28/2/2019

29 ★★★ Un'astronave lunga $L = 1{,}2$ km emette, in coda e in testa, due segnali luminosi simultanei secondo un osservatore a terra. Secondo lo stesso osservatore, i segnali raggiungono il centro dell'astronave separati da 1,0 ns.

▶ Calcola la velocità dell'astronave.

[$7{,}5 \times 10^4$ m/s]

$$\Delta t = \frac{Lv}{c^2 - v^2} \qquad \Delta t\, c^2 - \Delta t\, v^2 - Lv = 0$$

$$\Delta t\, v^2 + Lv - \Delta t\, c^2 = 0$$

$$v = \frac{-L \pm \sqrt{L^2 + 4\Delta t^2 c^2}}{2\Delta t} = \frac{-1{,}2 \times 10^3 + \sqrt{(1{,}2)^2 \times 10^6 + 4 \times 10^{-18} \times 3^2 \times 10^{16}}}{2 \times 10^{-9}}\ \frac{m}{s} \simeq$$

$$\simeq 74999{,}95\ \frac{m}{s} \simeq \boxed{7{,}5 \times 10^4\ \frac{m}{s}}$$

41 ★★★

Si vuole "dilatare" un intervallo temporale del 15%.

▶ Calcola la velocità necessaria per ottenere questo effetto.

[0,49 c]

$$\Delta t' = \gamma \underbrace{\Delta t}_{\text{TEMPO PROPRIO}}$$

$$\Delta t' = 1{,}15\,\Delta t$$

$$\Downarrow$$

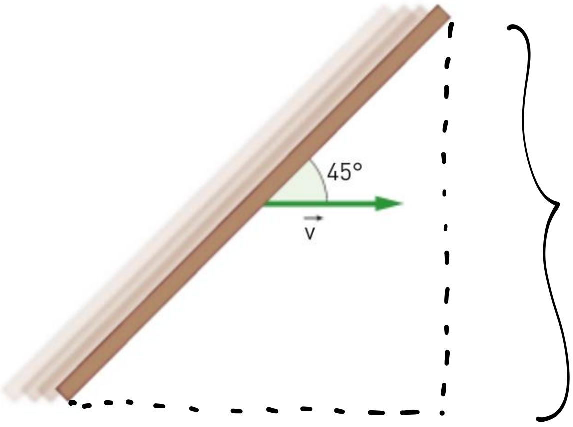
$$\frac{\Delta t'}{\Delta t} = 1{,}15 = \gamma$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1{,}15 \Rightarrow \sqrt{1-\beta^2} = \frac{1}{1{,}15}$$

$$1-\beta^2 = \left(\frac{1}{1{,}15}\right)^2 \qquad \beta = \sqrt{1-\left(\frac{1}{1{,}15}\right)^2}$$

$$\beta = \frac{v}{c} \Rightarrow v = \sqrt{1-\left(\frac{1}{1{,}15}\right)^2}\,c \simeq \boxed{0{,}49\,c}$$

7 ★★★ Un'asta di lunghezza a riposo $L_0 = 1{,}2$ m si muove a velocità $v = 0{,}60\,c$ rispetto a un sistema di riferimento S. Nel sistema di riferimento solidale con l'asta, questa forma un angolo di 45° con la direzione orizzontale, come mostrato nella figura.



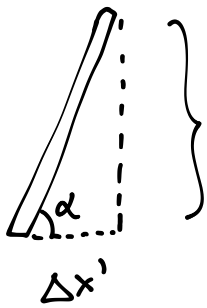
$d = L_0 \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} L_0$

$\Delta x = L_0 \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} L_0$

▸ Determina l'angolo di inclinazione dell'asta nel sistema di riferimento S.

[51°]

NEL S.R. S (LABORATORIO)



$d = \frac{\sqrt{2}}{2} L_0$

$$\Delta x' = \frac{\Delta x}{\gamma}$$

$$\Downarrow$$

$$\Delta x' \cdot \tan\alpha = d$$

$$\tan\alpha = \frac{d}{\Delta x'}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{d}{\Delta x'}\right)$$

$$\Rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{d\,\gamma}{\Delta x}\right) = \arctan\left(\frac{\cancel{\frac{\sqrt{2}}{2}L_0}\,\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}}{\cancel{\frac{\sqrt{2}}{2}L_0}}\right) =$$

$$= \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{1-0{,}60^2}}\right) = 51{,}34019\ldots° \simeq \boxed{51°}$$