Área Académica de Ingeniería en Computadores

Análisis Numérico para Ingeniería – CE-3102

Tarea #2

Pseudo inversa redistribuida para asignación de control

Estudiantes:

Yordi Brenes Roda

Gabriel Antonio Conejo Valerio

Ricardo Gatgens Rodríguez

Ignacio Morales Chang

Profesor:

Juan Pablo Soto Quirós

IS – 2022

La asignación de control es un término que describe el proceso que determina cómo emplear efectores de control para obtener una reacción deseada de un sistema. Métodos para control de asignación son utilizados en los campos de aviación y automovilismo desde el inicio de su historia. En las últimas décadas se ha dado mucho énfasis en los sistemas sobreactuados en vehículos aéreos, por ejemplo. Al sobreactuar el vehículo, se provee un cierto nivel de redundancia el sistema de control de vuelo. Por esto, se utilizan algoritmos de asignación de control para calcular una solución única para un problema sobreactuado. En las aeronaves, a medida que el diseño evoluciona, más efectores se están implementando. Cuando un sistema tiene más efectores que variables controladas, el sistema se vuelve sobreactuado.

Pseudo inversa redistribuida

Este método es iterativo y se utiliza la ecuación 1 conseguida de otro método siendo c un vector de ceros. Cuando ningún control excede sus límites, entonces se detiene la iteración y se utiliza la solución de la ecuación 1. Si alguno de los componentes del vector de control se satura, el problema se resuelve de nuevo, pero esta vez poniendo en cero la columna que corresponde a la componente del vector de control que se satura y se pone el negativo del valor saturado en el vector c.

$$\delta = -\mathrm{c} + \mathrm{B}^{\#}[\mathrm{d}_{\mathrm{des}} + \mathrm{Bc}] \tag{1}$$

Donde $\delta \in \mathbb{R}^n$ es el vector de efector de control, $\mathrm{d}_{\mathrm{des}} \in \mathbb{R}^m$ es el vector de las cantidades deseadas, $\mathrm{B} \in \mathbb{R}^{m\times n}$ es la matriz de control de efectividad y $\mathrm{c} \in \mathbb{R}^n$ es un vector de offset.

Tomando de ejemplo los siguientes valores:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -3 & -2 \\ 2 & -2 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{d}_{des} = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$-0.75 \le \delta_1 \le 0.75 \quad -0.75 \le \delta_2 \le 0.75 \quad -0.75 \le \delta_3 \le 0.75 \quad -0.75 \le \delta_4 \le 0.75$$

Utilizando la ecuación 1 se obtiene que:

$$\boldsymbol{\delta} = \mathbf{B}^{\sharp}\mathbf{d}_{des} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -3 & -2 \\ 2 & -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}^{\sharp} \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.55 \\ 0.23 \\ 0.5 \\ -0.86 \end{bmatrix}$$

Como δ_4 se sale de su límite negativo, entonces la cuarta columna se iguala a cero y se actualiza el vector c. Se vuelve a utilizar la ecuación 1 con los datos nuevos:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\delta} &= -\mathbf{c} + \mathbf{B}_{red}^{\sharp}\left[\mathbf{d}_{des} + \mathbf{Bc}\right] \\ &= -\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.75 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -2 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -3 & 0 \\ 2 & -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}^{\sharp} \left\{ \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -2 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -3 & -2 \\ 2 & -2 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.75 \end{bmatrix} \right\} \\ &= \begin{bmatrix} 0.6875 & 0.3125 & 0.5 & -0.75 \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

Obteniendo al final:

$$\mathbf{B}\begin{bmatrix} 0.6875 & 0.3125 & 0.5 & -0.75 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T = \mathbf{d}_{des}$$

Referencias Bibliográficas

Hrovat, D., Jankovic, M., Kolmanovsky, I., Mahner, S., & Yanakiev, D. (2011). The Control Handbook: Control System Applications.