10/5/2019

93 In un'urna abbiamo 5 palline, ciascuna con un colore diverso e con probabilità di estrazione diversa. L'insieme dei possibili esiti è $U = \{$rossa, gialla, nera, verde, bianca$\}$ e le probabilità di estrazione sono $\frac{1}{7}$ per ciascuna delle palline rossa, gialla e nera e $\frac{2}{7}$ per ciascuna delle palline verde e bianca.

Dati gli eventi $A = \{$rossa, nera, bianca$\}$, $B = \{$nera, verde, bianca$\}$ e $C = \{$gialla, nera$\}$, calcola le seguenti probabilità.

$p(A|B)$ $p(B|C)$ $p(C|\bar{A})$ $p(\bar{A}|C)$ $\left[\frac{3}{5}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right]$

$$U = \{\underbrace{R, G, N}_{\frac{1}{7}}, \underbrace{V, B}_{\frac{2}{7}}\}$$

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{7}{7} = 1$$

$$A = \{R, N, B\}$$

$$P(A) = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$$

$$B = \{N, V, B\}$$

$$P(B) = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

$$C = \{G, N\}$$

$$P(C) = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{2}{7}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{7} + \frac{2}{7}}{\frac{5}{7}} = \boxed{\frac{3}{5}}$$

$$A \cap B = \{N, B\}$$

$$P(B|C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{2}{7}} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$B \cap C = \{N\}$$

$$P(C|\bar{A}) = \frac{P(C \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{3}{7}} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$\bar{A} = \{V, G\}$$

$$P(\bar{A}) = \frac{3}{7}$$

$$C \cap \bar{A} = \{G\}$$

$$P(\bar{A}|C) = \frac{P(\bar{A} \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{2}{7}} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

102 La probabilità che un tiratore colpisca un bersaglio è del 20% e la probabilità che lo colpisca un altro tiratore è del 60%. I due tiratori sparano contemporaneamente. Calcola la probabilità che:

a. il bersaglio venga colpito da entrambi;

b. almeno uno colpisca il bersaglio.

[a) 12%; b) 68%]

A = "1° TIRATORE COLPISCE IL BERSAGLIO"

$P(A) = 20\% = 0{,}2 = \frac{1}{5}$

B = "2° TIRATORE COLPISCE IL BERSAGLIO"

$P(B) = 0{,}6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

A, B INDIPENDENTI

a) $A \cap B$ = "1° TIRATORE COLPISCE E 2° TIRATORE COLPISCE"

$$P(A\cap B) = P(A)\,P(B) = \frac{1}{5}\cdot\frac{3}{5} = \frac{3}{25} = 12\%$$

b) $A \cup B$ = "1° TIRATORE COLPISCE O 2° TIRATORE COLPISCE"

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = \frac{1}{5} + \frac{3}{5} - \frac{3}{25} =$$

$$= \frac{4}{5} - \frac{3}{25} = \frac{20-3}{25} = \frac{17}{25} = 68\%$$

ALTRO MODO

E = "NESSUNO DEI 2 COLPISCE" = "1° TIR. NON COLPISCE E IL 2° TIR. NON COLPISCE"

$$E \downarrow \quad \bar{A}\cap\bar{B} \Rightarrow P(\bar{A}\cap\bar{B}) = P(\bar{A})\,P(\bar{B}) = \frac{4}{5}\cdot\frac{2}{5} = \frac{8}{25}$$

$$P(A\cup B) = 1 - P(\bar{A}\cap\bar{B}) = 1 - \frac{8}{25} = \frac{17}{25}$$

111 Matteo deve fare un test a crocette con 11 domande. Ciascuna domanda ha una sola risposta giusta. La prima domanda ha 2 possibili risposte (A e B), la seconda domanda ha 3 possibili risposte (A, B, C) e così via, fino all'undicesima domanda che ha 12 possibili risposte. Qual è la probabilità che facendo a caso il test Matteo dia almeno una risposta giusta?

A $\frac{1}{12!}$ B $\frac{1}{144}$ C $\frac{1}{2}$ ~~D~~ $\frac{11}{12}$ E $\frac{121}{144}$

(*Olimpiadi di matematica, Gara di febbraio*, 2013)

E = "MATTEO DÁ ALMENO 1 RISP. GIUSTA"

$\bar{E}$ = "MATTEO NON DÁ ALCUNA RISP. GIUSTA"

$E_1, E_2, E_3, \ldots, E_{11}$ eventi che corrispondono alle domande

$\bar{E} = \bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 \cap \bar{E}_3 \ldots \cap \bar{E}_{11}$ EVENTI INDIPENDENTI

$$P(\bar{E}) = P(\bar{E}_1) \cdot P(\bar{E}_2) \cdot \ldots \cdot P(\bar{E}_{11}) =$$

$$= \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \cdot \ldots \cdot \frac{\cancel{11}}{12} = \frac{1}{12}$$

$$P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - \frac{1}{12} = \boxed{\frac{11}{12}}$$