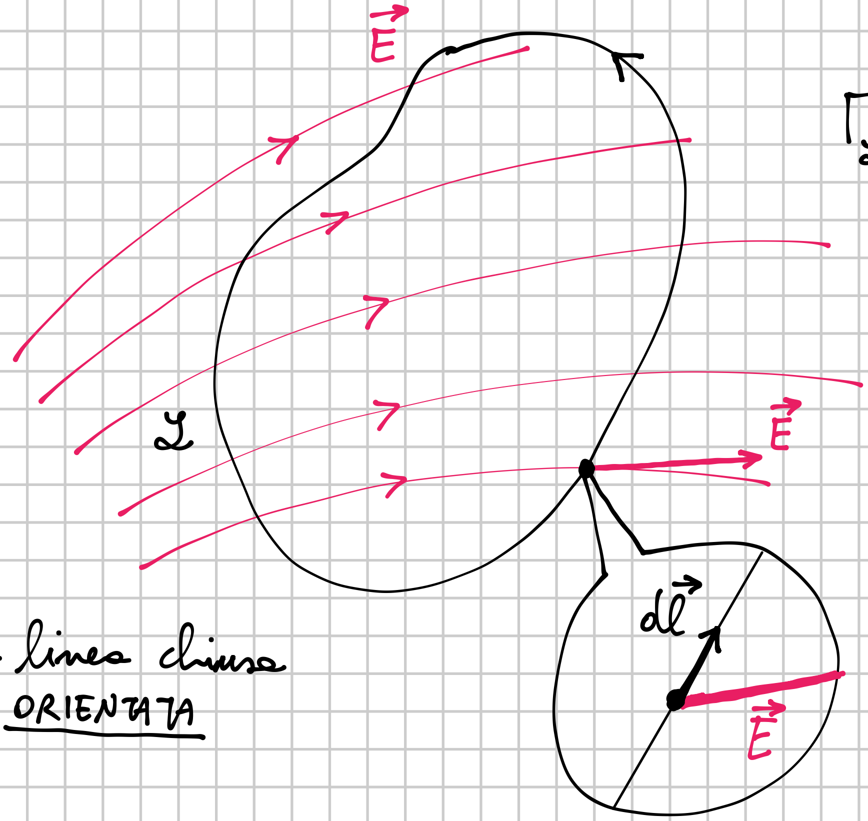
LA CIRCUITAZIONE DI $\vec{E}$

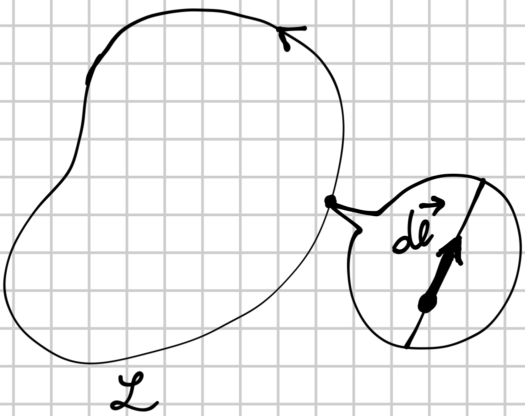


$$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{E}) = \oint_{\mathcal{L}} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$\mathcal{L}$ = linea chiusa ORIENTATA

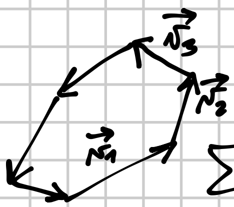
Il vettore $d\vec{l}$ (infinitesimo) segue l'orientazione della curva $\mathcal{L}$

INTEGRALE DI LINEA (CASI PARTICOLARI)



$$\oint_{\mathcal{L}} d\vec{l} = \vec{0}$$

Corrisponde alla somma di tutti i $d\vec{l}$, che sono vettori!

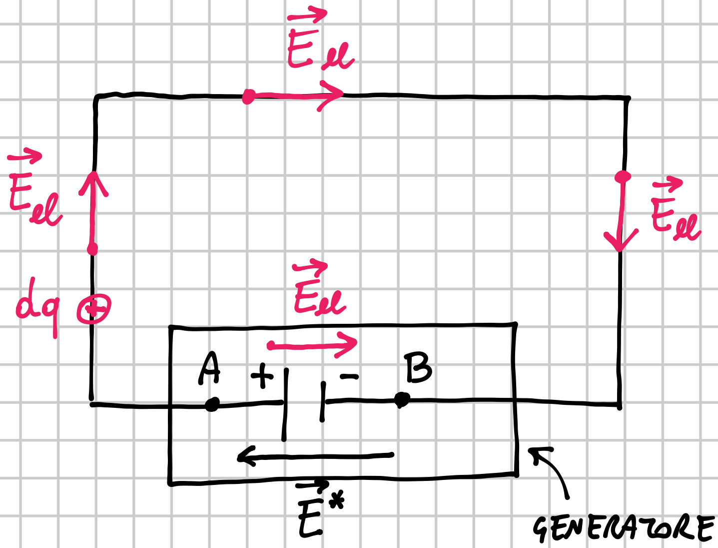


$\sum \vec{N}_i = \vec{0}$ VETTORE NULLO

$$\oint_{\mathcal{L}} dl = \oint_{\mathcal{L}} |d\vec{l}| = \text{lunghezza della linea } \mathcal{L}$$

