QUESITO MATURITÀ

$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$f(x) = (x-1)^2 + (x-2)^2 + (x-3)^2 + (x-4)^2 + (x-5)^2$$

Trovare il minimo.

$$f'(x) = 2(x-1) + 2(x-2) + 2(x-3) + 2(x-4) + 2(x-5) =$$

$$= 2x - 2 + 2x - 4 + 2x - 6 + 2x - 8 + 2x -$$

$$= \cancel{2}(5x - 15) = 0$$

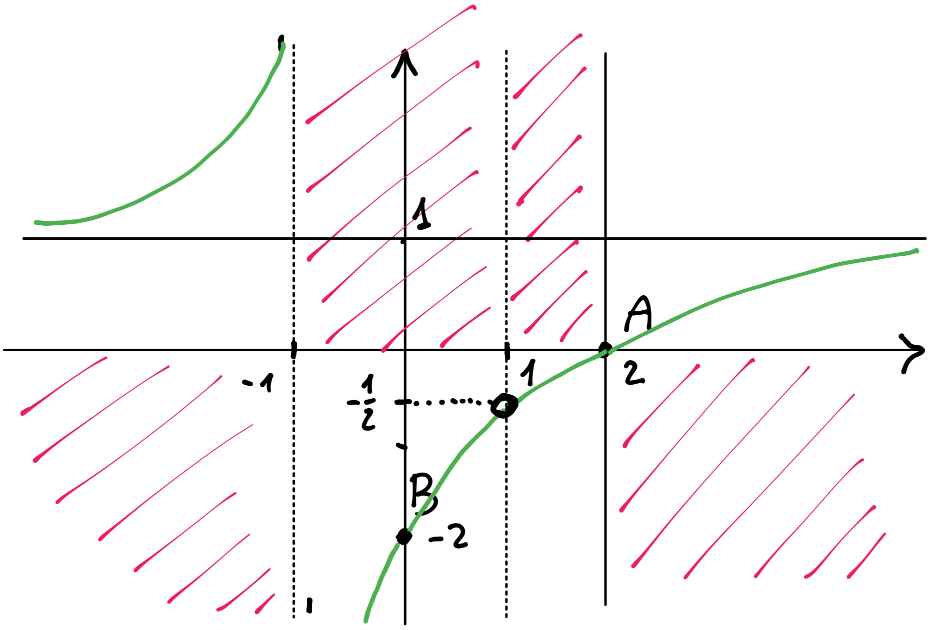
$$\Rightarrow x = 3$$

Dato che il grafico $y = f(x)$ è quello di una parabola con la concavità verso l'alto, l'unico punto stazionario è sicuramente il minimo.

$$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$$

1) DOMINIO

$x^2 - 1 \neq 0 \qquad x \neq \pm 1 \qquad D =]-\infty, -1[\cup]-1, 1[\cup]1, +\infty[$



2) INTERSEZIONI CON GLI ASSI

asse x)

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{\cancel{x^2 - 1}} = 0 \qquad x^2 - 3x + 2 = 0 \qquad (x-1)(x-2) = 0$$

$\cancel{x = 1}$ N.A. FUORI DA D

$x = 2$

$A(2, 0)$

asse y)

$x = 0 \qquad \frac{0^2 - 3 \cdot 0 + 2}{0^2 - 1} = -2 \qquad B(0, -2)$

3) SEGNO

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} > 0$$

N] $x^2 - 3x + 2 > 0 \qquad x < 1 \vee x > 2$

D] $x^2 - 1 > 0 \qquad x < -1 \vee x > 1$

		-1		1		2	
N	+		+	0	−	0	+
D	+	X	−	X	+		+
	+	X	−	X	−	0	+

$$y=\frac{x^2-3x+2}{x^2-1} \qquad D=\,]-\infty,-1[\,\cup\,]-1,1[\,\cup\,]1,+\infty[$$

LIMITI (agli estremi del dominio)

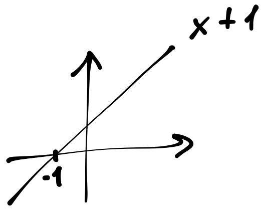
$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}=1 \qquad \frac{\cancel{x^2}\left(1-\overset{0}{\overbrace{\frac{3}{x}}}+\overset{0}{\overbrace{\frac{2}{x^2}}}\right)}{\cancel{x^2}\left(1-\underset{0}{\underbrace{\frac{1}{x^2}}}\right)}\xrightarrow{x\to\pm\infty}\frac{1}{1}=1$$

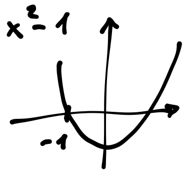
$y=1$ è un ASINTOTO ORIZZONTALE sia per $x\to-\infty$ che per $x\to+\infty$

$$\lim_{x\to-1^+}\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}=\frac{(-1)^2-3(-1)+2}{(-1)^2-1}=\frac{6}{0^-}=-\infty$$

$$x^2-1 \to (x-1)(x+1) \qquad \underset{-2}{\underbrace{(x-1)}}\;\underset{0^+}{\underbrace{(x+1)}}$$

$$\lim_{x\to-1^-}\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}=+\infty$$





$$\lim_{x\to1^\pm}\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}=\frac{0}{0} \qquad \lim_{x\to1^\pm}\frac{(x-2)\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x+1)}=-\frac{1}{2}$$

Possiamo studiare la funzione definita da $f(x)=\dfrac{x-2}{x+1}$ con lo stesso dominio!

DERIVATA PRIMA

$$f'(x)=\frac{x+1-(x-2)}{(x+1)^2}=\frac{\cancel{x}+1-\cancel{x}+2}{(x+1)^2}=\frac{3}{(x+1)^2}>0 \quad \forall x\in D$$

Quindi è sempre crescente in ogni intervallo in cui D è suddiviso.

In un intervallo I

f' cresce $\Rightarrow$ f ha la concavità verso l'alto

$f' > 0$ $\Rightarrow$ f cresce

$f'' > 0 \Rightarrow f'$ cresce $\Rightarrow$ f ha la concavità verso l'alto