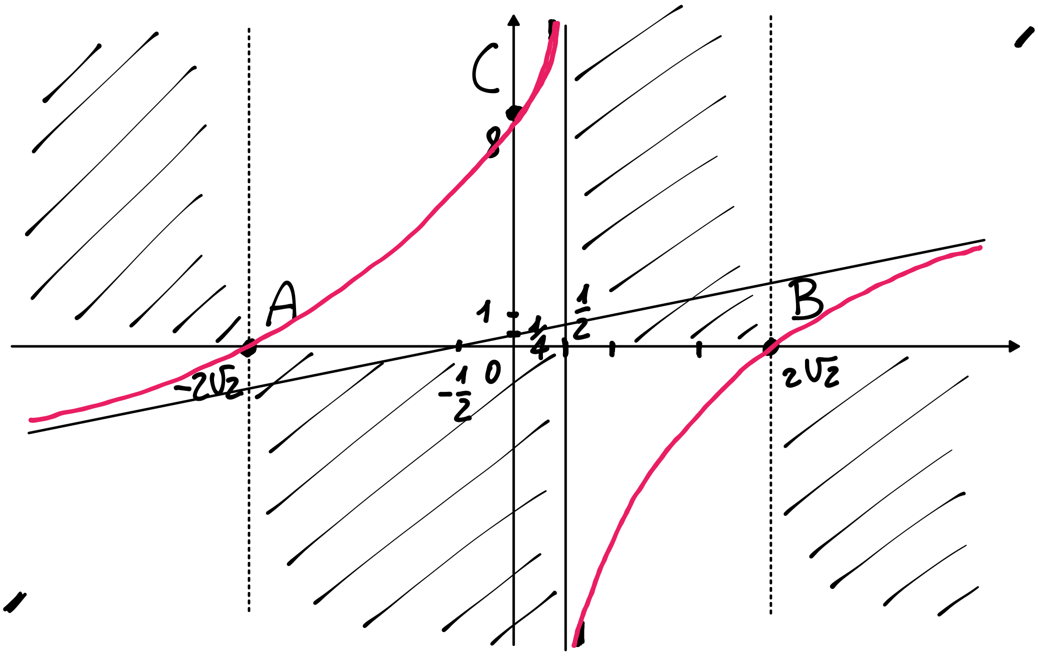
PAG. 1103 N 100 10/5/2019

$$\boxed{y = \frac{x^2-8}{2x-1}}$$

STUDIARE IL GRAFICO

1) DOMINIO $2x-1 \neq 0$ $x \neq \frac{1}{2}$ $D = (-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$



2) INTERSEZIONI CON GLI ASSI

INT. ASSE X $\begin{cases} y = \frac{x^2-8}{2x-1} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2-8}{\cancel{2x-1}} = 0$ $x^2-8=0$ $x^2=8$ $x = \pm 2\sqrt{2}$

$A(-2\sqrt{2}, 0)$ $B(2\sqrt{2}, 0)$

INT. ASSE y $\begin{cases} y = \frac{x^2-8}{2x-1} \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{-8}{-1} = 8$ $C(0, 8)$

3) STUDIO SEGNO

$\frac{x^2-8}{2x-1} > 0$

N] $x^2-8>0$ $x<-2\sqrt{2} \vee x>2\sqrt{2}$

D] $2x-1>0$ $x>\frac{1}{2}$

	$-2\sqrt{2}$		$\frac{1}{2}$		$2\sqrt{2}$	
+	0	−		−	0	+
−		−	X	+		+
−	0	+	X	−	0	+

4) LIMITI AGLI ESTREMI DEL DOMINIO

$D = (-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{x^2-8}{2x-1} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^{\cancel{2}}\left(1-\frac{8}{x^2}\right)}{\cancel{x}\left(2-\frac{1}{x}\right)} = -\infty$$

$$\lim_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-} \frac{x^2-8}{2x-1} = \frac{\frac{1}{4}-8}{0^-} = \frac{-\frac{31}{4}}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+} \frac{x^2-8}{2x-1} = \frac{\frac{1}{4}-8}{0^+} = \frac{-\frac{31}{4}}{0^+} = -\infty$$

$\Rightarrow$ la retta $x = \frac{1}{2}$ è ASINTOTO VERTICALE

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-8}{2x-1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^{\cancel{2}}\left(1-\frac{8}{x^2}\right)}{\cancel{x}\left(2-\frac{1}{x}\right)} = +\infty$$

5) RICERCA ASINTOTI

$y = mx+q$ è ASINTOTO OBLIQUO

SE E SOLO SE $m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}$ E

$$q = \lim_{x\to\infty} \left[f(x) - mx\right]$$

- $$m = \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{x^2-8}{2x-1}}{x} =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-8}{2x^2-x} = \frac{1}{2}$$

