagen de la curva de la bobina.

3.- Cambie ahora la conexión en la bobina y conéctela en los extremos de la resistencia de 10 Ohm (cuidado de las polaridades). Aplique TRIGGER para estabilizar la señal.

4.- Registre la información más relevante de ambas curvas V_R vs. tiempo y V_L vs. tiempo para encontrar la constante de tiempo inductivo $\tau_L = L/R$

5.- Examine la traza en la resistencia y registre la información más relevante. Aplique la ley de Ohm para pasar de V_R a I_R así obtener la máxima corriente en el circuito

6.- Encuentre la constante de tiempo inductiva usando los datos de corriente y tiempo. Encuentre el valor máximo de corriente y el tiempo en que el voltaje era cero.

I_{max} = _______________ $t_{v=0}$ = _________________

Encuentre el tiempo en que la corriente sube a la mitad del máximo. Anótelo, interpolando si ello resulta necesario.

$tI_{/2}$ = ________________

A partir de la diferencia entre ambos tiempos anteriores, encuentre el tiempo de vida media y, a partir de él, la constante de tiempo inductiva.

$t_{1/2}$ = ________________ τ = _________________

7.- Imprima los gráficos V_L (voltaje de la bobina) vs tiempo, V_R (voltaje de la resistencia) vs tiempo y V_F (voltaje de la fuente) vs tiempo

NOTA :El valor de la inductancia de la bobina con el núcleo es de 30 mH aproximadamente.

Preguntas

1.- ¿Cómo se compara el valor medido de la constante de tiempo inductiva con el valor teórico dado por $\tau = L/R$? Recuerde que R representa la resistencia total del circuito.

2.- ¿Se cumple la regla de Kirchhoff? Compare al menos para tres tiempos distintos la suma algebraica del voltaje a través de la resistencia y la inductancia, con el voltaje de la fuente. Para esta comparación use los gráficos obtenidos anteriormente.

<u>Nota</u>: Recuerde medir con un multímetro los valores reales de R, C y L. Antes de medir el valor de L debe posicionar el núcleo de hierro en su centro

Parte C: Circuito RLC

Objetivo

- Estudiar la resonancia de un circuito RLC, examinando la corriente a través del circuito como función de la frecuencia del voltaje aplicado.

Equipamiento

- Osciloscopio Digital Tektronix
- Generador de Señales
- Circuito *RLC*, PASCO
- Conectores y cables con bananos
- 2 cables Coaxiales para Generador y Osciloscopio
- 1 Resistencia de 10 Ω del circuito RLC
- 1 Condensador de 100 uF del circuito RLC
- Bobina con núcleo de aprox. 30 mH (mídalo previamente con Inductometro)

Teoría

La amplitud de la corriente AC(I_0) en un circuito en serie RLC depende de la amplitud del voltaje aplicado(V_0) y la impedancia (Z). Lo anterior queda expresado como:

$$\boldsymbol{I}_0 = \frac{\boldsymbol{V}_0}{\boldsymbol{Z}} \tag{1}$$

Ya que la impedancia depende de la frecuencia, entonces la corriente varía con la frecuencia de la siguiente forma:

$$\boldsymbol{Z} = \sqrt{(\boldsymbol{X}_L - \boldsymbol{X}_C)^2 + \boldsymbol{R}^2} \tag{2}$$

donde:

X_L = reactancia inductiva
X_C = reactancia capacitiva
R = resistencia
ω =frecuencia angular
$X_L = \omega L$
$X_C = 1/\omega C$
$\omega = 2\pi v$, (siendo v la frecuencia lineal)

La corriente será máxima cuando el circuito sea dirigido a una frecuencia de resonancia:

$$\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{\boldsymbol{LC}}} \tag{3}$$

sabiendo que $\omega_{res}= 2\pi f$

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (4)$$

Se puede demostrar que en resonancia $X_L = X_C$ y entonces la impedancia será igual a R. En resonancia, la impedancia tiene el valor más bajo posible y la corriente tiene el valor más alto.

Montaje Experimental

En esta actividad el amplificador de potencia produce una corriente alterna a través del circuito RLC. La amplitud de la corriente depende de la impedancia en el circuito, el cual varía con la frecuencia.
El generador de señales controla la frecuencia y con el osciloscopio se medirá la diferencia de potencial a través de la resistencia del circuito.

Ud. usará el generador de señales para cambiar la frecuencia de voltaje aplicado.

