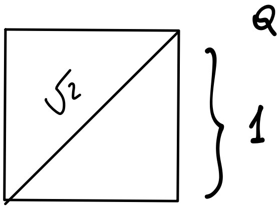
2/2/2018

QUADRATO



$\boxed{\sqrt{2} \text{ NON È RAZIONALE}}$, cioè <u>non</u> esistono due numeri $p, q \in \mathbb{N}$ tali che $\frac{p}{q} = \sqrt{2}$

<u>DIMOSTRAZIONE</u>

Per assurdo supponiamo che $\sqrt{2}$ sia razionale, allora esistono p, q interi tali che

$$\frac{p}{q} = \sqrt{2}$$

p, q sono primi tra loro

$\Rightarrow p^2 = 2q^2 \Rightarrow p^2$ è pari $\Rightarrow p$ è pari (altrimenti p^2 sarebbe dispari)

$\Rightarrow p = 2n \Rightarrow 4n^2 = 2q^2 \Rightarrow q^2 = 2n^2 \Rightarrow q$ è pari

CONTRADDIZIONE !

Quindi $\sqrt{2}$ non è razionale (IRRAZIONALE)

Si può dimostrare che tutte le radici quadrate di numeri interi (positivi) o sono interi o sono irrazionali

$\pi \quad \sqrt{2} \quad \sqrt{3} \quad \sqrt{6} \quad \sqrt[3]{5} \quad \sqrt[3]{10} \quad \pi + 1 \quad \sqrt{2} + 1$

Come sono fatti i numeri irrazionali?

I numeri irrazionali hanno uno sviluppo decimale infinito non periodico.

$$3,1\overline{57} = \frac{3157-31}{990} = \frac{3126}{990}$$

un numero periodico è razionale

viceversa, se faccio una divisione di numeri interi, ottengo sempre il periodo (eventualmente $\overline{0}$)

$$\frac{25}{7} = 3,\overline{571428}$$

$$\begin{array}{l|l} 25 & 7 \\ \hline \;\;40 & 3,\overline{571428} \\ \;\;\;\;50 & \\ \;\;\;\;\;\;10 & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;30 & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;\;\;20 & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;60 & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;4 & \end{array}$$

I RESTI POSSIBILI

$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

escludiamo i periodi $\overline{9}$

$$0,\overline{9} = 1$$

$$\downarrow$$

$$\frac{9-0}{9} = 1$$

$$x = 0,\overline{9}$$

$$10x = 9,\overline{9}$$

$$10x = 9 + 0,\overline{9}$$

$$10x = 9 + x$$

$$10x - x = 9$$

$$9x = 9 \Rightarrow x = 1$$

$$3,67\overline{9} = 3,68$$

$\underset{\text{REALI}}{\mathbb{R}} = \mathbb{Q} \cup \underbrace{\text{IRRAZIONALI}}_{\text{NON PERIODICI}}$

$\mathbb{R}$ <u>NON</u> può essere messo in corrispondenza biunivoca con $\mathbb{N}$

DIMOSTRAZIONE (CANTOR)

Supponiamo di riuscire a "mettere in fila" i numeri reali (concentriamoci sugli irrazionali fra 0 e 1)

0,3576833 57 .....
0,4790132 ....
0,6623476 ....
0,381905 3.......
0,7543462 ....
⋮

0,37294.....

$\Downarrow$

$\boxed{0{,}48305\ldots\ldots}$

QUESTO NUMERO NON APPARTIENE ALL'ELENCO PERCHÉ DIFFERISCE DA OGNI NUMERO DELL'ELENCO PER ALMENO 1 CIFRA

(DIFFERISCE SICURAMENTE DALL'n-ESIMO NUMERO PER L'n-ESIMA CIFRA DECIMALE)

L'ELENCO È INCOMPLETO

Non è possibile mettere in corrispondenza biunivoca $\mathbb{N}$ e $\mathbb{R}$! $\mathbb{R}$ ha una cardinalità di tipo diverso, superiore, chiamata CARDINALITÀ DEL CONTINUO

$\underbrace{\mathbb{N} \quad \mathbb{Z} \quad \mathbb{Q}}_{\text{NUMERABILI}}$

$\underset{\text{CONTINUO}}{\mathbb{R}}$ → È IN CORRISPONDENZA BIUNIVOCA COI PUNTI DI UNA RETTA