$dl = |d\vec{l}|$ = modulo di $d\vec{l}$

APPROFONDIMENTI SULLA FORZA ELETTROMOTRICE



$\vec{E}_{el}$ = CAMPO ELETTROSTATICO (CONSERVATIVO)

$\vec{E}^*$ = CAMPO ELETTROMOTORE (NON CONSERVATIVO)
in una pila, ad es., è generato da una reazione chimica

FORZA ELETTROMOTRICE = è il rapporto fra il lavoro W_g che il generatore compie per spostare al suo interno una carica $dq > 0$ dal polo − al polo + e la carica dq stessa

→ è il lavoro del campo elettromotore sull'unità di carica (numericamente uguale)

$$|\vec{E}^*| > |\vec{E}_{el}| \quad \text{all'interno del generatore}$$

$$|\vec{E}^*| = 0 \quad \text{all'esterno del generatore}$$

$$f_{em} = \frac{W_g}{dq} = \frac{\int_B^A dq\, \vec{E}^* \cdot d\vec{l}}{dq} = \int_B^A \vec{E}^* \cdot d\vec{l} \quad \text{(per definizione)}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \vec{E}_{el} \cdot d\vec{l} + \int_B^A (\vec{E}_{el} + \vec{E}^*) \cdot d\vec{l} = \int_A^B \vec{E}_{el} \cdot d\vec{l} + \int_B^A \vec{E}_{el} \cdot d\vec{l} +$$

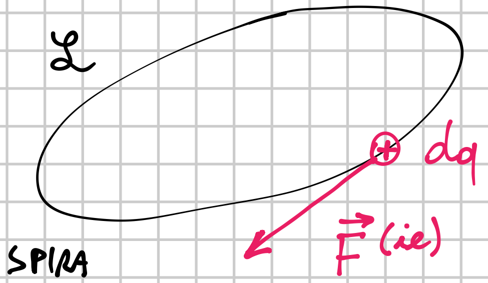
$$+ \int_B^A \vec{E}^* \cdot d\vec{l} = \underbrace{\oint \vec{E}_{el} \cdot d\vec{l}}_{=0 \text{ perché } \vec{E}_{el} \text{ è conservativo}} + \int_B^A \vec{E}^* \cdot d\vec{l} = \int_B^A \vec{E}^* \cdot d\vec{l}$$

CAMPO TOTALE
$\vec{E} = \vec{E}_{el} + \vec{E}^*$

$$\Rightarrow \boxed{f_{em} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}}$$

INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

$\Phi(\vec{B})$ sta variando



$$\vec{E}^{(ie)} = \frac{\vec{F}^{(ie)}}{dq}$$

CAMPO ELETTRICO INDOTTO — NON È CONSERVATIVO

$$f_{em_{INDOTTA}} = \oint_{\mathcal{L}} \vec{E}^{(ie)} \cdot d\vec{\ell} = \Gamma_{\mathcal{L}}\left(\vec{E}^{(ie)}\right) \neq 0$$

La $f_{em_{INDOTTA}}$ si può pensare "distribuita" lungo tutto il percorso $\mathcal{L}$.

LEGGE DI FARADAY-NEUMANN-LENZ

$\Downarrow$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\,\Phi(\vec{B})}{dt}$$

$$\boxed{\Gamma(\vec{E}) = -\frac{d\,\Phi(\vec{B})}{dt}}$$

EQUAZIONE DI MAXWELL

CIRCUITAZIONE CALCOLATA RISPETTO A UNA LINEA CHIUSA (ORIENTATA) $\mathcal{L}$ QUALSIASI

DERIVATA DEL FLUSSO CONCATENATO ALLA STESSA $\mathcal{L}$

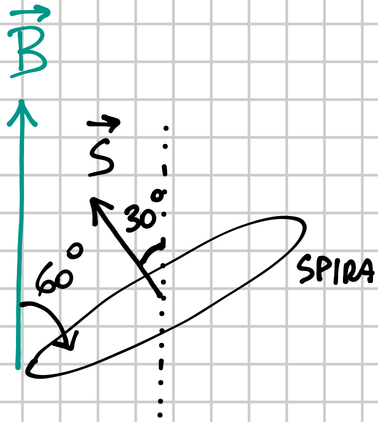
3 ★★★ Una spira circolare di raggio 2,9 cm è immersa in un campo magnetico uniforme di valore $6{,}8 \times 10^{-6}$ T, le cui linee di campo formano un angolo di 60° con il piano della spira.

