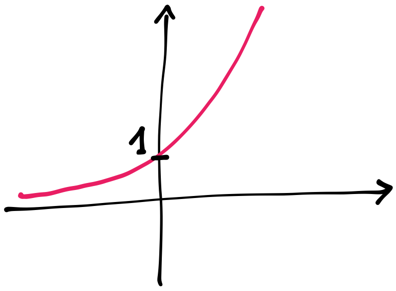
24/1/2018

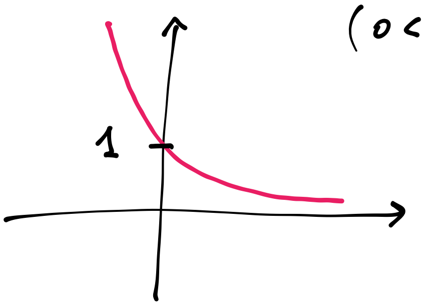
LOGARITMI

FUNZIONE ESPONENZIALE DI BASE a

$\boxed{y = a^x}$ $(a>1)$



$(0<a<1)$

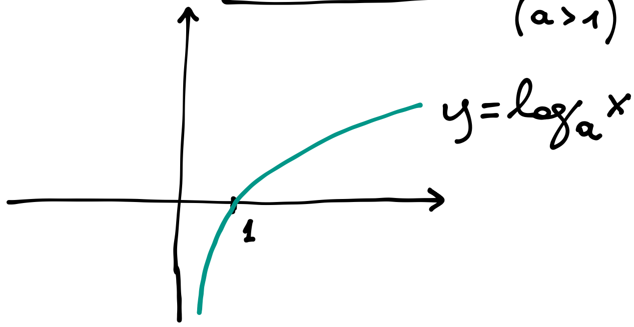


FUNZIONE LOGARITMICA DI BASE a

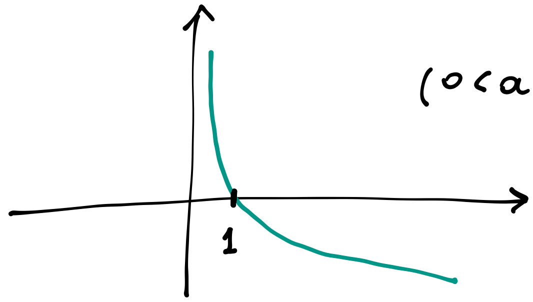
$\Downarrow$

FUNZIONE INVERSA DI $y = a^x$

$(a>1)$



$(0<a<1)$



- POSITIVE
- INIETTIVE $\Longrightarrow$ INVERTIBILI

(a BASE) $\quad \mathbb{R} \qquad \mathbb{R}^+ \qquad \mathbb{R}$

$$x \longmapsto a^x \longmapsto x$$

applico l'esponenziale in base a — applico il logaritmo in base a

ESEMPIO

$a = 2$

$$3 \xmapsto{\exp_2} 2^3 = 8 \xmapsto{\log_2} 3$$

quindi

$$\log_2(8) = 3$$

perché

$$2^3 = 8$$

DEFINIZIONE

Logaritmo in base *a* di *b*

Dati due numeri reali positivi a e b, con $a \neq 1$, si chiama logaritmo in base a di b l'esponente x da assegnare alla base a per ottenere il numero b.

$$x = \log_a b$$
$$\Updownarrow$$
$$a^x = b$$

base

$a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0$

$$\log_2 8 = x \iff 2^x = 8 \iff x = 3$$

$$\downarrow$$

$$\log_2 8 = 3$$

ESEMPI

- $\log_3 27 = 3$ perché $3^3 = 27$
- $\log_2 16 = 4$ perché $2^4 = 16$
- $\log_2\left(\frac{1}{2}\right) = -1$ perché $2^{-1} = \frac{1}{2}$
- $\log_5 \sqrt{5} = \frac{1}{2}$ perché $5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$
- $\log_4(-16) =$ NON ESISTE!!! perché $4^x > 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$

$$\log_a : \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$$

anche $\log_4(0)$ NON ESISTE!!

- $\log_{3750}(1) = 0$ perché $3750^0 = 1$

$$\boxed{\log_a(1) = 0}$$

$$\boxed{\log_a a = 1}$$

$$\boxed{\log_a(a^x) = x \quad e \quad a^{\log_a x} = x}$$

esponenziale e logaritmo (nella stessa base a) sono l'una l'inversa dell'altra

$\log_a x =$ esponente da dare ad a per ottenere x

pg. 440

199) $\log_3 243 = \log_3 3^5 = 5$

$\log_2 64 = \log_2 2^6 = 6$

$\log_5 25 = \log_5 5^2 = 2$

E se avessimo $\log_2 7 = ?$ CE LO TENIAMO COSÌ