Volumes

Paralelepípedo: $V = c \times h \times l$

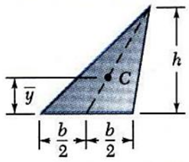
Esfera: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Cone: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h$

Cilindro $V = \pi r^2 \times h$

Pirâmide: $V = \frac{1}{3}Ab \times h$

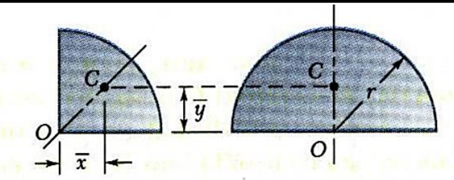
Centroides 2D



Triângulo

$\bar{y} = \frac{h}{3}$

$Area = \frac{bh}{2}$



1/4 Circulo

$\bar{x} = \frac{4r}{3\pi}$

$\bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$

$Area = \frac{\pi r2}{4}$

1/2 Circulo

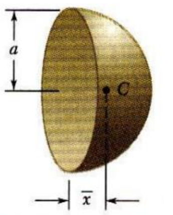
$\bar{x} = 0$

$\bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$

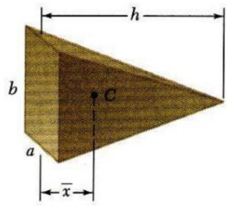
$Area = \frac{\pi r2}{2}$

Centroides 3D

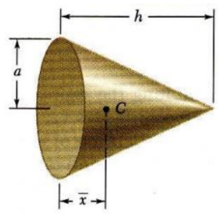
Semiesfera



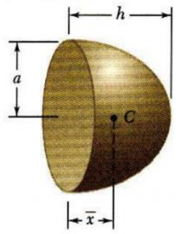
Pirâmide



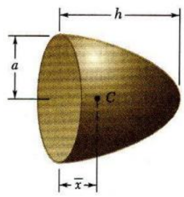
Cone



Semielipsoide



Paraboloide



	Semiesfera	Pirâmide	Cone	Semielipsoide	Paraboloide
Centroide	$\frac{3a}{8}$	$\frac{h}{4}$	$\frac{h}{4}$	$\frac{3h}{8}$	$\frac{h}{3}$
Volume	$\frac{2}{3}\pi a^3$	$\frac{1}{3}abh$	$\frac{1}{3}\pi a^2 h$	$\frac{2}{3}\pi a^2 h$	$\frac{1}{2}\pi a^2 h$

Centroide qualquer triângulo

$$C = \left(\frac{1}{3}(X_L + X_M + X_N), \frac{1}{3}(Y_L + Y_M + Y_N)\right)$$

X_{LMN}: coordenadas dos vértices em X

Y_{LMN}: coordenadas dos vértices em Y

Teorema dos eixos paralelos

I **:** Inércia relativamente a um eixo A

$\bar{I}$ **:** Inércia relativamente a um eixo B

A : Área da forma (2D) / Massa (3D)

d : distância entre os eixos A e B

$$I = \bar{I} + Ad^2$$

Cálculo do momento de inércia de uma peça em relação a um eixo

1. Dividir a peça em partes.
2. Calcular o volume **V** das peças.
3. Calcular a massa **m** das peças.
4. Calcular as inércias $\mathbf{I_C}$ em relação ao centroide.
5. Calcular a distância **d** do centroide ao eixo pedido.
6. Calcular a inércia **I** das peças em relação ao eixo pedido.
7. Calcular a inércia total $\mathbf{I_T}$ somando as inércias de cada peça

(Inércias podem ser negativas se forem furos)

Cálculo do centro de gravidade de uma peça

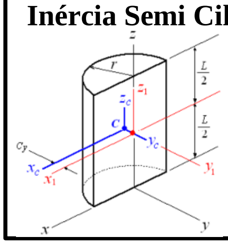
1. Dividir a peça em diferentes partes.
2. Calcular o volume de cada uma das peças.
3. Obter os centros de gravidade das peças.
4. Preencher a seguinte tabela:

Peça	V_i	x_i	y_i	z_i	$x_i V_i$	$y_i V_i$	$z_i V_i$
P_1							
P_2							
…							
P_i							
$\sum$	$\sum Vi$				$\sum XiVi$	$\sum YiVi$	$\sum ZiVi$

5. Calcular o centro de gravidade da peça:

$$X_G = \frac{\sum XiVi}{\sum Vi} \qquad Y_G = \frac{\sum YiVi}{\sum Vi} \qquad Z_G = \frac{\sum ZiVi}{\sum Vi}$$

Inércia Semi Cilindro em relação ao centroide



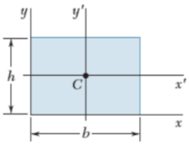
$$I_{XC} = \left(\frac{1}{4} - \frac{16}{9\pi^2}\right)mr^2 + \frac{1}{12}mL^2$$