(vale anche per $-\infty$)

- $$q = \lim_{x\to+\infty} \left[\frac{x^2-8}{2x-1} - \frac{1}{2}x\right] = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x^2-16-x(2x-1)}{2(2x-1)} =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\cancel{2x^2}-16-\cancel{2x^2}+x}{4x-2} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x-16}{4x-2} = \frac{1}{4}$$

(vale anche per $-\infty$)

La retta $\underbrace{y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}}_{\downarrow}$ è ASINTOTO OBLIQUO per $x \to \pm\infty$

VA RAPPRESENTATA

x	y
0	$\frac{1}{4}$
$-\frac{1}{2}$	0

$0 \to 0 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

6) STUDIO DERIVATA (PRIMA)

$$y = \frac{x^2-8}{2x-1} \Rightarrow y' = \frac{2x(2x-1)-2(x^2-8)}{(2x-1)^2} = \frac{4x^2-2x-2x^2+16}{(2x-1)^2} =$$

$$= \frac{2x^2-2x+16}{(2x-1)^2} = \frac{2(x^2-x+8)}{(2x-1)^2}$$

- ZERI (PUNTI STAZIONARI)

$$\frac{\cancel{2}(x^2-x+8)}{\cancel{(2x-1)^2}} = 0 \Rightarrow x^2-x+8=0$$

$x = \frac{1}{2}$ è già escluso dal dominio

$\Delta = 1-32 = -31 < 0$

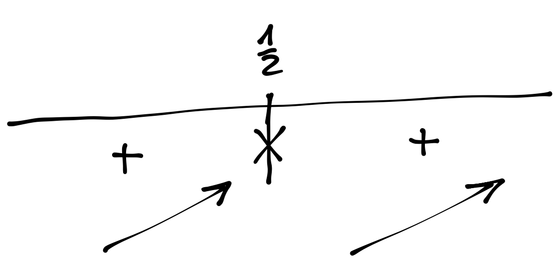
NON CI SONO ZERI

(dunque non ci sono max, min, flessi a tg. orizzontale)

- SEGNO DELLA DERIVATA

$$\frac{\cancel{2}(x^2-x+8)}{\cancel{(2x-1)^2}} > 0 \Rightarrow x^2-x+8>0 \quad \forall x \in \text{DOMINIO}$$

$(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$



In ciascuno dei due intervalli $(-\infty, \frac{1}{2})$ e $(\frac{1}{2}, +\infty)$ in cui il dominio è suddiviso la funzione è crescente

ATTENZIONE = NON lo è globalmente nel dominio.

7) STUDIO DERIVATA SECONDA

$$(2x-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$y' = \frac{2(x^2 - x + 8)}{(2x-1)^2}$$

$$y'' = \frac{2(2x-1)(2x-1)^2 - 2(x^2-x+8)\cdot(8x-4)}{(2x-1)^4} =$$

$$= \frac{2\left[(2x-1)(4x^2-4x+1) - (8x^3 - 4x^2 - 8x^2 + 4x + 64x - 32)\right]}{(2x-1)^4} =$$

$$= \frac{2\left[\cancel{8x^3} - \cancel{8x^2} + 2x - \cancel{4x^2} + 4x - 1 - \cancel{8x^3} + \cancel{12x^2} - 68x + 32\right]}{(2x-1)^4} =$$

$$= \frac{2\left[-62x + 31\right]}{(2x-1)^4} = \frac{2 \cdot 31\left[-2x + 1\right]}{(2x-1)^4} = \frac{62(-2x+1)}{(2x-1)^4}$$

