

14/1/2021

265 $(\sqrt{2} + 1)x + (\sqrt{2} - 1)y + 3 = 0$

$$y = -(3 + 2\sqrt{2})x + 4$$

Dire se sono PARALLELE, COINCIDENTI o INCIDENTI

1° MODO \Rightarrow Scrivo la prima in forma esplicita:

$$(\sqrt{2} - 1)y = -(\sqrt{2} + 1)x - 3$$

$$y = -\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}x - \frac{3}{\sqrt{2} - 1}$$

$$m = -\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} \cdot \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} = -\frac{2 + 1 + 2\sqrt{2}}{2 - 1} =$$

$$= -(3 + 2\sqrt{2})$$

$$y = -(3 + 2\sqrt{2})x + 4$$

$$m' = -(3 + 2\sqrt{2})$$

$$m = m'$$

$$q \neq q' \Rightarrow$$

RETTE PARALLELE DISTINTE

2° MODO \Rightarrow Scrivo la seconda in forma implicita

$$\underbrace{(\sqrt{2} + 1)}_a x + \underbrace{(\sqrt{2} - 1)}_b y + \underbrace{3}_c = 0$$

$$\underbrace{(3 + 2\sqrt{2})}_a' x + \underbrace{1}_{b'=1} y + \underbrace{-4}_{c'} = 0$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{\sqrt{2} + 1}{3 + 2\sqrt{2}} \cdot \frac{3 - 2\sqrt{2}}{3 - 2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2} - 4 + 3 - 2\sqrt{2}}{9 - 8} = \sqrt{2} - 1$$

$$\frac{b}{b'} = \frac{\sqrt{2} - 1}{1} = \sqrt{2} - 1$$

$$\frac{c}{c'} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4} \neq$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \Rightarrow \text{RETTE PARALLELE DISTINTE}$$

272 Determina per quale valore di k le rette di equazioni $3x - y + 1 = 0$ e $9x + ky + 1 = 0$ sono parallele.

$[k = -3]$

$$3x - y + 1 = 0$$

$$9x + ky + 1 = 0$$

CONDIZIONE
DI PARALLELISMO

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$$

\Downarrow

$$\frac{3}{9} = \frac{-1}{k}$$

$$k \neq 0$$

$$\frac{3k}{9k} = \frac{-9}{9k}$$

$$k = -\frac{9}{3} = -3$$

$$y = 2x + q$$

AL VARIARE DI $q \in \mathbb{R}$

\hookrightarrow INDICA UN INSIEME DI INFINITE RETTE,
TUTTE FRA LORO PARALLELE (PERCHÉ
TUTTE CON COEFF. ANGOLARE 2)

QUESTO INSIEME INFINITO SI CHIAMA

FASCIO IMPROPRIO DI RETTE

$y = 2x + q$ è l'equazione del fascio improprio, in
cui il coefficiente angolare è fisso,
mentre l'ordinata all'origine varia

Qual è il fascio improprio a cui appartiene la
retta $y = -\frac{2}{3}x$? RISPOSTA: $y = -\frac{2}{3}x + q$

E quella a cui appartiene la retta $y = 5x + 2$? RISPOSTA: $y = 5x + q$

280 Verifica che il punto di intersezione delle rette di equazioni $2x - y = 0$ e $3x - 2y - 1 = 0$ appartiene alla retta di equazione $4x - 3y - 2 = 0$.

Trovo il punto di intersezione fra le rette $2x - y = 0$ e $3x - 2y - 1 = 0$:

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x - 2y - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x \\ 3x - 2(2x) - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x \\ 3x - 4x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ -x - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -2 \\ x = -1 \end{cases} \quad P(-1, -2)$$

Devo controllare che $P \in 4x - 3y - 2 = 0$. Per farlo sostituisco le coordinate di P nell'equat. della retta e vedo se ottengo un'uguaglianza vera o falsa.

