

# FASCI DI RETTE

FASCIO DI RETTE PROPRIO = l'insieme delle rette che passano tutte per uno stesso punto  $C(x_0, y_0)$

$\downarrow$   
CENTRO DEL FASCIO

EQUAZIONE DEL FASCIO  
DI CENTRO  $C(x_0, y_0)$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$\hookrightarrow$  è esclusa la retta  $x = x_0$ .

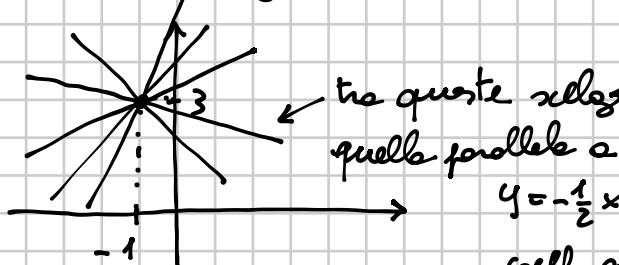
## ESEMPIO DI APPLICAZIONE

Trovare le rette per  $P(-1, 3)$  parallele alla retta  $y = -\frac{1}{2}x + 2$

FASCIO DI RETTE PER  $P$

(PROPRIO)

$$y - 3 = m(x + 1)$$



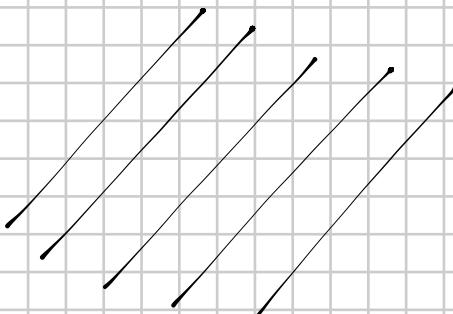
tra queste rette  
quella parallela a  
 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ , cioè quella di  
coeff. angolare  $-\frac{1}{2}$

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x + 1)$$

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + 3 \quad y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

FASCIO IMPROPRI DI RETTE = l'insieme di tutte

le rette parallele a una retta data (e quindi  
parallele tra di loro)



$$y = 2x + K$$

PARAMETRO  $\Rightarrow$  ogni volta che  
assegno un valore a  $K$   
ho una retta del  
fascio.

Il coeff. angolare è  
FISSATO

## ANCORA SUL FASCI DI RETTE

Date 2 rette distinte  $ax + by + c = 0$   $a'x + b'y + c' = 0$

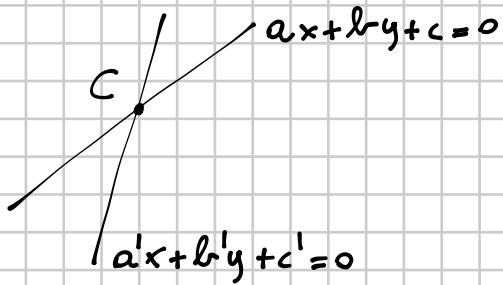
il fascio di rette di GENERALI le 2 rette date è

$$p(ax + by + c) + q(a'x + b'y + c') = 0$$

$p, q \in \mathbb{R}$

(non entrambi nulli)

- Se le 2 rette sono incidenti:



l'equazione rappresenta il  
fascio di rette che passano per  
C (il punto di incidenza)  
↓  
CENTRO DEL FASCI

FASCO  
PROPRIO

### ESEMPIO

GENERALI  $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 - y \\ 2(1 - y) - y + 2 = 0 \end{cases} \begin{cases} x = 1 - y \\ 2 - 2y - y + 2 = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 1 - \frac{4}{3} = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases} \quad C\left(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

$$p(x + y - 1) + q(2x - y + 2) = 0 \quad \text{FASCO PROPRIO DI CENTRO } C$$

Anseguiamo due valori a p e q. Ad es.  $p = 2$   $q = 3$

$$2(x + y - 1) + 3(2x - y + 2) = 0 \quad \text{retta passante per } C$$

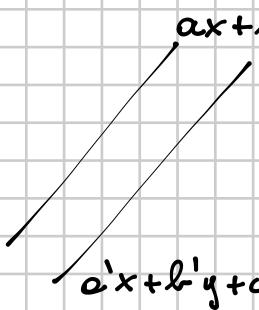
$$2x + 2y - 2 + 6x - 3y + 6 = 0$$

$$8x - y + 4 = 0$$

$$C\left(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right) \rightarrow 8\left(-\frac{1}{3}\right) - \frac{4}{3} + 4 = 0$$

$$-\frac{8}{3} - \frac{4}{3} + 4 = 0 \quad -\frac{12}{3} + 4 = 0 \quad 0 = 0 \text{ OK!}$$

