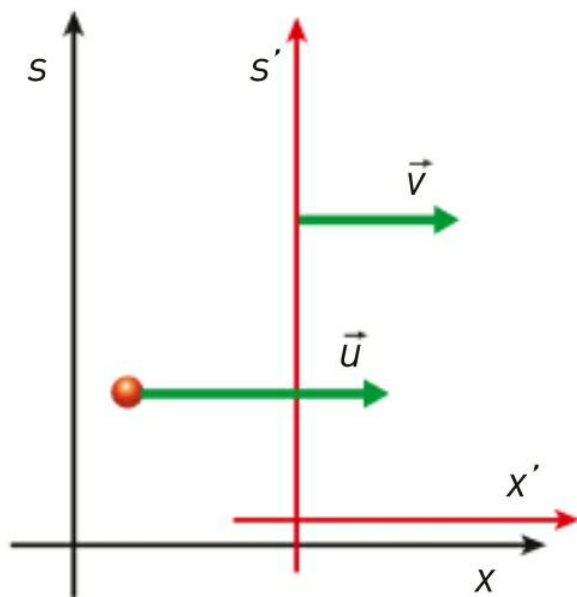


27/4/2018

COMPOSIZIONE RELATIVISTICA DELLE VELOCITÀ



velocità del punto materiale
rispetto a S' (m/s)

velocità del punto materiale
rispetto a S (m/s)

velocità di S' rispetto a S (m/s)

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

velocità della luce nel vuoto (m/s)

DIMOSTRAZIONE

$$[S] \quad u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$[S'] \quad u' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{x'_2 - x'_1}{t'_2 - t'_1}$$

$$u' = \frac{x'_2 - x'_1}{t'_2 - t'_1} = \frac{\cancel{\gamma}(x_2 - vt_2) - \cancel{\gamma}(x_1 - vt_1)}{\cancel{\gamma}(t_2 - \frac{\beta}{c}x_2) - \cancel{\gamma}(t_1 - \frac{\beta}{c}x_1)} = \frac{(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)}{(t_2 - t_1) - \frac{\beta}{c}(x_2 - x_1)}$$

$$= \frac{\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} - v}{1 - \frac{\beta}{c} \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}} = \frac{u - v}{1 - \frac{v}{c} \cdot u} = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

29

★★★

Nel sistema di riferimento S un'astronave si muove con velocità $v = c/4$ ed emette un proiettile che, nello stesso sistema, si muove con velocità $v' = 3c/4$.

- Calcola la velocità del proiettile nel sistema di riferimento solidale con l'astronave.

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

[8 c/13]

DA TROVARE: u'

$$u' = \frac{\frac{3}{4}c - \frac{c}{4}}{1 - \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}}{1}} = \frac{\frac{c}{2}}{1 - \frac{3}{16}} =$$

$$= \frac{\frac{c}{2}}{\frac{13}{16}} = \frac{c}{2} \cdot \frac{16}{13} = \boxed{\frac{8}{13}c}$$

$$u = \frac{3}{4}c$$

33

★★★

Tre fasci di particelle viaggiano uno dietro l'altro all'interno di un acceleratore di particelle. Il primo fascio ha velocità $v_{1,2} = c/2$ rispetto al secondo, il quale ha velocità $v_{2,3} = c/2$ rispetto al terzo, il quale ha velocità $v_3 = c/2$ rispetto al laboratorio.

► Calcola la velocità del primo fascio di particelle rispetto al laboratorio.

[13c/14]

$S = \text{SISTEMA LABORATORIO}$

$S_1 = \text{SISTEMA 1° FASCIO}$

$S_2 = \text{SISTEMA 2° FASCIO}$

$S_3 = \text{SISTEMA 3° FASCIO} \quad v_3 = \frac{c}{2}$

La velocità del 2° FASCIO rispetto a S si calcola con la formula inversa della composizione.

$$v_3 = \frac{c}{2} \quad v_2' = v_{23} = \frac{c}{2}$$

$$u_2 = \frac{\mu_2' + v_3}{1 + \frac{\mu_2' v_3}{c^2}} = \frac{\frac{c}{2} + \frac{c}{2}}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{c}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{4}{5} c$$

Applichiamo ancora la formula

$$u_1 = \frac{v_{12} + u_2}{1 + \frac{v_{12} u_2}{c^2}} = \frac{\frac{c}{2} + \frac{4}{5} c}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}} = \frac{\frac{5+8}{10} c}{\frac{7}{5}} = \frac{\frac{13}{10} c}{\frac{7}{5}} = \frac{13}{10} \cdot \frac{5}{7} c = \boxed{\frac{13}{14} c}$$