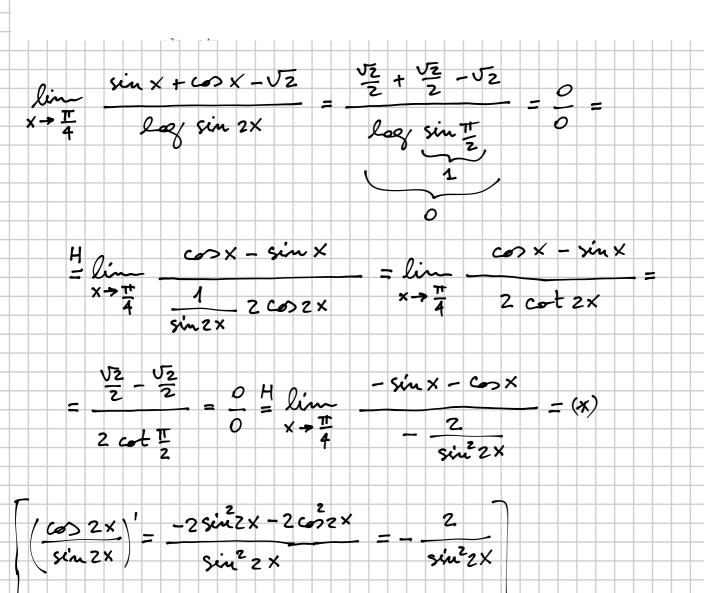
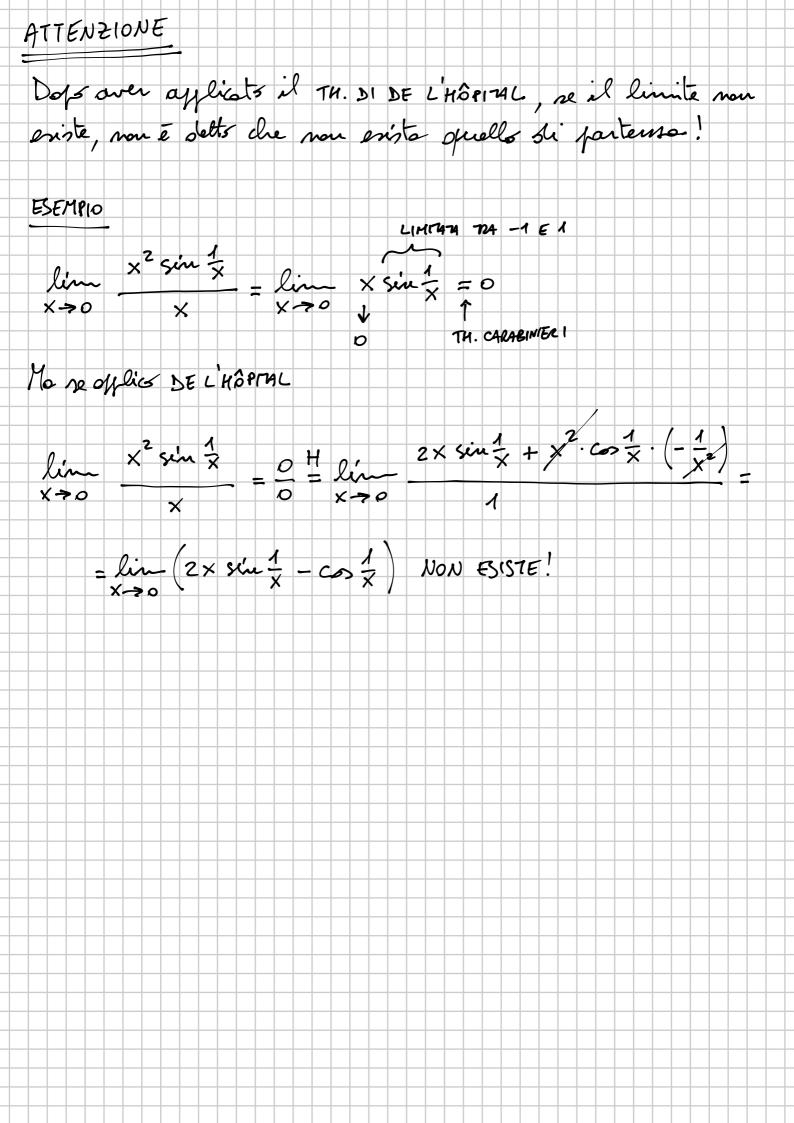
Si calcoli il limite della funzione
$$\frac{\sin x + \cos x - \sqrt{2}}{\log \sin 2x}$$
, quando x tende a $\frac{\pi}{4}$.

