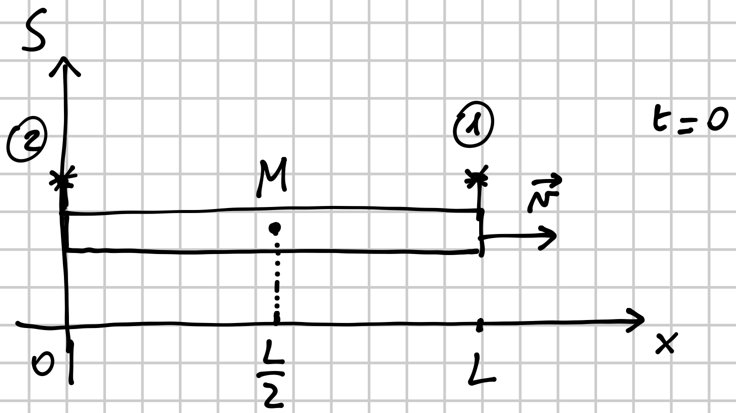
5/3/2021

29 ★★★

Un'astronave lunga $L = 1{,}2$ km emette, in coda e in testa, due segnali luminosi simultanei secondo un osservatore a terra. Secondo lo stesso osservatore, i segnali raggiungono il centro dell'astronave separati da 1,0 ns.

▸ Calcola la velocità dell'astronave.

[$7{,}5 \times 10^4$ m/s]



SEGNALE ① $\quad x = L - ct \qquad M: \quad x = \frac{L}{2} + vt$

SEGNALE ② $\quad x = ct$

Il segnale ① raggiunge M all'istante t_1 tale che $\quad L - ct_1 = \frac{L}{2} + vt_1$

$$vt_1 + ct_1 = \frac{L}{2} \qquad t_1 = \frac{L}{2(v+c)}$$

Il segnale ② raggiunge M all'istante t_2 tale che $\quad ct_2 = \frac{L}{2} + vt_2$

$$ct_2 - vt_2 = \frac{L}{2} \qquad t_2 = \frac{L}{2(c-v)}$$

$$\Delta t' = t_2 - t_1 = \frac{L}{2(c-v)} - \frac{L}{2(c+v)} = \frac{L(c+v) - L(c-v)}{2(c-v)(c+v)} =$$

$$= \frac{L(c+v)-L(c-v)}{2(c-v)(c+v)} = \frac{\cancel{Lc}+Lv-\cancel{Lc}+Lv}{2(c^2-v^2)} = \frac{\cancel{2}Lv}{\cancel{2}(c^2-v^2)}$$

$$\Downarrow$$

$$\Delta t' = \frac{Lv}{c^2-v^2}$$

$$\Delta t' c^2 - \Delta t' v^2 - Lv = 0$$

$$\Delta t' v^2 + Lv - \Delta t' c^2 = 0$$

$$v = \frac{-L + \sqrt{L^2 + 4(c\cdot\Delta t')^2}}{2\Delta t'} = \frac{-1200 + \sqrt{1200^2 + 4(0{,}090)}}{2(1{,}0\times 10^{-9})}\ \frac{m}{s}$$

SOLO SOL. CON +

$c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \frac{m}{s}$

$\Delta t' = 1{,}0\ ns = 1{,}0 \times 10^{-9}\ s$

$c\Delta t' = 3{,}0 \times 10^{-1}\ m = 0{,}30\ m$

$$= 0{,}000074999 \times 10^{9}\ \frac{m}{s}$$

$$\simeq \boxed{7{,}5 \times 10^{4}\ \frac{m}{s}}$$

Se volessi trovare Δt, cioè il TEMPO PROPRIO tra la ricezione dei due segnali da parte di M nel S.R. dell'astronave, dovrai utilizzare la formula

$$\Delta t' = \gamma\, \Delta t \qquad \gamma = \sqrt{1-\beta^2} \qquad \beta = \frac{v}{c}$$