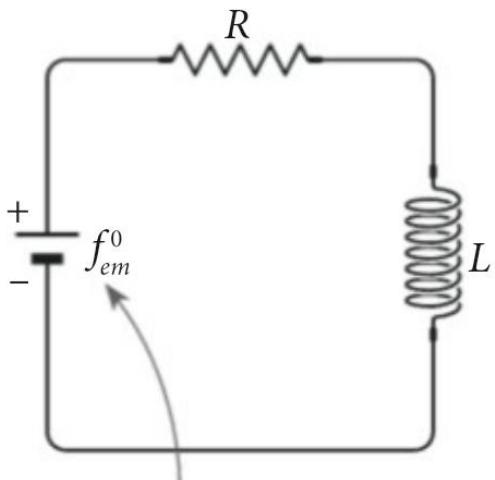


# ENERGIA DEL CAMPO MAGNETICO



circuito RL con generatore di tensione continua

CIRCUITO RL

Dalle leggi delle maglie

$$f_{\text{em}}^0 - Ri - L \frac{di}{dt} = 0$$

$$i = i(t)$$

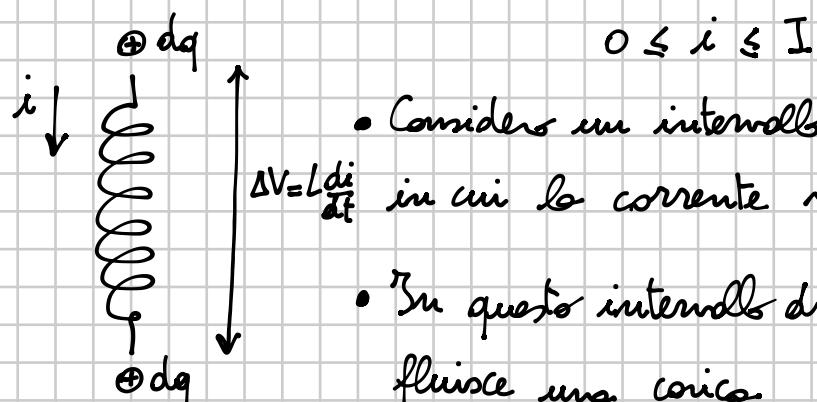
EQUAZIONE DIFFERENZIALE CHE DESCRIVE IL CIRCUITO

$$W_L = \frac{1}{2} L I^2$$

LAVORO COMPIUTO DAL GENERATORE PER PORTARE LA CORRENTE DA 0 AL VALORE I DI REGIME, VINCENDO L'EFFETTO RITARDANTE DOVUTO ALL'AUTOINDUZIONE.

VIENE "COSTRUITO" IL CAMPO MAGNETICO NEL SOLENOIDE E  $W_L$  LO RITROVEREMO COME ENERGIA DEL CAMPO MAGNETICO

La corrente  $i$  del generatore varia da 0 a  $I$  (valore di regime)



- Considero un intervallo di tempo infinitesimo  $dt$  in cui la corrente varia da  $i$  a  $i + di$
- In questo intervallo di tempo  $dt$  nell'induttore fluisce una corrente  $dq = i dt$
- Inoltre in questo intervallo di tempo si genera una corrente autoindotta con  $f_{\text{em}}$  (indotta) pari alla d.d.p. ai capi dell'induttore

