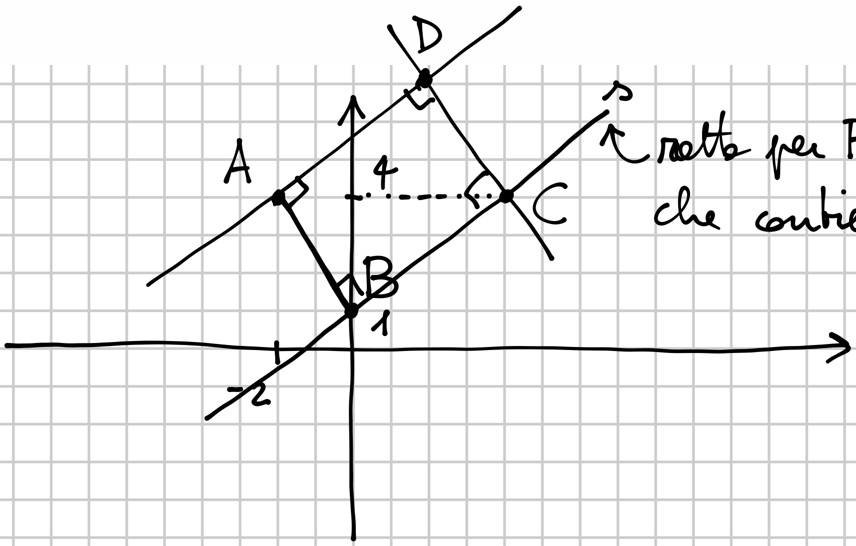
17/2/2021

566 Un rettangolo $ABCD$ è tale che $A(-2, 4)$ e $B(0, 1)$; è noto inoltre che il vertice C ha ordinata 4. Determina le coordinate dei vertici C e D del rettangolo. $\left[C\left(\frac{9}{2}, 4\right); D\left(\frac{5}{2}, 7\right)\right]$



s ← retta per B perpendicolare ad A, che contiene il lato BC, quindi ad essa appartiene il vertice C

$$m_{AB} = \frac{4-1}{-2-0} = -\frac{3}{2}$$

$$s: \quad y - 1 = \frac{2}{3}(x - 0)$$

$$y = \frac{2}{3}x + 1$$

$$C(x_c, 4) \nearrow \quad 4 = \frac{2}{3}x_c + 1$$

$$\frac{2}{3}x = 3 \qquad x = \frac{9}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{C\left(\frac{9}{2}, 4\right)}$$

retta AD: // s passante per $A(-2,4)$

$$y - 4 = \frac{2}{3}(x+2) \qquad y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} + 4$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{16}{3}$$

retta DC: // AB passante per $C\left(\frac{9}{2},4\right)$

$$y - 4 = -\frac{3}{2}\left(x - \frac{9}{2}\right) \qquad y = -\frac{3}{2}x + \frac{27}{4} + 4$$

$$\begin{cases} y = \frac{2}{3}x + \frac{16}{3} \\ y = -\frac{3}{2}x + \frac{43}{4} \end{cases} \Rightarrow \quad -\frac{3}{2}x + \frac{43}{4} = \frac{2}{3}x + \frac{16}{3}$$

$$\frac{-18x + 129}{\cancel{12}} = \frac{8x + 64}{\cancel{12}}$$

$$-18x - 8x = 64 - 129$$

$$-26x = -65$$

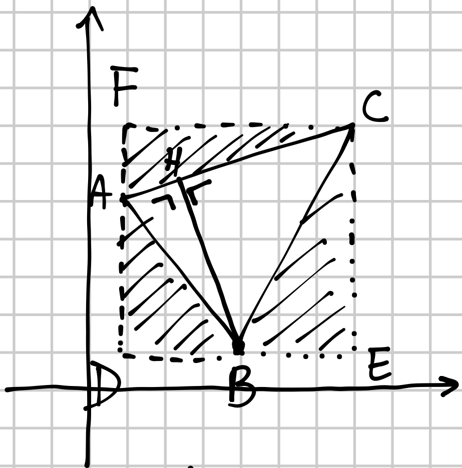
$$x = \frac{\cancel{65}^{\,5}}{\cancel{26}_{\,2}} = \frac{5}{2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{\cancel{2}}{3} \cdot \frac{5}{\cancel{2}} + \frac{16}{3} = \frac{21}{3} = 7 \end{cases}$$

