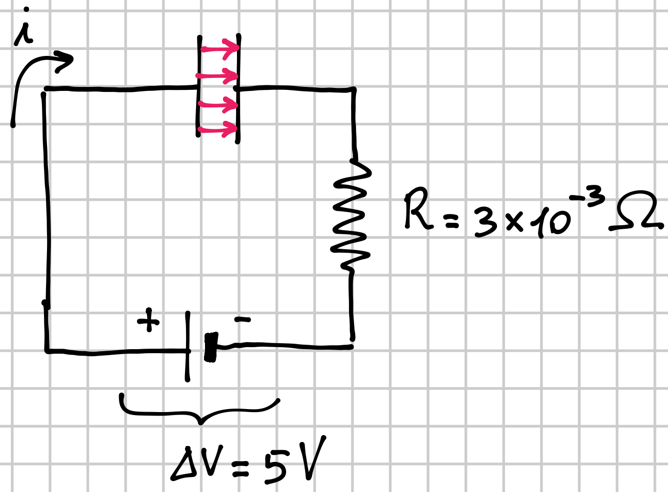
15/1/2020

12 ★★★ Un condensatore a facce piane e parallele è inserito in un circuito con una resistenza totale di $3 \times 10^{-3}\ \Omega$. All'istante $t = 0$ s, l'interruttore viene chiuso e una batteria alimenta il circuito con una tensione continua di 5 V. Dopo $2{,}1 \times 10^{-4}$ s la corrente cessa di circolare.

▶ Determina l'intensità della corrente di spostamento media tra le armature.

[2×10^3 A]



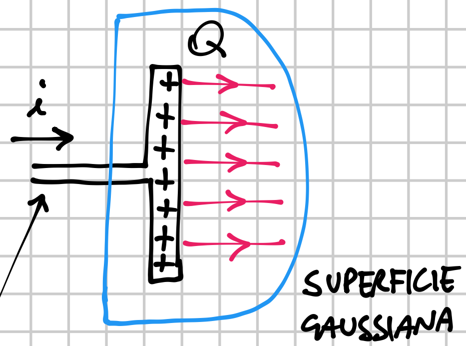
LEGGE DI AMPÈRE-MAXWELL

$$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{B}) = \mu_0 \left[i + \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} \right]$$

Devo osservare che la corrente di spostamento i_s è uguale a i

$$i_s = i = \frac{\Delta V}{R} = \frac{5\,V}{3\times10^{-3}\,\Omega} = 1{,}\bar{6} \times 10^{3}\ A \simeq \boxed{2\times10^{3}\ A}$$

Infatti:



IL FILO, ANCHE SE PERCORSO DA CORRENTE, RIMANE NEUTRO!

per il th. di Gauss si ha:

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

CARICA PRESENTE SULL'ARMATURA DEL CONDENSATORE (A UN CERTO ISTANTE t)

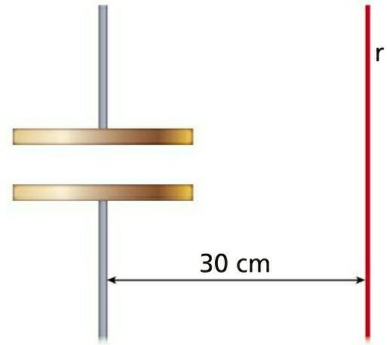
$$\Downarrow$$

$$\frac{d\Phi(E)}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot i$$

$$\Rightarrow i_s = \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} = \cancel{\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\cancel{\varepsilon_0}} \cdot i = i$$

22 Un condensatore ad armature piane circolari di raggio 2,2 cm ha come dielettrico il vuoto. La densità di carica dell'armatura negativa passa da $3{,}2 \cdot 10^{-4}$ C/m^2 a $2{,}3 \cdot 10^{-4}$ C/m^2 in un intervallo di 10 μs.

- Qual è il valore della corrente di spostamento tra le armature?



- Determina il modulo del campo magnetico $\vec{B}$ a una distanza di 30 cm dal filo che porta la corrente all'armatura superiore del condensatore.
- Il valore del campo magnetico cambia spostandosi lungo la retta r indicata in figura?