• Se le 2 rette sono parallele:

$$ax + by + c = 0$$

$$a'x + b'y + c' = 0$$

l'equazione  $p(ax + by + c) + q(a'x + b'y + c') = 0$  rappresenta il fascio proprio di rette parallele a quelle date

### ESEMPIO

Date le rette

$$2x + y - 1 = 0$$

sono parallele perché  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$

$$4x + 2y + 7 = 0$$

coeff. angolare  $m = -\frac{a}{b} = -2$

$$p(2x + y - 1) + q(4x + 2y + 7) = 0$$

$$p = 3 \quad q = 5$$

$$3(2x + y - 1) + 5(4x + 2y + 7) = 0$$

$$6x + 3y - 3 + 20x + 10y + 35 = 0$$

$$26x + 13y + 32 = 0 \quad m = -\frac{26}{13} = -2$$

## OSSERVAZIONE

L'equazione  $p(ax+bx+c) + q(a'x+b'y+c') = 0$

rappresenta TUTTE le rette del fascio (proprie o impropi)

Se  $p \neq 0$  posso dividere per  $p$

$$ax+bx+c + \frac{q}{p}(a'x+b'y+c') = 0 \quad \frac{q}{p} = K$$

$ax+bx+c + K(a'x+b'y+c') = 0$

ALTRÒ MODO DI  
SCRIVERE IL FASCIO,  
MA MANCA LA  
RETTA  $a'x+b'y+c'=0$

$$a'x+b'y+c'=0 \text{ è la}$$

retta mancante

↑  
In questo caso rientra anche il "verchis" fascio  $y-y_0 = m(x-x_0)$

595

Fra le rette del fascio le cui generatrici hanno equazioni  $3x - 2y - 3 = 0$  e  $3x - 4y = 0$ , determina quella parallela alla retta di equazione  $3x + 4y + 2 = 0$ .  
 $[3x + 4y - 12 = 0]$

FASCIO

$$3x - 2y - 3 + k(3x - 4y) = 0$$

$$\parallel 3x + 4y + 2 = 0$$

$$m = -\frac{3}{4}$$

$$3x - 2y - 3 + 3kx - 4ky = 0$$

$$(3 + 3k)x + (-2 - 4k)y - 3 = 0$$

1° modo = negl. i  
coeff. angolari

$$-\frac{3+3k}{-2-4k} = -\frac{3}{4}$$

$$k \neq -\frac{1}{2}$$

$$4(3+3k) = 3(-2-4k)$$

$$12 + 12k = -6 - 12k$$

$$24k = -18$$

$$k = -\frac{3}{4}$$

$$(3 + 3(-\frac{3}{4}))x + (-2 - 4(-\frac{3}{4}))y - 3 = 0$$

$$(3 - \frac{9}{4})x + y - 3 = 0$$

$$\frac{3}{4}x + y - 3 = 0$$

$$\boxed{3x + 4y - 12 = 0}$$

2° modo. forma  
semplificata  $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$   
oppure  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$   
oppure  $ab' - a'b = 0$

$\Downarrow$  viene b stessa espressione

$$\frac{3+3k}{3} = \frac{-2-4k}{4}$$

---

# STUDIARE IL FASCIOL

599

$$(3 - k)x + (k + 1)y + 4k - 8 = 0$$

$$3x - kx + Ky + y + 4k - 8 = 0$$

$$3x + y - 8 + k(-x + y + 4) = 0$$

GENERALI

$$\begin{cases} 3x + y - 8 = 0 \\ -x + y + 4 = 0 \end{cases}$$

MANCANTE

$$\begin{cases} 3x + x - 4 - 8 = 0 \\ y = x - 4 \end{cases}$$

FASCIOL PROPRIO

$$\begin{cases} 4x = 12 \\ y = x - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 - 4 = -1 \end{cases}$$

CENTRO  
C(3, -1)

determinare

- GENERALI

- PROPRIO/IMPROPRIO

- CENTRO (SE F. PROPRIO)