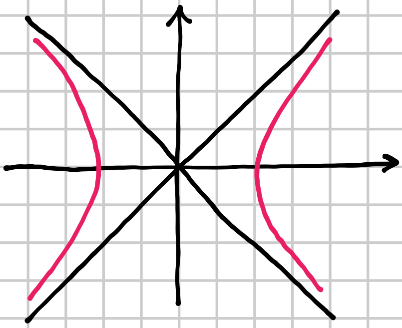
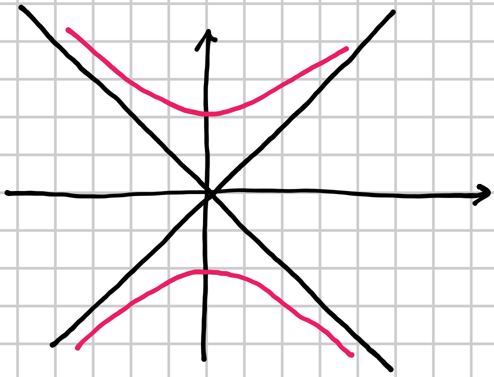
IPERBOLE EQUILATERA

$a = b \Rightarrow x^2 - y^2 = a^2$ oppure $x^2 - y^2 = -a^2$

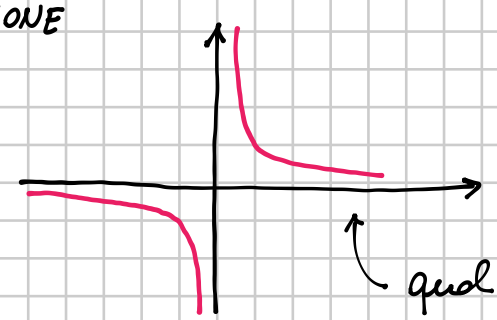
gli ASINTOTI sono $y = \pm x$





ECCENTRICITÀ $e = \dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{a} = \dfrac{\cancel{a}\sqrt{2}}{\cancel{a}} = \sqrt{2}$

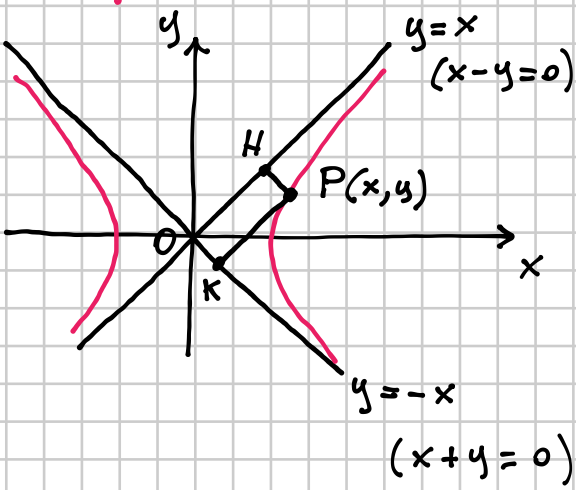
Posso prendere gli asintoti come assi cartesiani e ottenere la FUNZIONE



Si chiama FUNZIONE OMOGRAFICA

qual è la sua equazione nel riferimento degli asintoti?

IPERBOLE $x^2 - y^2 = a^2$



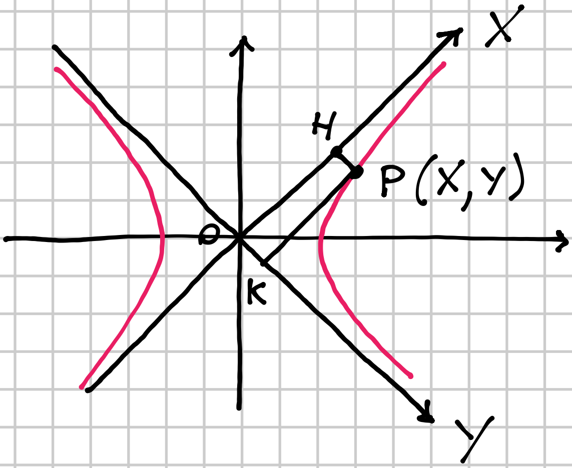
$$\overline{PH} = \frac{|x-y|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{|x-y|}{\sqrt{2}}$$

$$\overline{PK} = \frac{|x+y|}{\sqrt{2}}$$

$$\mathcal{A}_{OKPH} = \overline{PH}\cdot\overline{PK} = \frac{|x-y|\,|x+y|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} =$$

