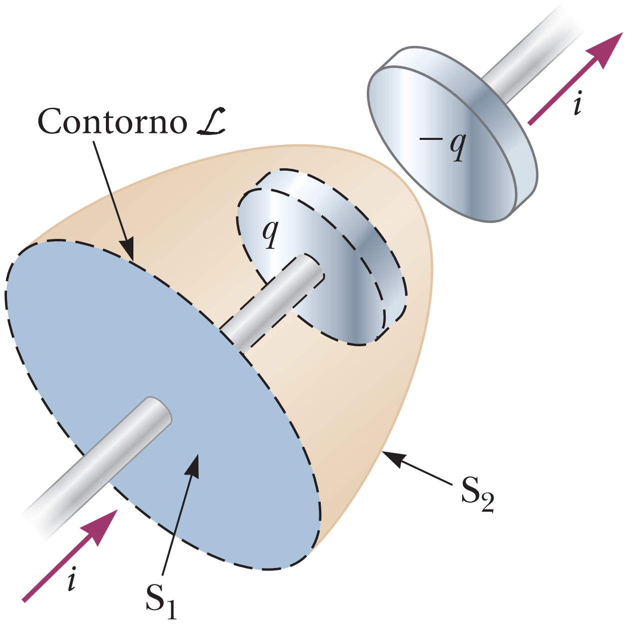
8/1/2019

LA LEGGE DI AMPÈRE-MAXWELL



La circuitazione del campo magnetico si calcola con le CORRENTI CONCATENATE a $\mathcal{L}$, cioè che attraversano una QUALSIASI superficie di bordo $\mathcal{L}$.

$$\boxed{\begin{array}{ll} \Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{B}) = \mu_0 i & \text{SE CONSIDERO } S_1 \\ \Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{B}) = 0 & \text{SE CONSIDERO } S_2 \end{array}}$$

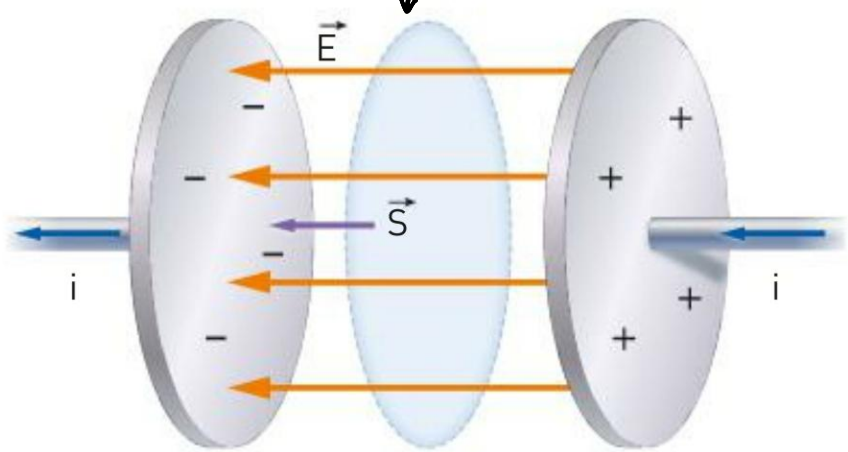
$\downarrow$

CONTRADDIZIONE !!

TEOREMA DI AMPÈRE-MAXWELL

$$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{B}) = \mu_0 \left[i + \underbrace{\varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}}_{\text{CORRENTE DI SPOSTAMENTO } i_S} \right]$$

S di uguale area delle armature



(trascuriamo gli effetti di bordo)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q/S}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{q}{S\varepsilon_0} \cdot S = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$i_S = \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} = \varepsilon_0 \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{q}{\varepsilon_0}\right) =$$

$$= \cancel{\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\cancel{\varepsilon_0}} \cdot \frac{dq}{dt} = \frac{dq}{dt} = i$$

3 ★★★

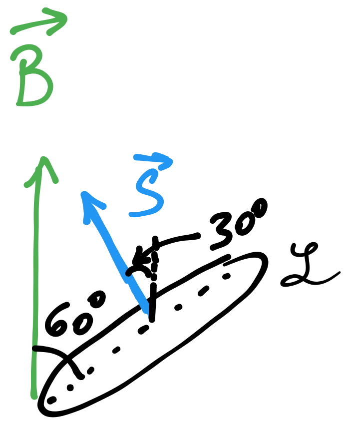
Una spira circolare di raggio 2,9 cm è immersa in un campo magnetico uniforme di valore $6{,}8 \times 10^{-6}$ T, le cui linee di campo formano un angolo di 60° con il piano della spira.

- ▶ Determina il modulo della circuitazione di $\vec{E}$ lungo un cammino che coincide con la spira circolare.