$$I_{YC} = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}mL^2$$

$$I_{XC} = \left(\frac{1}{2} - \frac{16}{9\pi^2}\right)mr^2$$

Centros de massa 2D

Retângulo



$\bar{I}_{x'} = \frac{1}{12}bh^3$

$\bar{I}_{y'} = \frac{1}{12}b^3h$

$I_x = \frac{1}{3}bh^3$

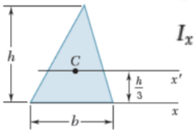
$I_y = \frac{1}{3}b^3h$

$J_C = \frac{1}{12}bh(b^2 + h^2)$

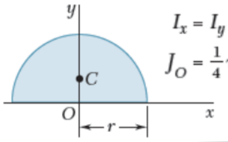
Triângulo

$\bar{I}_{x'} = \frac{1}{36}bh^3$

$I_x = \frac{1}{12}bh^3$



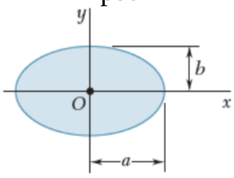
Semicírculo



$I_x = I_y = \frac{1}{8}\pi r^4$

$J_O = \frac{1}{4}\pi r^4$

Elipse

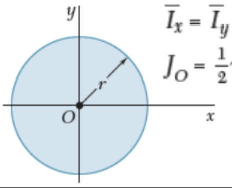


$\bar{I}_x = \frac{1}{4}\pi ab^3$

$\bar{I}_y = \frac{1}{4}\pi a^3b$

$J_O = \frac{1}{4}\pi ab(a^2 + b^2)$

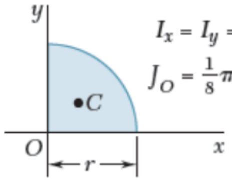
Círculo



$\bar{I}_x = \bar{I}_y = \frac{1}{4}\pi r^4$

$J_O = \frac{1}{2}\pi r^4$

Quarto de círculo

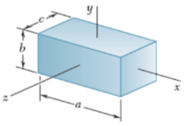


$I_x = I_y = \frac{1}{16}\pi r^4$

$J_O = \frac{1}{8}\pi r^4$

Centros de massa 3D

Paralelepípedo

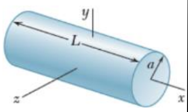


$I_x = \frac{1}{12}m(b^2 + c^2)$

$I_y = \frac{1}{12}m(c^2 + a^2)$

$I_z = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$

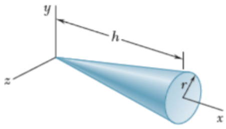
Cilindro



$I_x = \frac{1}{2}ma^2$

$I_y = I_z = \frac{1}{12}m(3a^2 + L^2)$

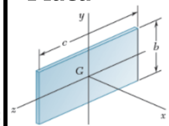
Cone



$I_x = \frac{3}{10}ma^2$

$I_y = I_z = \frac{3}{5}m(\frac{1}{4}a^2 + h^2)$

Placa

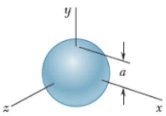


$I_x = \frac{1}{12}m(b^2 + c^2)$

$I_y = \frac{1}{12}mc^2$

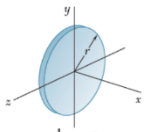
$I_z = \frac{1}{12}mb^2$

Esfera



$I_x = I_y = I_z = \frac{2}{5}ma^2$

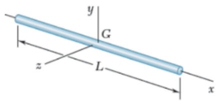
Disco



$I_x = \frac{1}{2}mr^2$

$I_y = I_z = \frac{1}{4}mr^2$

Tubo



$I_y = I_z = \frac{1}{12}mL^2$

Raio de Giração

$$K = \sqrt{\frac{I}{m}} = \sqrt{\frac{Inércia}{massa}}$$

Denavit-Hartenberg

Eixos:

$\boldsymbol{z_i}$: normalmente colocado na junta ou na direção no movimento linear.

$\boldsymbol{o_i}$: origem é colocada onde a normal comuns aos eixos z_i e z_{i-1} interseta z_i.

$\boldsymbol{x_i}$: ou fica na direção da normal comum aos eixos z_i e z_{i-1} ou na direção normal ao plano z_{i-1} - z_i (no caso de estes se intercetarem)

$\boldsymbol{y_i}$: completa-se pela regra da mão direita

Planeamento de trajetórias

Interpolação cúbica:

$$\theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$$

$$\dot{\theta}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2$$

$$\ddot{\theta}(t) = 2a_2 + 6a_3 t$$

Coeficientes:

$$a_0 = \theta_0 \qquad a_1 = \dot{\theta}_0$$

$$a_2 = \frac{3}{t_f^2}(\theta_f - \theta_0) - \frac{2}{t_f}\dot{\theta}_0 - \frac{1}{t_f}\dot{\theta}_f$$

$$a_3 = -\frac{2}{t_f^3}(\theta_f - \theta_0) + \frac{2}{t_f^2}(\dot{\theta}_f + \dot{\theta}_0)$$

Contruir a tabela de DH:

i	r_i	d_i	α_i	θ_i
1				
2				
n				

$$A_n = \begin{bmatrix} \cos\theta_n & -\sin\theta_n\cos\alpha_n & \sin\theta_n\sin\alpha_n & r_n\cos\theta_n \\ \sin\theta_n & \cos\theta_n\cos\alpha_n & -\cos\theta_n\sin\alpha_n & r_n\sin\theta_n \\ 0 & \sin\alpha_n & \cos\alpha_n & d_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^0 = A_1 \times A_2$$

$$T_n^0 = \prod_1^n A_n$$

r_i - distância (ao longo de x_i) desde a interseção do eixo x_i com z_{i-1} até ao centro o_i

d_i - distância (ao longo de z_{i-1}) desde o centro o_{i-1} até à interseção do eixo x_i com z_{i-1}

α_i - angulo de z_{i-1} para z_i medido em torno de x_i

θ_i - angulo de x_{i-1} para x_i medido em torno de z_{i-1}

Se a junta i for prismática d_i é variável *

Se a junta i for rotacional θ_i é variável *