L'inerzia dell'energia

(equivalenza massa-energia)

$$E_0 = mc^2$$

Einstein (sett. 1905) L'inerzia di un corpo dipende dal suo contenuto di energia?

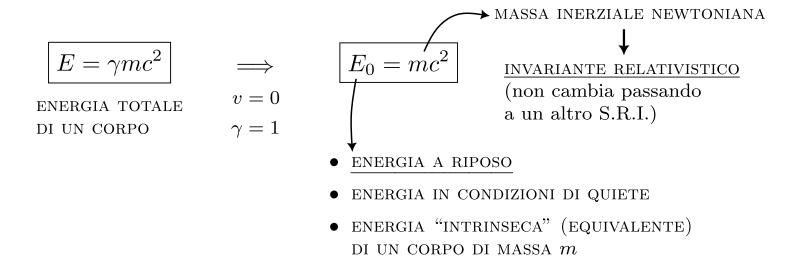
Fornendo una quantità di energia ΔE a un corpo, <u>senza che questo comporti</u> una variazione della sua velocità, la sua massa varia di

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{\gamma c^2}$$

In particolare, se il corpo è <u>fermo</u> $(v=0 \implies \gamma=1)$ $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$

un corpo <u>fermo</u> accresce la sua massa quando assorbe energia restando fermo

Possiamo quindi considerare la massa di un corpo come la misura del suo contenuto di energia quando è fermo \to EQUIVALENZA MASSA-ENERGIA o INERZIA DELL'ENERGIA



La massa può convertirsi in energia e viceversa (questo fatto non ha riscontro nella meccanica newtoniana). L'effetto è troppo piccolo per essere rilevabile nell'esperienza quotidiana, ma è importante a livello nucleare e subnucleare.

L'ENERGIA TOTALE DI UN SISTEMA ISOLATO SI CONSERVA

(cioè che non interagisce con altri sistemi)

ENERGIA TOTALE

en. cinetica
$$E = E_0 + K$$
 en. a riposo

ENERGIA CINETICA

$$K = E - E_0 = \gamma mc^2 - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2$$

per basse velocità $v \ll c$ diventa l'en. cinetica $\frac{1}{2}mv^2$

Infatti:

$$\lim_{x \to 0} \frac{(1+x)^{\alpha} - 1}{x} = \alpha \implies \frac{(1+x)^{\alpha} - 1}{x} = \alpha + h(x)$$

$$\downarrow \text{ per } x \to 0$$

$$\implies (1+x)^{\alpha} - 1 = \alpha x + \underbrace{xh(x)}_{0}$$
va a 0 più velocemente di αx ,
quindi è trascurabile

da cui:

$$(1+x)^{\alpha} - 1 \simeq \alpha x \quad \text{per } x \to 0$$

quindi:

$$\gamma - 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}} - 1 = (1 + (-\beta^2))^{-\frac{1}{2}} - 1 \simeq$$

$$\simeq -\frac{1}{2}(-\beta^2) = \frac{1}{2}\beta^2 = \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$$

$$\beta = \frac{v}{c} \to 0$$

$$v \ll c$$

$$K=(\gamma-1)mc^2=\frac{1}{2}\frac{v^2}{\cancel{e^2}}m\cancel{e}^2=\frac{1}{2}mv^2\quad \text{en. cinetica newtoniana}$$

Esempi e osservazioni

LA MASSA DI UN SISTEMA COMPOSTO

Nel S.R. del centro di massa

$$Mc^2 = \sum_i \left(m_i c^2 + K_i + \sum_j U_{ij}\right)$$
 en. a en. potenziali riposo del sistema cinetiche composto

LA MASSA NON È ADDITIVA

$$M_{\text{composto}} = \sum \begin{pmatrix} \text{masse dei} \\ \text{costituenti} \end{pmatrix} + \frac{\sum \begin{pmatrix} \text{energie dei} \\ \text{costituenti} \end{pmatrix}}{c^2}$$

- 1) Un corpo acquista massa (pesa di più) se viene riscaldato, perché aumenta l'energia cinetica del moto interno di agitazione termica e quindi il contenuto di energia del corpo.
- 2) La massa di un nucleo atomico è inferiore alla somma delle masse dei protoni e neutroni costituenti (difetto di massa) perché include energia potenziale interna negativa.
- 3) Gas contenuto in un recipiente immobile:

$$E_{0(\mathrm{gas})} = \sum E_i = \sum \gamma_i m_i c^2 \implies M_{(\mathrm{gas})} = \frac{E_{0(\mathrm{gas})}}{c^2} = \sum \gamma_i m_i > \sum m_i$$

MASSA DEL GAS $> \frac{\text{SOMMA DELLE MASSE}}{\text{COSTITUENTI}}$

L'energia è additiva, la massa NO!

- 4) L'energia di un corpo può essere fatta aumentare:
 - a) somministrandogli energia <u>senza fargli variare velocità</u> (riscaldandolo, facendogli assorbire radiazione elettromagnetica...)
 - \rightarrow AUMENTA NECESSARIAMENTE ANCHE LA MASSA, dunque sia E_0 che K aumentano
 - b) tramite lavoro eseguito da forze applicate ad esso
 - \rightarrow LA MASSA RIMANE COSTANTE, cambia solo γ