27/2/2019

268 Determina le equazioni cartesiane della retta passante per il punto $P(1;-5;1)$ e perpendicolare alle rette $r: x-2=y+4=\frac{1-z}{2}$ e $s: \frac{2x-1}{3}=y+1=\frac{4z-2}{5}$. $\left[\frac{1-x}{13}=\frac{y+5}{17}=\frac{z-1}{2}\right]$

r: vettore direzionale

$\vec{v}_r=(1,1,-2)$

$x-2=y+4=\frac{1-z}{2}$

$$\boxed{\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n} \qquad \vec{v}=(l,m,n)}$$

$$\frac{x-2}{1}=\frac{y+4}{1}=\frac{z-1}{-2}$$

s: vettore direzionale

$\vec{v}_s=\left(\frac{3}{2},1,\frac{5}{4}\right)$

$$\frac{2x-1}{3}=y+1=\frac{4z-2}{5} \qquad \frac{4\left(z-\frac{2}{4}\right)}{5}$$

$$\frac{x-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-\frac{1}{2}}{\frac{5}{4}}$$

DA TROVARE

$$\begin{cases} x=1+tl \\ y=-5+tm \\ z=1+tn \end{cases}$$

$\vec{v}=(l,m,n)$

VETTORE DIREZIONALE DELLA RETTA DA TROVARE

$\vec{v}\cdot\vec{v}_r=0$

$\vec{v}\cdot\vec{v}_s=0$

$$\begin{cases} (l,m,n)\cdot(1,1,-2)=0 \\ (l,m,n)\cdot\left(\frac{3}{2},1,\frac{5}{4}\right)=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} l+m-2n=0 \\ \frac{3}{2}l+m+\frac{5}{4}n=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} l + m - 2n = 0 \\ \frac{3}{2}l + m + \frac{5}{4}n = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} m = 2n - l \\ \frac{3}{2}l + 2n - l + \frac{5}{4}n = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} m = 2n - l \\ 2l + 13n = 0 \end{cases}$$

$\cdot 4 \downarrow$

$$6l + 8n - 4l + 5n = 0$$

$$\begin{cases} m = 2n + \frac{13}{2}n = \frac{17}{2}n \\ l = -\frac{13}{2}n \end{cases} \qquad \vec{v} = (13, -17, -2)$$

$\downarrow$

SCELGO $n = -2$

$P(1, -5, 1)$

$$\frac{x-1}{13} = \frac{y+5}{-17} = \frac{z-1}{-2}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{1-x}{13} = \frac{y+5}{17} = \frac{z-1}{2}}$$

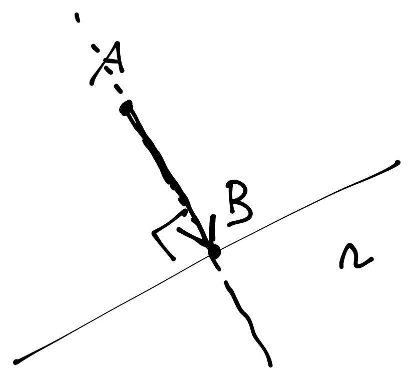
EQ. CARTESIANE

270 ●●
Scrivi le equazioni parametriche della retta passante per il punto $A(7; 0; 4)$, perpendicolare e incidente alla retta

$$r: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -1 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}.$$

(**SUGGERIMENTO** Considera un punto generico B su r e imponi $\overrightarrow{AB} \perp r$.)

$$\left[\begin{cases} x = 7 + 2k \\ y = 2k \\ z = 4 - 2k \end{cases}\right]$$



B deve essere il punto di incidenza

$$B = \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -1 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$$ con t da trovare!

Voglio trovare t particolare per cui $\overrightarrow{AB} \perp r$!!

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A) = (1 + 4t - 7, -1 - t - 0, 3 + 3t - 4) =$$

$$= (4t - 6, -1 - t, -1 + 3t)$$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{N_r} = 0$ $\quad (4t-6, -1-t, -1+3t) \cdot (4, -1, 3) = 0$

IMPONGO

CONDIZIONE DI PERPENDICOLARITÀ FRA $\overrightarrow{AB}$ E r

$$4(4t-6) - 1 \cdot (-1-t) + 3(-1+3t) = 0$$

$$16t - 24 + 1 + t - 3 + 9t = 0$$

$\overrightarrow{N_r} = (4, -1, 3)$

$$26t = 26 \qquad t = 1 \Rightarrow B(5, -2, 6)$$

RETTA PER A E B $\Rightarrow$ $\dfrac{x-7}{5-7} = \dfrac{y-0}{-2-0} = \dfrac{z-4}{6-4}$ $\quad \dfrac{x-7}{-2} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z-4}{2}$

