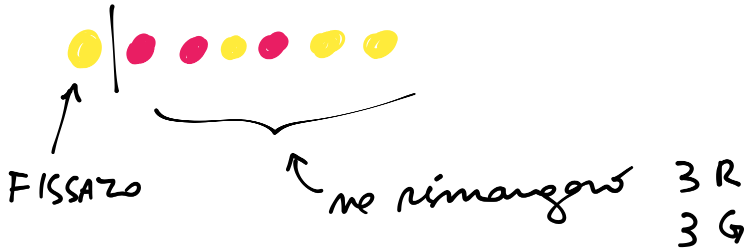
3/4/2019

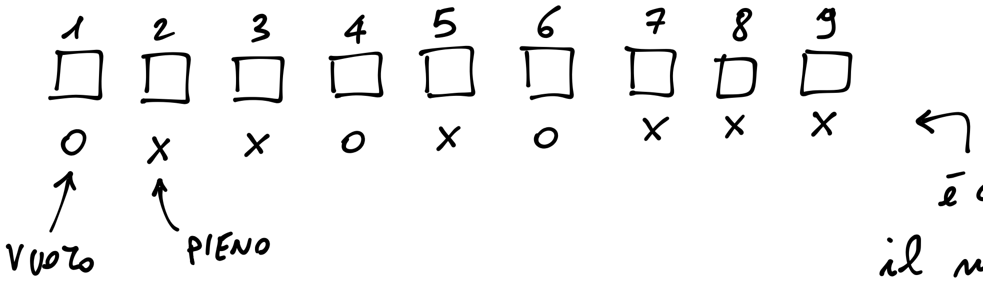
3. Determina in quanti modi possono disporsi in fila 3 gettoni rossi e 4 gialli, se il primo gettone deve essere giallo.



Devo permutare i 6 elementi rimasti

$$P_6^{(3,3)} = \frac{6!}{3!\,3!} = \frac{\cancel{6}\cdot 5\cdot 4\cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}\cdot \cancel{3}\cdot \cancel{2}} = \boxed{20}$$

4. Calcola in quanti modi si possono sistemare 6 oggetti non distinti in 9 scatole diverse, sapendo che in ogni scatola deve esserci al massimo 1 oggetto.



è come calcolare il numero di anagrammi della parola

OOOXXXXXX

$$P_9^{(3,6)} = \frac{9!}{3!\;6!} = \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot \cancel{6!}}{3!\;\cancel{6!}} =$$

$$= \frac{\overset{3}{\cancel{9}}\cdot \overset{4}{\cancel{8}}\cdot 7}{\cancel{3}\cdot \cancel{2}} = \boxed{84}$$

1. Quante cinquine si possono fare con i 90 numeri del lotto?

$$C_{90,5} = \binom{90}{5} = \frac{90!}{5!\,(90-5)!} = \frac{90!}{5!\,85!} =$$

$$= \frac{\overset{\overset{3}{\cancel{9}}}{\cancel{90}}\cdot 89\cdot \overset{22}{\cancel{88}}\cdot 87\cdot 86\cdot \cancel{85!}}{\cancel{5}\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{85!}} = 43\,949\,268$$

2. Calcola quante sono le cinquine che contengono due numeri prefissati.

$$\underbrace{\square\ \square}_{\text{GIÀ SCELTI}}\ \underbrace{\ldots\ \ \ldots\ \ \ldots}_{\text{DA SCEGLIERE FRA GLI 88 RIMASTI}}$$

$$\binom{88}{3} = \frac{88!}{3!\,85!} = \frac{\overset{44}{\cancel{88}}\cdot \overset{29}{\cancel{87}}\cdot 86\cdot \cancel{85!}}{\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{85!}} =$$

$$= 44\cdot 29\cdot 86 = \boxed{109736}$$

3. In quanti modi posso formare un campione di 10 persone da intervistare in un gruppo di 30?

$$\binom{30}{10} = \frac{30!}{20!\,10!} = \frac{\cancel{30}\cdot 29\cdot \overset{\cancel{4}}{\cancel{28}}\cdot \overset{3}{\cancel{27}}\cdot \overset{13}{\cancel{26}}\cdot \overset{5}{\cancel{25}}\cdot \cancel{24}\cdot 23\cdot \overset{11}{\cancel{22}}\cdot 21\cdot \cancel{20!}}{\cancel{20!}\,\cancel{10}\cdot\cancel{9}\cdot\underset{\cancel{2}}{\cancel{8}}\cdot\cancel{7}\cdot\cancel{6}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}} =$$

$$= 29\cdot 3\cdot 13\cdot 5\cdot 23\cdot 11\cdot 21 = 30'045'015$$

6. In una classe di 28 alunni, di cui 15 maschi, devono essere scelti 2 ragazzi e 2 ragazze per un'assemblea di delegati. Quante sono le scelte possibili?

15 M   13 F

$$\underbrace{\binom{15}{2}}_{\text{SCELTE DI MASCHI}} \cdot \underbrace{\binom{13}{2}}_{\text{SCELTE DI FEMMINE}}$$

A ogni scelta di 2 M posso associare una qualsiasi scelta di 2 F.

$$\binom{15}{2} \cdot \binom{13}{2} = \frac{15!}{2!\,\cancel{13!}} \cdot \frac{\cancel{13!}}{2!\,11!} = \frac{15 \cdot \cancel{14}^{7} \cdot 13 \cdot \cancel{12}^{6} \cdot \cancel{11!}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{11!}} =$$

$$= \boxed{8190}$$

POTENZA DI UN BINOMIO

$$(a+b)^0 = 1$$

$$(a+b)^1 = a + b$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

SI RITROVANO GLI ELEMENTI DEL TRIANGOLO DI TARTAGLIA

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

FORMULA DEL BINOMIO DI NEWTON

$$\boxed{(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k}$$

Quanti sono TUTTI i possibili sottoinsiemi di un insieme di cardinalità n?

$$a=1 \quad b=1$$

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \ldots + \binom{n}{n} = \binom{n}{0} \cdot 1^n \cdot 1^0 + \binom{n}{1} \cdot 1^{n-1} \cdot 1^1 + \ldots$$

$$\ldots + \binom{n}{n} \cdot 1^{n-n} \cdot 1^n = (1+1)^n = 2^n$$