$P(-1, -2)$ $4x - 3y - 2 = 0$

$$4(-1) - 3(-2) - 2 = 0$$

$$-4 + 6 - 2 = 0$$

$$0 = 0 \text{ VERO}$$

quindi P appartiene
a tale retta

Disegniamo le rette

$$2x - y = 0$$

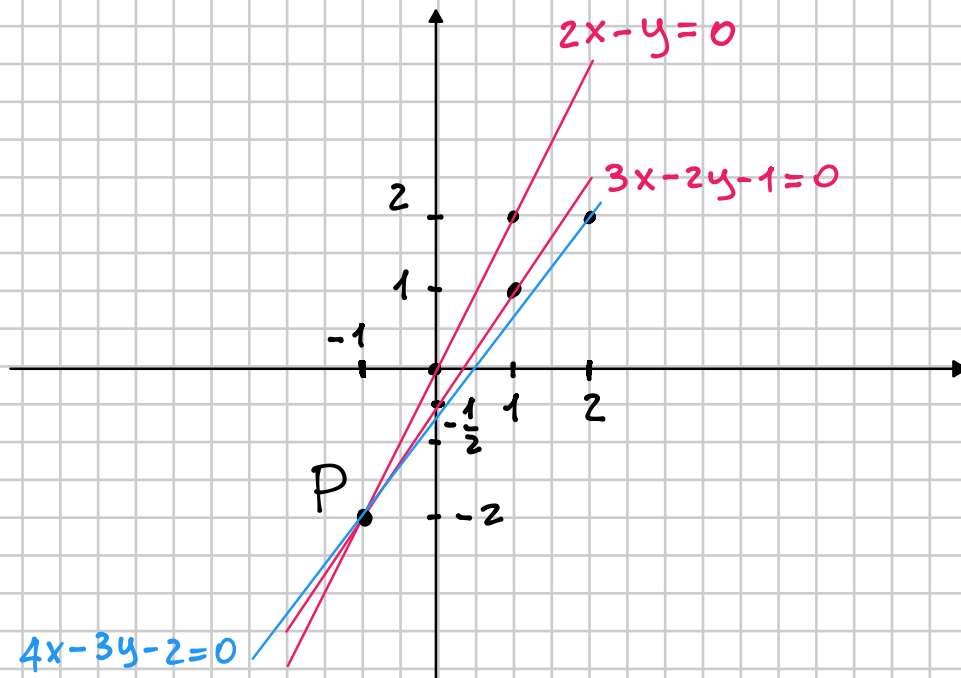
| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 2 |

$$3x - 2y - 1 = 0$$

| x | y |
|---|----------------|
| 0 | $-\frac{1}{2}$ |
| 1 | 1 |

$$4x - 3y - 2 = 0$$

| x | y |
|----|----|
| 2 | 2 |
| -1 | -2 |



287 Determina per quale valore di k le due rette di equazioni $2x - (k - 1)y + k - 3 = 0$ e $2x - 3y - 8 = 0$ si incontrano in un punto dell'asse x . [$k = -5$]

1° modo

$$\begin{cases} 2x - (k-1)y + k - 3 = 0 \\ 2x - 3y - 8 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3y + 8 - (k-1)y + k - 3 = 0 \\ 2x = 3y + 8 \end{cases}$$

