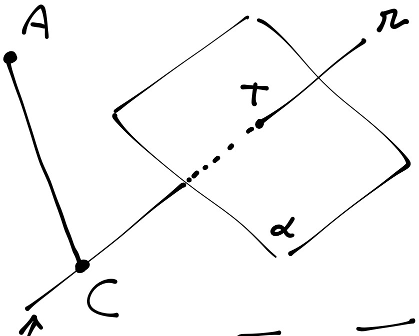
7/3/2019

343 Determina l'equazione della superficie sferica passante per $A(2;0;1)$ e tangente al piano di equazione $x=5z-18$ nel punto $T(-2;-1;-4)$. $[x^2+y^2+z^2+6x+2y-2z-15=0]$

PIANO TANGENTE α: $x-5z+18=0$



Il vettore normale di α
è il vettore direzionale di r
$\vec{v}_r=(1,0,-5)$

Il centro C sta su questa retta r (perpend. ad α)

$\overline{AC}=\overline{CT}$

$\overline{AC}^2=\overline{CT}^2$

$$r:\begin{cases} x=-2+t \\ y=-1 \\ z=-4-5t \end{cases}$$

$C(-2+t,-1,-4-5t)$

Pongo $\overline{AC}^2=\overline{CT}^2$

$$(-2+t-2)^2+(-1-0)^2+(-4-5t-1)^2=(-2+t+2)^2+(-1+1)^2+(-4-5t+4)^2$$

$$(t-4)^2+1+(-5-5t)^2=t^2+25t^2$$

$$\cancel{t^2}+16-8t+1+25+\cancel{25t^2}+50t=\cancel{t^2}+\cancel{25t^2}$$

$$42t=-42 \qquad t=-1$$

Centro $C(-3,-1,1)$

raggio $\overline{AC}=\sqrt{(2+3)^2+(0-1)^2+(1-1)^2}=$
$A(2,0,1)$
$=\sqrt{26}$

$$(x+3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=26$$

$$x^2+9+6x+y^2+1+2y+z^2+1-2z-26=0$$

$\Rightarrow \boxed{x^2+y^2+z^2+6x+2y-2z-15=0}$

344 Trova l'equazione della superficie sferica di centro $C(2;3;-1)$ e tangente al piano di equazione $x+y-z+2=0$. $[3x^2+3y^2+3z^2-12x-18y+6z-22=0]$

Raggio R = distanza centro-piano tangente

$$R=\frac{|2+3-(-1)+2|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\frac{8}{\sqrt{3}}$$

Sfera di centro $C(2,3,-1)$ e raggio $\frac{8}{\sqrt{3}}$

$$(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=\frac{64}{3} \qquad x^2-4x+4+y^2-6y+9+z^2+2z+1=$$

$$x^2-4x+4+y^2-6y+9+z^2+2z+1=\frac{64}{3}$$

$$x^2+y^2+z^2-4x-6y+2z+14-\frac{64}{3}=0$$

$$\boxed{3x^2+3y^2+3z^2-12x-18y+6z-22=0}$$

347 Il piano di equazione $x+y+z=0$ è tangente a una superficie sferica di centro $C(1;1;1)$. Determina:

a. l'equazione della superficie sferica;

b. l'equazione parametrica della retta passante per C e perpendicolare al piano.

$$\left[\text{a) } x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0; \text{ b) } \begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}\right]$$

a) Raggio $R =$ dist. C - piano

$$= \frac{|1+1+1|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

Sfera di centro C e raggio R

$$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 3$$

$$x^2+\cancel{1}-2x+y^2+\cancel{1}-2y+z^2+\cancel{1}-2z-\cancel{3}=0$$

$$\boxed{x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0}$$

b) retta per C $\perp$ $x+y+z=0$ $\rightarrow$ $\boxed{\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}}$