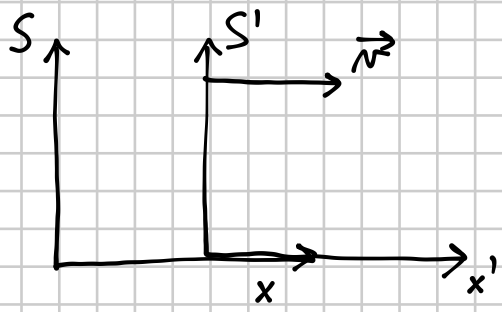
19/3/2021

pg. 1487

64 ★★★ Nel sistema di riferimento S un punto materiale è nella posizione $x = 40$ m all'istante $t = 0{,}10$ μs. Il secondo sistema di riferimento S' si muove lungo l'asse x nel verso positivo con velocità $v = 2{,}0 \times 10^8$ m/s.

▶ Determina le coordinate dello stesso punto materiale in S'.

[27 m; 1,5 × 10⁻⁸ s]



$$v = 2{,}0 \times 10^8 \ \frac{m}{s}$$

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right) \end{cases}$$

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{2{,}0 \times 10^8 \ \frac{m}{s}}{3{,}0 \times 10^8 \ \frac{m}{s}} = \frac{2}{3}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{4}{9}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{9}}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$x = 40 \ m$

$t = 0{,}10 \times 10^{-6} \ s$

$$x' = \gamma(x - vt) = \frac{3}{\sqrt{5}}\left(40\,m - \left(2{,}0 \times 10^8 \ \frac{m}{s}\right)\left(0{,}10 \times 10^{-6} \ s\right)\right) =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{5}}(40\,m - 20\,m) = \frac{3}{\sqrt{5}}(20\,m) = 26{,}832\ldots \ m \simeq \boxed{27\,m}$$

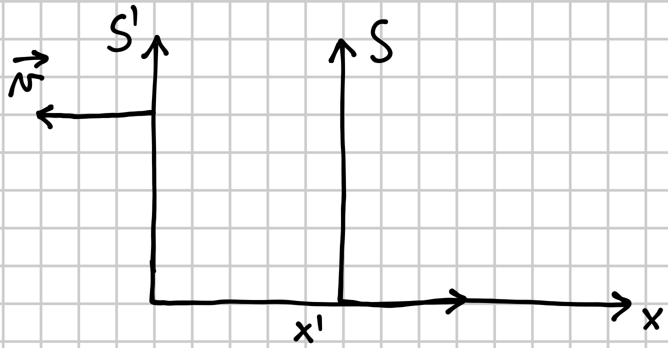
$$t' = \frac{3}{\sqrt{5}}\left[0{,}10 \times 10^{-6} \ s - \frac{2\,(40\,m)}{3\left(3{,}0 \times 10^8 \ \frac{m}{s}\right)}\right] = \frac{3}{\sqrt{5}}\left[1{,}0 \times 10^{-7} \ s - \frac{8{,}0}{9{,}0} \times 10^{-7} \ s\right] =$$

$$= 0{,}14907\ldots \times 10^{-7} \ s \simeq \boxed{1{,}5 \times 10^{-8} \ s}$$

65 ★★★ Una particella si muove nel verso positivo della direzione x con velocità costante nel sistema del laboratorio S. Un contatore per i raggi cosmici rileva il passaggio di una particella nella posizione $x_1 = 80$ cm all'istante $t_1 = 15$ ns. Il sistema di riferimento S' si muove nel verso negativo dell'asse x con velocità $-3c/5$. All'istante $t_0 = 0$ s, le origini dei due sistemi di riferimento S e S' coincidono.

▶ Calcola le coordinate della particella misurate in S'.

[4,4 m; $2,1 \times 10^{-8}$ s]



$$v = -\frac{3}{5}c \qquad \beta = \frac{v}{c} = -\frac{3}{5}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(-\frac{3}{5}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{9}{25}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{16}{25}}} = \frac{5}{4}$$

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right) \end{cases}$$

$$x = 80 \text{ cm} = 80 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$t = 15 \text{ ns} = 15 \times 10^{-9} \text{ s}$$

$$x' = \frac{5}{4}\left(80 \times 10^{-2} \text{ m} + \frac{3}{5}\left(3,0 \times 10^{8} \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\left(15 \times 10^{-9} \text{ s}\right)\right) =$$

$$= \frac{5}{4}\left(8,0 \times 10^{-1} \text{ m} + 27 \times 10^{-1} \text{ m}\right) = 4,375 \text{ m} \simeq \boxed{4,4 \text{ m}}$$

$$t' = \frac{5}{4}\left(15 \times 10^{-9} \text{ s} + \frac{3\left(80 \times 10^{-2} \text{ m}\right)}{5\left(3,0 \times 10^{8} \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}\right) = \frac{5}{4}\left(15 \times 10^{-9} \text{ s} + \frac{8,0}{5,0} \times 10^{-9} \text{ s}\right)$$

$$= 20,75 \times 10^{-9} \text{ s} \simeq \boxed{2,1 \times 10^{-8} \text{ s}}$$