(Esame di Stato, Liceo scientifico, Corso di ordinamento, Sessione suppletiva, 2014, quesito 8)



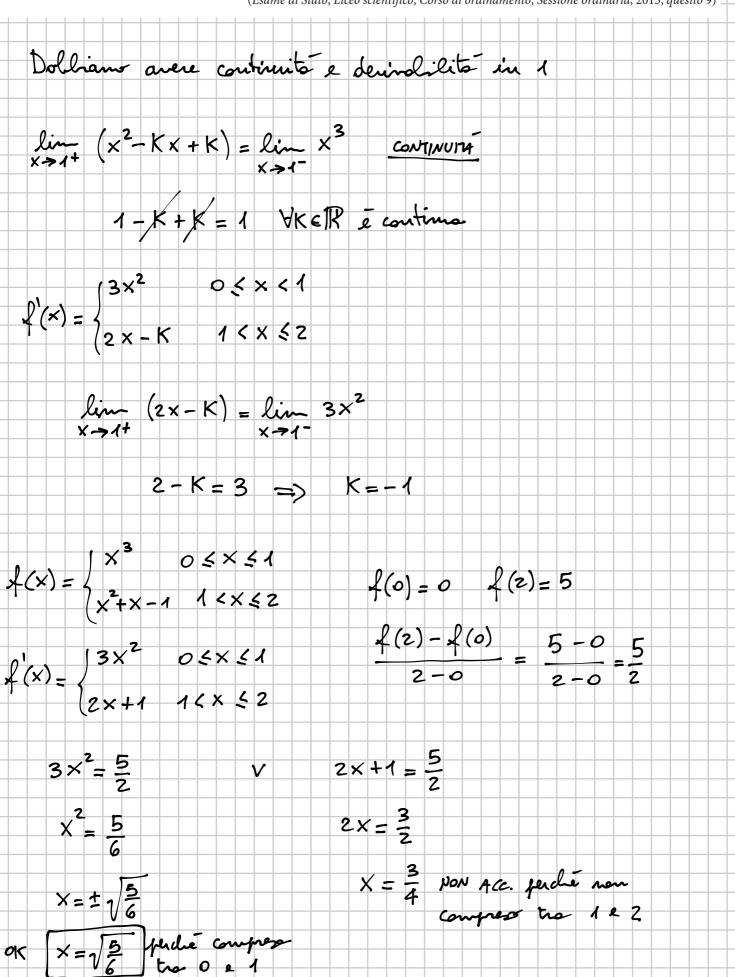


51 Data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & 0 \le x \le 1\\ x^2 - kx + k & 1 < x \le 2 \end{cases}$$

determinare il parametro k in modo che nell'intervallo [0; 2] sia applicabile il teorema di Lagrange e trovare il punto di cui la tesi del teorema assicura l'esistenza.

(Esame di Stato, Liceo scientifico, Corso di ordinamento, Sessione ordinaria, 2015, quesito 9)



Sia α tale che la funzione $f(x) = \alpha x - \frac{x^3}{1 + x^2}$ risulti crescente. Provare che $\alpha \ge \frac{9}{8}$.

(Esame di Stato, Liceo scientifico, Scuole italiane all'estero (Americhe), Sessione ordinaria, 2004, quesito 2)

$$f(x) = \lambda - \frac{3x^{2}(1+x^{2}) - 2x \cdot x}{(1+x^{2})^{2}} = \frac{3x^{2} + 3x^{4} - 2x^{4}}{(1+x^{2})^{2}} = \frac{x^{4} + 3x^{2}}{(1+x^{2})^{2}}$$

Affinche f sia (strett. o no) crescente, deve essere f (x) >0 V×618

$$2 - \frac{x^4 + 3x^2}{(1+x^2)^2} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

 $d > \frac{x^4 + 3x^2}{(1 + x^2)^2}$ ∀×6R Queta disugna liama dere volere per ogni XER

Quindi studis la funcione $l_{\nu}(x) = \frac{x^4 + 3x^2}{(1 + x^2)^2}$ for vede

Office, forende X=t $d > \frac{t^2 + 3t}{(1+t)^2}$

al massins che valore roeginge.

 $(1+t)^2 < > t^2 + 3t$

$$(1+t^2+2t)d - t^2-3t \ge 0 \implies d + dt^2 + 2dt - t^2 - 3t \ge 0$$

$$=> (d-1)t^{2} + (2d-3)t + d>0 => fongs \Delta \leq 0 => (2d-3)^{2} - 4d(d-1) \leq 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 9 - 12x - 4x^2 + 4x \le 0 \Rightarrow -8x \le -9 \Rightarrow 2 \ge \frac{9}{8}$$