$A(7,0,4)$ $B(5,-2,6)$

$$\boxed{x - 7 = y = 4 - z}$$

$$\boxed{x-7=y=4-z}$$

per scrivere in forma parametrica

$x=t \qquad y=t-7 \qquad 4-z=t-7$

$z=11-t$

$$\begin{cases} x=t \\ y=-7+t \\ z=11-t \end{cases}$$

STESSA RETTA!

Perché i vettori direzionali sono proporzionali $(1,1,-1)$ e $(2,2,-2)$

RIS. LIBRO $\rightarrow$

$$\begin{cases} x=7+2K \\ y=2K \\ z=4-2K \end{cases}$$

Dalla prima, se prendo $t=7$, si ha che il punto di passaggio è $(7,0,4) \rightarrow$ che è punto di passaggio della seconda: quindi rappresentano la stessa retta!

294 Calcola la distanza del punto $P(1;-3;5)$ dalla retta r passante per $A(-1;0;1)$ e $B(1;2;0)$.

retta AB: $\vec{AB} = (1+1, 2-0, 0-1) = (2,2,-1)$

$$r: \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2t \\ z = 1-t \end{cases}$$

PIANO PER P PERPENDICOLARE A r $\qquad a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

$$2(x-1)+2(y+3)-(z-5)=0$$

$$2x-2+2y+6-z+5=0 \qquad 2x+2y-z+9=0$$

PUNTO C DI INTERSEZIONE RETTA - PIANO

$$C: \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2t \\ z = 1-t \\ 2x+2y-z+9=0 \end{cases} \qquad 2(-1+2t)+2(2t)-(1-t)+9=0$$

$$-2+4t+4t-1+t+9=0$$

$$9t=-6 \qquad t=-\frac{2}{3}$$

$$C\left(-1-\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}, 1+\frac{2}{3}\right) =$$

$$= \left(-\frac{7}{3}, -\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right)$$

$$d = \overline{CP} = \sqrt{\left(1+\frac{7}{3}\right)^2 + \left(-3+\frac{4}{3}\right)^2 + \left(5-\frac{5}{3}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2 + \left(-\frac{5}{3}\right)^2 + \left(\frac{10}{3}\right)^2} = \frac{1}{3}\sqrt{100+25+100} =$$

$$= \frac{1}{3}\sqrt{225} = \frac{15}{3} = \boxed{5}$$

287 Verifica che la retta di equazioni $\begin{cases} x+2y-z+1=0 \\ x-y-2z-1=0 \end{cases}$ giace sul piano di equazione $4x+11y-3z+6=0$.

FASCIO DI PIANI PASSANTI PER QUESTA RETTA

$$\alpha(x+2y-z+1)+\beta(x-y-2z-1)=0$$

SUPPONGO $\alpha \neq 0$ (DIVIDO PER α)

$$x+2y-z+1+\underbrace{\frac{\beta}{\alpha}}_{k}(x-y-2z-1)=0$$

$$x+2y-z+1+k(x-y-2z-1)=0$$

$$x+2y-z+1+kx-ky-2kz-k=0$$

$$(k+1)x+(2-k)y+(-1-2k)z+1-k=0$$

CONFRONTO

$$4x+11y-3z+6=0 \quad (*)$$

CONDIZIONE DI COINCIDENZA

$$\frac{k+1}{4}=\frac{2-k}{11}=\frac{-1-2k}{-3}=\frac{1-k}{6}$$

ESISTE k TALE PER CUI È VERA QUESTA CATENA DI UGUAGLIANZE?

$$\frac{k+1}{4}=\frac{1-k}{6} \Rightarrow 6k+6=4-4k \Rightarrow 10k=-2$$

$$\boxed{k=-\frac{1}{5}}$$

CONTROLLO:

$$\left(-\frac{1}{5}+1\right)x+\left(2+\frac{1}{5}\right)y+\left(-1+\frac{2}{5}\right)z+1+\frac{1}{5}=0$$

$$\frac{4}{5}x+\frac{11}{5}y-\frac{3}{5}z+\frac{6}{5}=0$$ che è ancora il piano $(*)$ OK!