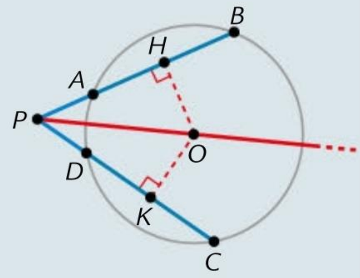
25/2/2021

52 **ESERCIZIO GUIDATO**

In una circonferenza di centro O, siano AB e CD due corde congruenti, non parallele e prive di punti di intersezione (A, B, C e D si susseguono sulla circonferenza in quest'ordine). Chiama P il punto di intersezione dei loro prolungamenti e dimostra che la semiretta PO è la bisettrice dell'angolo $B\hat{P}C$.



IPOTESI AB e CD sono due corde; $AB \cong$ CD ; $P \in r_{AB} \land P \in r_{DC}$

TESI $B\hat{P}O \cong$ $C\hat{P}O$

DIMOSTRAZIONE

- Indica con H e K le proiezioni di O sulle corde AB e CD.
- Considera i due triangoli rettangoli OHP e OKP ; essi hanno:

– OP in comune;

– $OH \cong$ OK perché corde congruenti hanno la stessa distanza dal centro

Dunque tali triangoli sono congruenti in base al 2° crit. di congruenza applicato ai triangoli rettangoli ; in particolare sarà $H\hat{P}O \cong K\hat{P}O$, quindi PO è bisettrice di $B\hat{P}C$

Note

1. La costruzione preliminare che ti abbiamo suggerito in questo esercizio, cioè la costruzione dei segmenti di perpendicolare dal centro della circonferenza alle corde, è spesso utile in quanto consente di utilizzare i teoremi che esprimono le proprietà tra le corde e le relative distanze dai centri.

2. La dimostrazione precedente avrebbe potuto essere svolta più brevemente sfruttando la definizione di bisettrice come luogo di punti. Sai produrre la dimostrazione secondo questa via?

123 Nella **Fig. c**, A, B, C, D sono punti della circonferenza di centro O. Sapendo che CD è un diametro della circonferenza, $O\hat{A}B = 42°$ e $O\hat{C}B = 66°$, determina le ampiezze degli angoli $A\hat{B}D$ e $A\hat{O}D$. [$A\hat{B}D = 18°$, $A\hat{O}D = 36°$]

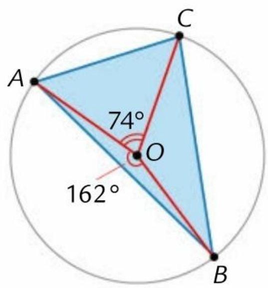


Figura a

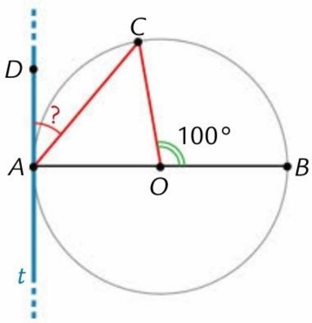


Figura b

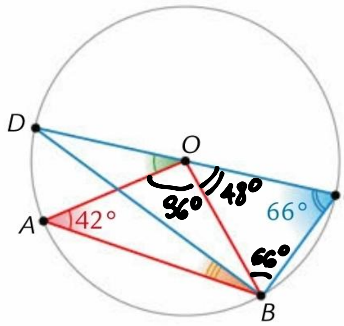


Figura c

$A\hat{B}O = 42°$

$A\hat{O}B = 180° - 2 \cdot 42° =$

$= 180° - 84° = 96°$

$B\hat{O}C = 180° - 2 \cdot 66° =$

$= 180° - 132° = 48°$

$A\hat{O}D = 180° - (96° + 48°) =$

$= 180° - 144° = 36° \Rightarrow A\hat{B}D = \frac{A\hat{O}D}{2} = \frac{36°}{2} = 18°$

perché $A\hat{B}D$ è angolo alla circ. che corrisp. e $A\hat{O}D$ (angolo al centro)

121 **Videolezione** Determina le ampiezze di tutti gli angoli del triangolo ABC disegnato nella **Fig. a**.

$[\widehat{A} = 62°;\ \widehat{B} = 37°;\ \widehat{C} = 81°]$

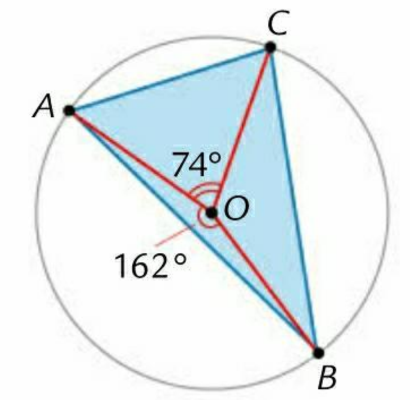


Figura a

$C\hat{O}B = 360° - (74° + 162°) =$

$= 360° - 236° =$

$= 124°$

$C\hat{A}B = \frac{124°}{2} = 62°$

$A\hat{C}B = \frac{162°}{2} = 81°$

$A\hat{B}C = \frac{74°}{2} = 37°$

122 Calcola l'ampiezza dell'angolo $C\widehat{A}D$ nella **Fig. b** (la retta t è tangente alla circonferenza in A). [40°]

