28/2/2019

## DERIVATA

$f: I \to \mathbb{R}$ I intervallo $x_0 \in I$

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

DERIVATA DI $f$ IN $x_0$ (quando il limite esiste)

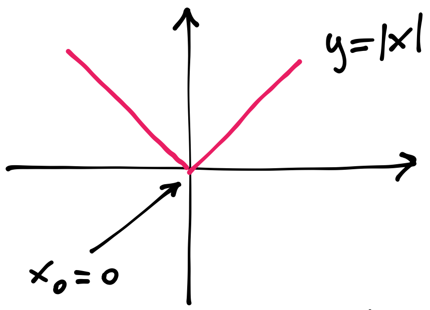
## ESEMPIO IN CUI IL LIMITE NON ESISTE (QUINDI NON ESISTE LA DERIVATA)

1) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = |x|$ $x_0 = 0$

$$f'(0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{|0+h| - |0|}{h} =$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{|h|}{h} = \begin{cases} 1 & \text{se } h \to 0^+ \\ -1 & \text{se } h \to 0^- \end{cases}$$

quindi, siccome limite destro e limite sinistro non sono uguali, il limite NON ESISTE (la derivata non esiste!)




PUNTO IN CUI LA DERIVATA NON ESISTE

2) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad f(x) = \sqrt{|x|} \qquad x_0 = 0$

$$f'(0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{|0+h|} - \sqrt{|0|}}{h} =$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{|h|}}{h} =$$

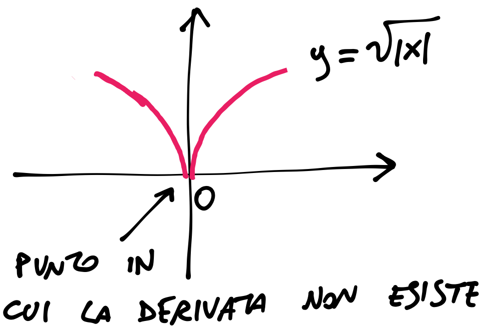
se $h \to 0^+$ $\quad \frac{\sqrt{|h|}}{h} = \frac{\sqrt{h}}{h} \cdot \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{h}} = \frac{\cancel{h}}{\cancel{h}\sqrt{h}} = \frac{1}{\sqrt{h}} \to +\infty$

se $h \to 0^-$ $\quad \frac{\sqrt{|h|}}{h} = \frac{\sqrt{-h}}{h} \cdot \frac{\sqrt{-h}}{\sqrt{-h}} = \frac{-\cancel{h}}{\cancel{h}\sqrt{-h}} =$

$= -\frac{1}{\sqrt{-h}} \to -\infty$

ATTENZIONE CHE SE $h$ È NEGATIVO ALLORA $|h| = -h$

Anche in questo caso i limiti destro e sinistro sono diversi, quindi $f'(0)$ <u>NON ESISTE</u>.




**DEFINIZIONE**

Data una funzione $y = f(x)$, in un punto $c$:

la **derivata sinistra** è

$$f'_-(c) = \lim_{h \to 0^-} \frac{f(c+h) - f(c)}{h};$$

la **derivata destra** è

$$f'_+(c) = \lim_{h \to 0^+} \frac{f(c+h) - f(c)}{h}.$$

La <u>DERIVATA DI $f$ IN $c$</u> esiste se e solo se esistono entrambe le derivate destra e sinistra e sono uguali.

In tal caso $f'(c) = f'_+(c) = f'_-(c)$

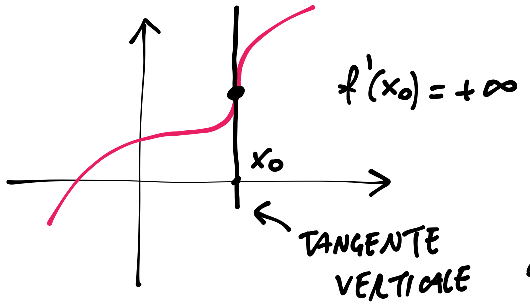
## DEFINIZIONE IMPORTANTE

$f: I \to \mathbb{R}$ $\quad x_0 \in I \quad$ $I$ intervallo

Si dice che $f$ è **DERIVABILE** in $x_0$ se esiste la derivata di $f$ in $x_0$ ed è finita (cioè non deve essere $\pm\infty$).

### OSSERVAZIONE

Quando la derivata esiste ma non è finita (è $+\infty$ o $-\infty$) si ha una situazione di questo tipo:




In $x_0$ questa funzione ha derivata $+\infty$, quindi $f'(x_0) = +\infty$, ma $f$ NON È DERIVABILE in $x_0$

La funzione $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $g(x) = \sqrt[3]{x}$ NON è derivabile in $0$, ma $g'(0) = +\infty$ CONTROLLARE PER COMPITO!

↓

DISEGNARLA CON GEOGEBRA