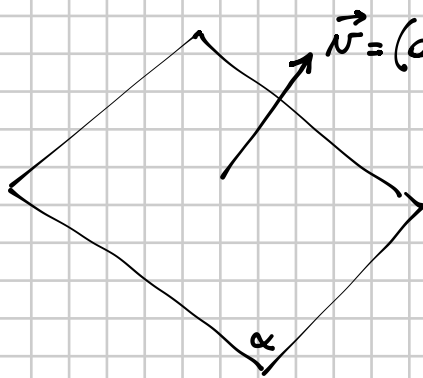


RETTE NELLO SPAZIO



$$\vec{n} = (a, b, c)$$

VETTORE NORMALE AL PIANO

EQ. PIANO

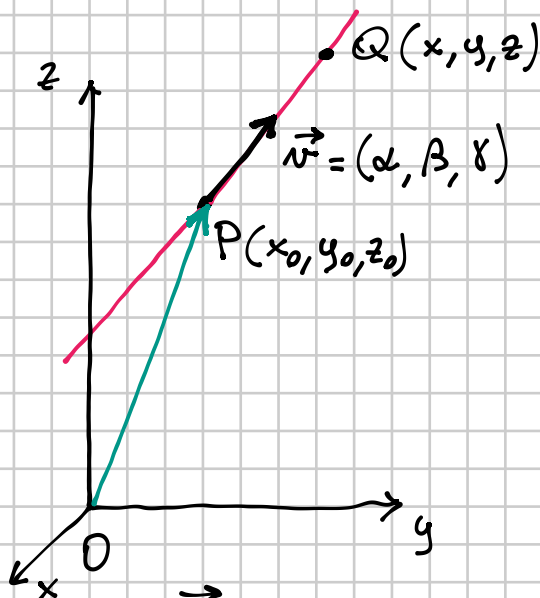
$$ax + by + cz + d = 0$$

Le rette nello spazio possono essere rappresentate da
INTERSEZIONI DI PIANI (NON PARALLELI)

$$\begin{cases} 2x - y + z + 1 = 0 \\ 3x + 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$$

Questo sistema rappresenta una retta.

ALTRI MODI PER DETERMINARE UNA RETTA



$$\begin{aligned} \vec{PQ} &= (x - x_0, y - y_0, z - z_0) \\ &= K \vec{n} \end{aligned}$$

Q è individuato
dalla somma

$$\vec{OQ} = \vec{OP} + \vec{PQ} \quad \vec{OQ} = \vec{OP} + K \vec{n}$$

$$\begin{cases} x = x_0 + K\alpha \\ y = y_0 + K\beta \\ z = z_0 + K\gamma \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{EQUAZIONI} \\ \text{PARAMETRICHE} \\ \text{DELLA} \\ \text{RETTA} \end{array}$$

$$\begin{cases} \frac{x - x_0}{\alpha} = K \\ \frac{y - y_0}{\beta} = K \\ \frac{z - z_0}{\gamma} = K \end{cases}$$

$$\frac{x - x_0}{\alpha} = \frac{y - y_0}{\beta} = \frac{z - z_0}{\gamma}$$

EQUAZIONI
CARTESIANE DELLA
RETTA

$$\begin{cases} 2x - y + z + 1 = 0 \\ 3x + 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$$

è una retta scritta come
intersezione di piani.

Come posso trasformarla in forma
parametrica?

$$\begin{cases} 2x - y + K + 1 = 0 \\ 3x + 2y - K + 2 = 0 \\ z = K \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x + K + 1 \\ 3x + 2(2x + K + 1) - K + 2 \\ z = K \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + K + 1 \\ 3x + 4x + 2K + 2 - K + 2 \Rightarrow 7x + K + 4 = 0 \Rightarrow 7x = -K - 4 \\ z = K \end{cases}$$

\Downarrow

$$x = -\frac{1}{7}K - \frac{4}{7}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{7}K - \frac{4}{7} \\ y = 2\left(-\frac{1}{7}K - \frac{4}{7}\right) + K + 1 \\ z = K \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{1}{7}K - \frac{4}{7} \\ y = -\frac{2}{7}K - \frac{8}{7} + K + 1 = \frac{5}{7}K - \frac{1}{7} \\ z = K \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{4}{7} + K\left(-\frac{1}{7}\right) \\ y = -\frac{1}{7} + K \cdot \frac{5}{7} \\ z = 0 + K \cdot 1 \end{cases}$$

quindi questa è la retta di
direzione $\left(-\frac{1}{7}, \frac{5}{7}, 1\right) = \vec{n}$

passante per il punto $\left(-\frac{4}{7}, -\frac{1}{7}, 0\right)$

La direzione può essere anche $\vec{w} = -7\vec{n} = (1, -5, -7)$

Quindi la stessa retta può anche essere scritta

$$\begin{cases} x = -\frac{4}{7} + K \\ y = -\frac{1}{7} - 5K \\ z = -7K \end{cases}$$

215

 $P(2; -4; 1), \vec{v}(3; 5; 1).$ PUNTO DI
PASSAGGIOVETTORE
DIREZIONESCRIVERE LE EQUAZIONI DELLA
RETTA IN FORMA CARTESIANA
E PARAMETRICAF. PARAMETRICA

$$\begin{cases} x = 2 + 3K \\ y = -4 + 5K \\ z = 1 + K \end{cases}$$

Se prendo un punto qualsiasi della
retta (ad es. con $K=1$ $Q(5, 1, 2)$)
e il vettore $\vec{W} = 2\vec{v} = (6, 10, 2)$

$$\begin{cases} x = 5 + 6K \\ y = 1 + 10K \\ z = 2 + 2K \end{cases} \quad \text{è ancora la stessa retta}$$

