

4/4/2019

4. A una riunione partecipano 6 persone che si stringono la mano reciprocamente. Calcola quante strette di mano le persone si scambiano.

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = \frac{\overset{3}{\cancel{6}} \cdot 5 \cdot \cancel{4}!}{2 \cdot \cancel{4}!} = 15$$

5. In un piano sono dati 9 punti a 3 a 3 non allineati. Quanti triangoli si possono disegnare con i vertici in quei punti?

$$\binom{9}{3} = \frac{9!}{3! \cdot 6!} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}} \cdot \overset{4}{\cancel{8}} \cdot 7 \cdot \cancel{6}!}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{6}!} = 84$$

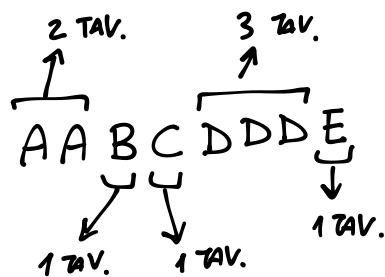
COMBINAZIONI CON RIPETIZIONE

204

In quanti modi diversi possiamo distribuire otto tavolette di cioccolato a cinque bambini, sapendo che possiamo assegnare a qualche bambino più di una tavoletta?

[495]

A B C D E \rightarrow 5 bambini (le 8 tavolette sono indistinguibili)



(e anche scrivendo BACADEDD ottenerei la stessa distribuzione \rightarrow l'ordine non conta!)

AAAAADDE
ABBBBBBCC
...

DEVO CONTARE QUANTE SONO !!!

TRUCCO DEI SEGNAPOSTI

AABCDDEE



AA□B□C□DDD□E

AAAAADDE



AAAAA□□□DD□E

ABBBBBBCC



A□BBBBBB□CC□□

. □ . . . □ □ . . . □ . . .



A B B B D D E E

. . . . □ . □ . □ . . . □ .



A A A B C D D E

Si vede che è possibile associare ad ogni sequenza del tipo

. . □ . . □ . □ . □ . .

la sua corrispondente combinazione con ripetizione

A A B B C D E E

e viceversa. Quindi, per contare il numero di combinazioni con ripetizione di 5 elementi di classe 8 basta contare gli diagrammi di parole di lunghezza $5+8-1=12$ con 8 elementi ripetuti e $5-1=4$ elementi ripetuti

$$P_{12}^{(8,4)} = \frac{12!}{8! 4!} = \frac{\cancel{12} \cdot \cancel{11} \cdot \overset{5}{\cancel{10}} \cdot \cancel{9} \cdot \cancel{8!}}{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{8!}} = 495$$

FORMULA GENERALE

$$\begin{aligned} C_{5,8}^1 &= P_{12}^{(8,5-1)} = \frac{(5+8-1)!}{8! (5-1)!} = \frac{(5+(8-1))!}{8! (5-1)!} = \\ &\quad \uparrow \\ &\quad 5+8-1 \\ &= C_{5+8-1,8} \end{aligned}$$

$$C'_{n,k} = C_{n+k-1, \textcircled{k}}$$

È come dire: "ho un insieme di $n+k-1$ elementi,
 scelgo dove mettere i $n-1$ segnaposti, scegliendo dove mettere
 i k posti vuoti.

_ _ _ _ _ _ _ _

A B C E E E E E

← 1, 3, 5, 8, 9, 10, 11, 12
 k=8 posti
 vuoti