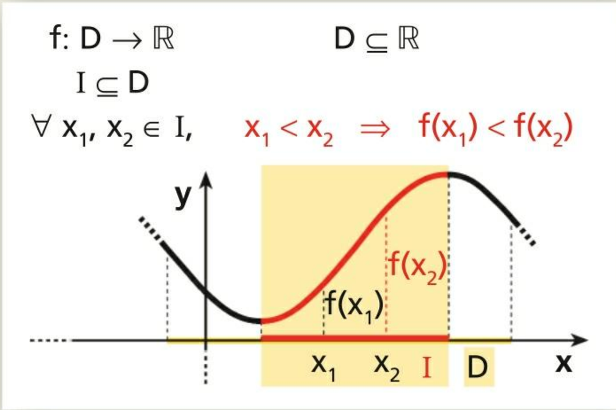
28/2/2018

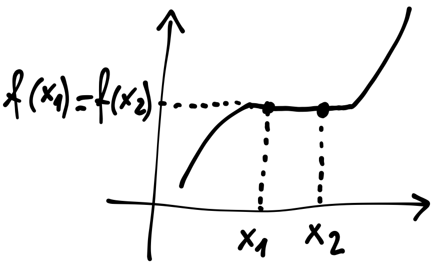
DEFINIZIONE

Funzione crescente in senso stretto

Una funzione $y = f(x)$ di dominio $D \subseteq \mathbb{R}$ si dice crescente in senso stretto in un intervallo I, sottoinsieme di D, se comunque scelti x_1 e x_2 appartenenti a I, con $x_1 < x_2$, allora $f(x_1) < f(x_2)$.



IN SENSO LATO

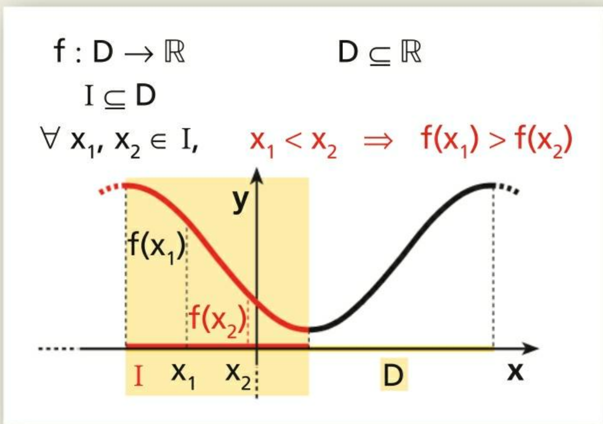


$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$

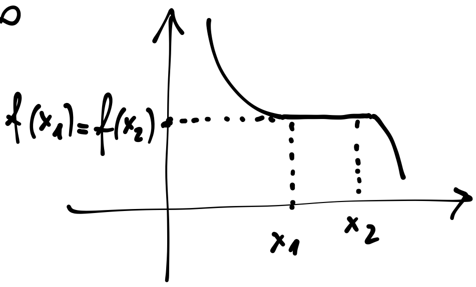
DEFINIZIONE

Funzione decrescente in senso stretto

Una funzione $y = f(x)$ di dominio $D \subseteq \mathbb{R}$ si dice decrescente in senso stretto in un intervallo I, sottoinsieme di D, se comunque scelti x_1 e x_2 appartenenti a I, con $x_1 < x_2$, allora $f(x_1) > f(x_2)$.