$$3y + 8 - ky + y + k - 3 = 0$$

$$4y - ky + k + 5 = 0$$

$$(4 - k)y = -k - 5 \quad y = \frac{-k-5}{4-k} \quad k \neq 4$$

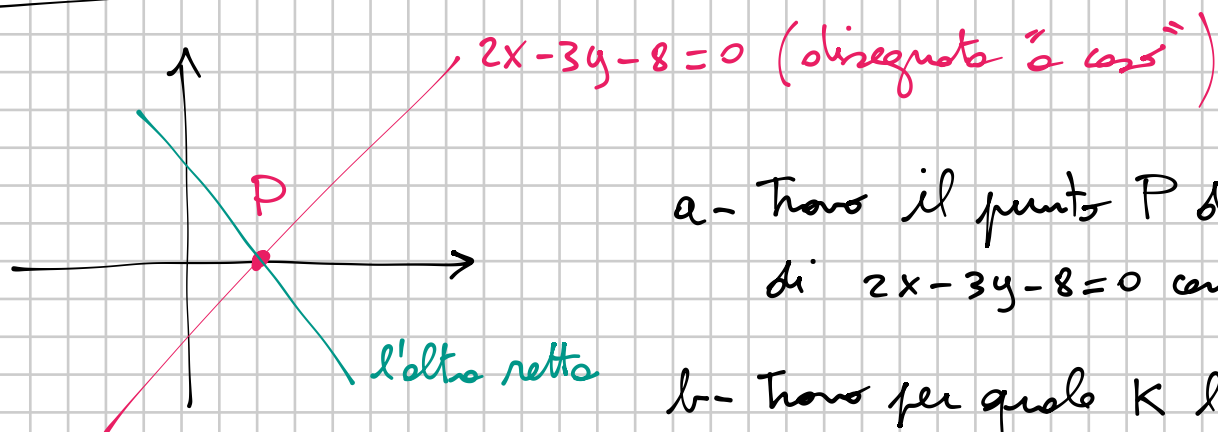
$$x = \frac{3}{2}y + 4 = \frac{3}{2} \cdot \frac{-k-5}{4-k} + 4 \quad P\left(\frac{-3(k+5)}{2(4-k)}, \frac{-k-5}{4-k}\right)$$

P deve appartenere all'asse x , quindi la sua ordinata deve essere 0

$$\frac{-k-5}{4-k} = 0 \quad -k-5 = 0$$

$$\boxed{k = -5}$$

2° MODO PIÙ SEMPLICE



a- Trovo il punto P di intersezione di $2x - 3y - 8 = 0$ con l'asse x

b- Trovo per quale K l'altra retta passa per P
(IMPONGO all'altra retta il passaggio per P)

$$a) \begin{cases} 2x - 3y - 8 = 0 & (\text{eq. retta}) \\ y = 0 & (\text{eq. asse } x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 8 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases} \quad P(4, 0)$$

$$b) 2x - (K-1)y + K - 3 = 0$$

la faccio passare per $P(4, 0)$
(trovo cioè per quale K passa per P)

$$2 \cdot 4 - (K-1) \cdot 0 + K - 3 = 0$$

$$8 + K - 3 = 0$$

$$\boxed{K = -5}$$

288 Determina per quale valore di k il punto di intersezione delle rette di equazioni $x + y + k = 0$ e $2x - y = 0$ ha ordinata uguale a 2. [$k = -3$]

1° Modo

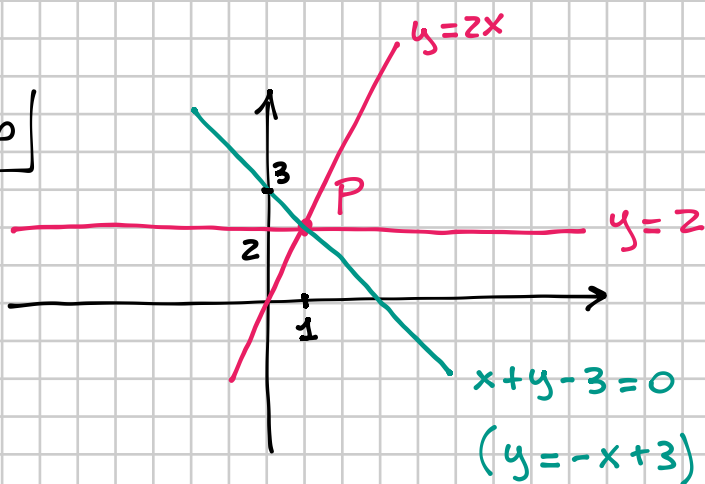
$$\begin{cases} x + y + k = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2x + k = 0 \\ y = 2x \end{cases} \quad \begin{cases} 3x = -k \\ y = 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{k}{3} \\ y = -\frac{2}{3}k \end{cases} \quad P\left(-\frac{k}{3}, -\frac{2}{3}k\right)$$

PONGO $-\frac{2}{3}k = 2$

$$\boxed{k = -3}$$

2° Modo



Il punto P è il punto della retta $2x - y = 0$ di ordinata 2

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$P(1, 2)$

Imponi alla retta $x + y + k = 0$ il passaggio per $P(1, 2)$

$$1 + 2 + k = 0 \Rightarrow \boxed{k = -3}$$