Esaminiamo i seguenti casi particolari:

- Se $a = 0$, significa che $x_0 = 0$: il centro della circonferenza giace sull'asse y.
- Se $b = 0$, significa che $y_0 = 0$: il centro della circonferenza giace sull'asse x.
- Se $c = 0$, l'equazione diventa $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ che è certamente soddisfatta dal punto di coordinate $(0,0)$: la circonferenza passa per l'origine degli assi.
- Se $a = b = 0$, la circonferenza ha centro nell'origine.
- Se $a = c = 0$, l'equazione diventa $x^2 + y^2 + by = 0$: la circonferenza ha centro sull'asse y, passa per l'origine e il suo raggio è $|y_0|$.
- Se $b = c = 0$, l'equazione diventa $x^2 + y^2 + ax = 0$, dunque la circonferenza ha centro sull'asse y, passa per l'origine e il suo raggio è $|x_0|$.

La figura 1.2 illustra degli esempi dei casi sopracitati.

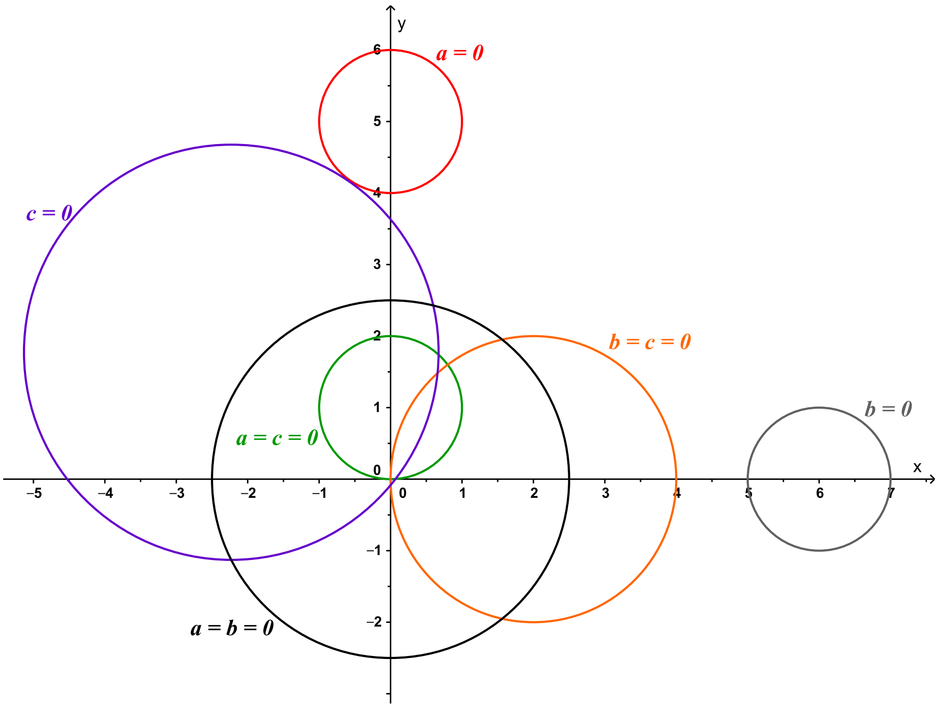


Figura 1.2: Circonferenze in posizioni particolari

ESEMPIO 1.2 Stabilire se le seguenti equazioni rappresentano delle circonferenze. In caso affermativo, rappresentarle graficamente.

- $x^2 + y^2 + 2x + 4y = 0$.
  L'equazione è nella sua forma canonica con $a = 2$, $b = 4$, $c = 0$ e $a^2 + b^2 - 4c = 20 > 0$, quindi rappresenta una circonferenza. Usando la (1.3) e la (1.4) si ottiene che il centro è $C(-1, -2)$ e il raggio vale $r = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$. Notiamo inoltre che, essendo $c = 0$, la circonferenza passa certamente per l'origine degli assi.

