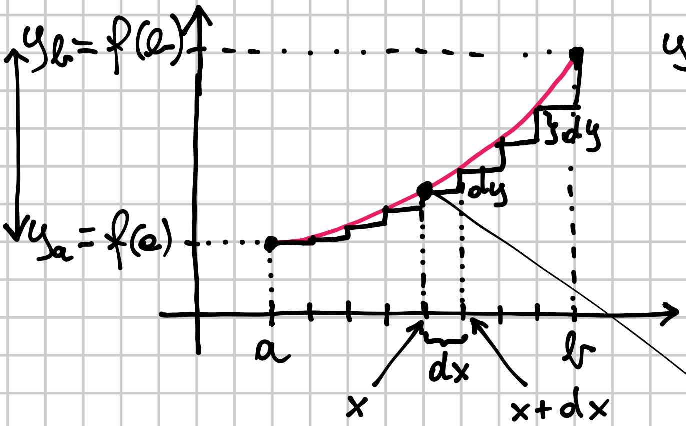
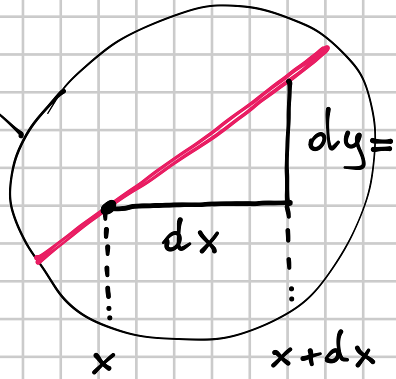
18/2/2021

INTEGRALI



$y = f(x)$ EQUAZIONE DEL GRAFICO DELLA FUNZIONE



DERIVATA = COEFF. ANGOLARE DELLA TANGENTE

$$dy = \underbrace{f'(x)}_{} dx$$

DIFFERENZIALE DI y

$$f(b) - f(a) = \int_{y_a}^{y_b} dy = \int_a^b f'(x)\,dx$$

$$\Downarrow$$

$$\int_a^b f'(x)\,dx = f(b) - f(a)$$

TEOREMA FONDAMENTALE DEL CALCOLO INTEGRALE

$$f(b) - f(a) = f(x)\Big|_a^b$$

(NOTAZIONE)

IN FISICA

$$y = f(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = f'(x)$$

$$\Downarrow$$

$$dy = f'(x)\,dx$$

$$\int dy = \int f'(x)\,dx$$

$$y = f(x) + \text{COSTANTE}$$

CONDIZIONE INIZIALE

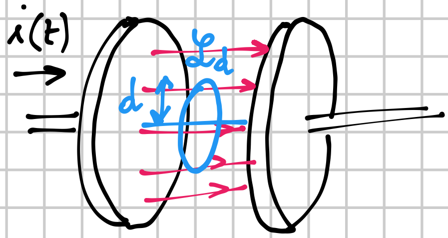
$$f(x_0) = y_0$$

mi permette di trovare la costante

16 ★★★ **CON GLI INTEGRALI** Un condensatore ad armature piane circolari di raggio r, fra le quali c'è il vuoto, viene collegato a un circuito percorso da corrente alternata, di intensità $i(t) = i_0 \cos(\omega t)$.

- Come varia nel tempo il campo magnetico dentro il condensatore a una distanza d dall'asse del condensatore (con $d < r$)?
- Con che legge varia il campo elettrico nel condensatore? All'istante $t = 0$ s il campo elettrico è nullo.

$$\left[B(t) = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi d} \cdot \cos(\omega t);\ E(t) = \frac{i_0}{\omega \varepsilon_0 \pi d^2} \cdot \mathrm{sen}(\omega t)\right]$$



$$\oint_{\mathcal{L}_d} \vec{B}(t) \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E}(t))}{dt}$$

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0} = \frac{q(t)}{\varepsilon_0 \pi r^2}$$

$$\Downarrow$$

$$B(t) \cdot 2\pi \cancel{d} = \mu_0 \cancel{\varepsilon_0} \overbrace{\cancel{\pi} d^{\cancel{2}}}^{S} \frac{1}{\cancel{\varepsilon_0} \cancel{\pi} r^2} \underbrace{\frac{dq(t)}{dt}}_{i(t)}$$

$$\Downarrow$$

$$B(t) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{d}{r^2} i_0 \cos(\omega t)$$

$$\boxed{B(t) = \frac{\mu_0 d i_0}{2\pi r^2} \cos(\omega t)}$$

SUPERFICIE DELIMITATA DA $\mathcal{L}_d$

$$\underbrace{i_s}_{\text{riferita a } d}(t) = \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d(SE)}{dt} = \varepsilon_0 S \frac{dE}{dt} =$$

$$= \varepsilon_0 \pi d^2 \frac{dE}{dt}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_0 \pi d^2} i_s(t)$$

Se considero la corrente di spostamento totale, cioè $d = r$

$$\frac{dE}{dt} = \underbrace{\frac{1}{\varepsilon_0 \pi r^2} i_0}_{\text{costante } K} \cos(\omega t)$$

$$\frac{dE}{dt} = K \cos(\omega t)$$

$$\Downarrow$$

$$dE = K\cos(\omega t) \cdot dt$$

$$\int dE = \int K \cos(\omega t) \cdot dt$$

$$E = \frac{K}{\omega} \sin(\omega t) + \text{COSTANTE}$$

$t = 0 \Rightarrow E = 0$

$E(0) = 0$

$$\underbrace{E(0)}_{0} = \underbrace{\frac{K}{\omega} \underbrace{\sin(\omega \cdot 0)}_{0}}_{0} + \text{COSTANTE} \Rightarrow \text{COSTANTE} = 0$$

$$\boxed{E(t) = \frac{i_0}{\varepsilon_0 \pi r^2 \omega} \sin(\omega t)}$$