

28/1/2019

13 **★★★** Un pianeta, di forma sferica, ha massa e raggio $M_p = 9,686 \times 10^{24} \text{ kg}$ e $R_p = 2,546 \times 10^6 \text{ m}$, rispettivamente. Inoltre, il periodo di rotazione attorno al proprio asse è $T_p = 8,0 \times 10^5 \text{ s}$.

- ▶ Trascurando completamente gli attriti, che velocità minima v dovrebbe avere un proiettile di cannone per effettuare un giro attorno al pianeta?
- ▶ Calcolare il raggio R dell'orbita per un satellite geostazionario di massa $m = 1000 \text{ kg}$. Scrivere nel risultato il rapporto R/R_p .
- ▶ Calcolare l'energia totale E del satellite.
- ▶ Calcolare con che velocità V casca sulla superficie del pianeta un meteorite proveniente da distanza molto grande con velocità nulla.

(Esercizi per l'esame di Fisica per Biologi SEBD, Università di Pisa)

$$\left[v = \sqrt{\frac{GM_p}{R_p}}; \frac{R}{R_p} = \sqrt[3]{\frac{GM_p T_p^2}{4\pi^2 R_p^3}}; E = -\frac{GM_p m}{2R}; V = \sqrt{\frac{2GM_p}{R_p}} \right]$$

$$1) \cancel{m} \frac{v^2}{R_p} = G \frac{\cancel{m} M_p}{R_p^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_p}{R_p}}$$

$$2) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{VELOCITÀ DEL} \\ \text{SATELLITE}}}{v} = \sqrt{\frac{GM_p}{R}} \quad \underset{\substack{\uparrow \\ v = \frac{2\pi R}{T_p}}}{v} = \frac{2\pi R}{T_p} \Rightarrow \frac{2\pi R}{T_p} = \sqrt{\frac{GM_p}{R}}$$

$$\frac{4\pi^2 R^2}{T_p^2} = \frac{GM_p}{R} \quad R^3 = \frac{GM_p T_p^2}{4\pi^2}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{GM_p T_p^2}{4\pi^2}} \rightarrow \text{diviso per } R_p$$

$$\boxed{\frac{R}{R_p} = \sqrt[3]{\frac{GM_p T_p^2}{4\pi^2 R_p^3}}}$$

$$3) E_{\text{tot.}} = U + K = - \frac{G m M_P}{R} + \frac{1}{2} m v^2 =$$

$$= - \frac{G m M_P}{R} + \frac{1}{2} m \frac{G M_P}{R} = \boxed{- \frac{1}{2} \frac{G m M_P}{R}}$$

$$4) \frac{1}{2} m V^2 = G \frac{m M_P}{R_P}$$

$$\boxed{V = \sqrt{2 \frac{G M_P}{R_P}}}$$