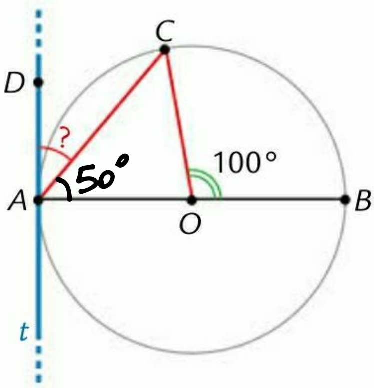


Figura b

$D\hat{A}C = 90° - 50° = 40°$

EQUAZIONI DI GRADO SUPERIORE AL SECONDO

EQUAZIONI BINOMIE

$x^n + a = 0$ $\quad n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$

Andiamo alla ricerca di eventuali soluzioni in $\mathbb{R}$

a ← numero reale

8 $x^7 + 4 = 0$ $[-\sqrt[7]{4}]$

9 $x^8 - 4 = 0$ $[\pm\sqrt[4]{2}]$

10 $x^6 + 8 = 0$ [Impossibile]

11 $x^6 - 8 = 0$ $[\pm\sqrt{2}]$

ESP. DISPARI

8) $x^7 + 4 = 0$ $\quad x^7 = -4$ $\quad x = \sqrt[7]{-4} = -\sqrt[7]{4}$

ESP. PARI

9) $x^8 - 4 = 0$ $\quad x^8 = 4$ $\quad x = \pm\sqrt[8]{4} = \pm\sqrt[\cancel{8}\,4]{2^{\cancel{2}}}$

$= \pm\sqrt[4]{2}$

Infatti: $\left(+\sqrt[4]{2}\right)^8 = \sqrt[4]{2^8} = 2^2 = 4$

$\left(-\sqrt[4]{2}\right)^8 = (-1)^8\left(\sqrt[4]{2^8}\right) = 4$

10) $x^6 + 8 = 0$ $\quad x^6 = -8$ $\quad$ IMPOSSIBILE IN $\mathbb{R}$

11) $x^6 - 8 = 0$ $\quad x^6 = 8$ $\quad x = \pm\sqrt[6]{8} = \pm\sqrt[\cancel{6}\,2]{2^{\cancel{3}}} = \pm\sqrt{2}$

54 $(x-1)^3+27=0$ $[-2]$

$$(x-1)^3=-27$$

$$x-1=\sqrt[3]{-27}$$

$$x-1=-3$$

$$x=1-3=-2$$

65 $\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^4=9$ $\left[\dfrac{3\pm\sqrt{3}}{2}\right]$

C.E. $x\neq 1$

$$\frac{x}{x-1}=\pm\sqrt[4]{9}$$

① $\dfrac{x}{x-1}=-\sqrt[4]{9}$ $\vee$ ② $\dfrac{x}{x-1}=\sqrt[4]{9}$

①

$$x=-\sqrt[\cancel{4}\,2]{3^{\cancel{2}}}(x-1)$$

$$x=-\sqrt{3}x+\sqrt{3}$$

$$x+\sqrt{3}x=\sqrt{3}$$

$$(1+\sqrt{3})x=\sqrt{3}$$

$$x=\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}=\frac{3-\sqrt{3}}{3-1}=\frac{3-\sqrt{3}}{2}$$

②

$$x=\sqrt{3}(x-1)$$

$$x=\sqrt{3}x-\sqrt{3}$$

$$x-\sqrt{3}x=-\sqrt{3}$$

$$(\sqrt{3}-1)x=\sqrt{3}$$

$$x=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}\cdot\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}=$$

$$=\frac{3+\sqrt{3}}{3-1}=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{x=\frac{3\pm\sqrt{3}}{2}}$$

EQUAZIONI TRINOMIE

73 $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$ $[\pm 1; \pm\sqrt{2}]$

$x^2 = t \Rightarrow \quad t^2 - 3t + 2 = 0 \qquad \Delta = 9 - 8 = 1$

INCOGNITA MOMENTANEA

$$t = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} 2 \\ 1 \end{cases}$$

$$t = 2 \quad \vee \quad t = 1$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$x^2 = 2 \quad \vee \quad x^2 = 1$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$x = \pm\sqrt{2} \quad \vee \quad x = \pm 1$$

75 $2x^4 - x^2 - 1 = 0$ $[\pm 1]$

$x^2 = t \qquad 2t^2 - t - 1 = 0 \qquad \Delta = 1 + 8 = 9$

$$t = \frac{1 \pm 3}{4} = \begin{cases} 1 \\ -\frac{1}{2} \ \text{N.A.} \end{cases}$$

$$t = 1 \quad \vee \quad t = -\frac{1}{2}$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$x^2 = 1 \qquad x^2 = -\frac{1}{2} \ \text{N.A.}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{x = \pm 1}$$

84 $x^6 + 6x^3 - 7 = 0$ $\left[-\sqrt[3]{7}; 1\right]$

$x^3 = t$

$t^2 + 6t - 7 = 0$

$(t+7)(t-1) = 0$

$t = -7 \quad \vee \quad t = 1$

$x^3 = -7 \quad \vee \quad x^3 = 1$

$x = \sqrt[3]{-7} = -\sqrt[3]{7} \quad \vee \quad x = 1$

102 $\frac{x^2-1}{x^2-4}-\frac{1}{x^2}=-\frac{12}{4x^2-x^4}$ [Impossibile]

$(x-2)(x+2)$

$-x^2(x^2-4)$

$-x^2(x-2)(x+2)$

C.E.

$x \neq \pm 2$

$x \neq 0$

$$\frac{x^2(x^2-1)-(x^2-4)}{\cancel{x^2(x-2)(x+2)}}=\frac{12}{\cancel{x^2(x-2)(x+2)}}$$

$$x^4-x^2-x^2+4-12=0$$

$$x^4-2x^2-8=0 \qquad x^2=t$$

$$t^2-2t-8=0 \qquad \frac{\Delta}{4}=1+8=9$$

$$t=1\pm 3=\begin{cases} 4 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2 \text{ N.A. dopo controllo C.E.} \\ -2 \text{ N.A.} \end{cases}$$

EQ. IMPOSSIBILE