A partire dall'istante $t = 0$ s, il valore del campo magnetico diminuisce progressivamente fino a raggiungere l'intensità di $9{,}7 \times 10^{-7}$ T all'istante $t_1 = 15$ s.

- ▶ Determina il modulo della circuitazione media di $\vec{E}$ lungo un cammino che coincide con la spira circolare durante l'intervallo di tempo in cui il campo magnetico diminuisce di valore.

$$\left[0\ \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot \text{m}; 9{,}0 \times 10^{-10}\ \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot \text{m}\right]$$



1) Non c'è variazione di flusso magnetico $\Rightarrow \dfrac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = 0$

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = 0$$

2) $\Delta t = 15$ s

$$\Delta\Phi(\vec{B}) = \Phi_2(\vec{B}) - \Phi_1(\vec{B}) =$$

$$= B_2 \cdot S \cdot \cos 30° - B_1 \cdot S \cdot \cos 30° =$$

$$= (B_2 - B_1) \cdot S \cdot \cos 30° =$$

$$= \left[(9{,}7 - 68) \times 10^{-7}\ \text{T}\right] \cdot (2{,}9 \times 10^{-2}\ \text{m})^2 \pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$= -1333{,}96\ldots \times 10^{-11}\ \text{Wb}$$

VALORE MEDIO

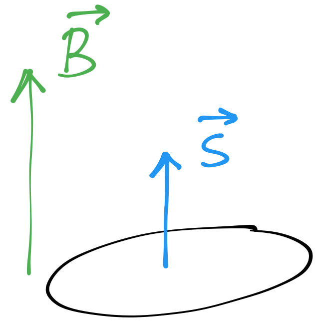
$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} = \frac{1333{,}96\ldots \times 10^{-11}\ \text{Wb}}{15\ \text{s}} = 88{,}931\ldots \times 10^{-11}\ \text{V} \cong$$

$$\cong \boxed{8{,}9 \times 10^{-10}\ \text{V}}$$

4 ★★★ **CON LE DERIVATE** Una spira circolare di raggio 2,0 cm è immersa in un campo magnetico perpendicolare a essa; l'intensità del campo varia nel tempo oscillando secondo la legge $B(t) = b \cdot \cos(\omega t)$ con $\omega = 440\ s^{-1}$. All'istante $t = 0$ s l'intensità del campo è di $3{,}2 \times 10^{-6}$ T. La direzione del campo magnetico resta sempre perpendicolare alla spira.

▶ Determina come varia nel tempo il modulo della circuitazione di $\vec{E}$ lungo la spira e qual è il suo valore massimo.

$$\left[\left|\Gamma(\vec{E})\right| = b\omega\left|\text{sen}(\omega t)\right|\pi r^2; 1{,}8 \times 10^{-6}\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{C}}\right]$$



$\underbrace{B(t)}_{\text{COMPONENTE CARTESIANA DI } \vec{B}(t) \text{ (NON È IL MODULO)}} = b \cos(\omega t)$

$$\left|\Gamma(\vec{E})\right| = \left|\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}\right|$$

$$\Phi(\vec{B}) = \underbrace{\vec{B}(t) \cdot \vec{S}}_{\text{PRODOTTO SCALARE}} = \underbrace{B(t) \cdot S}_{\text{PRODOTTO FRA NUMERI}}$$

S: COSTANTE

Se $B(t) > 0$, allora $\Phi(\vec{B}) > 0$ perché l'angolo fra $\vec{B}$ e $\vec{S}$ è $0°$;
se $B(t) < 0$, allora $\Phi(\vec{B}) < 0$ perché l'angolo fra $\vec{B}$ e $\vec{S}$ è $180°$

$$\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = S \cdot \frac{dB}{dt} = S \cdot b \cdot [-\sin(\omega t)] \cdot \omega = -Sb\omega \sin(\omega t)$$

$$\boxed{\left|\oint_{\ell} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}\right| = b\omega\left|\sin(\omega t)\right|\pi r^2}$$

VALORE MAX $= b\omega\pi r^2 = (3{,}2 \times 10^{-6}\ \text{T})(440\ s^{-1})\pi(2{,}0 \times 10^{-2}\ m)^2 =$

in corrispondenza di $|\sin(\omega t)| = 1$

$= 17693 \times 10^{-10}\ \text{V} \cong \boxed{1{,}8 \times 10^{-6}\ \text{V}}$

Per calcolare b:

$t = 0 \Rightarrow B(0) = 3{,}2 \times 10^{-6}$ T

$B(0) = b \cdot \cos(0) = b = 3{,}2 \times 10^{-6}$ T