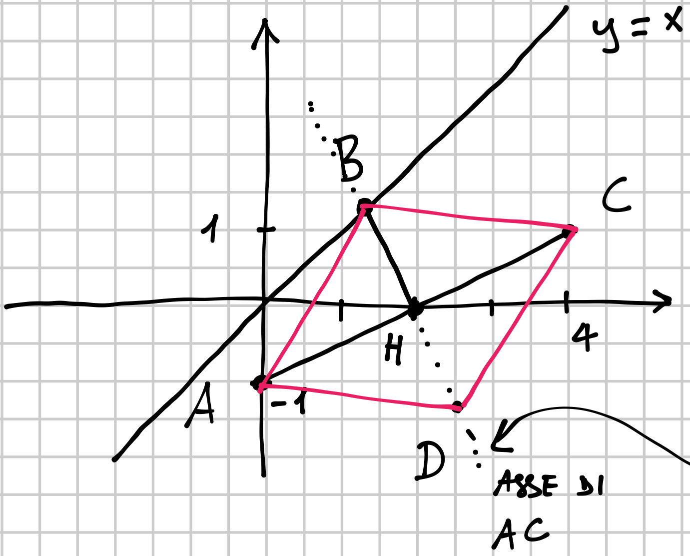
4/2/2021

415 Dati i punti $A(0, -1)$ e $C(4, 1)$, determina i restanti vertici del rombo $ABCD$, di diagonale AC, sapendo che B appartiene alla bisettrice del primo e del terzo quadrante.

$\left[B\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right), D\left(\frac{8}{3}, -\frac{4}{3}\right)\right]$



BH fa parte dell'asse di AC, quindi trovo tale asse

$$(x-x_A)^2+(y-y_A)^2=(x-x_C)^2+(y-y_C)^2$$

$$(x-0)^2+(y+1)^2=(x-4)^2+(y-1)^2$$

$$\cancel{x^2}+\cancel{y^2}+\cancel{1}+2y=\cancel{x^2}+16-8x+\cancel{y^2}+\cancel{1}-2y$$

$$8x+4y-16=0$$

$$2x+y-4=0$$ asse di AC (retta BH)

INTERSEZIONE TRA bisettrice e asse

$$B\begin{cases} y=x \\ 2x+y-4=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=x \\ 2x+x-4=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=x \\ 3x-4=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=\frac{4}{3} \\ x=\frac{4}{3} \end{cases} \quad B\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

Trovo H, che è il punto medio di AC $\quad A(0,-1) \quad C(4,1)$

$$H\left(\frac{0+4}{2}, \frac{-1+1}{2}\right) = (2,0) \qquad B\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

$$\overline{BH} = \sqrt{\left(\frac{4}{3}-2\right)^2+\left(\frac{4}{3}-0\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{4}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{9}+\frac{16}{9}} =$$

$$= \sqrt{\frac{20}{9}} = \frac{2}{3}\sqrt{5}$$

D deve soddisfare 2 condizioni

1) $D \in$ retta $2x+y-4=0$

2) $\overline{DH} = \overline{BH} \qquad \left(\overline{DH}^2 = \overline{BH}^2\right)$

$D(x_D, y_D)$

DA TROVARE (INCOGNITE)

1) $2x_D + y_D - 4 = 0$

2) $(x_D-2)^2 + (y_D-0)^2 = \frac{20}{9}$ $\quad \left(\frac{2}{3}\sqrt{5}\right)^2$

METTO A SISTEMA (chiamo le incognite x e y)

$$\begin{cases} 2x+y-4=0 \\ x^2+4-4x+y^2 = \frac{20}{9} \end{cases} \qquad \begin{cases} y=-2x+4 \\ x^2+4-4x+(-2x+4)^2 = \frac{20}{9} \end{cases}$$