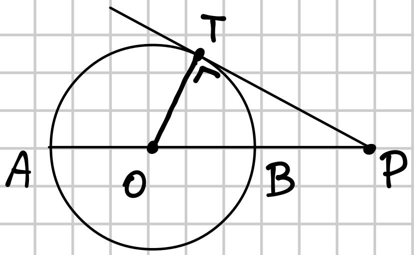
7/5/2021

150 Da un punto P, esterno a una circonferenza, si tracciano due semirette, una tangente alla circonferenza in T e l'altra secante la circonferenza in A e B, con $PB < PA$. Sapendo che la circonferenza ha raggio r, che AB è un diametro della circonferenza e che PB è congruente al raggio della circonferenza, qual è la misura del segmento PT? $[r\sqrt{3}]$



$$\overline{PT}^2 = \overline{PB} \cdot \overline{PA}$$ per il TH. della tangente e della secante

$$\overline{PB} = r$$

$$\overline{PA} = \overline{AB} + \overline{BP} = 2r + r = 3r$$

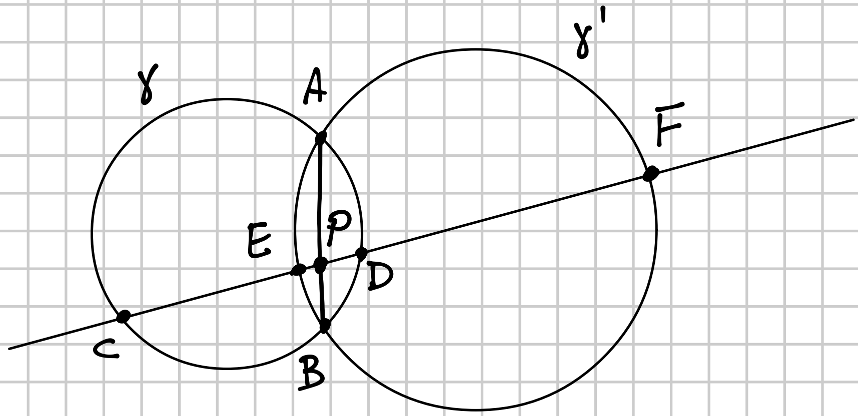
$$\overline{PT}^2 = r \cdot 3r = 3r^2$$

$$\overline{PT} = \sqrt{3r^2} = r\sqrt{3}$$

Se applico il TH. DI PITAGORA:

$$\overline{PT} = \sqrt{\overline{PO}^2 - \overline{OT}^2} = \sqrt{(2r)^2 - r^2} = \sqrt{4r^2 - r^2} = \sqrt{3r^2} =$$
$$= r\sqrt{3}$$

154 Due circonferenze γ e γ' si intersecano in A e B. Traccia una retta, passante per un punto P della corda AB, che incontra la circonferenza γ in C e D e la circonferenza γ' in E e F.
Dimostra che $\overline{PC} \cdot \overline{PD} = \overline{PE} \cdot \overline{PF}$.

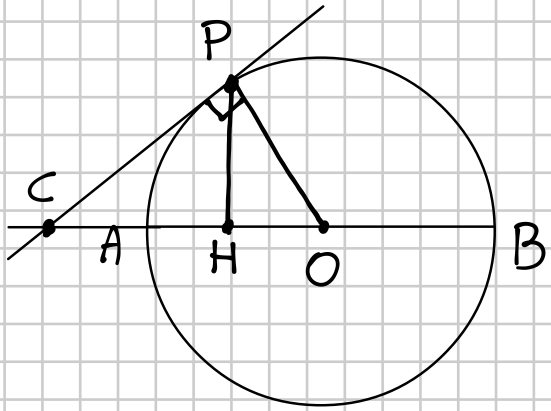


$\overline{AP} \cdot \overline{PB} = \overline{PD} \cdot \overline{PC}$ TH. DELLE CORDE APPLICATO A γ

$\overline{AP} \cdot \overline{PB} = \overline{PE} \cdot \overline{PF}$ TH. DELLE CORDE APPLICATO A γ'

$\Rightarrow \overline{PD} \cdot \overline{PC} = \overline{PE} \cdot \overline{PF}$ dato che entrambi i membri sono uguali a $\overline{AP} \cdot \overline{PB}$

155 È data una circonferenza di diametro AB e centro O. Preso un punto P sulla circonferenza, sia H la sua proiezione su AB e C il punto in cui la tangente alla circonferenza in P incontra il prolungamento del diametro AB. Dimostra che $\overline{AC} \cdot \overline{BC} = \overline{OC} \cdot \overline{HC}$.
(*Suggerimento:* congiungi O con P e ricorda il primo teorema di Euclide)



TESI : $\overline{AC} \cdot \overline{BC} = \overline{OC} \cdot \overline{HC}$

$\overline{AC} \cdot \overline{BC} = \overline{PC}^2$ per il th. della tangente e della secante

$\overline{PC}^2 = \overline{HC} \cdot \overline{OC}$ per il 1° th. di Euclide applicato al triangolo rettangolo OPC

$\Rightarrow \overline{AC} \cdot \overline{BC} = \overline{HC} \cdot \overline{OC}$ perché entrambi uguali a $\overline{PC}^2$