1/3/2019

La funzione $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $g(x) = \sqrt[3]{x}$ NON è derivabile in 0, ma $g'(0) = +\infty$ CONTROLLARE PER COMPITO!

$\downarrow$

DISEGNARLA CON GEOGEBRA

$$g'(0) = \lim_{h \to 0} \frac{g(0+h) - g(0)}{h} =$$

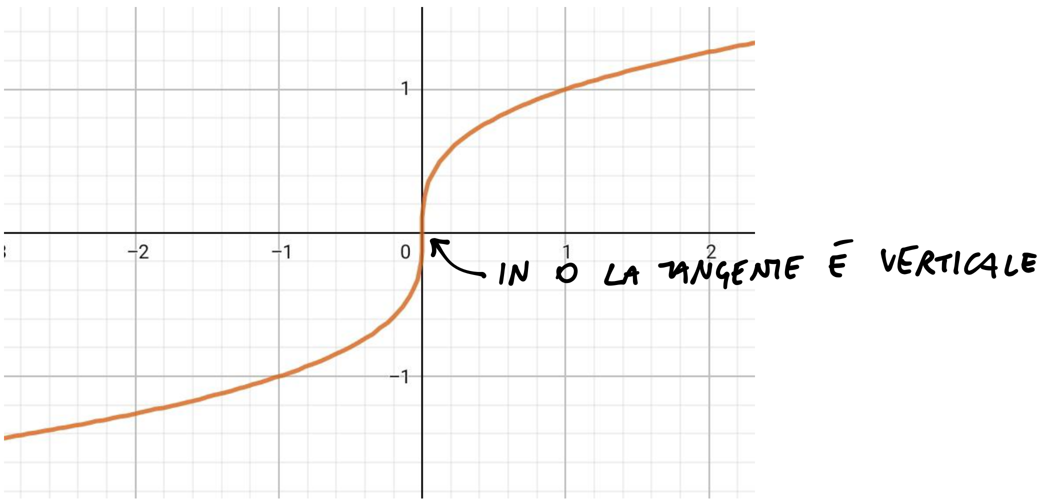
$$= \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt[3]{h}}{h} \cdot \frac{\sqrt[3]{h^2}}{\sqrt[3]{h^2}} = \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{\sqrt[3]{h^3}}}{h \sqrt[3]{h^2}} = \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{h}}{\cancel{h} \sqrt[3]{h^2}} =$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{1}{\sqrt[3]{h^2}} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

La derivata in 0 è $+\infty$

$\Downarrow$

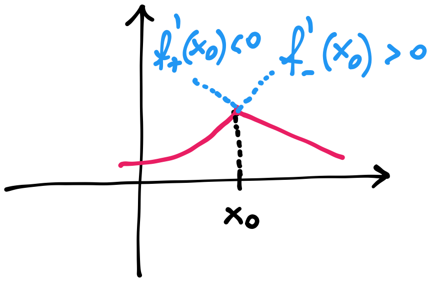
$g(x) = \sqrt[3]{x}$ NON è derivabile in 0 (anche se la derivata esiste, ma vale $+\infty$)

