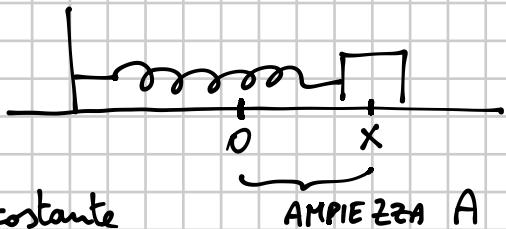


# PLANCK E LO SPETTRO DEL CORPO NERO (1900)

ELETROMAGNETISMO → Una particella conica in oscillazione con frequenza  $f$  emette un'onda E.M. di frequenza  $f$ ; viceversa, un'onda E.M. mette in oscillazione una particella conica

Tale particella viene modellizzata come un "OSCILLATORE ARMONICO"



$K$  = costante elastica

$m$  = massa del blocco

$$x(t) = A \cos(\omega t) \quad \omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t)$$

$$\text{EN. CINETICA} \quad K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t)$$

$$\text{EN. POTENZ.} \quad U = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} K A^2 \cos^2(\omega t)$$

## ENERGIA DELL'OSCILLATORE

### ARMONICO

$$E = K + U = \frac{1}{2} K A^2 [\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)] =$$

$$= \frac{1}{2} K A^2 \Rightarrow E \propto A^2$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Classicamente, a questo oscillatore di frequenza  $f$  sono accessibili un CONTINUO di livelli energetici: è possibile mettere in oscillazione il blocco, spostandolo dalla posizione di equilibrio, con un'ampiezza arbitraria.

Dato che l'emissione elettromagnetica dei corpi riscaldati non dipende dalla struttura del particolare materiale, Planck decise di adottare il modello dell'oscillatore armonico come meccanismo più semplice per immaginare come il corpo possa assorbire ed emettere radiazione.

Si trattava però di un MODELLO MATEMATICO, e non di una descrizione della realtà microfisica.

Planck aveva già usato con successo questo modello nei suoi studi precedenti.

Planck assunse dunque che il corpo nero fosse costituito da un numero infinito di oscillatori, in numeri diversi per ciascuna frequenza (in modo da formare complessivamente lo spettro del corpo nero).

Era nota la formula che avrebbe portato alla determinazione del potere emissivo specifico del corpo nero:

$$E_{CN,\lambda}(T) = \frac{2\pi c}{\lambda^4} \cdot E_m \quad E_m = \begin{aligned} &\text{ENERGIA MEDIA DI} \\ &\text{UN OSCILLATORE ARMONICO} \\ &(\text{A FREQUENZA } f) \\ &\Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} \end{aligned}$$

Se il calcolo di  $E_m$  veniva affrontato classicamente e si considerava che ogni oscillatore potesse assumere qualsiasi valore dell'energia, non si arrivava alla formula corretta.

PLANCK → divise la gamma continua di energia degli oscillatori in "pacchetti" multipli di una stessa quantità minima e ipotizzò che gli oscillatori potessero assumere solo tali valori dell'energia.

INTENTO ORIGINARIO  
DI PLANCK

a calcolo effettuato, avrebbe fatto tendere a zero questa quantità minima (ritrovando così alla continuità).

L'energia di un oscillatore non può dunque assumere valori arbitrari da zero a infinito, ma solo valori discreti dati dalla formula

$$E_n^f = n \hbar f$$

$n = \text{INTERO} \geq 0$

$\hbar = \text{costante (J.s)}$

### ESEMPI

- Se un oscillatore di frequenza  $f$  passa da un'energia  $E_{53}^f$  a un'energia  $E_{52}^f$ , "cede" un "pacchetto" di energia  $\hbar f$ ;
- se un oscillatore passa da un'energia  $E_{12}^f$  a un'energia  $E_{15}^f$ , allora "assorbe" un "pacchetto" di energia  $3\hbar f$ .

⇒ Il corpo nero cede o assorbe energia per PACCHETTI MULTIPLI DI  $\hbar f$

Planck trova così che

ENERGIA  
MEDIA DI  
UN OSCILLATORE  
ARMONICO

$$E_m = \frac{hc}{\lambda} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$$

e dunque

$$E_{cN, \lambda}(T) = 2\pi c^2 \frac{h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$$

con  $h = 6,62607 \times 10^{-34}$  J·s COSTANTE DI PLANCK

Infatti, non è possibile fare, come auspicava Planck, il limite  $h \rightarrow 0$  per ritrovare il continuo, poiché si otterrebbe una formula divergente poi per  $\lambda \rightarrow 0$  (ALTE FREQUENZE  $\Rightarrow$  CAVI STROFE ULTRAVIOLETTA): solo se  $h$  è finito non nullo si evita la divergenza

$$\lambda \rightarrow 0 \Rightarrow e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1 \approx e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} \Rightarrow E_{cN, \lambda}(T) \approx 2\pi c^2 h \cdot \frac{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}}}{\lambda^5}$$

LEGGE DI WIEN

(ACCORDO PER BASSE LUNGHEZZE D'ONDA)

$$\lambda \rightarrow \infty \Rightarrow e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1 \approx \frac{hc}{\lambda k_B T} \Rightarrow E_{cN, \lambda}(T) \approx 2\pi c^2 \frac{h}{\lambda^5} \cdot \frac{\lambda k_B T}{hc} =$$

$$= 2\pi c k_B \frac{T}{\lambda^4}$$

LEGGE DI RAYLEIGH-JEANS  
(ACCORDO PER GRANDI LUNGHEZZE D'ONDA)

Lo scambio di energia tra radiazione e materia, quindi, avviene in modo "QUANTIZZATO", ossia per "PACCHETTI" di energia (QUANTI) e NON in modo continuo.

Planck introduce quindi nella fisica una discontinuità, che rappresenta una rivoluzione nella fisica stessa.

Planck stesso, per molto tempo, si rifiutò di accettare le conseguenze di questa discontinuità da lui stesso introdotto: l'intento originario era infatti quello di servirsiene solo come utile artificio matematico. Egli tentò in vari modi di conciliare i quanti con la teoria elettromagnetica classica (continua).

Si stava invece aprendo con il nuovo secolo anche una nuova era della fisica, in cui sarebbero stati centrali proprio i quanti e la quantizzazione dell'energia inconsapevolmente introdotti da Planck.