

31/1/2022

309 Barbara acquista complessivamente 16 penne, di due tipi, A e B. Per le penne del tipo A spende in tutto 5 euro e per le penne del tipo B spende in tutto 9 euro. Sapendo che ciascuna penna del tipo B costa 1 euro in più di ciascuna penna del tipo A, determina il costo unitario di ciascuna penna del tipo A e di ciascuna penna del tipo B e quante penne di ciascun tipo sono state acquistate.

[10 penne del tipo A, che costano ciascuna 50 centesimi
e 6 penne del tipo B, che costano ciascuna 1 euro e 50 centesimi]

x = numero di penne del tipo A

c_x = costo penne tipo A

y = n. di penne del tipo B

c_y = costo penne tipo B

$$\begin{cases} x \cdot c_x = 5 \\ y \cdot c_y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{c_x} \\ y = \frac{9}{c_y} \end{cases}$$

C.E.

$c_x, c_y \neq 0$

$$x + y = 16 \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{c_x} + \frac{9}{c_y} = 16 \\ c_y = 1 + c_x \end{cases}$$

\Downarrow

$c_x > 0$
per dare
senso al
problema

$$\frac{5}{c_x} + \frac{9}{1+c_x} = 16$$

$$\frac{5(1+c_x) + 9c_x}{c_x(1+c_x)} = \frac{16c_x(1+c_x)}{c_x(1+c_x)}$$

$$5 + 5c_x + 9c_x = 16c_x + 16c_x^2$$

$$16c_x^2 + 2c_x - 5 = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = 1 + 80 = 81 \quad c_x = \frac{-1 \pm 9}{16} = \begin{cases} -\frac{10}{16} < 0 \text{ N.A.} \\ \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} c_x = 0,50 \text{ €} \\ c_y = 1,50 \text{ €} \end{cases} \end{cases}$$

$$x = \frac{5 \text{ €}}{0,50 \text{ €}} = 10$$

$$y = \frac{9 \text{ €}}{1,50 \text{ €}} = 6$$

310 Francesca ha acquistato 20 bottoni, di cui alcuni bianchi e altri rossi. Ogni bottone rosso le è costato 15 centesimi in più di ogni bottone bianco; per i bottoni bianchi ha speso complessivamente la cifra spesa complessivamente per l'acquisto dei bottoni rossi, ossia 3 euro e 60 centesimi. Quanti bottoni bianchi ha acquistato Francesca? E qual è il costo di ciascun bottone rosso? [12; 45 centesimi]

$x = \text{num. bottoni bianchi}$

$z = \text{costo 1 bottone bianco}$

$y = \text{num. bottoni rossi}$

$z + 0,15 = \text{costo 1 bottone rosso}$

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ xz = y \cdot (z + 0,15) \\ xz = 3,60 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 20 \\ xz = yz + 0,15y \\ xz = 3,60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 20 - y \\ (20 - y) \cdot z = yz + 0,15y \\ (20 - y) \cdot z = 3,60 \end{cases} \quad \begin{cases} // \\ 3,60 = yz + 0,15y \\ (20 - y) \cdot z = 3,60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} // \\ y(z + 0,15) = 3,60 \\ (20 - y) \cdot z = 3,60 \end{cases} \quad \begin{cases} // \\ y = \frac{3,60}{z + 0,15} \\ \left(20 - \frac{3,60}{z + 0,15}\right) \cdot z = 3,60 \end{cases}$$

C.E.

$z > 0$

$$\frac{20z + 3 - 3,60}{z + 0,15} \cdot z = 3,60$$

$$\frac{20z - 0,60}{z + 0,15} \cdot z = \frac{3,60z + 0,54}{z + 0,15}$$

$$20z^2 - 0,60z - 3,60z - 0,54 = 0$$

$$20z^2 - 4,2z - 0,54 = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = 4,41 + 10,8 = 15,21 = (3,9)^2$$

$$z = \frac{2,1 \pm 3,9}{20} = \begin{cases} \text{N.A.} \\ 0,30 \end{cases}$$

COSTO DI 1 BOTTONI ROSSO $2 + 0,15 \text{ €} = 0,45 \text{ €}$

$$y = \frac{3,60}{2 + 0,15} = \frac{3,60 \text{ €}}{0,45 \text{ €}} = 8 \text{ num. bottoni rossi}$$

$$x = 20 - y = 12 \text{ num. bottoni bianchi}$$

193 $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2xy = 25 \\ xy - 9 = x + y \end{cases} \quad [(-1, -4); (-4, -1)]$

$$\begin{cases} (x+y)^2 = 25 \\ xy - 9 = x + y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = \pm 5 \\ xy - 9 = x + y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = -5 \\ xy - 9 = -5 \end{cases}$$

$$\vee \begin{cases} x+y = 5 \\ xy - 9 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = -5 \\ xy = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -5 - y \\ (-5 - y)y = 4 \end{cases}$$
$$-5y - y^2 = 4$$
$$y^2 + 5y + 4 = 0$$
$$(y+1)(y+4) = 0$$

$$\begin{cases} x+y = 5 \\ xy = 14 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 5 - x \\ x(5 - x) = 14 \end{cases}$$
$$5x - x^2 = 14 \quad x^2 - 5x + 14 = 0$$
$$\Delta = 25 - 56 < 0 \text{ IMP.}$$

$$\begin{cases} x = -4 \\ y = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = -4 \end{cases}$$

$$\boxed{(-4, -1) \quad (-1, -4)}$$

195

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 8 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 8 \\ x+y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(x^2 - xy + y^2) = 8 \\ x+y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 3(x^2 - x(3-x) + (3-x)^2) - 8 = 0 \\ y = 3-x \end{cases}$$

$$3(x^2 - 3x + x^2 + 9 + x^2 - 6x) - 8 = 0$$

$$3(3x^2 - 9x + 9) - 8 = 0$$

$$9x^2 - 27x + 27 - 8 = 0 \quad 9x^2 - 27x + 19 = 0$$

$$\Delta = (27)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 19 = 729 - 684 = 45$$

$$x = \frac{27 \pm \sqrt{45}}{18} = \frac{27 \pm 3\sqrt{5}}{18} = \frac{3(9 \pm \sqrt{5})}{18} = \frac{9 \pm \sqrt{5}}{6}$$

$$\left(\frac{9 - \sqrt{5}}{6}, \frac{9 + \sqrt{5}}{6} \right) \quad \left(\frac{9 + \sqrt{5}}{6}, \frac{9 - \sqrt{5}}{6} \right)$$

$$3 - \frac{9 - \sqrt{5}}{6} = \frac{18 - 9 + \sqrt{5}}{6} = \frac{9 + \sqrt{5}}{6}$$