AREA RETTANGOLO

$$= \frac{|x^2-y^2|}{2} = \frac{a^2}{2}$$



$$\overline{PH} = |X|$$

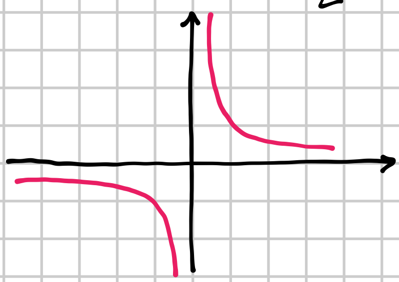
$$\overline{PK} = |Y|$$

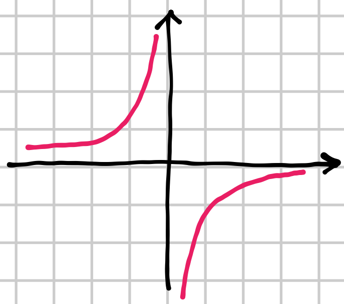
$$\mathcal{A}_{OKPH} = |X| \cdot |Y| = |XY|$$

quindi, confrontando le aree, ho $|XY| = \frac{a^2}{2}$

$$XY = \pm \frac{a^2}{2}$$

$$XY = \frac{a^2}{2} \qquad\qquad XY = -\frac{a^2}{2}$$

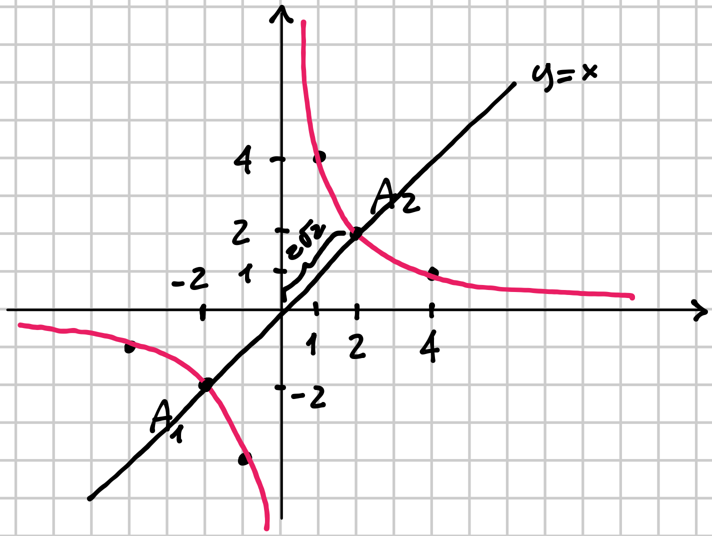




FUNZIONE DI PROPORZIONALITÀ INVERSA $\quad xy = k$ (costante)

Studiare l'iperbole equilatera $xy = 4 \Rightarrow y = \frac{4}{x}$

x	y
1	4
2	2
4	1



VERTICI DELL'IPERBOLE

$$\begin{cases} xy = 4 \\ y = x \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = 4 \\ y = x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pm 2 \\ y = \pm 2 \end{cases} \quad A_1(-2,-2) \quad A_2(2,2)$$

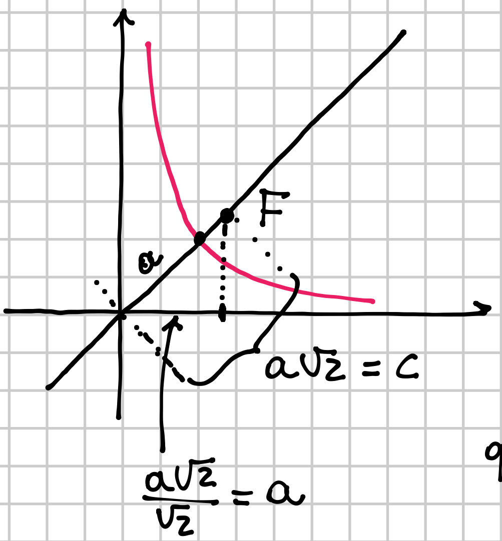
$xy = 4 \qquad xy = \frac{a^2}{2}$

$$\frac{a^2}{2} = 4 \Rightarrow a^2 = 8 \Rightarrow a = 2\sqrt{2}$$

Nel riferimento canonico l'iperbole ha equazione $x^2 - y^2 = 8$

Come trovo i fuochi (nel sistema di riferimento degli asintoti)

