12 ◆◆◆ **ORA PROVA TU** Due eventi hanno luogo in $x_1 = 4{,}2$ m e in $x_2 = 7{,}7$ m e avvengono agli istanti $t_1 = 53$ ns e $t_2 = 65$ ns. Le coordinate y e z dei due eventi sono uguali.

- Mostra che esiste un sistema di riferimento S' in cui i due eventi avvengono nello stesso luogo.
- Calcola l'intervallo di tempo che li separa in S'.

[2,8 ns]

$\Delta s = \Delta x$ perché $y = y'$ $z = z'$

Basta far vedere che $\Delta\sigma^2 > 0$ (TIPO TEMPO)

$$\Delta\sigma^2 = (c\Delta t)^2 - \Delta x^2 = c^2\left[(65-53)\times10^{-9}\,s\right]^2 - \left[7{,}7-4{,}2\right]^2 m^2 =$$

$$= \left(3{,}0\times10^8\,\frac{m}{s}\right)^2 (12)^2\times10^{-18}\,s^2 - \left[3{,}5\right]^2 m^2 =$$

$$= 9{,}0\times10^{16}\cdot144\times10^{-18}\,m^2 - (3{,}5)^2\,m^2 = 0{,}71\,m^2 > 0$$

↑ TIPO TEMPO

$$\Delta x' = 0 \Rightarrow (c\Delta t')^2 = \Delta\sigma^2$$

$$\Delta t' = \frac{\sqrt{\Delta\sigma^2}}{c} = \frac{\sqrt{0{,}71}\,m}{3{,}0\times10^8\,\frac{m}{s}} = 0{,}2808\ldots\times10^{-8}\,s$$

$$\simeq 2{,}8\times10^{-9}\,s = \boxed{2{,}8\,ns}$$

14 ◆◆◆ Un'astronave viaggia verso una costellazione che dista 25 a.l. dalla Terra.
Gli scienziati del centro spaziale a Terra hanno previsto una durata di viaggio di 28 anni, misurata sulla Terra.

- Calcola la velocità dell'astronave.
- Calcola la durata del viaggio misurata dagli orologi dell'astronave, usando l'intervallo invariante.

[0,89 c; 13 anni]

S → S.R.I. della TERRA

$$\Delta s = v \Delta t \Rightarrow v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{25\ a.l.}{\underset{\text{anni}}{28\ a}} = \frac{(25\ a)\ c}{28\ a} = \frac{25}{28}\ c \simeq \boxed{0{,}89\ c}$$

$$\underbrace{\Delta\sigma^2 = (c\Delta t)^2 - \Delta s^2}_{\text{S.R.I. TERRA}} = \underbrace{(c\Delta t')^2 - \Delta s'^2 = \Delta\sigma'^2}_{\text{S.R.I. ASTRONAVE}}$$

$$\Delta s' = 0$$

$$c^2 \Delta t^2 - \Delta s^2 = c^2 \Delta t'^2$$

$$\Delta t'^2 = \Delta t^2 - \frac{\Delta s^2}{c^2} = \Delta t^2 - \frac{(25 a)^2 \cancel{c^2}}{\cancel{c^2}}$$

$$\Delta t' = \sqrt{\Delta t^2 - (25 a)^2} = \sqrt{28^2 - 25^2}\ a = 12{,}6\ldots a \simeq 13 a$$

ALTERNATIVAMENTE:

$\Delta t'$ è TEMPO PROPRIO

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\gamma} = \sqrt{1 - \beta^2}\ \Delta t = \sqrt{1 - \left(\frac{25}{28}\right)^2}\ (28\ a) = 12{,}6\ldots a \simeq 13 a$$