25/1/2018

434 Dati i punti $A(3; 3)$ e $B(1; -1)$, determina:

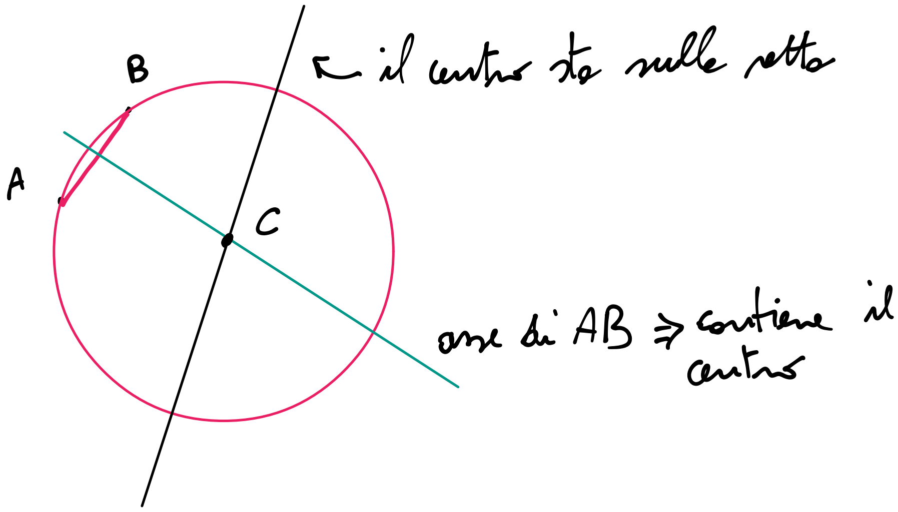
a. l'equazione della circonferenza γ passante per A e B e con il centro sulla retta di equazione $y = 2x - 3$;

b. l'equazione della retta tangente a γ in A;

c. l'equazione della circonferenza tangente in A a γ che ha centro sulla retta di equazione $4x + y - 18 = 0$;

d. l'equazione della retta PQ, essendo P e Q vertici del triangolo equilatero APQ inscritto in γ.

[a) $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$; b) $x + 2y - 9 = 0$; c) $x^2 + y^2 - 7x - 8y + 27 = 0$; d) $4y + 2x - 3 = 0$]



asse di AB

$$(x-3)^2 + (y-3)^2 = (x-1)^2 + (y+1)^2$$

$$\cancel{x^2} + 9 - 6x + \cancel{y^2} + 9 - 6y = \cancel{x^2} + 1 - 2x + \cancel{y^2} + 1 + 2y$$

$$-4x - 8y + 16 = 0 \qquad x + 2y - 4 = 0$$

$$\begin{cases} x + 2y - 4 = 0 \\ y = 2x - 3 \end{cases} \qquad x + 4x - 6 - 4 = 0 \qquad 5x = 10 \qquad \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$C(2, 1) \qquad -\frac{a}{2} = 2 \qquad -\frac{b}{2} = 1$$

$$a = -4 \qquad b = -2$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y + c = 0$$

