11/3/2021

DISEQUAZIONI DI 2° GRADO

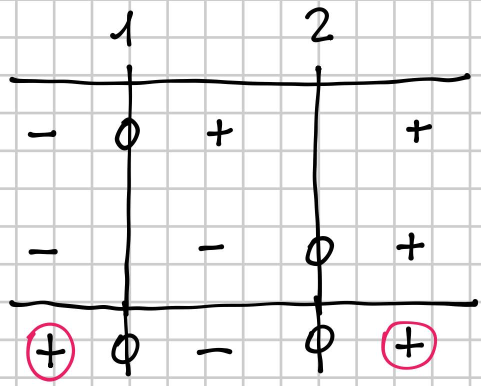
Sappiamo già risolvere qualche disequazione di 2° grado, in cui il polinomio è scomponibile:

$$x^2 - 3x + 2 > 0$$

$$\underbrace{(x-1)}_{\boxed{1}}\underbrace{(x-2)}_{\boxed{2}} > 0$$

$\boxed{1}$ $\quad x - 1 > 0 \qquad x > 1$

$\boxed{2}$ $\quad x - 2 > 0 \qquad x > 2$



$$\boxed{x < 1 \quad \vee \quad x > 2}$$

$$2x^2 + x - 3 < 0$$

$$\Downarrow$$

$$\cancel{2}(x-1)\left(x+\frac{3}{2}\right) < 0$$

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{(x-1)}_{1]}\underbrace{\left(x+\frac{3}{2}\right)}_{2]} < 0$$

$$\Delta = 1 - 4\cdot(2)\cdot(-3) = 25$$

Trovo le radici del polinomio

$$2x^2 + x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm 5}{4} = \begin{cases} -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2} \\ \frac{4}{4} = 1 \end{cases}$$

le due radici sono 1 e $-\frac{3}{2}$ e il polinomio si scompone così:

$$2x^2 + x - 3 = 2(x-1)\left(x+\frac{3}{2}\right)$$

1] $x - 1 > 0$ $\qquad x > 1$

2] $x + \frac{3}{2} > 0$ $\qquad x > -\frac{3}{2}$

		$-\frac{3}{2}$		1	
1]	$-$		$-$	0	$+$
2]	$-$	0	$+$		$+$
	$+$	0	$-$	0	$+$

$$-\frac{3}{2} < x < 1$$

DISEQUAZIONI DI 2° GRADO

CON $\Delta > 0$

$$ax^2+bx+c>0 \quad \text{oppure} \quad ax^2+bx+c \geq 0$$

oppure $ax^2+bx+c<0$ oppure $ax^2+bx+c \leq 0$

e $\boxed{a>0}$ → se $a<0$ cambio i segni e il verso della disuguaglianza

Se x_1 e x_2 sono le due radici del polinomio

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

allora ho che:

1) $$ax^2+bx+c>0 \Rightarrow a(x-x_1)(x-x_2)>0$$

$$\Downarrow \quad a>0$$

$$(x-x_1)(x-x_2)>0$$

① $x-x_1>0 \quad x>x_1$

② $x-x_2>0 \quad x>x_2$

		x_1		x_2	
①	$-$	0	$+$		$+$
②	$-$		$-$	0	$+$
	$+$		$-$		$+$

$$\boxed{x<x_1 \quad \vee \quad x>x_2}$$

2) $$ax^2+bx+c<0 \Rightarrow a(x-x_1)(x-x_2)<0 \;\ldots$$

$$\boxed{x_1<x<x_2}$$

$$\boxed{\Delta > 0 \quad \text{E} \quad a > 0}$$

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\quad$ $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

1) $ax^2+bx+c>0$ $\qquad$ $x<x_1 \lor x>x_2$

2) $ax^2+bx+c\geq 0$ $\qquad$ $x\leq x_1 \lor x\geq x_2$

3) $ax^2+bx+c<0$ $\qquad$ $x_1<x<x_2$

4) $ax^2+bx+c\leq 0$ $\qquad$ $x_1\leq x\leq x_2$

123 $2x^2+3x-5>0$ $\qquad$ $\left[x<-\dfrac{5}{2} \lor x>1\right]$

$\Delta = 9-4\cdot 2\cdot(-5) = 9+40 = 49$

$x_{1,2} = \dfrac{-3\pm 7}{4} = $ $x_1 = -\dfrac{5}{2}$, $x_2 = 1$

$$\boxed{x<-\frac{5}{2} \lor x>1}$$

UNIONE DEGLI INTERVALLI ESTERNI ALLE RADICI

127 $-x^2+x+20>0$ $\qquad$ $[-4<x<5]$

ATTENZIONE!! CAMBIARE I SEGNI E INVERTIRE LA DISUGUAGLIANZA

$x^2-x-20<0$

$(x-5)(x+4)<0$ (se riesco a scomporlo così, il Δ è >0)

$x_1 = 5$

$x_2 = -4$

$$\boxed{-4<x<5}$$

INTERVALLO INTERNO ALLE RADICI

141 $x^2 + x\sqrt{2} - 4 \leq 0$ $[-2\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}]$

$$\Delta = (\sqrt{2})^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 2 + 16 = 18$$

$$x_{1/2} = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{18}}{2} = \frac{-\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}}{2} = \begin{cases} -\frac{4\sqrt{2}}{2} = -2\sqrt{2} \\ \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\boxed{-2\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}}$$