

# Métodos de la física matemática I

## Ayudantía 1

PROFESOR: EDWARDS ARÉVALO (EAREVALO@FIS.PUC.CL)

AYUDANTE: AGUSTÍN ESCOBAR (ATESCOBAR@UC.CL)

11 de agosto de 2016

---

### Objetivos

- Trabajar el algebra de complejos y aprender las propiedades básicas
- Aprender a trabajar con series complejas mediante la demostración de propiedades.

### Problema 1: Algebra de complejos

1. Probar que  $Re(iz) = Im(z)$
2. Sean  $z_1, z_2$  números complejos. Probar que si  $Z = z_1 + z_2$  y  $W = z_1 z_2$  son reales negativos,  $z_1$  y  $z_2$  deben ser reales.

### Problema 2: Propiedades importantes

1. Demostrar la desigualdad

$$\left| \sum z_n \right| \leq \sum |z_n|$$

2. Demostrar que

$$|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$$

### Problema 3: Identidad de Lagrange y Desigualdad de Cauchy

1. Demostrar la identidad de Lagrange

$$\left| \sum_{k=1}^N a_k b_k \right|^2 = \left( \sum_{k=1}^N |a_k|^2 \right) \left( \sum_{k=1}^N |b_k|^2 \right) - \sum_{1 \leq i < j \leq N} |a_i \bar{b}_j - a_j \bar{b}_i|^2$$

2. Demostrar la desigualdad de Cauchy

$$\left| \sum_{k=1}^N a_k b_k \right|^2 \leq \left( \sum_{k=1}^N |a_k|^2 \right) \left( \sum_{k=1}^N |b_k|^2 \right)$$

## Problema 4: Conjuntos de puntos en el plano complejo

Describir que conjunto de puntos en el plano complejo representan las siguientes desigualdades.

1.  $|z - i| \leq 1$
2.  $\left| \frac{z-1}{z+1} \right| = 1$
3.  $\frac{1}{z} = \bar{z}$
4.  $|z^2 - 1| < 1$
5.  $|z|^2 = \operatorname{Im}(z)$

## Referencias

- William R. Derrick, Variable Compleja con Aplicacion.
- Bak & Newman, Complex Analysis.
- Pennisi, Elements of Complex Variable.
- Ahlfors, Complex Analysis.