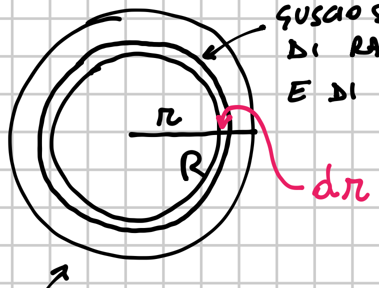
AREA DELLA SUPERFICIE SFERICA

VOLUME SFERA DI RAGGIO R $= \frac{4}{3}\pi R^3$

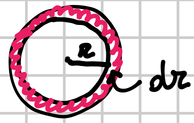


GUSCIO SFERICO DI RAGGIO r E DI SPESSORE dr

$A(r) =$ AREA DELLA SUPERFICIE SFERICA DI RAGGIO r (DA TROVARE)

IMMAGINO IL VOLUME SFERICO COMPOSTO DA TANTI GUSCI SFERICI CONCENTRICI, DI RAGGIO r CON $0 < r < R$

$dV =$ VOLUME DI UN GUSCIO SFERICO DI SPESSORE INFINITESIMO



$$dV = A(r)\cdot dr$$

$$\text{Volume sfera} = \int_0^R dV = \int_0^R A(r)\cdot dr = \frac{4}{3}\pi R^3$$

GIÀ DIMOSTRATO

$$F(R) = \int_0^R A(r)\,dr \Rightarrow F'(R) = A(R)$$

1° TH. FONDAMENTALE DEL CALCOLO

$$\int_0^R A(r)\,dr = \frac{4}{3}\pi R^3$$

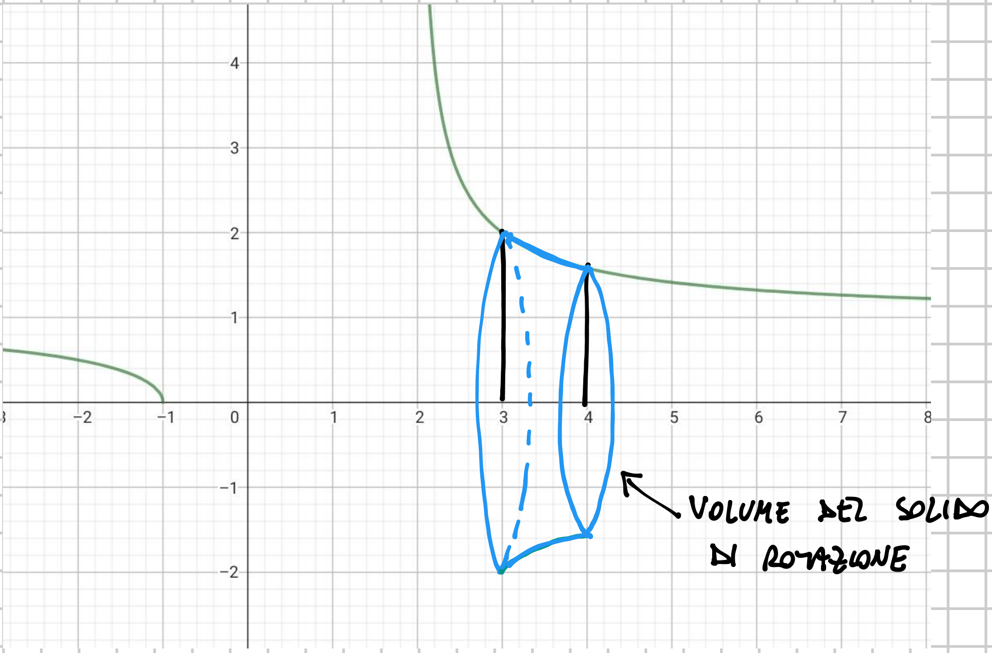
DERIVO ENTRAMBI I MEMBRI (RISPETTO A R)

$$\boxed{A(R) = 4\pi R^2}$$

388 Dopo aver studiato la funzione di equazione

$$y = \sqrt{\frac{x+1}{x-2}},$$

determina il volume del solido generato da una rotazione di 360° attorno all'asse x della regione finita di piano delimitata dal grafico della funzione e dalle rette di equazioni $x = 3$ e $x = 4$. $[\pi + 3\pi \ln 2]$



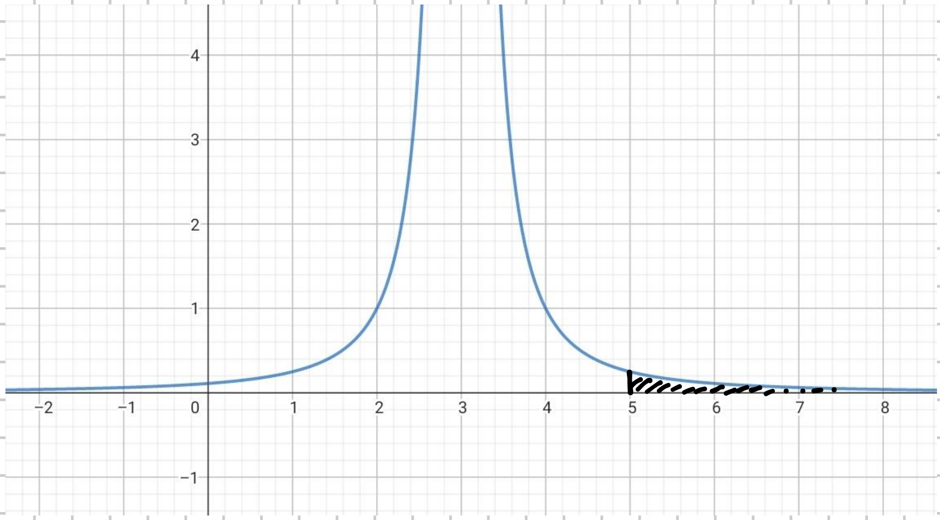
$$V = \pi \int_3^4 \frac{x+1}{x-2}\,dx = \pi \int_3^4 \frac{x-2+2+1}{x-2}\,dx =$$