[14 mA; $9{,}1 \cdot 10^{-9}$ T; no]

Tra le armature del condensatore

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\frac{d\sigma}{dt} \simeq \frac{\Delta\sigma}{\Delta t}$$

$$i_S = \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\left[S \cdot \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right] = \cancel{\varepsilon_0} \cdot \frac{S}{\cancel{\varepsilon_0}} \frac{d\sigma}{dt} =$$

$$= \pi\left(2{,}2 \times 10^{-2}\, m\right)^2 \frac{(3{,}2 - 2{,}3)}{10 \times 10^{-6}\, s} \times 10^{-4} \frac{C}{m^2} =$$

considero il modulo di $\Delta\sigma$

$$= 13{,}68\ldots \times 10^{-3}\, A \simeq 1{,}4 \times 10^{-2}\, A = \boxed{14\ mA}$$

La corrente di spostamento è pari alla corrente i nel filo

LEGGE DI BIOT-SAVART

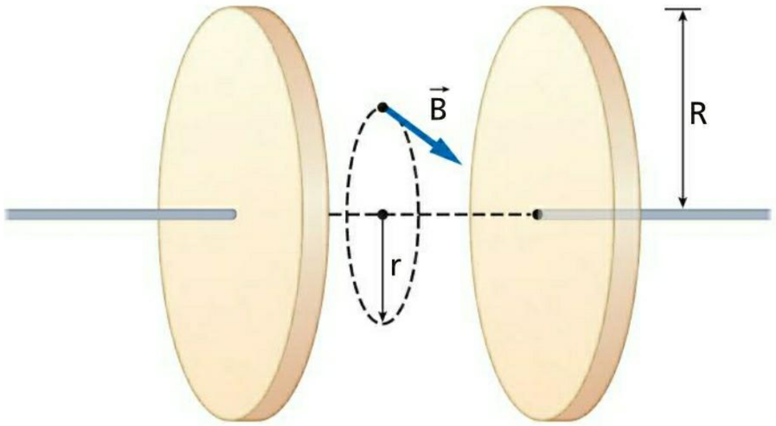
$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i}{r} = \left(2 \times 10^{-7} \frac{N}{A^2}\right) \frac{1{,}368\ldots \times 10^{-2}\, A}{30 \times 10^{-2}\, m} =$$

$$= 0{,}0912\ldots \times 10^{-7}\, T \simeq \boxed{9{,}1 \times 10^{-9}\, T}$$

Lungo una retta parallela al filo che <u>non</u> interseca il condensatore, il campo magnetico non varia, anche in corrispondenza del condensatore stesso → <u>VEDI ESERCIZIO SUCCESSIVO</u>

24 Un condensatore piano ha armature circolari con raggio $R = 0{,}12$ m. In un dato istante, il tasso di variazione del campo elettrico al suo interno vale $\Delta E/\Delta t = 5{,}5 \cdot 10^{10}$ V/(m·s).

▶ Che valore ha l'intensità del campo magnetico in un punto a una distanza $r = 7{,}5$ cm dall'asse del condensatore? [$2{,}3 \cdot 10^{-8}$ T]



$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$$

$$B\, 2\pi r = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\left(E \pi r^2\right)$$

$$B\, 2\cancel{\pi}\cancel{r} = \mu_0 \varepsilon_0 \cancel{\pi} r^{\cancel{2}} \frac{dE}{dt}$$

$$B = \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2} \cdot \frac{dE}{dt} \cdot r =$$

$$= \frac{\left(\cancel{4}^{2}\pi \times 10^{-7} \, N/A^2\right)\left(8{,}854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}\right)}{\cancel{2}} \left(5{,}5 \times 10^{10} \frac{V}{m \cdot s}\right)\left(7{,}5 \times 10^{-2}\, m\right) =$$

$$= 2294{,}79... \times 10^{-11}\ T \simeq \boxed{2{,}3 \times 10^{-8}\ T}$$

In generale, tra le armature circolari di raggio R, a distanza r dall'asse:

CAMPO ELETTRICO $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{S\varepsilon_0}$

$$B = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 \varepsilon_0 r}{2} \dfrac{dE}{dt} = \dfrac{\mu_0 \cancel{\varepsilon_0} r}{2\pi R^2 \cancel{\varepsilon_0}} \dfrac{dQ}{dt} = \dfrac{\mu_0}{2\pi} \dfrac{r}{R^2} i & \text{se } r \leq R \\[2em] \dfrac{\mu_0}{2\pi} \dfrac{i}{r} & \text{se } r \geq R \end{cases}$$

INFATTI, CALCOLANDO LA CIRCUITAZ. DI $\vec{B}$

$$2\pi r \cdot B = \mu_0 \overbrace{\cancel{\varepsilon_0} \cancel{S} \cdot \frac{1}{\cancel{S}\cancel{\varepsilon_0}} \frac{dQ}{dt}}^{\text{CORRENTE DI SPOSTAMENTO}} = \mu_0 i$$