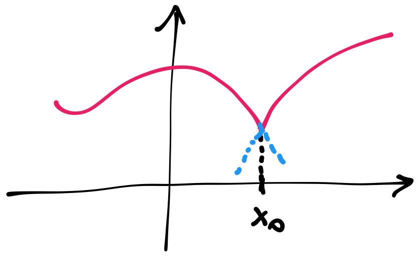


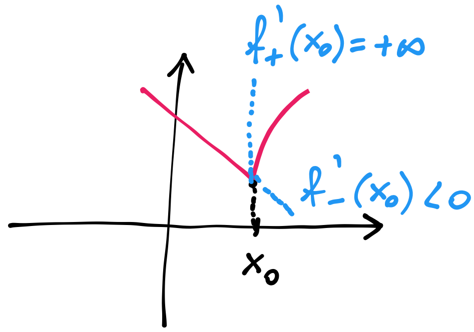
PUNTI DI NON DERIVABILITÀ

1) $f'_+(x_0) \neq f'_-(x_0)$ DERIVATA DESTRA $\neq$ DERIVATA SINISTRA

E ALMENO UNA DELLE DUE È FINITA $\Longrightarrow$ x_0 È UN **PUNTO ANGOLOSO**







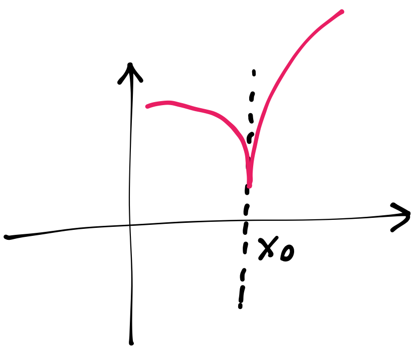
IN BLU TRATTEGGIATE CI SONO LE TANGENTI

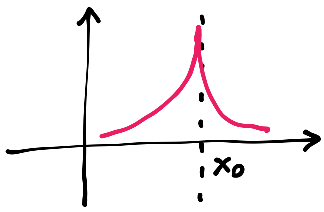
IN TUTTI E TRE QUESTI CASI x_0 È UN PUNTO ANGOLOSO

2) $f'_+(x_0)$ e $f'_-(x_0)$ SONO INFINITI DI SEGNO OPPOSTO

$\Downarrow$

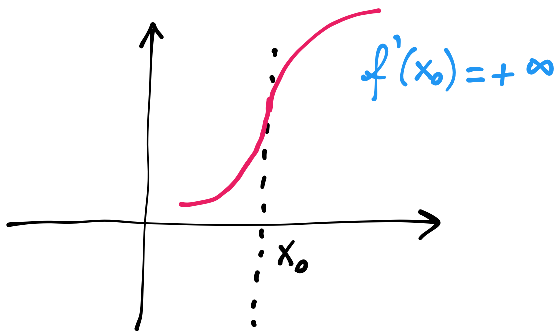
x_0 È UNA **CUSPIDE**

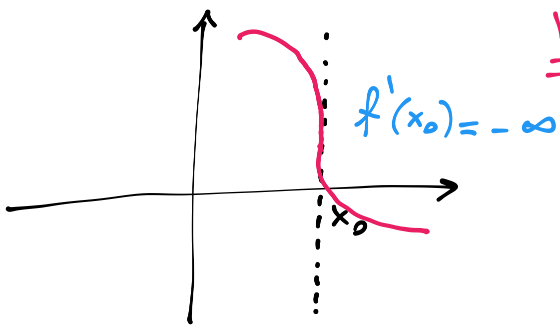




(la tangente è verticale)

3) $f'(x_0)=+\infty$ OPPURE $f'(x_0)=-\infty$ $\Rightarrow$ x_0 È UN **FLESSO A TANGENTE VERTICALE**





TEOREMA IMPORTANTISSIMO, ANZI MOLTO DI PIÙ

$f : I \to \mathbb{R}$ $\qquad$ I intervallo $\qquad$ $x_0 \in I$

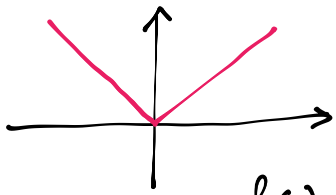
$$f \text{ è DERIVABILE in } x_0 \implies f \text{ è CONTINUA in } x_0$$

$$\not\Longleftarrow$$

Il viceverso NON VALE!

$\downarrow$

Infatti una funzione può essere continua in x_0, ma non derivabile in x_0. Ad es.



$f(x) = |x|$ è continua in 0, ma non derivabile in 0, dove ha un PUNTO ANGOLOSO

$[f'_+(0) = 1$ e $f'_-(0) = -1]$