21/1/2021

Scrivere la retta per P parallela ad r

329 $P(1, 3)$ $\qquad r: 2x - 3y + 1 = 0$

$$m = -\frac{a}{b} = -\frac{2}{-3} = \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}x + q$$

$$P(1,3) \Rightarrow 3 = \frac{2}{3} \cdot 1 + q$$

$$q = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$$

$$\boxed{y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}}$$

Scrivere la retta per P perpendicolare a r

343 $P(2, 3)$ $\qquad r: 2x - 3y + 1 = 0$

$$m = \frac{2}{3} \Rightarrow m' = -\frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{3}{2}x + q$$

$$P(2,3) \Rightarrow 3 = -\frac{3}{2} \cdot 2 + q \Rightarrow q = 6$$

$$\boxed{y = -\frac{3}{2}x + 6}$$

316 Determina per quali valori di k la retta di equazione $(2k+1)x-(k-3)y+2=0$ è:

a. parallela all'asse x;
b. parallela all'asse y;
c. parallela alla retta di equazione $y=\frac{2}{3}x$;
d. perpendicolare alla retta di equazione $y=3x$.

$\left[\text{a. } k=-\frac{1}{2}\text{; b. } k=3\text{; c. } k=-\frac{9}{4}\text{; d. } k=0\right]$

$$(2k+1)x-(k-3)y+2=0$$

a) // asse x $\qquad 2k+1=0 \qquad \boxed{k=-\frac{1}{2}}$

(del tipo y = numero)

b) // asse y $\qquad -(k-3)=0 \qquad \boxed{k=3}$

(del tipo x = numero)

c) // $y=\frac{2}{3}x$ $\qquad -\frac{2k+1}{-(k-3)}=\frac{2}{3} \qquad k\neq 3$

$$\frac{2k+1}{k-3}=\frac{2}{3}$$

$$3(2k+1)=2(k-3)$$

$$6k+3=2k-6$$

$$4k=-9 \Rightarrow \boxed{k=-\frac{9}{4}}$$

d) $\perp$ $y=3x$ $\qquad \frac{2k+1}{k-3}=-\frac{1}{3} \qquad k\neq 3$

coeff. ang. 3

coeff. ang. $\perp$ $-\frac{1}{3}$

$$3(2k+1)=-k+3 \qquad 7k=0 \Rightarrow \boxed{k=0}$$

$$6k+\cancel{3}=-k+\cancel{3}$$

317 Determina per quali valori di k la retta di equazione $(k-4)x-(5-k)y+1=0$ è:

a. parallela all'asse x;

b. parallela all'asse y;

c. parallela alla retta di equazione $2x+4y+3=0$.

d. perpendicolare alla retta di equazione $2x-3y+5=0$.

[**a.** $k=4$; **b.** $k=5$; **c.** $k=3$; **d.** $k=7$]

a) // asse x $\quad k-4=0 \quad \boxed{k=4}$

b) // asse y $\quad -(5-k)=0 \quad \boxed{k=5}$

$m=-\frac{1}{2}$

c) $(k-4)x-(5-k)y+1=0 \quad // \quad 2x+4y+3=0$

Usiamo la condizione di parallelismo in forma implicita

$ab'-a'b=0 \qquad (k-4)\cdot 4-2\cdot[-(5-k)]=0$

$\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}=0 \qquad 4k-16-2k+10=0$

$2k=6 \quad \boxed{k=3}$

$-x-2y+1=0 \quad m'=-\frac{1}{2}$

Se facciamo come prima:

$$-\frac{k-4}{-(5-k)}=-\frac{1}{2} \quad k\neq 5 \implies 2(k-4)=-5+k$$

$$2k-8=-5+k$$

$$k=3$$

$\mapsto m = \frac{2}{3}$

d) $(k-4)x - (5-k)y + 1 = 0 \quad \perp \quad 2x - 3y + 5 = 0$

Usiamo la condizione di perpendicolarità in forma implicita

$aa' + bb' = 0$

$(k-4)\cdot 2 + [-(5-k)]\cdot(-3) = 0$

$2k - 8 + 15 - 3k = 0$

$-k + 7 = 0 \qquad \boxed{k = 7}$

Se facciamo come prima:

$m' = -\frac{3}{2} \qquad -\frac{k-4}{-(5-k)} = -\frac{3}{2} \qquad 2k - 8 = -15 + 3k$

$-k = -7$

$k = 7$

RETTA PER $P(x_0, y_0)$ DI COEFF. ANGOLARE m

Passa per P perché se sostituisco x_0 a x e y_0 a y si ha $0 = 0$ (VERO)

$$\boxed{y - y_0 = m(x - x_0)}$$

Ha coeff. angolare m, perché se moltiplico ho mx

329 $P(\overset{x_0}{1}, \overset{y_0}{3})$ $\qquad r\colon 2x - 3y + 1 = 0$

Scrivere la retta per P parallela a r $\rightarrow m = \frac{2}{3}$

$$y - 3 = \frac{2}{3}(x - 1)$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} + 3 \qquad \boxed{y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}}$$

325 **ESERCIZIO GUIDATO**

Determina l'equazione della retta passante per $P(-1, 3)$ e parallela alla retta $s\colon x - 3y + 1 = 0$.

