31/1/2019

1) Calcolare la derivata in 1 di $f(x) = 2x^3$

$x_0 = 1$

$$\Delta y = f(1+\Delta x) - f(1) = 2(1+\Delta x)^3 - 2\cdot 1^3 =$$

$$= 2\left(1 + 3\Delta x + 3\Delta x^2 + \Delta x^3\right) - 2 =$$

$$= \cancel{2} + 6\Delta x + 6\Delta x^2 + 2\Delta x^3 - \cancel{2} = 6\Delta x + 6\Delta x^2 + 2\Delta x^3$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{6\Delta x + 6\Delta x^2 + 2\Delta x^3}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cancel{\Delta x}(6 + 6\Delta x + 2\Delta x^2)}{\cancel{\Delta x}} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} (6 + \underset{\downarrow \atop 0}{6\Delta x} + \underset{\downarrow \atop 0}{2\Delta x^2}) = 6 \qquad f'(1) = 6$$

2) Calcolare (tramite la formula vista) la derivata in $x_0 = 10$ di $f(x) = 30x^2$

$$f'(x) = 2\cdot 30x = 60x \qquad x = 10 \Rightarrow f'(10) = 60\cdot 10 = 600$$

posso calcolare in questo modo altre derivate in altri punti della stessa funzione

$x = 3 \quad f'(3) = 60\cdot 3 = 180$

$x = -2 \quad f'(-2) = 60(-2) = -120$

Associa ad ogni x la derivata (il coeff. angolare della tangente al grafico) di f nel punto x considerato

$f'(x) = 60x$ è la <u>FUNZIONE DERIVATA</u> (o semplicemente DERIVATA) della funzione $f(x) = 30x^2$.

3) Calcolare la derivata in $x_0 = 2$ di $f(x) = 2x + 1$ e trovare una regola per calcolare la derivata di $f(x) = aX$ nel generico x_0.

$$\Delta y = f(2+\Delta x) - f(2) = 2(2+\Delta x) + 1 - \underbrace{5}_{f(2)} =$$

$$= \cancel{4} + 2\Delta X + \cancel{1} - \cancel{5} = 2\Delta X$$

$$\lim_{\Delta X \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta X} = \lim_{\Delta X \to 0} \frac{2\cancel{\Delta X}}{\cancel{\Delta X}} = 2 = f'(2)$$

Se adesso poniamo $f(x) = aX$

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = a(x_0 + \Delta x) - a x_0 =$$

$$= \cancel{a x_0} + a\Delta X - \cancel{a x_0}$$

$$\lim_{\Delta X \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta X} = \lim_{\Delta X \to 0} \frac{a\cancel{\Delta X}}{\cancel{\Delta X}} = a = f'(x_0)$$

REGOLA DI DERIVAZIONE PER FUNZIONI POLINOMIALI

1) $f(x) = x^n \quad (n \in \mathbb{N},\ n \geq 1)$ $\qquad f'(x) = n\,x^{n-1}$

2) $f(x) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{COSTANTE REALE}}}{K}$ $\qquad f'(x) = 0$

3) REGOLA DELLA SOMMA

$$[f(x)+g(x)]' = f'(x) + g'(x)$$

4) REGOLA DELLA COSTANTE

$$[\underset{\substack{\uparrow \\ \text{COSTANTE REALE}}}{K}f(x)]' = K \cdot f'(x)$$

ESEMPIO

Calcolare la derivata di $f(x) = 5x^4 - 3x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 10x + 8$

$$f'(x) = 4 \cdot 5x^3 - 3 \cdot 3x^2 + 2 \cdot \frac{7}{2}x^1 - 10 \cdot x^0 + 0$$

$$= 20x^3 - 9x^2 + 7x - 10$$

COMPITI

Calcolare la derivata di

1) $y = \frac{3}{5}x^4 - 5x^2 + 8x$ $\qquad y' = \dots$

2) $y = -4x^{10} + 7x^5 - \frac{3}{13}x^2$

3) Calcolare la derivata in $x_0 = -6$ della funzione

$$f(x) = 2x^{14} - 30x^{11} + 2x$$