$$= \pi \int_3^4 \left[1 + \frac{3}{x-2}\right] dx = \pi \left[x + 3\ln(x-2)\right]_3^4 =$$

$$= \pi \left[4 + 3\ln 2 - 3 - 3\underbrace{\ln 1}_{0}\right] = \pi \left[1 + 3\ln 2\right]$$

480 $\displaystyle\int_5^{+\infty} \frac{1}{(x-3)^2}\,dx$ INTEGRALE IMPROPRIO $\left[\frac{1}{2}\right]$

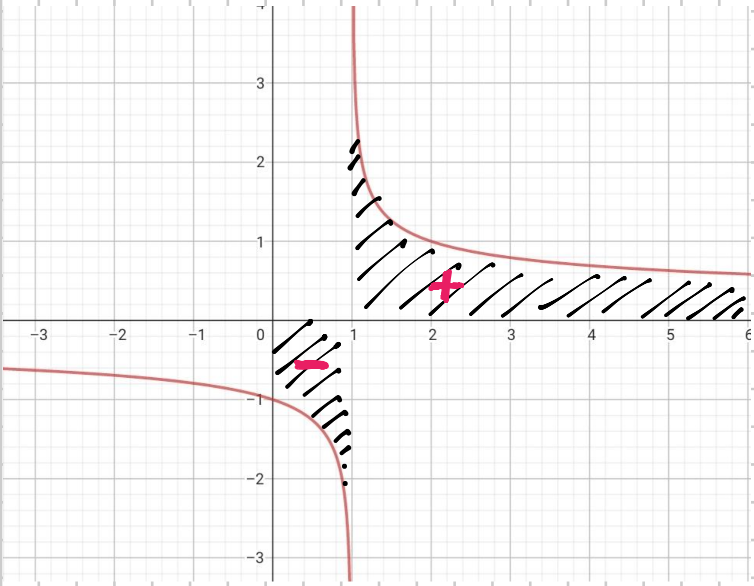
INTERVALLO ILLIMITATO



$$\int_5^{+\infty} \frac{1}{(x-3)^2}\,dx = \lim_{t\to+\infty} \int_5^{t} \frac{1}{(x-3)^2}\,dx = \lim_{t\to+\infty} \left[-\frac{1}{x-3}\right]_5^t =$$

$$= \lim_{t\to+\infty} \left[-\frac{1}{t-3} - \left(-\frac{1}{5-3}\right)\right] = \lim_{t\to+\infty} \left[\underbrace{-\frac{1}{t-3}}_{\to 0} + \frac{1}{2}\right] = \frac{1}{2}$$

464 $\displaystyle\int_0^{9} \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}\,dx$ $\left[\frac{9}{2}\right]$



$f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x-1}}$ non è definita in $x=1$

È una funzione illimitata in $[0,1)\cup(1,9]$

$$\int_0^{9} \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}\,dx =$$

$$= \int_0^{1} \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}\,dx + \int_1^{9} \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}\,dx =$$

$$= \lim_{t\to1^-} \int_0^{t} \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}\,dx + \lim_{t\to1^+} \int_t^{9} \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}\,dx =$$

$$= \lim_{t\to 1^-} \int_0^t \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}\,dx + \lim_{t\to 1^+} \int_t^9 \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}\,dx =$$

$$= \lim_{t\to 1^-} \int_0^t (x-1)^{-\frac{1}{3}}\,dx + \lim_{t\to 1^+} \int_t^9 (x-1)^{-\frac{1}{3}}\,dx =$$

$$= \lim_{t\to 1^-} \left[\frac{1}{-\frac{1}{3}+1} (x-1)^{-\frac{1}{3}+1} \right]_0^t + \lim_{t\to 1^+} \left[\frac{1}{-\frac{1}{3}+1} (x-1)^{-\frac{1}{3}+1} \right]_t^9 =$$

$$= \lim_{t\to 1^-} \left[\frac{3}{2} \sqrt[3]{(x-1)^2} \right]_0^t + \lim_{t\to 1^+} \left[\frac{3}{2} \sqrt[3]{(x-1)^2} \right]_t^9 =$$

$$= \lim_{t\to 1^-} \frac{3}{2} \left[\overbrace{\sqrt[3]{(t-1)^2}}^{0} - \overbrace{\sqrt[3]{(0-1)^2}}^{1} \right] + \lim_{t\to 1^+} \frac{3}{2} \left[\overbrace{\sqrt[3]{(9-1)^2}}^{\sqrt[3]{8^2}=4} - \overbrace{\sqrt[3]{(t-1)^2}}^{0} \right] =$$

$$= \frac{3}{2}(-1) + \frac{3}{2}\cdot 4 = -\frac{3}{2} + 6 = \boxed{\frac{9}{2}}$$