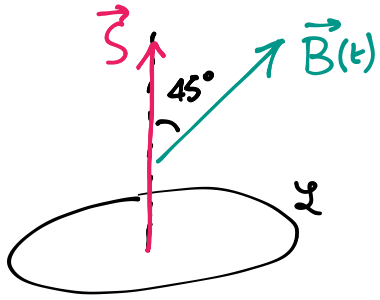
19/1/2018

8 ★★★ **CON LE DERIVATE** Una spira circolare si trova immersa in un campo magnetico uniforme inclinato di 45° rispetto al suo asse. La spira ha un raggio di $7{,}4 \times 10^{-4}$ m e il modulo del campo magnetico varia secondo la legge $B(t) = b_0 t^2$ con $b_0 = 5{,}0 \times 10^{-6}$ T/s.

▶ Determina il modulo della circuitazione del campo elettrico indotto al variare del tempo lungo un cammino che coincide con la spira circolare.

$[(1{,}2 \times 10^{-11}\ \mathrm{T \cdot m^2/s^2})t]$



$r = 7{,}4 \times 10^{-4}\ m$

$B(t) = b_0 t^2 \qquad b_0 = 5{,}0 \times 10^{-6}\ \dfrac{T}{s^2}$

$$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{E}) = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$ legge di Faraday-Neumann

$$|\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{E})| = \left|\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}\right|$$

$$\Phi(\vec{B})(t) = B(t)\cdot S\cdot\cos 45° = b_0 t^2 \cdot \pi r^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \underbrace{\frac{b_0 \pi r^2 \sqrt{2}}{2}}_{\text{COSTANTE}} t^2$$

$$\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = \frac{b_0 \pi r^2 \sqrt{2}}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2} t = \sqrt{2}\pi r^2 b_0 t$$

$$|\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{E})| = \sqrt{2}\pi (7{,}4\times 10^{-4}\ m)^2 \left(5{,}0\times 10^{-6}\ \frac{T}{s^2}\right) t =$$

$$= \left(1216{,}46\ldots \times 10^{-14}\ \frac{V}{s}\right) t \cong$$

$$\cong \left(1{,}2 \times 10^{-11}\ \frac{V}{s}\right) t$$

CONTROLLO U. MISURA

$$\frac{m^2 \cdot T}{s^2} = \frac{\cancel{m^2}\ \dfrac{N}{A\cdot \cancel{m}}}{s^2} = \frac{N\cdot m}{\dfrac{C}{\cancel{s}}\cdot s^{\cancel{2}}} = \frac{J}{C\cdot s} = \frac{V}{s}$$

14 ★★★ In un condensatore con armature circolari di raggio 2,0 cm il modulo del campo elettrico sta aumentando in modo lineare alla velocità di $1{,}2 \times 10^8$ N/(C · s).

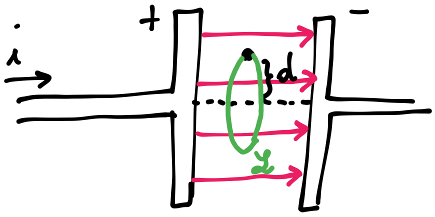
▶ Calcola l'intensità del campo magnetico generato all'interno del condensatore a una distanza d = 4,0 cm dal suo asse, assumendo che fra le armature ci sia il vuoto.

[$2{,}7 \times 10^{-11}$ T]

6,0 cm

$$\frac{dE}{dt} = 1{,}2 \times 10^8 \ \frac{N}{C \cdot s}$$

$$\left[E(t) = \left(1{,}2 \times 10^8 \frac{N}{C \cdot s}\right) t \right]$$



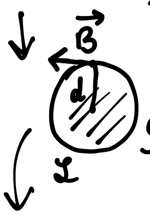
$$i_s = \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$$

COSTANTE

$$\Phi(\vec{E}) = E \cdot S$$

$$\frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} = S \cdot \frac{dE}{dt}$$

$$\Gamma(\vec{B}) = \mu_0 \varepsilon_0 S \frac{dE}{dt}$$



S = superficie delimitata da L

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{\mathcal{L}} B\, dl = B \oint_{\mathcal{L}} dl = B\, 2\pi d$$

$$2\cancel{\pi}\cancel{d} B = \mu_0 \varepsilon_0 \cancel{\pi} d^{\cancel{2}} \frac{dE}{dt}$$

$$\Downarrow$$

$$B = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 d \dfrac{dE}{dt}}{2} =$$

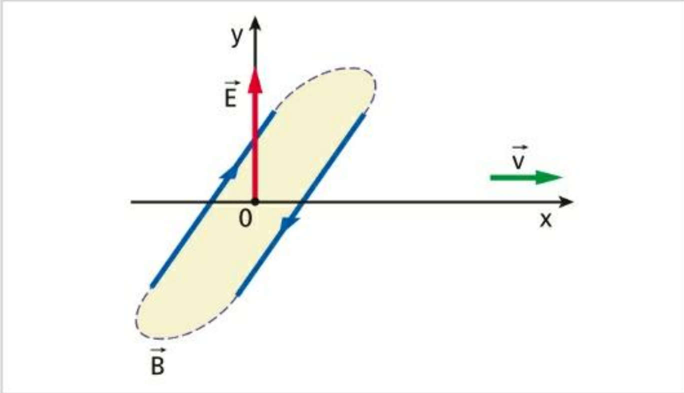
$$= \frac{(\overset{2}{\cancel{4}}\pi \times 10^{-7})(8{,}854 \times 10^{-12})(4{,}0 \times 10^{-2})(1{,}2 \times 10^8)}{\cancel{2}} \ T =$$