F. CARTESIANA

$$\begin{cases} K = \frac{x-2}{3} \\ K = \frac{y+4}{5} \\ K = z-1 \end{cases} \Rightarrow \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{5} = z-1$$

223

 $A(2; 0; 3), B(0; 4; -2).$

$$\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4t \\ z = 3 - 5t \end{cases} ; \frac{2-x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{3-z}{5}$$

SCRIVERE LE
EQ. PARAM. E CARTESIANE
DELLA RETTA PER A E B

$$\vec{v} = \vec{AB} = (0-2, 4-0, -2-3) = (-2, 4, -5)$$

VETTORE
DIREZIONE

eq. parametriche

$$\begin{cases} x = 2 - 2K \\ y = 4K \\ z = 3 - 5K \end{cases}$$

$$\frac{x-x_0}{\alpha} = \frac{y-y_0}{\beta} = \frac{z-z_0}{\gamma}$$



$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A} = \frac{z-z_A}{z_B-z_A}$$

eq. cartesiane

$$\frac{x-2}{-2} = \frac{y}{4} = \frac{z-3}{-5}$$

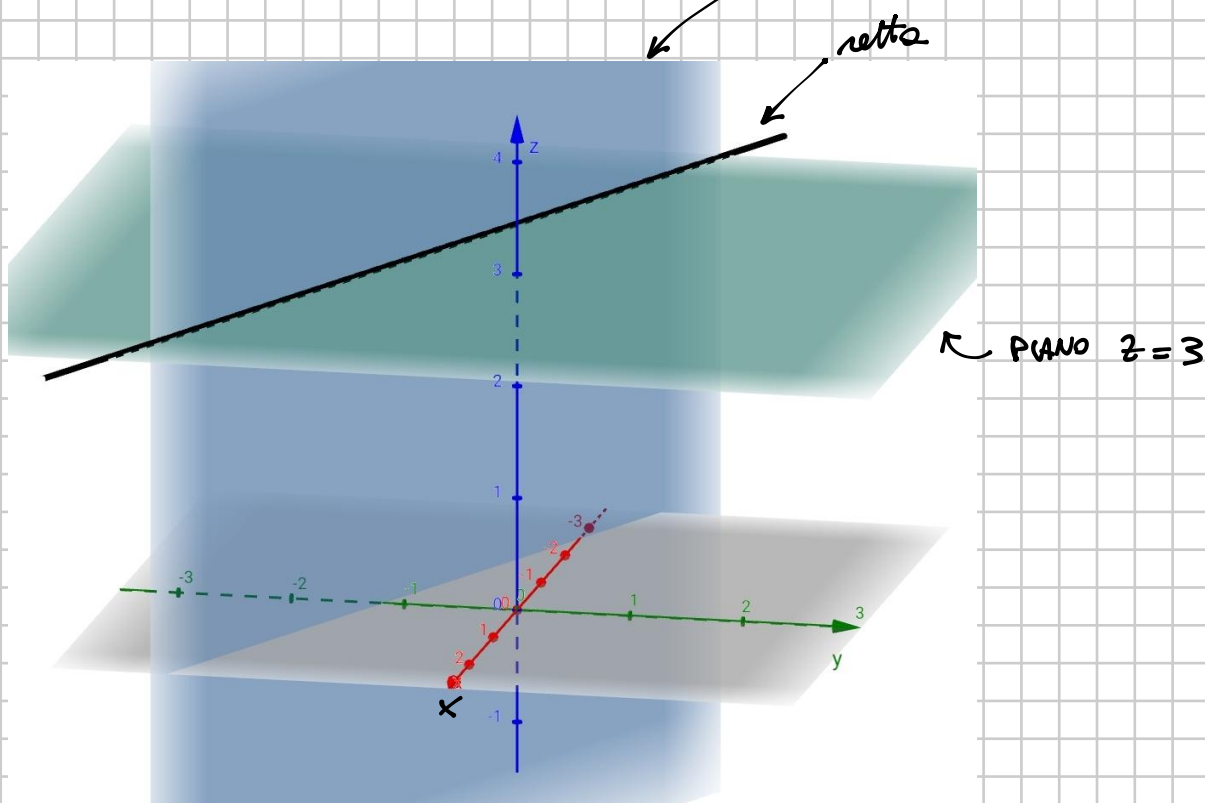
$$\begin{cases} x = -7 + 11t \\ y = 2 - 5t \\ z = 3 \end{cases} ; \begin{cases} \frac{x+7}{11} = \frac{y-2}{-5} \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\vec{r} = \overrightarrow{RS} = (11, -5, 0)$$

$$\begin{cases} x = -7 + 11t \\ y = 2 - 5t \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x+7}{11} = \frac{y-2}{-5} \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\text{PIANO } \frac{x+7}{11} = \frac{y-2}{-5}$$



Trova due piani aventi per intersezione la retta di equazioni

$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + 8t \end{cases} \quad [x - 2y + 5 = 0; 4x + z - 6 = 0]$$

$$\begin{cases} x = 1 - 2(3 - y) \\ t = 3 - y \\ z = 2 + 8(3 - y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 - 6 + 2y \\ z = 2 + 24 - 8y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y + 5 = 0 \\ 8y + z - 26 = 0 \end{cases}$$