

RIEPILOGO TRASFORMAZIONI E 1° PRINCIPIO

$$\Delta U = Q - W$$

Trasformazioni isòbare

- $\Delta U + p\Delta V = Q$
- Avvengono a *pressione costante*, quindi il lavoro compiuto dal gas è

$$W = p\Delta V.$$

Trasformazioni isocòre

- $\Delta U = Q$
- Avvengono a *volume costante*, quindi il lavoro è nullo: nel caso di un gas perfetto risulta

$$Q = \Delta U = \frac{\ell}{2} nR\Delta T$$

Trasformazioni isoterme

- $Q = W$
- Avvengono a *temperatura costante*: nel caso di un gas perfetto risulta

$$W = Q = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right).$$

Trasformazione ciclica

- Il lavoro compiuto al termine di una trasformazione ciclica è uguale all'area della parte di piano racchiusa dalla linea che rappresenta la trasformazione nel grafico p - V .
- Poiché lo stato iniziale coincide con quello finale, in una trasformazione ciclica la variazione di energia interna del sistema è uguale a zero e risulta $Q = W$

Trasformazioni adiabatiche

- Avvengono senza scambi di calore con l'ambiente esterno.
- Durante una *espansione adiabatica*, il gas compie un lavoro positivo e si raffredda.
- Nel caso di un gas perfetto valgono le equazioni delle adiabatiche quasistatiche:

$$T = \left(\frac{V_0}{V}\right)^{\gamma-1} T_0 \quad pV^\gamma = p_0 V_0^\gamma \quad Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_0 p_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$\gamma = \frac{\ell + 2}{\ell}$$

$$\ell = 3 \quad \text{GAS MONOATOMICO}$$

$$\ell = 5 \quad \text{GAS BIATOMICO}$$

73 ★★★ Due moli di gas perfetto monoatomico subiscono un'espansione adiabatica tale che il volume finale è il triplo di quello iniziale. La temperatura iniziale del gas è uguale a 600 K.

► Calcola la temperatura finale del gas e il lavoro svolto durante la trasformazione.

[288 K; 7,8 kJ]

TR. ADIABATICA $\Rightarrow T = \left(\frac{V_0}{V} \right)^{\gamma-1} T_0$ $\gamma = \frac{l+2}{l} = \frac{5}{3}$ \swarrow $l=3$ (gas monoatomico)

$$V = 3 V_0$$

$$\Downarrow T = \left(\frac{V_0}{3V_0} \right)^{\frac{5}{3}-1} T_0 = \left(\frac{1}{3} \right)^{\frac{2}{3}} T_0 = \left(\frac{1}{3} \right)^{\frac{2}{3}} (600 \text{ K}) = 288,499... \text{ K}$$

$$\approx \boxed{288 \text{ K}}$$

$Q=0$ perché tr. adiabatica

$$W = -\Delta U = -\frac{3}{2} n R \Delta T =$$

$$= -\frac{3}{2} (2 \text{ mol}) \left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \right) [(288,499... - 600) \text{ K}] =$$

$$= 7766,9... \text{ J} \approx \boxed{7,77 \times 10^3 \text{ J}}$$

76

★★★

Una bombola di ossigeno del volume di 20,0 L contiene 0,300 mol di un gas perfetto biatomico alla pressione di $4,11 \times 10^4$ Pa e alla temperatura di 330 K. Esso viene compresso adiabaticamente con un lavoro esterno di 318 J.

- Calcola la variazione di energia interna.
- Calcola il volume finale del gas.
- Calcola la pressione finale dell'ossigeno.

[318 J; 14,0 L; $6,79 \times 10^4$ Pa]

$$1) \quad \Delta U = \underbrace{Q}_0 - W \quad W_{\text{EST.}} = -W$$

perché ADIABATICA

$$\Delta U = -(-W_{\text{EST.}}) = W_{\text{EST.}} = 318 \text{ J}$$

$$2) \quad T = \left(\frac{V_{\text{IN}}}{V}\right)^{\gamma-1} T_{\text{IN}} \quad \gamma - 1 = \frac{5+2}{5} - 1 = \frac{7}{5} - 1 = \frac{2}{5}$$

$$\frac{T}{T_{\text{IN}}} = \left(\frac{V_{\text{IN}}}{V}\right)^{\frac{2}{5}} \Rightarrow \frac{V_{\text{IN}}}{V} = \left(\frac{T}{T_{\text{IN}}}\right)^{\frac{5}{2}} \quad \frac{V}{V_{\text{IN}}} = \left(\frac{T_{\text{IN}}}{T}\right)^{\frac{5}{2}}$$