- Deberá investigar la fase que relaciona el voltaje aplicado y el voltaje de la resistencia, así como varía la frecuencia.
- Deberá determinar la amplitud de la corriente a través de la resistencia y dibujar corriente vs frecuencia.

1.- Arme el circuito RLC serie como lo indica la figura 1, y conéctelo al amplificador de potencia Pasco.

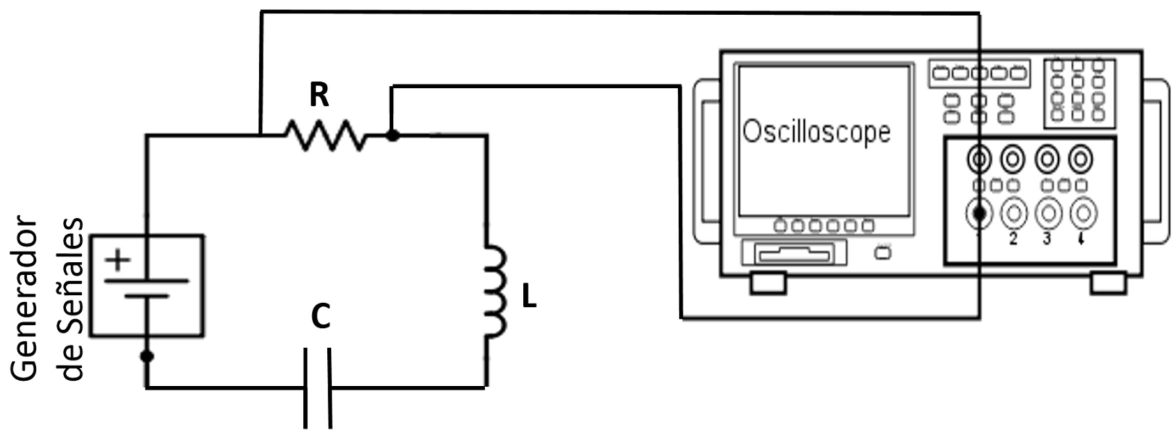


Figura 1: Circuito Experimental

2.- Compruebe con un capacimetro la capacidad del condensador. Conocido ya el valor de la inductancia L y medida la capacidad del condensador con un Capacimetro, estime el valor de la frecuencia de resonancia .

3.- En el generador de señales, seleccione **3V** en amplitud , **10 Hz** en frecuencia y **onda sinusoidal**.

Procedimiento

1.- En el osciloscopio determine el valor de la amplitud detectada (V_R)

2.- En el **Generador de Señales** aumente la frecuencia en 10 Hz. En la Tabla de datos adjunta , registre el voltaje V_R para esta nueva frecuencia.

3.- Incremente la frecuencia en 10 Hz y repita el proceso hasta llegar a 150 Hz.

4.- A partir de la tabla de datos determine la frecuencia de resonancia (donde el voltaje a través de la resistencia alcanza el valor máximo y el voltaje de salida con el voltaje de la resistencia está, en fase).

5.- Realice ajustes finos de la frecuencia hasta que la traza del voltaje de la resistencia esté en fase con la traza de salida.

Análisis

1.- Calcule la corriente que circula a través de la resistencia y registre los valores obtenidos en la tabla de datos.

2.- Haga un gráfico Corriente vs Frecuencia Lineal.

3.- Usando el valor de la frecuencia de resonancia (obtenida del osciloscopio), calcule la frecuencia de resonancia angular y registre el valor en la tabla de datos.

4. Calcule la frecuencia de resonancia angular teórica usando los valores de la inductancia y capacitancia. Compare este valor con el obtenido en 3.

Tabla de Datos

Frec. (Hz)	V_R	$I=V_R/R$
10		
20		
30		
40		
50		
60		
70		
80		
90		
100		
110		

120		
130		
140		
150		

Inductancia	**mH**
Resistencia	**Ω**
Capacitancia	**μF**
Frec. Resonancia lineal	**Hz**
Frec. Resonancia angular	**Hz**
Frec. Resonancia angular teórica	**Hz**

Preguntas

① ¿Cuál es el porcentaje de diferencia entre la frecuencia de resonancia angular medida con el valor teórico?.

② ¿Es la curva corriente vs frecuencia simétrica acerca de la frecuencia de resonancia?. Explique.

③ En resonancia, las reactancias del inductor y del capacitor se cancelan las unas a las otras por lo que la impedancia (Z) es igual a la resistencia (R). Calcule la resistencia del circuito usando la amplitud de la corriente en resonancia en la ecuación R=V/I (donde V es la amplitud del voltaje aplicado) ¿Es ésta resistencia igual a 10 Ω?.Explique.