$$f_{\text{em}} = -L \frac{di}{dt}$$

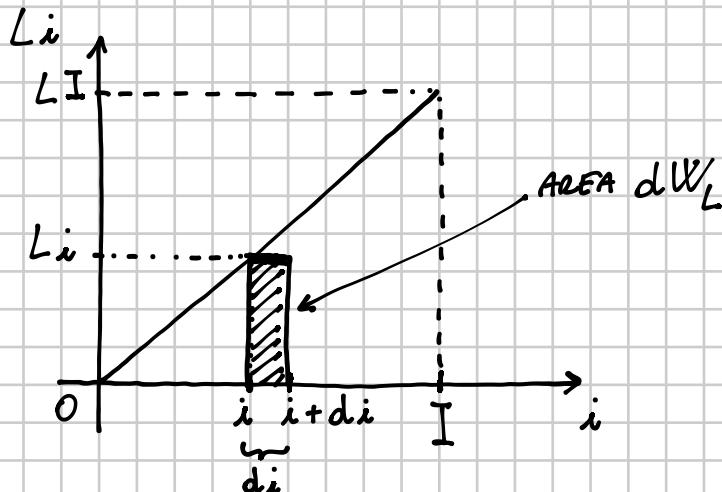
pari alla d.d.p. ai capi dell'induttore

$$\text{IN MODULO } \Delta V = L \frac{di}{dt}$$

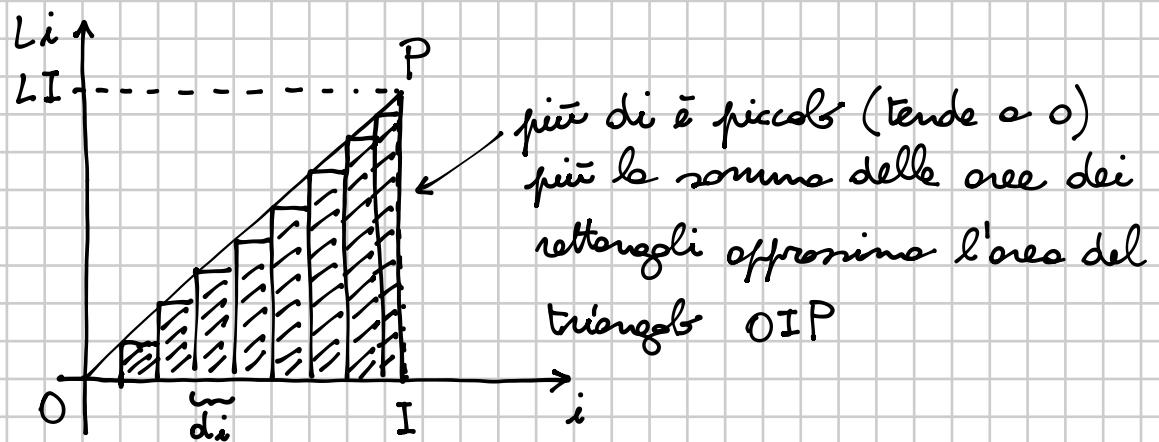
- Il lavoro per muovere tale carica da quei due punti a d.d.p.  $\Delta V$  è

$$dW_L = dq \cdot \Delta V = i dt \cdot L \frac{di}{dt} = L i di$$

quindi il lavoro elementare  $dW_L = L i di$



Immaginiamo di suddividere tutto l'intervalle  $[0, I]$  in tanti pezzettini infinitesimi  $di$  e di ripetere il ragionamento fatto per ciascuno di essi. Il lavoro totale sarà la somma delle aree.



Il lavoro totale sarà

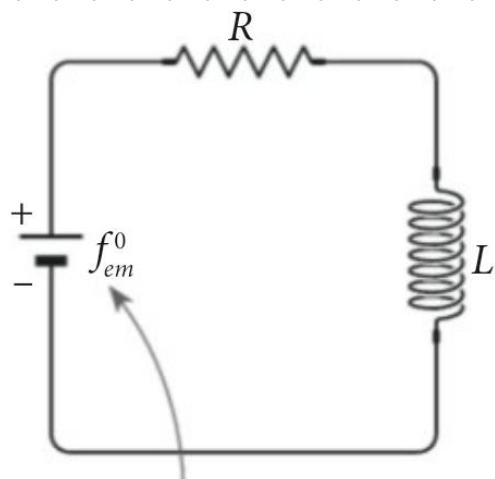
$$W_L = \int_0^I dW_L = \int_0^I L i di = \frac{1}{2} I \cdot L I = \frac{1}{2} L I^2$$

*AREA DEL TRIANGOLO OIP*

ENERGIA IMMAGAZZINATA  
NEL CAMPO MAGNETICO  
(FINCHÉ LA CORRENTE SI  
MANTIENE AL VALORE  $I$ )

# BILANCIO ENERGETICO

(CIRCUITO RL)



circuito  $RL$  con generatore di tensione continua

EQUAZIONE DIFFERENZIALE  
DEL CIRCUITO

$$f_{em}^0 - Ri - L \frac{di}{dt} = 0$$

MOLTIPLICO PER  $i dt$

$$f_{em}^0 i dt - Ri^2 dt - L i di = 0$$

↓↓

$$f_{em}^0 i dt = Ri^2 dt + L i di$$

↓                  ↓                  ↓  
 ENERGIA            ENERGIA            ENERGIA  
 EROGATA DAL    DISSIPATA    IMMAGAZZINATA  
 GENERATORE      NEL RESISTORE    NEL CAMPO MAGNETICO  
 (EFFETTO SOULE)

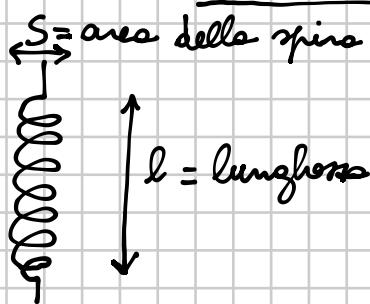
NEL TEMPO  $dt$

## OSSERVAZIONE

L'energia  $\frac{1}{2} L I^2$  può essere pensata come l'energia (cinetica) che viene sottratta agli elettroni di conduzione nel "transitorio" da 0 a  $I$ , e che viene quindi impegnata nella produzione del campo magnetico; tale energia viene poi restituita agli elettroni durante l'avzeramento della corrente (nel passaggio da  $I$  a 0) con conseguente assegnamento del campo.

Questa energia viene associata al campo magnetico e si può immaginare distribuita in esso (cioè nello spazio da esso occupato).

## DENSITÀ DI ENERGIA DEL CAMPO MAGNETICO



VOLUME DEL

$$\text{SOLENOID} = S \cdot l$$

in questo spazio  
c'è il campo magnetico  $\vec{B}$

DENSITÀ (VOLUMICA)

DI ENERGIA

$$W_B = \frac{W_L}{\text{VOLUME}} = \frac{\frac{1}{2} L I^2}{S \cdot l} = \frac{\frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2}{l} S I^2}{S \cdot l} =$$

$$= \frac{1}{2 \mu_0} \frac{\mu_0^2 N^2}{l^2} I^2 = \frac{1}{2 \mu_0} \left( \mu_0 \frac{N}{l} I \right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2 \mu_0} B^2$$

$$W_B = \frac{1}{2 \mu_0} B^2$$

FORMULA GENERALE

PER LA DENSITÀ DI  
ENERGIA MAGNETICA

Se in una regione di spazio (volumo) è presente un campo magnetico, nello stesso spazio è distribuita dell'energia (magnetica) la cui densità volumica è data da questa formula.