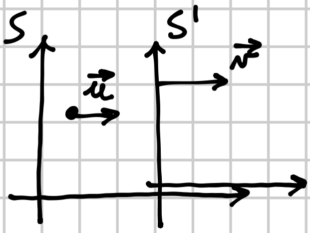
41 ◆◆◆ Tre fasci di particelle viaggiano uno dietro l'altro all'interno di un acceleratore di particelle. Il primo fascio ha velocità $v_{1,2} = c/2$ rispetto al secondo, il quale ha velocità $v_{2,3} = c/2$ rispetto al terzo, il quale ha velocità $v_3 = c/2$ rispetto al laboratorio.

▶ Calcola la velocità del primo fascio di particelle rispetto al laboratorio.

[13c/14]

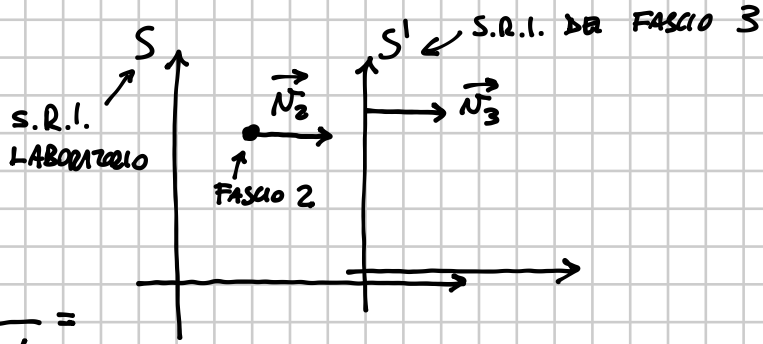


$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

TRASF. INVERSA $$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

$$v_{1,2} = \frac{c}{2} \qquad v_{2,3} = \frac{c}{2} \qquad v_3 = \frac{c}{2} \qquad v_1 = ?$$

Si applica la formula <u>INVERSA</u>:

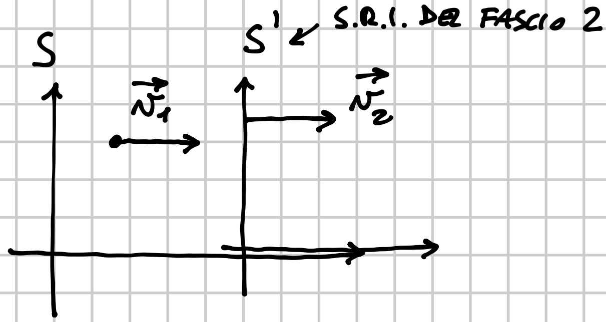


$$v_2 = \frac{v_{2,3} + v_3}{1 + \frac{v_{2,3} \cdot v_3}{c^2}} =$$

VELOCITÀ DEL 2° FASCIO RISP. AL LABORATORIO

$$= \frac{\frac{c}{2} + \frac{c}{2}}{1 + \frac{\frac{c^2}{4}}{c^2}} = \frac{c}{1 + \frac{1}{4}} =$$

$$= \frac{4}{5} c$$



$$v_1 = \frac{v_{1,2} + v_2}{1 + \frac{v_{1,2} \cdot v_2}{c^2}} = \frac{\frac{c}{2} + \frac{4}{5} c}{1 + \frac{\frac{2}{5} \cancel{c^2}}{\cancel{c^2}}} =$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{4}{5}\right) c}{1 + \frac{2}{5}} = \frac{\frac{5+8}{10} c}{\frac{7}{5}} = \frac{13}{\cancel{10}_{2}} \cdot \frac{\cancel{5}^{1}}{7} c = \boxed{\frac{13}{14} c}$$

ESAME DI STATO 2019

7 In laboratorio si sta osservando il moto di una particella che si muove nel verso positivo dell'asse x di un sistema di riferimento a esso solidale. All'istante iniziale, la particella si trova nell'origine e in un intervallo di tempo di $2,0$ ns percorre una distanza di 25 cm. Una navicella passa con velocità $v = 0,80\,c$ lungo la direzione x del laboratorio, nel verso positivo, e da essa si osserva il moto della stessa particella. Determinare le velocità medie della particella nei due sistemi di riferimento. Quale intervallo di tempo e quale distanza misurerebbe un osservatore posto sulla navicella?

S = S.R.I. DEL LABORATORIO

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25\ \text{cm}}{2,0\times10^{-9}\ \text{s}} = 12,5\times10^{9}\ \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 12,5\times10^{7}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} =$$

$$= 1,25\times10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{1,25}{3,00}\cdot\underbrace{3,00\times10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}_{c} = \frac{\cancel{125}^{\ \cancel{25}\ 5}}{\cancel{300}_{\ \cancel{60}\ 12}}\,c = \boxed{\frac{5}{12}c}$$

S' = S.R.I. DELLA NAVICELLA

$$v = 0,80\,c = \frac{4}{5}c$$

$$v'_m = \frac{v_m - v}{1-\frac{v_m\cdot v}{c^2}} = \frac{\frac{5}{12}c - \frac{4}{5}c}{1-\frac{\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{5}\cancel{c^2}}{\cancel{c^2}}} =$$

$$= \frac{\frac{25-48}{60}}{1-\frac{1}{3}}\,c = \frac{-\frac{23}{60}}{\frac{2}{3}}\,c = -\frac{23}{\cancel{60}_{20}}\cdot\frac{\cancel{3}}{2}\,c =$$

$$= \boxed{-\frac{23}{40}c}$$

Il "meno" significa che il verso è opposto a quello +

S (LABORATORIO)

$\Delta x = 25$ cm

$\Delta t = 2,0\times10^{-9}$ s

S' (NAVICELLA)

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t) =$$

$$= \frac{5}{3}\left(0,25 - 0,80\times3,0\times10^{8}\times2,0\times10^{-9}\right)\text{m}$$

$$= -0,38\bar{3}\ \text{m} \simeq \boxed{-0,38\ \text{m}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{16}{25}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{25}}} = \frac{5}{3}$$

$$\beta = 0,80 = \frac{4}{5}$$

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{\beta}{c}\Delta x\right) = \frac{5}{3}\left(2,0\times10^{-9} - \frac{4}{5\times3,0\times10^{8}}\,0,25\right)\text{s} =$$

$$= 2,22\ldots\times10^{-9}\ \text{s} \simeq \boxed{2,2\ \text{ns}}$$