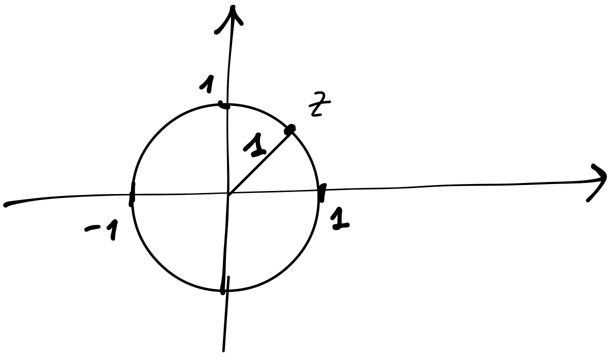
29/1/2019

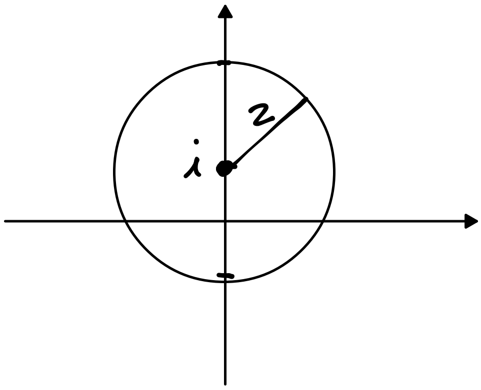
1) Rappresentare sul piano cartesiano il luogo dei punti tali che

$$|z| = 1$$

circonferenza di centro 0 e raggio 1



2) $|z - i| = 2$ circonferenza di centro i e raggio 2



$$\Downarrow$$

$$z = x + iy$$

$$|x + iy - i| = 2$$

$$|x + i(y-1)| = 2$$

$$\sqrt{x^2 + (y-1)^2} = 2$$

$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2 \longrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 4$$

circonferenza di centro $(0,1)$ e raggio 2

235 $|2z-3|=|z+i|$

Rappresentare nel piano

$z = x+iy$

$$|2(x+iy)-3| = |(x+iy)+i|$$

$$|2x+2iy-3| = |x+iy+i|$$

$$|(2x-3)+2yi| = |x+i(y+1)|$$

$$\sqrt{(2x-3)^2+(2y)^2} = \sqrt{x^2+(y+1)^2}$$

$$4x^2+9-12x+4y^2 = x^2+y^2+1+2y$$

$$3x^2+3y^2-12x-2y+8=0$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x^2+y^2+ax+by+c=0 \\ C\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) \\ r=\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-c} \end{array}}$$

$$x^2+y^2-4x-\frac{2}{3}y+\frac{8}{3}=0$$

CIRCONF.