$$= 267{,}0\ldots \times 10^{-13} \ T = \boxed{2{,}7 \times 10^{-11} \ T}$$

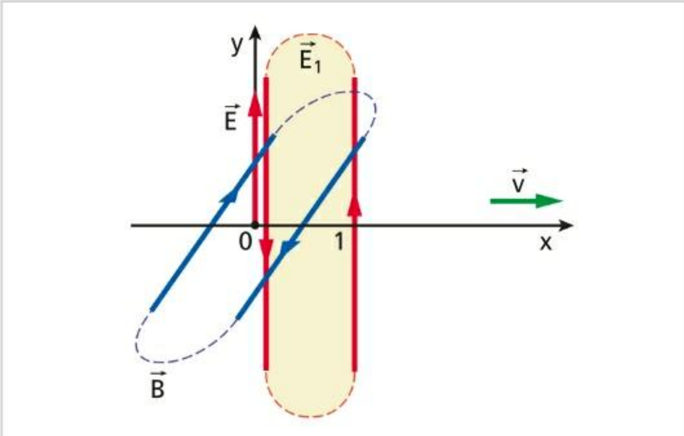
1 La variazione di $\vec{E}$ crea un campo $\vec{B}$ per la legge di Ampère-Maxwell (9). Mentre $\vec{E}$ decresce, si ha una corrente di spostamento

$$\varepsilon_0 \frac{\mathrm{d}\Phi(\vec{E})}{\mathrm{d}t}$$

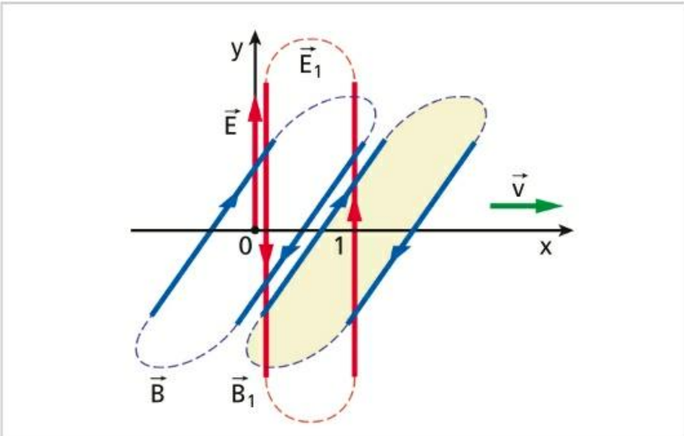
con verso opposto a $\vec{E}$ che genera un campo $\vec{B}$ lungo il circuito indicato.



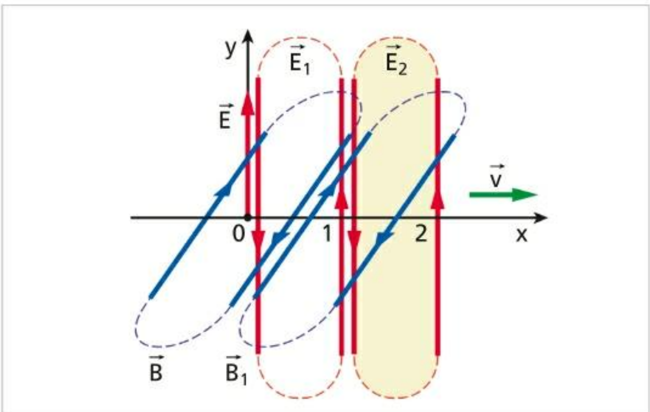
2 La variazione del campo $\vec{B}$ dà luogo a una variazione del flusso magnetico attraverso la superficie indicata: per la legge di Faraday-Neumann (8) si genera un campo elettrico indotto $\vec{E}_1$ che contribuisce ad annullare il campo nel punto 0 e che nel punto 1 ha il verso indicato. Il campo elettrico si è esteso a punti in cui inizialmente non era presente.



3 Quando il campo $\vec{E}_1$ decresce, si origina per la (9) un campo $\vec{B}_1$ lungo il circuito chiuso indicato: mentre contribuisce ad annullare il campo $\vec{B}$, questo campo si manifesta anche in avanti. Il campo magnetico si è esteso a punti in cui inizialmente non era presente.

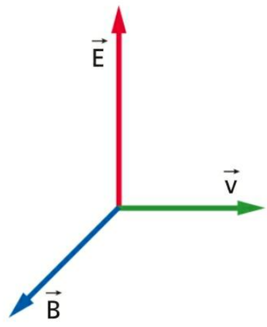


4 Il processo si ripete e ha come risultato la propagazione dei campi $\vec{E}$ e $\vec{B}$ nello spazio: si è originata un'onda elettromagnetica, in cui i vettori $\vec{E}$ e $\vec{B}$ rimangono in fase e perpendicolari fra loro.



Da questo semplice modello si comprende che:

- le onde elettromagnetiche sono trasversali, perché i campi $\vec{E}$ e $\vec{B}$ variano in direzioni perpendicolari a quella di propagazione;
- i campi $\vec{E}$ e $\vec{B}$ sono perpendicolari fra loro.



Si verifica inoltre che direzione e verso di propagazione dell'onda sono quelli del prodotto vettoriale $\vec{E}\times\vec{B}$.

Le onde elettromagnetiche si propagano perché a ogni variazione nel tempo di un campo elettrico si origina un campo magnetico (legge di Ampère-Maxwell) e a ogni variazione nel tempo di un campo magnetico si origina un campo elettrico (legge di Faraday-Neumann). Senza questa simmetria nei campi $\vec{E}$ e $\vec{B}$, assicurata dalla corrente di spostamento, non esisterebbero le onde elettromagnetiche.