ENERGIA E QUANTITÀ DI MOTO

$$E = \gamma m c^2 \qquad\qquad p = \gamma m v$$

ENERGIA — QUANTITÀ DI MOTO

$$E^2 = \frac{m^2 c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad\qquad p^2 = \frac{m^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$E^2 - c^2 p^2 = \frac{m^2 c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{m^2 v^2 c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m^2 c^4}{\cancel{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cancel{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$$

$= m^2 c^4$ INVARIANTE RELATIVISTICO (NON DIPENDE DAL S.R.)

$\downarrow$

MASSA INVARIANTE

$$\boxed{\underbrace{E^2 - c^2 p^2}_{\text{INVARIANTE RELATIVISTICO}} = m^2 c^4} \Rightarrow E = \sqrt{(cp)^2 + (mc^2)^2}$$

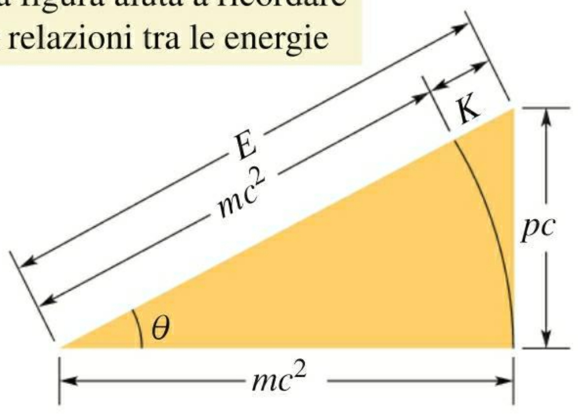
ENERGIA TOTALE

__CASO QUIETE__ $p = 0 \Rightarrow E_0 = mc^2$

__CASO MASSA NULLA__

__(FOTONI)__ $m = 0 \Rightarrow E = cp$

La figura aiuta a ricordare le relazioni tra le energie



$$E \cos\vartheta = mc^2 \Rightarrow \gamma \cancel{mc^2} \cdot \cos\vartheta = \cancel{mc^2}$$

$$\Downarrow$$

$$\cos\vartheta = \frac{1}{\gamma}$$

$$E \sin\vartheta = pc \Rightarrow \cancel{\gamma} \cancel{m} c^{\cancel{2}} \cdot \sin\vartheta = \cancel{\gamma} \cancel{m} v \cancel{c}$$

$$\Rightarrow \sin\vartheta = \frac{v}{c} = \beta$$

PARTICELLE DI MASSA NULLA (FOTONI)

$E = cp$ (non potremmo fare lo stesso nella relazione non relativistica $E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{m^2 v^2}{m} = \frac{p^2}{2m}$)

Una particella di massa nulla si muove necessariamente alla velocità della luce

$$p = \gamma m v \qquad E = \gamma m c^2$$

$$\Downarrow$$

$$v = \frac{p}{\gamma m} = \frac{p}{\frac{E}{c^2}} = \frac{pc^2}{E}$$

$$v = \frac{c^2 p}{E}$$

questa relazione non contiene più m e viene estesa a particelle di massa $m = 0$

dunque $v = \frac{c^2 p}{cp} = c$

RICORDARE CHE

LA LEGGE FONDAMENTALE DELLA DINAMICA:

FISICA CLASSICA

$\vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{p} = m\vec{v}$

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

RELATIVITÀ

$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\gamma\vec{v})$

$\vec{p} = m\gamma\vec{v}$

PAG. 1523

59 ★★★ Una particella relativistica, con massa ~~a riposo~~ m_0 ed energia cinetica $K = 4m_0c^2$ urta una particella ferma, di massa ~~a riposo~~ $2m_0$, in un urto in cui le due particelle rimangono unite. Determina:

- l'espressione della quantità di moto della prima particella prima dell'urto;
- la velocità della particella in moto prima dell'urto;
- la massa ~~a riposo~~ del sistema composto dalle due particelle. Nota che il risultato è lo stesso prima e dopo l'urto, per la conservazione dell'energia e della quantità di moto, e che *non* è uguale alla somma delle masse ~~a riposo~~ delle singole particelle che compongono il sistema fisico in esame.

$[\sqrt{24}\,m_0c; \sqrt{24}\,c/5; 5m_0]$

m

$$E^2 - c^2p^2 = m^2c^4$$

1° MODO

$\boxed{1}$ m o→ $\vec{v}$ $\boxed{2}$ o $2m$

$\boxed{1}$ $E_1^2 - c^2p_1^2 = m^2c^4$

$$\Rightarrow c^2p_1^2 = E_1^2 - m^2c^4$$

$$p_1^2 = \frac{E_1^2}{c^2} - m^2c^2 \Rightarrow p_1 = \sqrt{\frac{E_1^2}{c^2} - m^2c^2} =$$

$$E_1 = K + E_{01} = 4mc^2 + mc^2 =$$

$$= 5mc^2$$

$$= \gamma m c^2$$

$$\Rightarrow \gamma = 5$$

$$= \sqrt{\frac{25m^2c^{\cancel{4}\,2}}{\cancel{c^2}} - m^2c^2} =$$

$$= \sqrt{24}\,mc$$

$$p_1 = \gamma m v$$

$$\Downarrow$$

$$\sqrt{24}\,\cancel{m}c = \gamma \cancel{m} v \Rightarrow v = \frac{\sqrt{24}\,c}{\gamma} = \frac{\sqrt{24}}{5}c$$

2° MODO

Trovato $\gamma = 5 \Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 5 \Rightarrow \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{5}$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{25}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{25}$$

$$v^2 = \frac{24}{25}c^2 \Rightarrow v = \frac{\sqrt{24}}{5}c$$

$$p_1 = \gamma m v = \cancel{5} m \frac{\sqrt{24}}{\cancel{5}} c = \sqrt{24}\, mc$$

MASSA DEL SISTEMA

$$E^2 - c^2p^2 = M^2c^4$$

Q.TÀ DI MOTO

$$\underbrace{p_1}_{\text{Q.TÀ DI MOTO DI } \boxed{1}} + \underbrace{\overbrace{p_2}^{=0}}_{\text{Q.TÀ DI MOTO DI } \boxed{2}} = \underbrace{p}_{\text{Q.TÀ DI MOTO DEL SISTEMA}} \Rightarrow p = p_1 = \sqrt{24}\, mc$$

ENERGIA

$$\underbrace{E_1}_{\gamma mc^2} + \underbrace{E_2}_{2mc^2} = E \Rightarrow E = 5mc^2 + 2mc^2 = 7mc^2$$

$$E^2 - c^2p^2 = M^2c^4$$

$$49m^2\cancel{c^4} - \cancel{c^2} \cdot 24m^2\cancel{c^2} = M^2\cancel{c^4}$$

$$\Rightarrow M^2 = 25m^2 \Rightarrow \boxed{M = 5m} > \sum \text{masse particelle} = 3m$$