$$C\left(2, \frac{1}{3}\right)$$

$$r=\sqrt{4+\frac{1}{9}-\frac{8}{3}} = \sqrt{\frac{36+1-24}{9}} =$$

$$= \frac{\sqrt{13}}{3}$$

circonferenza di centro $C\left(2, \frac{1}{3}\right)$

e raggio $\frac{\sqrt{13}}{3}$

230 $Re(z) - Im(z) = 1$

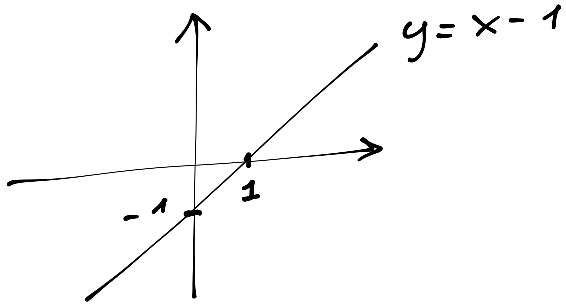
Rappresentare

$z = x + iy$

$x - y = 1$

$\Downarrow$

$y = x - 1$ retta



236 $|z-1| \leq |2-z|$ Rappresentare

$z = x + iy$

$|x + iy - 1| \leq |2 - x - iy|$

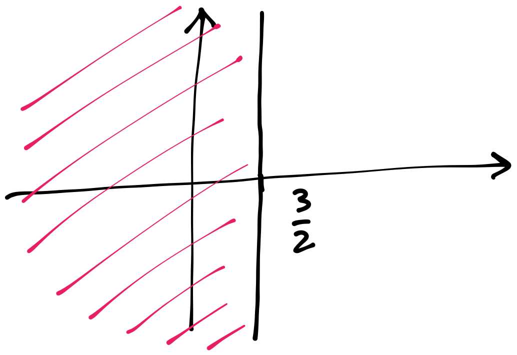
$\sqrt{(x-1)^2 + y^2} \leq \sqrt{(2-x)^2 + (-y)^2}$

$\cancel{x^2} - 2x + 1 + \cancel{y^2} \leq 4 - 4x + \cancel{x^2} + \cancel{y^2}$

$2x - 3 \leq 0$

$x \leq \frac{3}{2}$

rappresenta tutti i punti del piano che hanno ascissa minore o uguale di $\frac{3}{2}$



SEMIPIANO (BORDO COMPRESO)

$$|i+z|^2 - i = 2$$ Risolvere l'equazione

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{|i+z|^2}_{\substack{\in \mathbb{R} \\ \text{numero reale}}} = \underbrace{2+i}_{\substack{\in \mathbb{C}\setminus\mathbb{R} \\ \text{numero complesso non reale}}}$$

Quindi l'equazione è impossibile

Risolvere l'equazione

$$|i+z|^2 - i - 2 = z \qquad\qquad z = x + iy$$

$$|i + x + iy|^2 - i - 2 = x + iy$$

$$|x + i(1+y)|^2 - i - 2 = x + iy$$

$$x^2 + (1+y)^2 - i - 2 = x + iy$$

$$x^2 + 1 + 2y + y^2 - i - 2 - x - iy = 0$$

CIRCONF.

$$(x^2 + y^2 - x + 2y - 1) + i(-1-y) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - x + 2y - 1 = 0 \\ -1 - y = 0 \end{cases}$$

RETTA

EQUAZIONI REALI !!!

$$\begin{cases} x^2 \cancel{+1} - x - 2 \cancel{-1} = 0 \\ y = -1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2 - x - 2 = 0 \\ y = -1 \end{cases} \qquad \begin{cases} (x-2)(x+1) = 0 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$A = (2, -1) \qquad B = (-1, -1)$$

$$\downarrow$$

$$z_0 = 2 - i \qquad z_1 = -1 - i$$

$$\boxed{z = 2 - i \ \vee \ z = -1 - i}$$

44 Dati $z_1 = 2 - ai$ e $z_2 = 1 + ai$, trova per quali valori di $a \in \mathbb{R}$:

a. $z_1 \cdot z_2 \in \mathbb{R}$; **b.** $\overline{z_1} \cdot z_2 \in \mathbb{I}$; **c.** $z_1 + \overline{z_2} = 3$.

[a) 0; b) $\pm\sqrt{2}$; c) 0]

$z_1 = 2 - ai \qquad z_2 = 1 + ai$

a) $z_1 \cdot z_2 \in \mathbb{R}$

$$(2-ai)(1+ai) = 2 + 2ai - ai + a^2 =$$
$$= 2 + a^2 + ai$$

$$\mathrm{Im}(z_1 \cdot z_2) = 0$$
$$\Downarrow$$
$$\boxed{a = 0}$$

b) $\overline{z_1} \cdot z_2 \in \overbrace{i\mathbb{R}}^{\text{insieme numeri immaginari}}$

$$(2+ai)(1+ai) = 2 + 2ai + ai - a^2 =$$
$$= (2-a^2) + 3ai$$

$$\mathrm{Re}(\overline{z_1} \cdot z_2) = 0$$
$$2 - a^2 = 0 \Rightarrow \boxed{a = \pm\sqrt{2}}$$

c) $z_1 + \overline{z_2} = 3$

$$2 - ai + 1 - ai = 3$$
$$3 - 2ai = 3 \Rightarrow \boxed{a = 0}$$