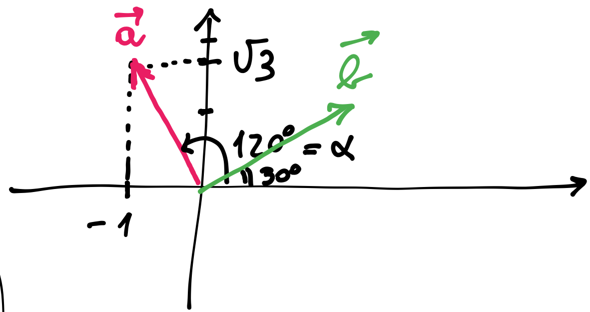
23/11/2018

43 ★★★ Il vettore $\vec{a} = -1\hat{x} + \sqrt{3}\,\hat{y}$ forma un angolo di 120° con l'asse delle x.

▶ Determina le componenti del vettore $\vec{b} = b_x\hat{x} + b_y\hat{y}$ in modo che risulti perpendicolare ad $\vec{a}$, abbia la sua stessa lunghezza e si trovi nel primo quadrante.

[$\sqrt{3}\,\hat{x} + 1\hat{y}$]

$\vec{a} = (-1, \sqrt{3})$



$\vec{b} = (b_x, b_y)$

$b = 2$

$b_x = b\cos 30° = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

$b_y = b\sin 30° = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$

$\vec{b} = (\sqrt{3}, 1) = \sqrt{3}\,\hat{x} + 1\hat{y}$

$a = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$

$a_x = a\cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{a_x}{a} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$

$\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = 120°$

ALTRO MODO

Se $\vec{a}$ e $\vec{b}$ sono $\perp$, allora $\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$ (e viceversa) se $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$

$$\begin{cases} a_x b_x + a_y \cdot b_y = 0 \\ \sqrt{b_x^2 + b_y^2} = a \end{cases} \qquad \begin{cases} -1\cdot b_x + \sqrt{3}\, b_y = 0 \rightarrow b_x = \sqrt{3}\, b_y \\ b_x^2 + b_y^2 = 4 \end{cases}$$

$3b_y^2 + b_y^2 = 4$

$4b_y^2 = 4 \rightarrow b_y^2 = 1 \qquad b_y = \pm 1$

$b_y = 1 \rightarrow b_x = \sqrt{3}$

$b_y = -1$ NON È NEL 1° QUADRANTE

$\vec{b} = (\sqrt{3}, 1)$