impongo il passaggio per $A(3,3)$

$$9 + 9 - 12 - 6 + c = 0 \rightarrow c = 0$$

$$\boxed{x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0}$$

$x^2+y^2-4x-2y=0$

$C(2,1)$

$r=\sqrt{2^2+1^2-0}=\sqrt{5}$

$A(3,3)$

$y-3=m(x-3)$

$y-3=mx-3m$

$mx-y+3-3m=0$

$d\left(C, \text{retta del fascio}\right)=\sqrt{5}$

$$\frac{|2m-1+3-3m|}{\sqrt{m^2+1}}=\sqrt{5}$$

$|-m+2|=\sqrt{m^2+1}\cdot\sqrt{5}$

$m^2+4-4m=5m^2+5$

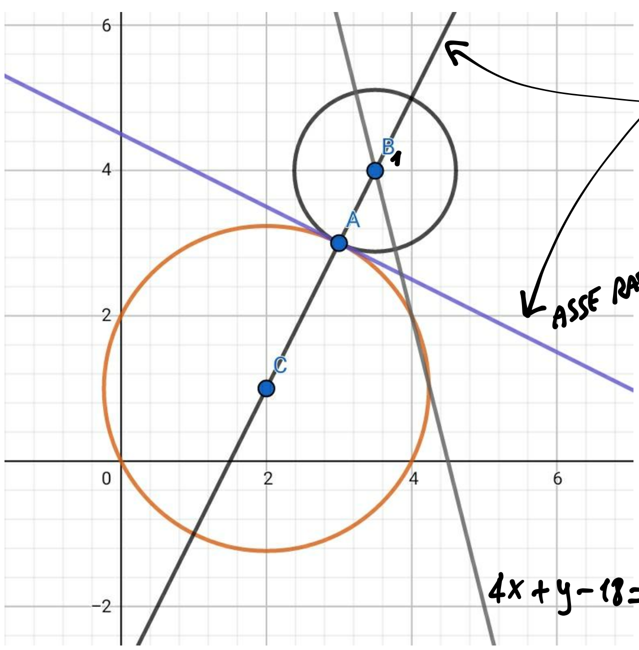
$4m^2+4m+1=0$

$(2m+1)^2=0 \implies \boxed{m=-\frac{1}{2}}$

$-\frac{1}{2}x-y+3+\frac{3}{2}=0$

$x+2y-6-3=0 \quad \boxed{x+2y-9=0}$

ANTIRECIPROCO



ASSE RADICALE

$y-3=\boxed{2}(x-3)$

perché $\perp$ all'asse radicale

$4x+y-18=0$

$\begin{cases} y-3=2(x-3) \\ 4x+y-18=0 \end{cases}$ Trovo il centro B_1

$\begin{cases} y=2x-3 \\ 4x+2x-3-18=0 \end{cases}$

$6x=21 \quad x=\frac{7}{2}$

$\begin{cases} x=\frac{7}{2} \\ y=4 \end{cases} \quad B_1\left(\frac{7}{2},4\right)$

$B_1\left(\frac{7}{2}, 4\right)$ $\quad$ $A(3,3)$

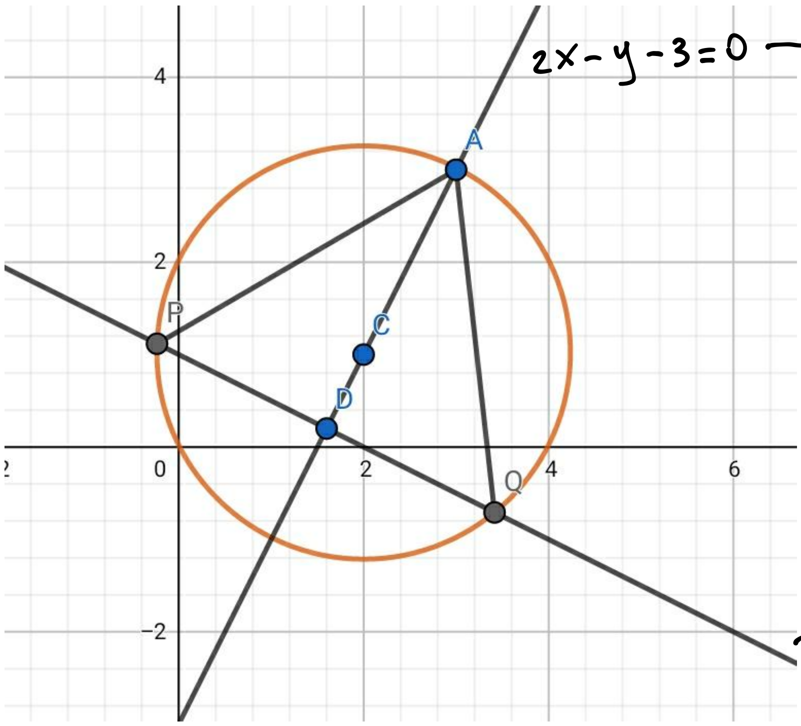
$-\frac{a}{2} = \frac{7}{2} \downarrow a = -7$ $\quad$ $-\frac{b}{2} = 4 \downarrow b = -8$

$x^2+y^2-7x-8y+c=0$

$9+9-21-24+c=0$

$c = 27$

$$\boxed{x^2+y^2-7x-8y+27=0}$$



$2x-y-3=0 \longrightarrow m = 2$

$\overline{AC}$ = raggio

$\overline{AC} = \frac{2}{3}\overline{AD}$

Trovare D

$\longrightarrow m' = -\frac{1}{2}$

$\overline{CD} = \frac{\text{raggio}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$y = -\frac{1}{2}x + q$ FASCIO DI RETTE PARALLELE

$\downarrow$

cerco quelle che distano da C esattamente $\frac{\sqrt{5}}{2}$

$C(2,1)$

$\frac{1}{2}x + y - q = 0$

$$\frac{\left|\frac{1}{2}\cdot 2 + 1 - q\right|}{\sqrt{\frac{1}{4}+1}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{|2-q|}{\sqrt{\frac{5}{4}}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$|2-q| = \frac{5}{4}$

$\nearrow 2-q = \frac{5}{4} \rightarrow \boxed{q = \frac{3}{4}}$

$\searrow 2-q = -\frac{5}{4} \rightarrow q = \frac{13}{4}$

$$\boxed{y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}}$$