Anexos:

1. Circuito RC

Las relaciones IV para la resistencia y el condensador están dados por

$$v_R = iR \qquad v_C = \frac{1}{C}\int_0^t i(t')dt' = \frac{q}{C}$$

Considerando la fuente de voltaje como un valor constante $v(t) = V_0$ y utilizando la segunda ley de Kirchhoff se obtiene

$$V_0 = iR + \frac{q}{C}$$

Esta ecuación diferencial tiene por solución

$$q(t) = V_0 C + Ae^{\frac{-t}{\tau}}$$

Con A una constante, y $\tau = RC$ el tiempo característico para el circuito. La condición inicial nos dice que no hay carga almacenada en el condensador al conectar el circuito, esto es $q(0) = 0$, entonces

$$q(t) = V_0 C(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$$

Por lo que el voltaje para el condensador está dado por

$$v_C(t) = V_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Si ahora se tiene en vez de un voltaje constante alimentando el circuito, uno arbitrario (dependiente del tiempo)

$$v(t) = \dot{q}R + \frac{q}{C}$$

Esta ecuación se puede solucionar con factor integrante, se define

$$f(t) \equiv \frac{v(t)}{R} \qquad \alpha = \frac{1}{RC}$$

Entonces

$$m(t)f(t) = m(t)\dot{q} + \alpha m(t)q$$

Se debe cumplir

$$\dot{m}(t) = \alpha m(t) \Rightarrow m(t) = e^{\alpha t}$$

Reemplazando

$$e^{\alpha t}f(t) = e^{\alpha t}\dot{q} + \alpha e^{\alpha t}q = \frac{d}{dt}(e^{\alpha t}q)$$

$$\Rightarrow e^{\alpha t}q = \int_0^t e^{\alpha t'}f(t')dt'$$

Quedando finalmente

$$q(t) = e^{-\frac{t}{\tau}}\int_0^t e^{\frac{t'}{\tau}}\frac{v(t')}{R}dt'$$

Para el voltaje del condensador

$$v_C(t) = \frac{e^{-\frac{t}{\tau}}}{RC}\int_0^t e^{\frac{t'}{\tau}}v(t')dt'$$

Si los tiempos en el que la fuente de voltaje esta activa son menores que el tiempo característico ($t \ll \tau$), esta expresión se puede aproximar a

$$v_C(t) \approx \frac{1}{RC}\int_0^t v(t')dt'$$

Por lo que el voltaje en el condensador no es más que la función integrada del voltaje de alimentación.

2. Circuito RL

Las relaciones IV para la resistencia y el inductor están dados por

$$v_R = iR \qquad v_L = L\frac{di}{dt}$$

Considerando la fuente de voltaje como un valor constante $v(t) = V_0$ y utilizando la segunda ley de Kirchhoff se obtiene

$$V_0 = iR + L\frac{di}{dt}$$

Esto es para $t > 0$, para $t = 0$ la fuente está apagada, entonces

$$0 = iR + L\frac{di}{dt}$$

La solución completa es

$$i(t) = \begin{cases} Ae^{-\frac{t}{\tau_L}} & t = 0 \\ \frac{V_0}{R} + Be^{-\frac{t}{\tau_L}} & t > 0 \end{cases}$$

Con A y B constantes, y $\tau_L = \frac{L}{R}$ el tiempo característico para el circuito RL. Para la derivada se tiene

$$\frac{di(t)}{dt} = \begin{cases} -\frac{A}{\tau_L}e^{-\frac{t}{\tau_L}} & t = 0 \\ -\frac{B}{\tau_L}e^{-\frac{t}{\tau_L}} & t > 0 \end{cases}$$

Y análogamente para el voltaje en el inductor

$$v_L(t) = \begin{cases} -RAe^{-\frac{t}{\tau_L}} & t = 0 \\ -RBe^{-\frac{t}{\tau_L}} & t > 0 \end{cases}$$

La condición inicial indica que

$$v_L(0^-) = 0$$

$$v_L(0^+) = V_0$$

Imponiendo dichas condiciones se obtiene

$$A = 0 \qquad B = -\frac{V_0}{R}$$

$$v_L(t) = \{0 \; t = 0 \; V_0 e^{-\frac{t}{\tau_L}} \; t > 0$$

Y la corriente está dada por

$$i(t) = \frac{V_0}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}})$$