IN SENSO LATO

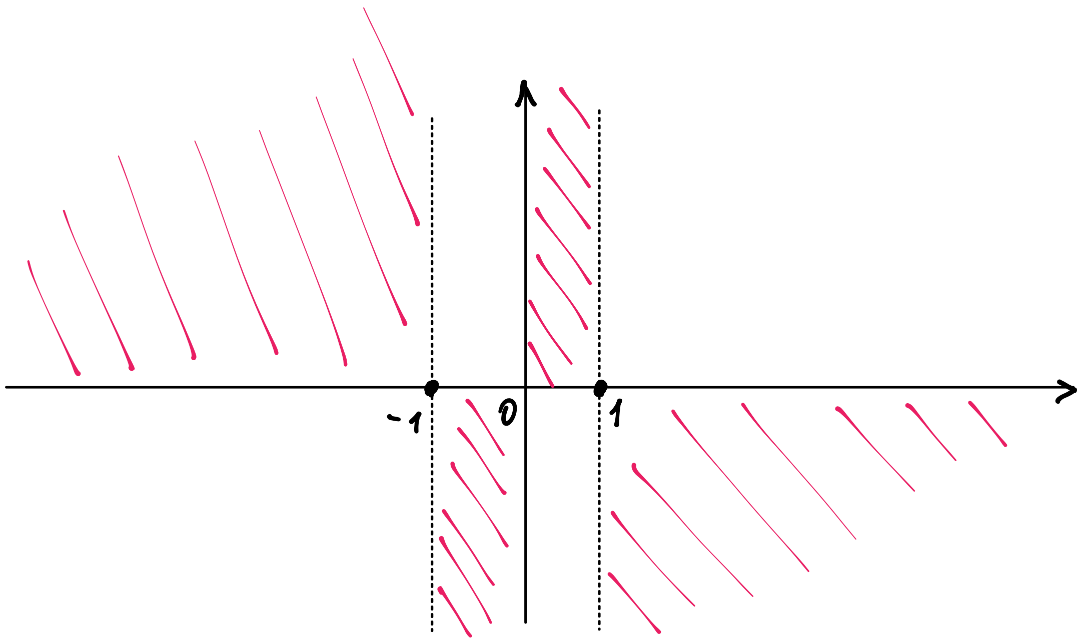


$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$

STUDIO DI FUNZIONE

$$y = \frac{x^2 - 1}{x}$$

1) DETERMINO IL DOMINIO $x \neq 0$ $D = \mathbb{R} - \{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$



2) INTERSEZIONI CON GLI ASSI

INTERSEZ. ASSE x

$$\begin{cases} y = \frac{x^2-1}{x} \\ y = 0 \end{cases} \quad \frac{x^2-1}{\cancel{x}} = 0 \quad x^2 - 1 = 0 \quad x^2 = 1 \quad x = \pm 1$$

$A(-1, 0)$ $B(1, 0)$

INTERSEZ. ASSE y

$$\begin{cases} y = \frac{x^2-1}{x} \\ x = 0 \end{cases}$$ IMPOSSIBILE! Nessuna intersezione con l'asse y

↳ fuori dal dominio

3) SEGNO

$$\frac{x^2-1}{x} > 0$$

N] $x^2 - 1 > 0 \rightsquigarrow x < -1 \lor x > 1$

D] $x > 0$

-1		0		1	
+		−	−		+
−		−	+		+
−		+	−		+

FUNZIONE PARI

Una funzione è PARI se

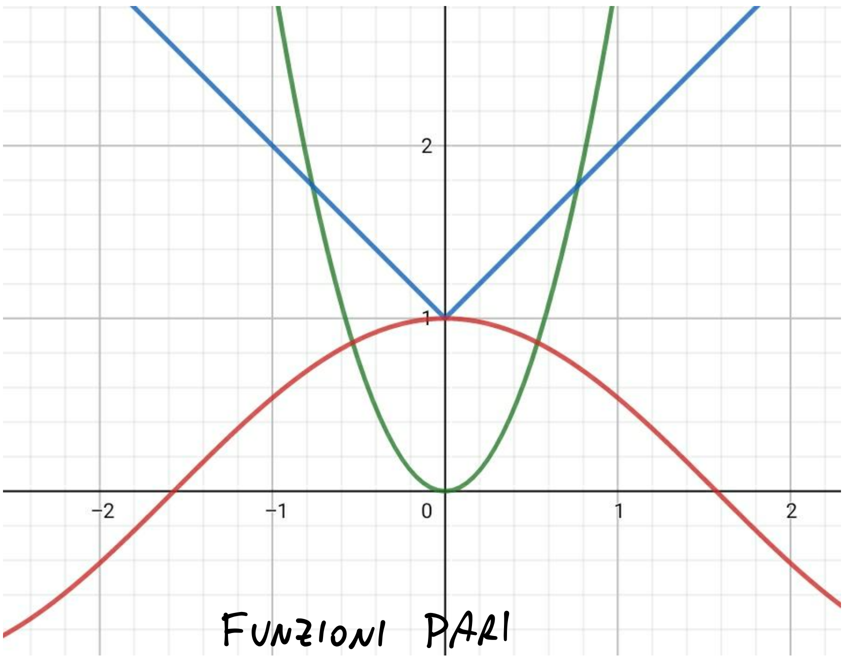
$$\forall x \in \text{DOMINIO} \qquad f(-x) = f(x)$$

