

Домашнее задание №5

по курсу «Прикладная математика. Искусство и ремесло вычислений». 2 курс.

Профессор НИУ ВШЭ В.А.Гордин

Разослано 28 ноября. На полный балл до 6 декабря 23.59. На половинный – на неделю позже.

Выполненное задание посылать на адрес shadrin.dmitry2010@yandex.ru (с указанием автора работы) в обоих форматах WORD и PDF.

Не забудьте указать m – номер группы и k – номер в списке группы.

Задача 5.1. Построить интерполяционную кривую – рациональную функцию $R(x)$ степени $<2,2>$, имеющую полюс при $x=k$, и отвечающую интерполяционной таблице:

x	$-m$	$m\sqrt{2}$	$\sqrt{7}$	$2\sqrt{7}$
R	1	$-k$	$\sqrt{7}$	$-2\sqrt{7}$

Вычислить коэффициенты. Привести описание алгоритма. Указать точку второго полюса. Построить график $R(x)$, на котором звездочками указать точки интерполяции.

Задача 5.2. Рассмотрим диффур $x'' \pm mx^{k+1} = 0$. Определить первый интеграл. Построить фазовый портрет

Задача 5.3. Систему линейных обыкновенных дифференциальных уравнений $kd_t^2 x = m(y - x)$, $d_t^2 x = -m(y - x)$ переписать в виде системы 4 уравнений первого порядка. Определить спектр матрицы новой системы и ее собственные векторы. Заменой переменных привести матрицу к простейшему виду так, чтобы она распалась на две независимые системы 2 порядка, для каждой из которых построить определить первые интегралы и построить фазовые портреты.

Задача 5.4. Рассмотрите систему

$$\begin{cases} \dot{x} = -0.01mx - \operatorname{atan}(kz), \\ \dot{y} = x - 0.02my, \\ \dot{z} = y - mz. \end{cases}$$

Найдите аналитически стационарные точки и определите являются ли они устойчивыми? Постройте матрицу Гурвица. Постройте 15 траекторий вблизи точки $(x, y, z) = (0, 0, 0)$. Оцените, имеется ли у системы устойчивый предельный цикл? Представить и скрипт, и картинки.