1/4/2019

5. Un elettrone si muove, partendo da fermo, in un campo elettrico uniforme di intensità $E = 10\,{}^{kV}/_{cm}$. Descrivi il procedimento che adotteresti per determinare l'istante in cui l'energia cinetica dell'elettrone sarà uguale alla sua energia a riposo.

EN. CINETICA $K = (\gamma - 1) m c^2$ EN. A RIPOSO $E_0 = m c^2$

$$K = E_0$$

$$(\gamma - 1)\cancel{m c^2} = \cancel{m c^2}$$

$$\gamma - 1 = 1 \Rightarrow \boxed{\gamma = 2}$$

$$F = \frac{d}{dt}\underbrace{(\gamma m v)}_{p} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{dp}{dt} = eE$$

p = QUANTITÀ DI MOTO (DIPENDE DA t → $p = p(t)$)

$$dp = eE\,dt$$

$$\int dp = \int eE\,dt$$

$$p = eEt + c$$

COSTANTE

CONDIZ. INIZIALE $v(0) = 0$

$$\Downarrow$$

$$p(0) = \gamma m v(0) = 0$$

ANCHE γ DIPENDE DA t

$$p(0) = eE \cdot 0 + c = c$$

$$0 \Rightarrow \boxed{c = 0}$$

Quindi $p = eEt$, cioè $\gamma m v = eEt \Rightarrow t = \dfrac{\gamma m v}{eE} =$

Da $\gamma = 2$ si ricava $\dfrac{1}{1-\beta^2} = 4$

cioè $\beta^2 = \dfrac{3}{4} \Rightarrow v = \dfrac{\sqrt{3}}{2} c$

$$= \frac{\cancel{2} m \sqrt{3} c}{eE \cdot \cancel{2}} = \frac{(9{,}1 \times 10^{-31}\,kg)\sqrt{3}\,(3{,}0 \times 10^8\,\frac{m}{s})}{(1{,}6 \times 10^{-19})(10^6\,N/C)} =$$

$$= 29{,}55\ldots \times 10^{-10}\,s \simeq \boxed{3{,}0 \times 10^{-9}\,s}$$

PUNTUALIZZAZIONI MATEMATICHE

$f: I \to \mathbb{R}$ $\quad I$ intervallo $\quad x_0 \in I$

PROBLEMA DI CAUCHY

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = f(x) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

CONDIZIONE INIZIALE

f è la DERIVATA di $y = F(x)$

$F'(x) = f(x)$

F è una PRIMITIVA di f

$\boxed{\text{TROVARE } y = F(x)}$

CON L'INTEGRALE INDEFINITO

$$\frac{dy}{dx} = f(x)$$

$$dy = f(x)\,dx$$

$$\int dy = \int f(x)\,dx$$

$$y = F(x) + c$$

PRIMITIVA DI f — COSTANTE

DALLA CONDIZIONE INIZIALE TROVO C

$$\underset{y_0}{\overset{\parallel}{y(x_0)}} = F(x_0) + c$$

$$\Downarrow$$

$$c = y_0 - F(x_0)$$

CON L'INTEGRALE DEFINITO

$$\frac{dy}{dx} = f(x)$$

$$dy = f(x)\,dx$$

$$\int_{y_0}^{y} dy = \int_{x_0}^{x} f(x)\,dx$$

$$y - y_0 = F(x) - F(x_0)$$

LA COSTANTE C VIENE TROVATA DIRETTAMENTE

$$y = F(x) + \underbrace{\left(y_0 - F(x_0)\right)}_{c}$$

(Se f è <u>CONTINUA</u>, la soluzione F è unica)

$$\frac{dp}{dt} = eE$$

$$dp = eE\,dt$$

CONDIZIONE INIZIALE
$v(0) = 0 \Rightarrow p(0) = 0$

$$\int_{p(0)\to 0}^{p} dp = \int_0^t eE\,dt$$

$$p - 0 = eEt\Big|_0^t = eEt - eE\cdot 0$$

$$\Downarrow$$

$$p = eEt$$

$$\int_\alpha^\beta dx = \beta - \alpha$$

$$\int_\alpha^\beta dx = \int_\alpha^\beta dt = \int_\alpha^\beta dy = \int_\alpha^\beta dp = \beta - \alpha$$

Siano $u = F(x)$ e $f(x) = F'(x)$

Allora si può scrivere

$$du = F'(x)\,dx = f(x)\,dx$$

dunque l'equazione

$$\int f(x)\,dx = F(x) + c$$

si può scrivere nella forma

$$\int du = u + C$$

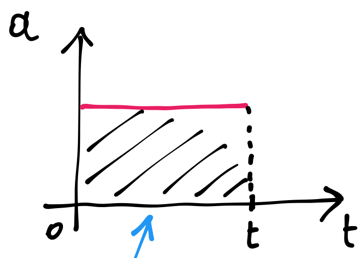
in modo che il simbolo di differenziale d e quello di integrale indefinito $\int$ si comportino uno come "l'inverso" dell'altro

$\downarrow$

(però c'è c)

ESEMPIO (MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO) → RETTILINEO

1] ACCELERAZIONE $\quad a = \text{COSTANTE}$



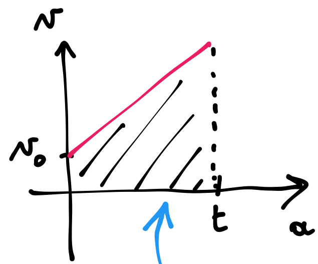
2] VELOCITÀ

$$\frac{dv}{dt} = a \implies dv = a\,dt$$

$$\int_{v_0}^{v} dv = a \int_0^t dt$$

$$v - v_0 = a(t-0)$$

$$\boxed{v = at + v_0}$$



3] POSIZIONE

$$\frac{ds}{dt} = v \implies ds = v\,dt = (at + v_0)\,dt$$

$$\int_{s_0}^{s} ds = \int_0^t (at + v_0)\,dt$$

$$s - s_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Big|_0^t = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$\boxed{s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0}$$