Scrivi l'equazione della retta s in forma esplicita; ricavi così che il coefficiente angolare di s è $m_s = \frac{1}{3}$.
La retta cercata è quella passante per $P(-1, 3)$ e di coefficiente angolare m_s, quindi la sua equazione è:

$y - y_P = m_s(x - x_P)$ ossia:

$y - 3 = \frac{1}{3}(x - (-1))$

Svolgendo i calcoli, troverai che l'equazione esplicita della retta richiesta è $y = \frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$

$$y - y_0 = m\,(x - x_0)$$

Fisso il punto P, ad esempio $P(2,1)$

$$y - 1 = m\,(x - 2)$$

Cosa rappresenta questa equazione?

RISPOSTA: rappresenta una infinità di rette passanti per $P(2,1)$, tranne quella parallela all'asse y cioè $x = 2$

↑ non la possiamo ottenere per nessun valore di m

Altro modo di dirlo: rappresenta l'insieme infinito di tutte le rette passanti per P (esclusa $x = 2$).
Questo insieme infinito si chiama
<u>FASCIO PROPRIO DI RETTE DI CENTRO P</u>

L'equazione $y - y_0 = m\,(x - x_0)$ è l'equazione del fascio proprio di centro P

A volte, impropriamente, l'equazione $y - y_0 = m\,(x - x_0)$ viene chiamata RETTA PER UN PUNTO

345 Considera la retta r di equazione $x + 2y - 2 = 0$ e indica con A e B, rispettivamente, i punti di intersezione di r con l'asse y e con l'asse x. Da A e da B conduci, rispettivamente, le rette s e t, perpendicolari a r, e indica con D il punto di intersezione di s con l'asse x e con C il punto di intersezione di t con l'asse y. Determina l'area del trapezio $ABCD$. $\left[\frac{25}{4}\right]$

- Trovo A e B, cioè le intersezioni di $x+2y-2=0$ con gli assi.

A $\begin{cases} x+2y-2=0 \\ x=0 \quad (\text{asse } y) \end{cases}$ $\quad \begin{cases} y=1 \\ x=0 \end{cases}$ $\quad A(0,1)$

B $\begin{cases} x+2y-2=0 \\ y=0 \quad (\text{asse } x) \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$ $\quad B(2,0)$

- Trovo le perpendicolari a $r: x+2y-2=0$ condotte da A e da B

$\hookrightarrow m = -\frac{1}{2} \quad m' = 2$ (perpend.)

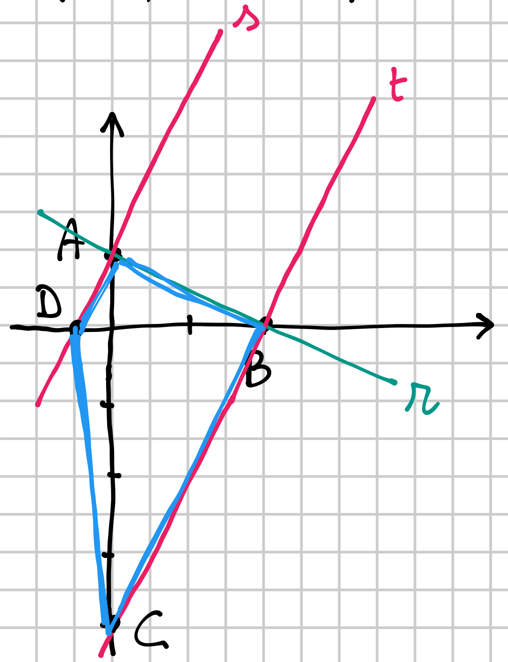
$A(0,1)$ retta per A (fascio di rette per A) $\quad y-1 = m'(x-0)$

$y-1 = 2x$

$s: y = 2x+1$

$B(2,0)$ retta per B $\quad y-0 = \overset{2}{m'}(x-2)$

$y = 2(x-2) \quad t: y = 2x-4$



D $\begin{cases} y=2x+1 \\ y=0 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=0 \end{cases}$ $\quad D\left(-\frac{1}{2},0\right)$

C $\begin{cases} y=2x-4 \\ x=0 \end{cases}$ $\quad C(0,-4)$

$A(0,1) \quad B(2,0) \quad C(0,-4) \quad D(-\frac{1}{2},0)$

$$\overline{AD} = \sqrt{\left(0+\frac{1}{2}\right)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}+1} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(0-2)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(2-0)^2 + (0+4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\mathcal{A} = \frac{(\overline{AD}+\overline{BC})\cdot\overline{AB}}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{5}}{2} + 2\sqrt{5}\right)\cdot\sqrt{5} =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}+10\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{25}{2} = \frac{25}{4}$$