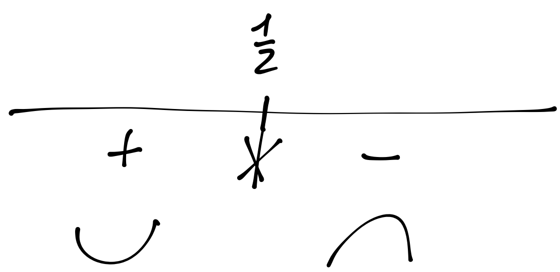
- ZERI DERIVATA SECONDA

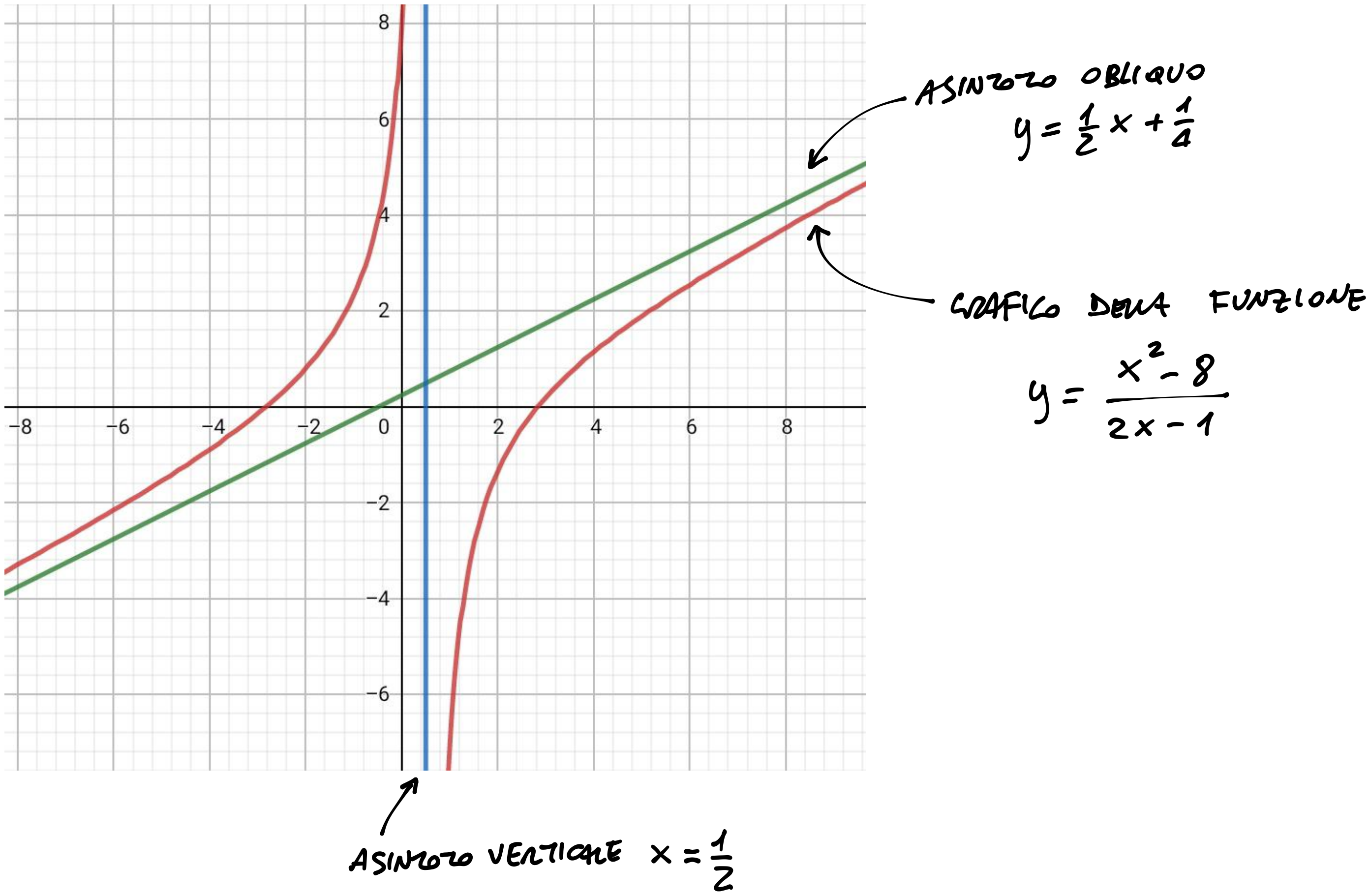
$$\frac{62(-2x+1)}{(2x-1)^4} = 0$$

Il numeratore si annulla solo in $x = \frac{1}{2}$, che però è escluso dal dominio, quindi NON CI SONO ZERI DELLA DERIVATA SECONDA