NON QUELLO CANONICO



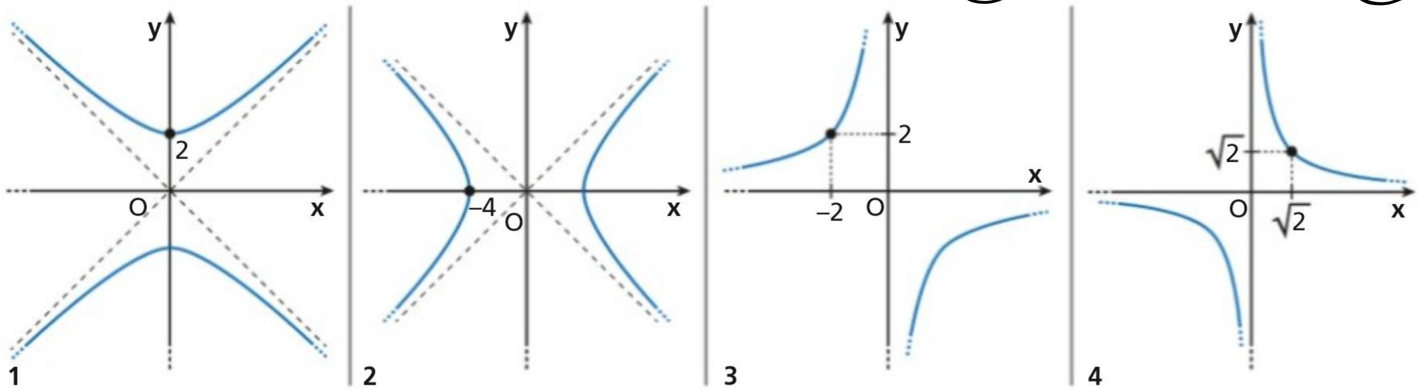
la semidistanza focale è $c = \sqrt{a^2 + b^2} = a\sqrt{2}$

quindi i fuochi hanno coordinate $F_1(-a,-a)$ $F_2(a,a)$

Nel nostro caso $F_1(-2\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$ $F_2(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$

289 **ASSOCIA** a ogni equazione il grafico corrispondente.

a. $xy = -4$ 3   **b.** $x^2 - y^2 = -4$ 1   **c.** $xy = 2$ 4   **d.** $x^2 - y^2 = 16$ 2



290 **COMPLETA**

a. L'iperbole di equazione $xy = -3$ si trova nel II e IV quadrante.

b. L'equazione $xy + 1 = 0$ rappresenta un'iperbole equilatera con i fuochi sulla retta $y = -x$.

c. L'iperbole di equazione $xy = 100$ ha un vertice reale in (10; 10).

d. L'eccentricità dell'iperbole di equazione $xy = 4$ è $\sqrt{2}$.

302 Trova l'equazione dell'iperbole equilatera, riferita ai propri asintoti, passante per il punto $P(2; 2)$. Determina l'equazione della retta passante per P e $C(-2; 0)$ e trova l'ulteriore intersezione S fra la retta e l'iperbole.

$$\left[xy = 4;\ y = \frac{1}{2}x + 1;\ S(-4; -1)\right]$$

$xy = K$ da trovare

$P(2,2) \xrightarrow{\text{sostituisco}}$ $2 \cdot 2 = K \Rightarrow K = 4$

$$\boxed{xy = 4}$$

$P(2,2)$ $C(-2,0)$

$$\frac{y-2}{0-2} = \frac{x-2}{-2-2} \qquad \frac{y-2}{\cancel{-2}} = \frac{x-2}{\cancel{-4}_{\,2}} \qquad y - 2 = \frac{x-2}{2}$$

$$y - 2 = \frac{1}{2}x - 1$$

$$\boxed{y = \frac{1}{2}x + 1}$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 1 \\ xy = 4 \end{cases} \Rightarrow \quad x\left(\frac{1}{2}x + 1\right) = 4 \qquad \frac{1}{2}x^2 + x - 4 = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x+4)(x-2) = 0 \quad \begin{cases} \nearrow x = 2 \quad \text{GIÀ NOTO} \\ \searrow x = -4 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$y = \frac{1}{2}(-4) + 1 = -1$$

$$\boxed{S(-4, -1)}$$

303 Dopo aver determinato l'equazione dell'iperbole equilatera, riferita agli asintoti, che passa per il punto $A(-2; -8)$, trova le equazioni delle rette tangenti nei vertici.

