25/11/2019

ESERCIZIO

Calcolare la derivata di $f(x) = 3x^2 - 1$ nel punto $x_0 = 2$.

$$\Delta y = f(2+\Delta x) - f(2) = \underbrace{\left[3(2+\Delta x)^2 - 1\right]}_{f(2+\Delta x)} - \underbrace{\left[3 \cdot 2^2 - 1\right]}_{f(2)} =$$

$$= 3\left(4 + 4\Delta x + \Delta x^2\right) - 1 - 11 =$$

$$= \cancel{12} + 12\Delta x + 3\Delta x^2 - \cancel{12} = 3\Delta x^2 + 12\Delta x$$

$$f'(2) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{3\Delta x^2 + 12\Delta x}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cancel{\Delta x}(3\Delta x + 12)}{\cancel{\Delta x}} = \lim_{\Delta x \to 0} (3\Delta x + 12) = 12$$

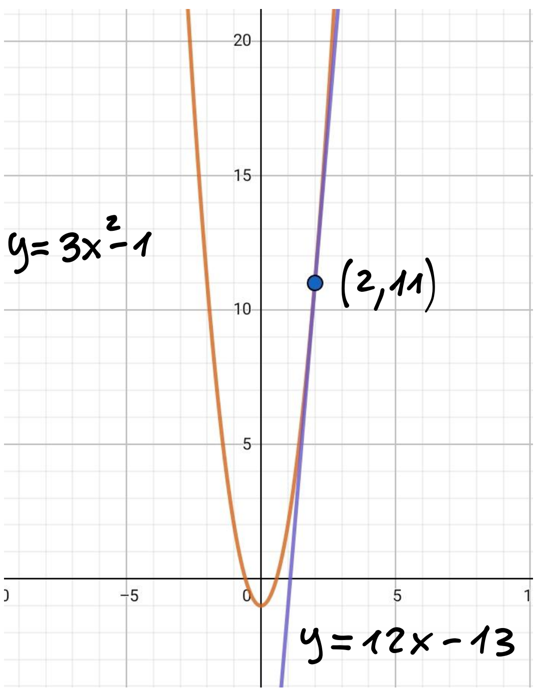
Se volessi scrivere l'equazione della retta tangente:

punto di tangenza $(2, f(2)) = (2, 11)$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 11 = 12(x - 2)$$

DERIVATA $f'(2)$



$$\boxed{y = 12x - 13}$$ TANGENTE

In generale, è possibile calcolare la derivata in x_0 della funzione $f(x) = a x^2$ con la formula

$$f'(x_0) = 2 a x_0$$

DIMOSTRAZIONE

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = \underbrace{a(x_0+\Delta x)^2}_{f(x_0+\Delta x)} - \underbrace{a x_0^2}_{f(x_0)} =$$

$$= a(x_0^2 + 2x_0 \Delta x + \Delta x^2) - a x_0^2 =$$

$$= \cancel{a x_0^2} + 2 a x_0 \Delta x + a \Delta x^2 - \cancel{a x_0^2} = a \Delta x^2 + 2 a x_0 \Delta x$$

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{a \Delta x^{\cancel{2}} + 2 a x_0 \cancel{\Delta x}}{\cancel{\Delta x}} = \lim_{\Delta x \to 0} (2 a x_0 + a \Delta x) =$$

$$= 2 a x_0$$

COMPITI

1) Calcolare la derivata in 1 di $f(x) = 2x^3$
2) Calcolare (tramite la formula vista) la derivata in $x_0 = 10$ di $f(x) = 30x^2$
3) Calcolare la derivata in $x_0 = 2$ di $f(x) = 2x + 1$ e trovare una regola per calcolare la derivata di $f(x) = a x$ nel generico x_0.