- SEGNO DERIVATA SECONDA

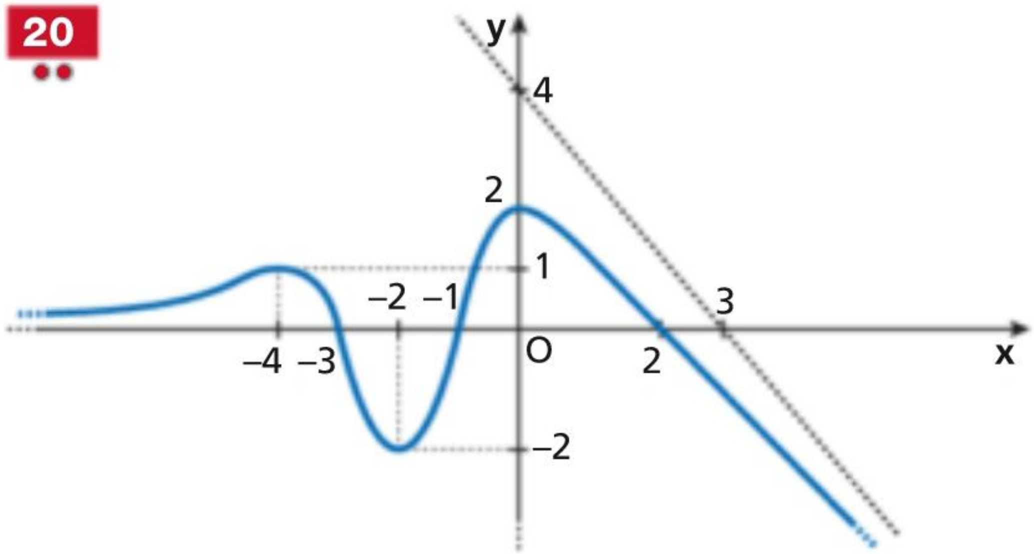
$$\frac{\cancel{62}(-2x+1)}{\cancel{(2x-1)^4}} > 0 \Rightarrow -2x+1 > 0 \Rightarrow -2x > -1 \Rightarrow x < \frac{1}{2}$$





DEDURRE LE PROPRIETÀ DAL GRAFICO:

20



DOMINIO $= \mathbb{R}$

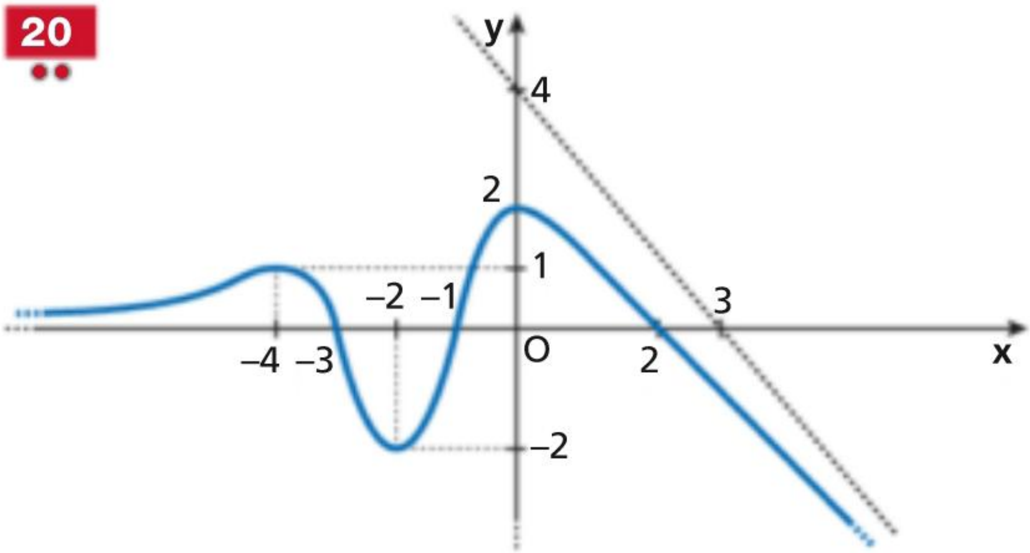
1) Quali sono gli asintoti?

Per $x \to -\infty$ $\quad y = 0$ ASINTOTO ORIZZONTALE

Per $x \to +\infty$ $\quad y = -\frac{4}{3}x + 4$ ASINTOTO OBLIQUO

Non ci sono asintoti verticali

DEDURRE LE PROPRIETÀ DAL GRAFICO :



DOMINIO = $\mathbb{R}$

1) Quali sono gli asintoti?

Per $x \to -\infty$ $\quad y=0$ ASINTOTO ORIZZONTALE

Per $x \to +\infty$ $\quad y=-\frac{4}{3}x+4$ ASINTOTO OBLIQUO

Non ci sono asintoti verticali

2) INTERVALLI DOVE È CRESCENTE

$(-\infty,-4)$ E $(-2,0)$

3) INTERV. DOVE È DECRESCENTE

$(-4,-2)$ E $(0,+\infty)$

4) MASSIMI

$x=-4$ E $x=0$

5) MINIMI

$x=-2$

6) INTERVALLI DOVE CONCAVITÀ È VERSO L'ALTO

$(-3,-1)$

7) INT. CONC. VERSO IL BASSO

$(-\infty,-3)$ E $(-1,+\infty)$

8) FLESSI

$x=-3$ E $x=-1$

OSSERVAZIONE

I punti di flesso sono punti in cui si ha cambiamento di concavità, ma devono essere punti in cui la funzione è derivabile