- ▶ Determina il modulo della circuitazione di $\vec{E}$ lungo un cammino che coincide con la spira circolare.

A partire dall'istante $t = 0$ s, il valore del campo magnetico diminuisce progressivamente fino a raggiungere l'intensità di $9{,}7 \times 10^{-7}$ T all'istante $t_1 = 15$ s.

- ▶ Determina il modulo della circuitazione media di $\vec{E}$ lungo un cammino che coincide con la spira circolare durante l'intervallo di tempo in cui il campo magnetico diminuisce di valore.

$$\left[0\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\cdot\mathrm{m};\, 9{,}0\times 10^{-10}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\cdot\mathrm{m}\right]$$



1) $\oint_{\mathcal{L}} \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\dfrac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = 0$ perché non c'è variazione di flusso $\Phi(\vec{B})$

2) $B_1 = 6{,}8 \times 10^{-6}\,\mathrm{T}$ $\qquad B_2 = 9{,}7 \times 10^{-7}\,\mathrm{T}$

$t_1 = 0\,\mathrm{s}$ $\qquad t_2 = 15\,\mathrm{s}$

$$\left|\Gamma_{\mathcal{L}\,\text{MEDIA}}(\vec{E})\right| = \left|\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}\right| = \frac{|\Phi_2 - \Phi_1|}{|t_2 - t_1|} = \frac{|B_2 S\cos 30° - B_1 S\cos 30°|}{|t_2 - t_1|} =$$

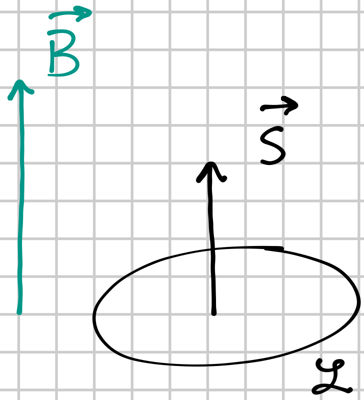
$$= \frac{S\cos 30°\,(B_1 - B_2)}{t_2 - t_1} = \frac{(2{,}9\times 10^{-2}\,\mathrm{m})^2\,\pi\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\left((6{,}8 - 0{,}97)\times 10^{-6}\,\mathrm{T}\right)}{15\,\mathrm{s}}$$

$$= 8{,}893\ldots \times 10^{-10}\,\mathrm{V} \simeq \boxed{8{,}9\times 10^{-10}\,\mathrm{V}}$$

4 ★★★ **CON LE DERIVATE** Una spira circolare di raggio 2,0 cm è immersa in un campo magnetico perpendicolare a essa; l'intensità del campo varia nel tempo oscillando secondo la legge $B(t) = b \cdot \cos(\omega t)$ con $\omega = 440\ \text{s}^{-1}$. All'istante $t = 0$ s l'intensità del campo è di $3{,}2 \times 10^{-6}$ T. La direzione del campo magnetico resta sempre perpendicolare alla spira.

▶ Determina come varia nel tempo il modulo della circuitazione di $\vec{E}$ lungo la spira e qual è il suo valore massimo.

$$\left[\left|\Gamma(\vec{E})\right| = b\omega\left|\text{sen}(\omega t)\right|\pi r^2; 1{,}8 \times 10^{-6}\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{C}}\right]$$



$B(t)$ = COMPONENTE CARTESIANA DI $\vec{B}$

$$|\Gamma(\vec{E})| = \left|\oint_{\mathcal{L}} \vec{E}\cdot d\vec{l}\right| = \left|-\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}\right|$$

$$\Phi(\vec{B}) = B(t)\cdot S \implies \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = S\cdot B'(t) =$$

S: COSTANTE

$\Phi(\vec{B})$: FLUSSO >0 SE $\vec{B}$ VERSO L'ALTO

<0 SE $\vec{B}$ VERSO IL BASSO

$$= S\cdot[b\cdot\cos\omega t]' =$$

$$= Sb\cdot(-\sin\omega t)\cdot\omega =$$

$$= -\omega S b \sin\omega t$$

$$|\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{E})| = \omega S b\,|\sin\omega t|$$

Devo trovare b: applico la condizione iniziale $B(0) = 3{,}2\times 10^{-6}$ T

$$= b\cdot\cos(0) = b$$

VALORE MAX

$$|\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{E})| = (440\ \text{s}^{-1})(2{,}0\times10^{-2}\ \text{m})^2\pi\,(3{,}2\times10^{-6}\ \text{T})\underbrace{|\sin\omega t|}_{1\ (\text{MAX})} =$$

$$= 17693{,}4\ldots\times10^{-10}\ \text{V} \simeq \boxed{1{,}8\times10^{-6}\ \text{V}}$$