4/5/2018

317 Rappresenta l'ellisse di equazione $9x^2 + 4y^2 + 36x - 16y + 16 = 0$ e determinane l'eccentricità, le coordinate dei fuochi e l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa -2 e di minore ordinata.

$$\left[e = \frac{\sqrt{5}}{3};\ F_{1,2}(-2; 2 \pm \sqrt{5});\ y = -1\right]$$

$$9x^2 + 36x + 4y^2 - 16y + 16 = 0$$

$$9(x^2 + 4x) + 4(y^2 - 4y) + 16 = 0$$

$$9(x^2 + 4x + 4 - 4) + 4(y^2 - 4y + 4 - 4) + 16 = 0$$

$$9(x+2)^2 - 36 + 4(y-2)^2 - \cancel{16} + \cancel{16} = 0$$

$$\frac{9(x+2)^2}{36} + \frac{4(y-2)^2}{36} = \frac{36}{36}$$

$$\frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$$

$a = 2 \quad b = 3 \quad c = \sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{5}$

$$\boxed{e = \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{5}}{3}}$$

TRASF. COORDINATE $\begin{cases} X = x + 2 \\ Y = y - 2 \end{cases}$

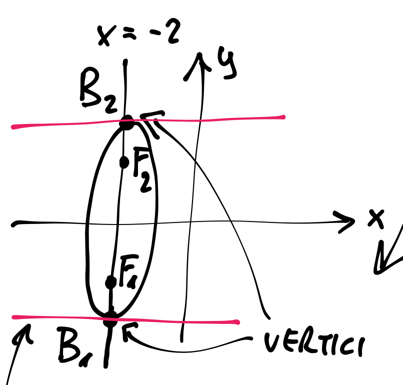
$\Downarrow$

TRASF. INVERSE $\begin{cases} x = X - 2 \\ y = Y + 2 \end{cases}$

Nel rif. canonico XY i fuochi sono $F_1'(0, -\sqrt{5})$ $F_2'(0, \sqrt{5})$

$\downarrow$ $\downarrow$

$\boxed{F_1(-2, -\sqrt{5} + 2) \quad F_2(-2, \sqrt{5} + 2)}$ nel rif. xy



Scopro che i punti dell'ellisse di ascissa -2 sono i vertici B_1 e B_2. Le tangenti sono orizzontali!!

TANGENTE DA TROVARE $y = y_{B_1}$

$\boxed{y = -1}$ $B_1(-2, -1)$

$\begin{cases} 9(x+2)^2 + 4(y-2)^2 = 36 & \text{eq. ellisse} \\ x = -2 & \text{retta dei fuochi} \end{cases}$ $\begin{cases} (y-2)^2 = 9 \\ x = -2 \end{cases}$ $\begin{cases} y - 2 = \pm 3 \\ x = -2 \end{cases}$ $y = 5$

retta tangente $\boxed{y = -1}$

314 Trova le equazioni delle tangenti alla circonferenza $x^2 + y^2 = 5$ parallele alla retta $y = -2x$. Determina l'equazione dell'ellisse con centro nell'origine, passante per i punti di contatto fra le tangenti trovate e la circonferenza data e avente un vertice nel punto $V(3; 0)$.

$\left[y = -2x - 5;\ y = -2x + 5;\ \frac{1}{9}x^2 + \frac{5}{9}y^2 = 1\right]$

$y = -2x + K$

$x^2 + y^2 = 5$

circ. di centro $O(0,0)$ e raggio $\sqrt{5}$

distanza punto-retta $\dfrac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$-2x - y + K = 0$

$2x + y - K = 0$

impongo distanza centro $O(0,0)$ dalla retta uguale al raggio $\sqrt{5}$

$$\frac{|2 \cdot 0 + 0 - K|}{\sqrt{4+1}} = \sqrt{5}$$

$|K| = 5$

$K = \pm 5$

$\left.\begin{array}{l} y = -2x + 5 \\ y = -2x - 5 \end{array}\right]$ sono le 2 tangenti

$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ y = -2x + 5 \end{cases}$

$x^2 + 4x^2 + 25 - 20x - 5 = 0$

$5x^2 - 20x + 20 = 0$

$x^2 - 4x + 4 = 0 \qquad x = 2$

$P_1(2, 1)$ 1° punto di tangenza

$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ y = -2x - 5 \end{cases}$

$x^2 + 4x^2 + 25 + 20x - 5 = 0$

$5x^2 + 20x + 20 = 0$

$x = -2$

$P_2(-2, -1)$

VERTICE

$A_2(3, 0)$

$a = 3$

$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1 \qquad \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1 \qquad \dfrac{1}{b^2} = t$

passaggio per $P_1(2,1)$ $\quad \dfrac{x^2}{9} + ty^2 = 1 \longrightarrow \dfrac{4}{9} + t = 1 \Rightarrow t = 1 - \dfrac{4}{9} = \dfrac{5}{9}$

$\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{5}{9}y^2 = 1 \qquad \boxed{x^2 + 5y^2 = 9}$