11/1/2019

613 $y=\dfrac{x^2}{x-1}$ Trovare gli asintoti

$D=(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$ retta $x=1$ ASINTOTO VERTICALE

Ricerca asintoti obliqui per $x\to+\infty$

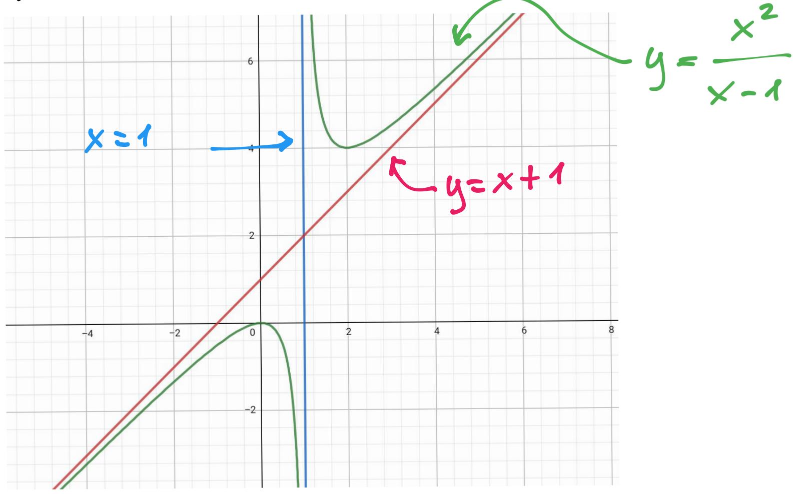
$$m=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{x^2}{x-1}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x(x-1)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x^2-x}=1$$

> **REGOLA**
> Per $x\to\pm\infty$, se devo calcolare il limite di un rapporto di polinomi di stesso grado, il risultato è dato dal rapporto dei coefficienti di grado massimo.

$$q=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{x^2}{x-1}-x\right]=\lim_{x\to+\infty}\frac{\cancel{x^2}-\cancel{x^2}+x}{x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{x-1}=1$$

ASINTOTO OBLIQUO PER $x\to+\infty$ $y=x+1$

A questo punto dovrei ripetere lo stesso procedimento per $x\to-\infty$. Mi accorgo che i calcoli portano allo stesso risultato, quindi $y=x+1$ è asintoto obliquo anche per $x\to-\infty$.



Trovare gli asintoti

619 $y = \frac{x^4}{1-x^3}$

DOMINIO

$1 - x^3 \neq 0 \Rightarrow x^3 \neq 1 \Rightarrow x \neq 1 \qquad D = (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

$x = 1$ ASINTOTO VERTICALE (infatti $\lim_{x \to 1} \frac{x^4}{1-x^3} = \frac{1}{0} = \infty$)

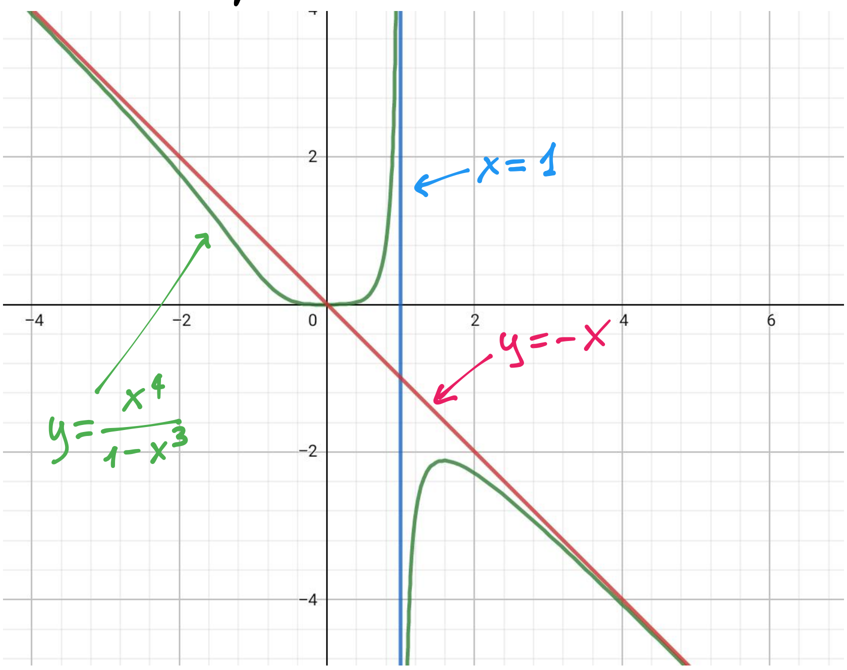
ASINTOTI OBLIQUI

$$m = \lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{x^4}{1-x^3}}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^4}{x(1-x^3)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^4}{x - x^4} = -1$$

$$q = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^4}{1-x^3} + x \right) = \lim_{x \to +\infty} \frac{\cancel{x^4} + x - \cancel{x^4}}{1-x^3} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x}{1-x^3} = 0$$

$y = -x$ è asintoto obliquo per $x \to +\infty$.

Per $x \to -\infty$ i calcoli portano allo stesso risultato



620 $y = \sqrt{x^2+1}$ $\qquad D = \mathbb{R}$

$\boxed{x \to +\infty}$

$$m = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{x} =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\cancel{x}\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{\cancel{x}} = 1 \qquad \frac{1}{x^2} \to 0$$

$$q = \lim_{x\to+\infty} \left[\sqrt{x^2+1} - x\right] = +\infty - \infty \quad \text{F.I.}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+1} - x\right) \cdot \frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}+x} =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\cancel{x^2}+1-\cancel{x^2}}{\sqrt{x^2+1}+x} = \frac{1}{+\infty} = 0$$

$y = x$ ASINTOTO OBLIQUO PER $x \to +\infty$

$\boxed{x \to -\infty}$

$$m = \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{x} =$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{-\cancel{x}\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{\cancel{x}} = -1 \qquad \frac{1}{x^2} \to 0$$

$$q = \lim_{x\to-\infty} \left(\sqrt{x^2+1} + x\right) = +\infty - \infty \quad \text{F.I.}$$

$= \ldots\ldots = 0$

passaggi come prima!

$y = -x$ ASINTOTO OBLIQUO PER $x \to -\infty$