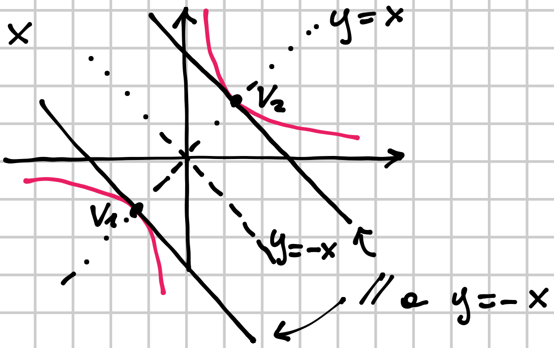
$[xy = 16; y = -x \pm 8]$

$xy = K \qquad A(-2, -8)$

$(-2)(-8) = K \Rightarrow K = 16$

$xy = 16$

Le tangenti nei vertici sono parallele alla retta $y = -x$



Le tangenti sono quindi rette del tipo $y = -x + q$

<u>1° MODO</u> = trovo i vertici

$$\begin{cases} xy = 16 \\ y = x \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = 16 \\ y = x \end{cases} \quad \begin{cases} x = \pm 4 \\ y = \pm 4 \end{cases}$$

$V_1(-4, -4) \qquad V_2(4, 4) \qquad y = -x + q$

$V_1 \rightsquigarrow -4 = 4 + q \Rightarrow q = -8 \quad \boxed{y = -x - 8}$

$V_2 \rightarrow 4 = -4 + q \Rightarrow q = 8 \quad \boxed{y = -x + 8}$

<u>2° MODO</u>

$$\begin{cases} xy = 16 \\ y = -x + q \end{cases} \qquad x(-x + q) - 16 = 0$$

$$-x^2 + qx - 16 = 0$$

$$x^2 - qx + 16 = 0$$

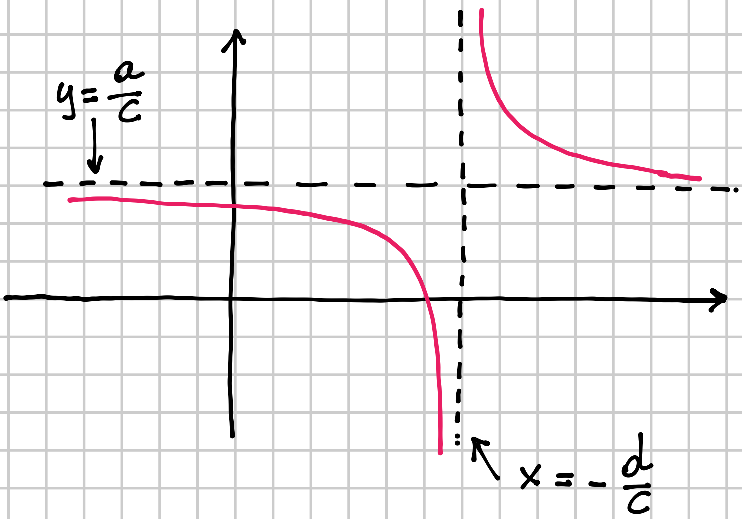
$\Delta = 0 \qquad q^2 - 64 = 0$

$$\Downarrow$$

$$q = \pm 8$$

$$\boxed{y = -x \pm 8}$$

FUNZIONE OMOGRAFICA



$$y = \frac{ax + b}{cx + d} \qquad ad - bc \neq 0$$

$c \neq$

ASINTOTI $\quad y = \frac{a}{c} \qquad x = -\frac{d}{c}$

Se fosse $ad - bc = 0 \Rightarrow ad = bc \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

$$y = \frac{ax + b}{cx + d} = \frac{a\cancel{\left(x + \frac{b}{a}\right)}}{c\cancel{\left(x + \frac{d}{c}\right)}} = \frac{a}{c}$$