25/2/2019

170 Determina a affinché il punto $A(0; 3; -1)$ disti $\sqrt{26}$ dal piano di equazione $ax - 3y + z = 16$. $[a = \pm 4]$

$$\frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$ax - 3y + z - 16 = 0$$

$$\frac{|0 - 9 - 1 - 16|}{\sqrt{a^2 + 9 + 1}} = \sqrt{26}$$

$$26 = \sqrt{26} \cdot \sqrt{10 + a^2}$$

$$26^{\cancel{2}} = \cancel{2}6(10 + a^2)$$

$$a^2 = 26 - 10 \qquad a^2 = 16 \Rightarrow \boxed{a = \pm 4}$$

191 Una piramide ha per base un quadrato di vertici $A(1;0;0)$, $B(2;-2;2)$, $C(0;-1;4)$ e D, e vertice in $V(2;3;9)$. Calcola il volume della piramide. [17]

PIANO PER ABC $\quad ax+by+cz+d=0$

$$\begin{array}{l} A \\ B \\ C \end{array}\begin{cases} a+d=0 \\ 2a-2b+2c+d=0 \\ -b+4c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a=-d \\ -2d-2b+2c+d=0 \\ -b+4c+d=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=-d \\ -d-2(4c+d)+2c=0 \\ b=4c+d \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} -d-8c-2d+2c=0 \\ -3d-6c=0 \\ c=-\frac{1}{2}d \end{array} \qquad \begin{cases} a=-d \\ c=-\frac{1}{2}d \\ b=-d \end{cases}$$

Scelgo $d=-2 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=2 \\ c=1 \\ d=-2 \end{cases}$ $\quad \boxed{2x+2y+z-2=0}$ PIANO ABC

$$h_{\text{PIRAMIDE}} = \text{distanza}(V, \text{PIANO ABC}) = \frac{|2\cdot 2+2\cdot 3+9-2|}{\sqrt{4+4+1}} = \frac{17}{\sqrt{9}} = \frac{17}{3}$$

$V(2,3,9)$

$$\text{lato quadrato} = \overline{AB} = \sqrt{(1-2)^2+(0+2)^2+(0-2)^2} = \sqrt{1+4+4} = \sqrt{9} = 3$$

$$V = \frac{1}{3}\mathcal{A}_{ABCD}\cdot h = \frac{1}{3}\cdot 3^2\cdot\frac{17}{3} = \boxed{17}$$

192 Individua il piano α tra i piani del tipo $(a+b)x+(b-a)y+az+2a+b=0$ che sia perpendicolare al piano passante per i punti $A(1;1;1)$, $B(3;0;0)$, $C(0;0;2)$. $[x+7y-3z-2=0]$

PIANO ABC $\quad ax+by+cz+d=0$

$$\begin{array}{l} A \\ B \\ C \end{array}\begin{cases} a+b+c+d=0 \\ 3a+d=0 \\ 2c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a=-\frac{d}{3} \\ c=-\frac{d}{2} \\ b=-a-c-d=\frac{d}{3}+\frac{d}{2}-d=\frac{2+3-6}{6}d \\ \quad =-\frac{1}{6}d \end{cases}$$

$$d=-6 \qquad \begin{cases} a=2 \\ b=1 \\ c=3 \\ d=-6 \end{cases} \qquad 2x+y+3z-6=0$$

PIANI $\perp$ $\Leftrightarrow$ VETTORI NORMALI $\perp$

$$2(a+b)+(b-a)+3a=0$$

$$2a+2b+b-a+3a=0 \qquad 4a+3b=0$$

$$\Downarrow$$

$$4a=-3b \Rightarrow a=-\frac{3}{4}b$$

Sostituisco $a=-\frac{3}{4}b$ nel piano generico $(a+b)x+(b-a)y+az+2a+b=0$

$$\left(-\frac{3}{4}b+b\right)x+\left(b+\frac{3}{4}b\right)y-\frac{3}{4}bz-\frac{3}{2}b+b=0$$

$$\frac{b}{4}x+\frac{7}{4}by-\frac{3}{4}bz-\frac{3}{2}b+b=0$$

Scelgo $b=4$

$$x+7y-3z-6+4=0$$

$$\boxed{x+7y-3z-2=0}$$

225 $L(-6;0;4)$, $M(4;-2;0)$.

$$\left[\begin{cases} x=-6+10t \\ y=-2t \\ z=4-4t \end{cases};\ \frac{x+6}{5}=-y=\frac{4-z}{2}\right]$$

Trova la retta per L e M

$$\vec{v} = \overrightarrow{LM} = (4+6, -2, -4) = (10, -2, -4)$$

vettore direzionale

$$\begin{cases} x=-6+10t \\ y=-2t \\ z=4-4t \end{cases}$$ eq. parametriche

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} t=\dfrac{x+6}{10} \\ t=-\dfrac{y}{2} \\ t=\dfrac{4-z}{4} \end{cases}$$

OSSERVAZIONE

Avremmo potuto prendere come vettore direzionale $(5,-1,-2)$ e come punto $M(4,-2,0)$

$$\begin{cases} x=4+5t \\ y=-2-t \\ z=-2t \end{cases}$$ STESSA RETTA !!

$$\frac{x+6}{10} = -\frac{y}{2} = \frac{4-z}{4}$$

↓ POSSO SEMPLIFICARE PER 2

$$\boxed{\frac{x+6}{5} = -y = \frac{4-z}{2}}$$ eq. cartesiane

226 $R(-7; 2; 3)$, $S(4; -3; 3)$.

$$\left[\begin{cases} x = -7 + 11t \\ y = 2 - 5t \\ z = 3 \end{cases}; \begin{cases} \dfrac{x+7}{11} = \dfrac{y-2}{-5} \\ z = 3 \end{cases}\right]$$

Scrivere eq. parametriche e cartesiane della retta RS

$$\vec{v} = \vec{RS} = (4+7, -3-2, 3-3) = (11, -5, 0)$$

$$\begin{cases} x = -7 + 11t \\ y = 2 - 5t \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \dfrac{x+7}{11} \\ t = \dfrac{2-y}{5} \\ z = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{x+7}{11} = \dfrac{2-y}{5} \\ z = 3 \end{cases}$$

INTERSEZIONE DI PIANI PERPENDICOLARI