$$D\left(\frac{5}{2}, 7\right)$$

OSSERVAZIONE IMPORTANTE

Per trovare l'area di un triangolo:



$$\mathcal{A}_{ABC} = \mathcal{A}_{DECF} - \mathcal{A}_{DBA} - \mathcal{A}_{BEC} - \mathcal{A}_{ACF}$$

In alternativa $\overline{BH}$ = distanza del punto B dalla retta AC

retta per 2 punti

$\overline{AC}$ = distanza dei punti A e C

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2}\,\overline{AC} \cdot \overline{BH}$$

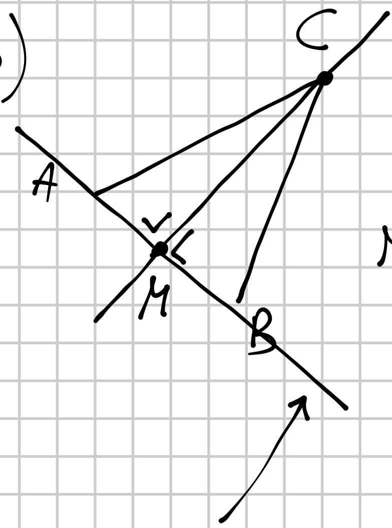
551 Un triangolo ABC, isoscele sulla base AB, è tale che:

- C è il punto di intersezione delle rette di equazioni $x - y - 1 = 0$ e $x - 2y + 4 = 0$;
- il punto medio M di AB ha coordinate $(4, 1)$;
- il vertice A del triangolo ha ordinata che supera di 1 il doppio dell'ascissa.

Determina le coordinate dei vertici del triangolo ABC. $\left[A\left(\frac{4}{5}, \frac{13}{5}\right); B\left(\frac{36}{5}, -\frac{3}{5}\right); C(6, 5)\right]$

$$C: \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ x - 2y + 4 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 1 \\ y + 1 - 2y + 4 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 1 \\ -y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 + 1 = 6 \\ y = 5 \end{cases} \qquad C(6, 5)$$



$M(4, 1)$

La retta AB è $\perp$ a CM

$$m_{CM} = \frac{5 - 1}{6 - 4} = \frac{4}{2} = 2$$

$m_{AB} = -\frac{1}{2}$ retta AB: $y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 4)$ passa per M e ha coeff. angolare $-\frac{1}{2}$

$A \in y = 1 + 2x$ retta i cui punti hanno ordinata che supera di 1 il doppio dell'ascissa

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -\frac{1}{2}x + 3 \end{cases} \quad 2x + 1 = -\frac{1}{2}x + 3 \quad 2x + \frac{1}{2}x = 3 - 1$$

$$\frac{5}{2}x = 2 \qquad x = \frac{4}{5}$$

$$\begin{cases} x = \frac{4}{5} \\ y = 2 \cdot \frac{4}{5} + 1 = \frac{13}{5} \end{cases} \qquad A\left(\frac{4}{5}, \frac{13}{5}\right)$$

$A\left(\frac{4}{5}, \frac{13}{5}\right)$ $M(4, 1)$

Il punto medio di A e B deve essere M

$$\frac{\frac{4}{5} + x_B}{2} = 4 \qquad \frac{\frac{13}{5} + y_B}{2} = 1$$

$$\frac{4}{5} + x_B = 8 \qquad \frac{13}{5} + y_B = 2$$

$$x_B = 8 - \frac{4}{5} = \frac{36}{5} \qquad y_B = 2 - \frac{13}{5} = -\frac{3}{5}$$

$$B\left(\frac{36}{5}, -\frac{3}{5}\right)$$