PAG. 374 N 166

Risolvere graficamente l'equazione

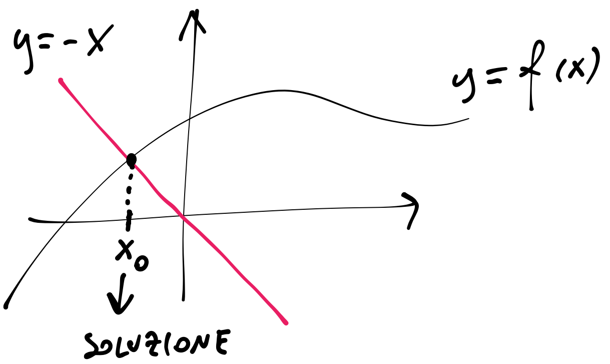
$$\underbrace{\sqrt{-6x-x^2}}_{f(x)} = \underbrace{-x}_{g(x)}$$

$y = f(x)$ $\qquad$ $y = g(x)$

DISEGNARE E VEDERE I PUNTI DI INTERSEZIONE

↓

le ascisse di tali punti sono le soluzioni



PROBLEMA → disegnare $y = \sqrt{-6x-x^2}$

elevo al quadrato

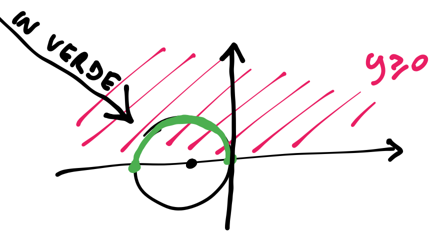
$$\begin{cases} y^2 = -6x - x^2 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

CIRCONFERENZA

SEMIPIANO

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 6x = 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

osservo che è sempre $\boxed{y \geq 0}$

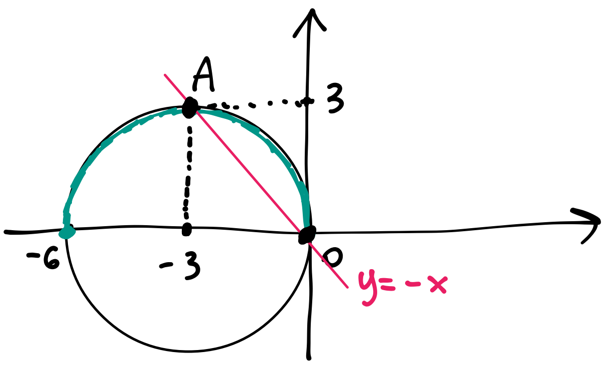


Disegno la circonf. $x^2+y^2+6x=0$ e prendo la semicirconferenza superiore

$C(-3,0) \qquad r = 3$

Le due curve si intersecano in $A(-3,3)$ e in $O(0,0)$, dunque le soluzioni dell'equazione sono -3 e 0

$\boxed{x=-3 \vee x=0}$



pg. 374 N 173

$$-\sqrt{2x+3-x^2} = |x|$$

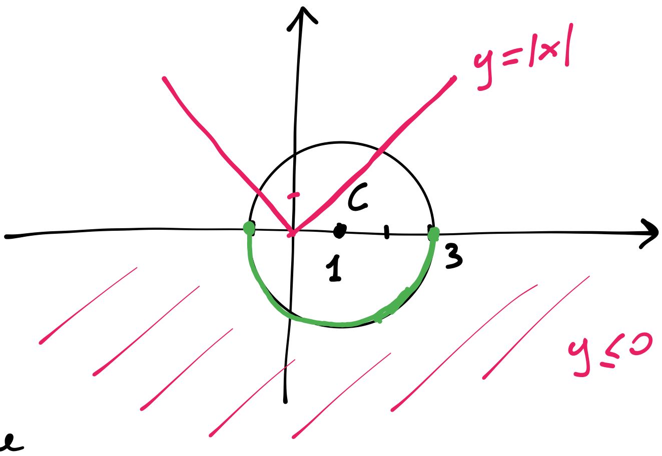
Osserviamo che l'eq. è impossibile poiché $|x| \geq 0$, e nel caso $x=0$ il 1° membro è $-\sqrt{3}$ ....

$$y = -\sqrt{2x+3-x^2}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} y^2 = 2x+3-x^2 \\ y \leq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2+y^2-2x-3=0 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

$C(1,0)$ $r = \sqrt{1+3} = 2$



Le due curve $y=|x|$ e $y=-\sqrt{2x+3-x^2}$ non si intersecano, per cui non ci sono soluzione