(anche $-x$ deve far parte del dominio)

ESEMPIO

$f(x) = 3x^2 \qquad f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è pari

$$f(-x) = 3(-x)^2 = 3x^2 = f(x)$$



le funzioni pari hanno il grafico simmetrico rispetto all'asse y

FUNZIONE DISPARI

Una funzione f è DISPARI se

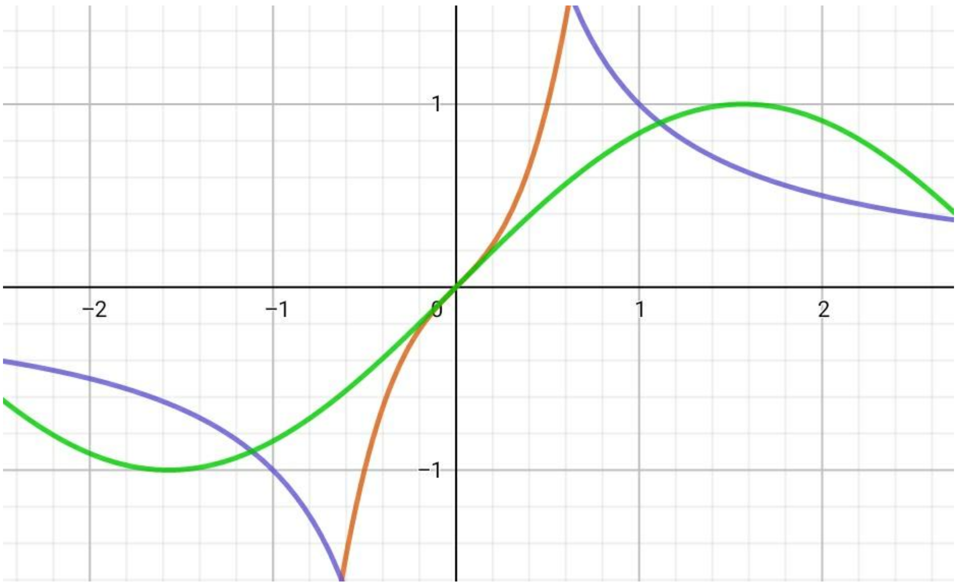
$$\forall x \in \text{DOMINIO} \qquad f(-x) = -f(x)$$

↳ anche $-x$ deve appartenere al dominio

ESEMPIO

$$f(x) = 4x^3 + x \qquad f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$f(-x) = 4(-x)^3 + (-x) = -4x^3 - x = -(4x^3 + x) = -f(x)$$



FUNZIONI DISPARI

I grafici sono simmetrici rispetto all'origine degli assi

239 $f(x) = \frac{1}{x - 3x^2}$; $g(x) = \sqrt{x} - 1$. $\left[f \circ g = \frac{1}{7\sqrt{x} - 3x - 4}; g \circ f = \sqrt{\frac{1}{x - 3x^2}} - 1\right]$

240 $f(x) = 2x^2 - 1$; $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$. $\left[f \circ g = \frac{2}{x+1} - 1; g \circ f = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot |x|}\right]$

$\boxed{239}$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x} - 1) = \frac{1}{(\sqrt{x} - 1) - 3(\sqrt{x} - 1)^2} =$$

f composto g

f dopo g

$$= \frac{1}{\sqrt{x} - 1 - 3(x + 1 - 2\sqrt{x})} = \frac{1}{\sqrt{x} - 1 - 3x - 3 + 6\sqrt{x}} =$$

$$= \frac{1}{7\sqrt{x} - 3x - 4}$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{1}{x - 3x^2}\right) = \sqrt{\frac{1}{x - 3x^2}} - 1$$

$\boxed{240}$ $f(x) = 2x^2 - 1$ $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)^2 - 1 =$$

$$= \frac{2}{x+1} - 1$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x^2 - 1) = \frac{1}{\sqrt{2x^2 \cancel{-1} \cancel{+1}}} = \frac{1}{\sqrt{2x^2}}$$