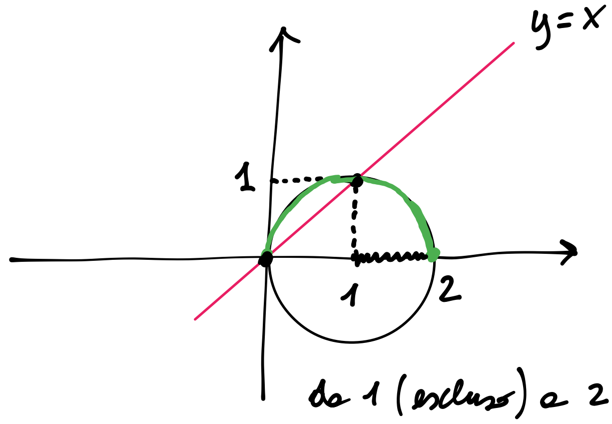
eq. IMPOSSIBILE

175)

$$\sqrt{-x^2+2x} < x$$

$y=\sqrt{-x^2+2x}$ $\qquad$ $y=x$ bisettrice I-III quadrante

$$\begin{cases} y^2=-x^2+2x \\ y\geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2+y^2-2x=0 \\ y\geq 0 \end{cases} \qquad C(1,0) \quad r=1$$



Devo vedere per quali intervalli della x la prima funzione $y=\sqrt{-x^2+2x}$ "sta sotto" (è minore) della seconda funzione $y=x$

da 1 (escluso) a 2 (incluso)

in 1 e 0 sono uguali

da 0 a 1 sta sotto la rossa

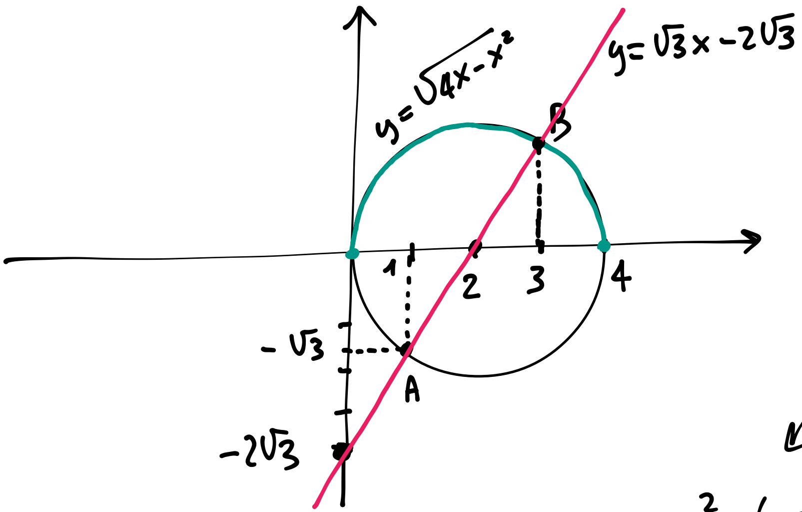
$$\boxed{1 < x \leq 2}$$

179

$$\sqrt{4x-x^2} < \sqrt{3}\,(x-2)$$

$$y=\sqrt{4x-x^2} \qquad y=\sqrt{3}x-2\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} y^2 = 4x - x^2 \\ y \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2+y^2-4x=0 \\ y\geq 0 \end{cases} \qquad C(2,0) \quad r=2$$



DISEGNIAMO

$y=\sqrt{3}x-2\sqrt{3}$

passa per $(0,-2\sqrt{3})$

$$\begin{cases} x^2+y^2-4x=0 \\ y=\sqrt{3}x-2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$x^2+(\sqrt{3}x-2\sqrt{3})^2-4x=0$$

$$x^2+3x^2+12-12x-4x=0$$

$$4x^2-16x+12=0$$

$$x^2-4x+3=0$$

$$(x-1)(x-3)=0 \quad \begin{cases} x=1 & y=-\sqrt{3} & A \\ x=3 & y=\sqrt{3} & B \end{cases}$$

$$\sqrt{4x-x^2} < \sqrt{3}(x-2)$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{3 < x \leq 4}$$

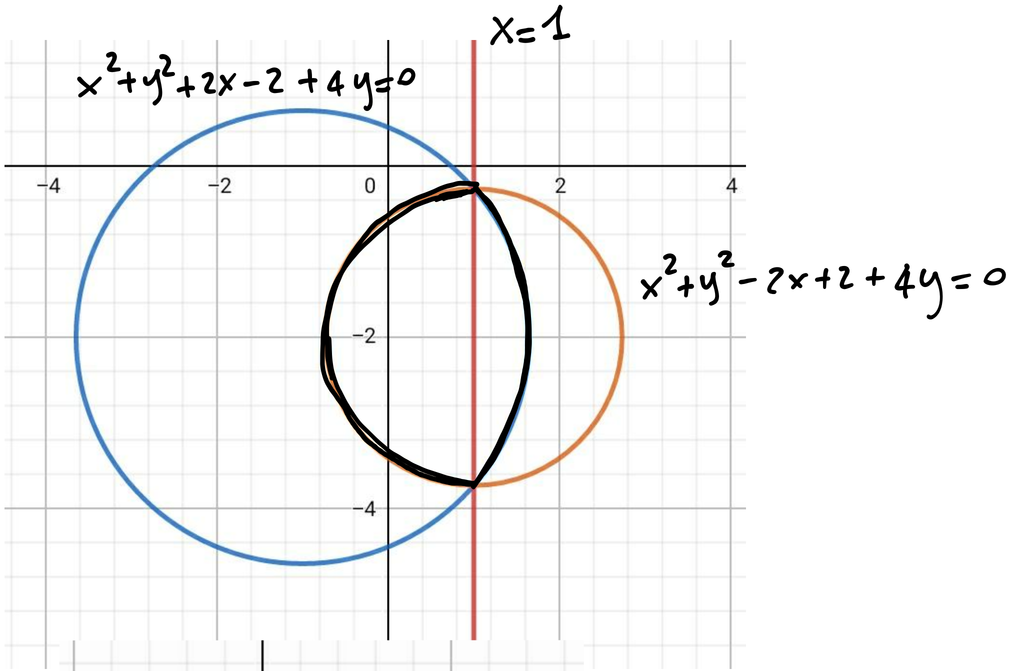
pg. 368 N 89

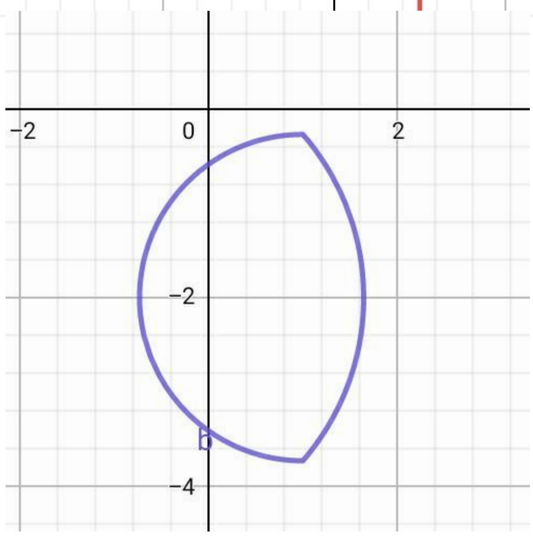
$$x^2+y^2+|2x-2|+4y=0$$ DISEGNARE QUESTA CURVA

$$|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$ per definizione

$$|2x-2| = \begin{cases} 2x-2 & \text{se } 2x-2 \geq 0 \\ -(2x-2) & \text{se } 2x-2 < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x-2 & \text{se } x \geq 1 \\ -2x+2 & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2+2x-2+4y=0 \\ x \geq 1 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x^2+y^2-2x+2+4y=0 \\ x < 1 \end{cases}$$





DETERMINARE L'EQUAZIONE DI UNA CIRCONFERENZA

$$x^2+y^2+ax+by+c=0$$

3 CONDIZIONI!

1. il centro e un punto appartenente alla circonferenza;
2. gli estremi di un diametro;
3. tre punti appartenenti alla circonferenza (necessariamente non allineati);
4. due punti appartenenti alla circonferenza e la retta su cui giace il centro;
5. il centro e una tangente;
6. due punti appartenenti alla circonferenza e una tangente.

PAG. 379 N 240

CIRCONFERENZA PER 3 PUNTI $A(1,-1)$ $B(1,3)$ $C(-2,0)$

$$x^2+y^2+ax+by+c=0$$

$$\begin{matrix} A \rightarrow \\ B \rightarrow \\ C \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} 1+1+a-b+c=0 \\ 1+9+a+3b+c=0 \\ 4+0-2a+0+c=0 \end{cases} \quad \begin{cases} a-b+c=-2 \\ a+3b+c=-10 \\ -2a+c=-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b+2a-4=-2 \\ a+3b+2a-4=-10 \\ c=2a-4 \end{cases} \quad \begin{cases} 3a-b=2 \\ 3a+3b=-6 \\ // \end{cases} \quad \begin{cases} -4b=8 \\ \\ \end{cases} \quad \begin{cases} b=-2 \\ \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a+2=2 \Rightarrow a=0 \\ \\ \end{cases} \quad \begin{cases} a=0 \\ b=-2 \\ c=-4 \end{cases} \quad \boxed{x^2+y^2-2y-4=0}$$