$$V = V_{\text{IN}} \left(\frac{T_{\text{IN}}}{T}\right)^{\frac{5}{2}}$$

$$\Delta U = \frac{f}{2} n R \Delta T \Rightarrow \Delta U = \frac{5}{2} n R \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta T = \frac{2}{5} \frac{\Delta U}{n R} = \frac{2}{5} \frac{318 \text{ J}}{(0,300 \text{ mol}) (8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}})} = 51,022... \text{ K}$$

$$T = T_{\text{IN}} + \Delta T = 330 \text{ K} + 51,022... \text{ K} = 381,0228... \text{ K}$$

$$V = V_{IN} \left(\frac{T_{IN}}{T} \right)^{\frac{5}{2}} = (20,0 \text{ L}) \left(\frac{330 \text{ K}}{381,022 \text{ K}} \right)^{\frac{5}{2}} =$$

$$= 13,9617... \text{ L} \simeq \boxed{14,0 \text{ L}}$$

$$3) p = \frac{nRT}{V} = \frac{(0,300 \text{ mol}) \left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \right) (381,022... \text{ K})}{13,961... \times 10^{-3} \text{ m}^3} =$$

$$= 68,038... \times 10^3 \text{ Pa} \simeq \boxed{6,80 \times 10^4 \text{ Pa}}$$

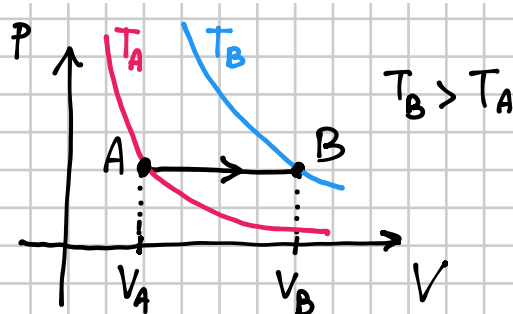
2 Tre moli di gas biatomico si trovano a una temperatura iniziale di 300 K. Successivamente vengono riscaldate a pressione costante e si espandono, occupando un volume pari a 5/2 di quello iniziale.

★★★

Calcola:

- ▶ il valore della temperatura finale del gas;
- ▶ il calore fornito durante la trasformazione;
- ▶ la variazione di energia interna.

[750 K; $3,93 \times 10^4$ J; $2,81 \times 10^4$ J]



$$1) \frac{T_B}{V_B} = \frac{T_A}{V_A} \quad p \text{ costante} \quad 1^{\text{a}} \text{ LEGGE DI GAY-LUSSAC}$$

$$T_B = \frac{V_B}{V_A} T_A = \frac{5}{2} T_A = \frac{5}{2} (300 \text{ K}) =$$

$$= \boxed{750 \text{ K}}$$

$$2) Q = c_p m \Delta T = \frac{l+2}{2} \frac{R}{M} \cdot m \Delta T$$

\uparrow MASSA MOLARE \uparrow MASSA DEL GAS $m = n \cdot \text{moli}$

$l = 5$ (BIATOMICO)

$$= \frac{7}{2} \left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \right) (3 \text{ mol}) (450 \text{ K}) =$$

$(T_B - T_A) \text{ K}$
 $(750 - 300) \text{ K}$

$$= 39264,75 \text{ J} \approx \boxed{3,93 \times 10^4 \text{ J}}$$

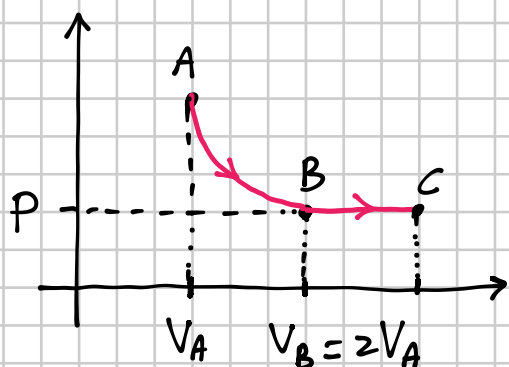
$$3) \Delta U = \frac{l}{2} n R \Delta T = \frac{5}{2} (3 \text{ mol}) \left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \right) (450 \text{ K}) =$$

$$= 28046,25 \text{ J} \approx \boxed{2,80 \times 10^4 \text{ J}}$$

6 ★★★ Un recipiente cilindrico contiene 11×10^{23} molecole di neon. Il gas si espande isotermicamente alla temperatura di 350 K fino a raggiungere un volume pari al doppio di quello iniziale. Successivamente viene riscaldato di 20 °C mantenendo la pressione costante di 1,1 atm.

- Calcola il lavoro svolto durante tutta la trasformazione.
- Calcola la variazione di energia interna totale.
- Calcola il calore totale assorbito o ceduto.

[3,9 kJ; $4,5 \times 10^2$ J; 4,5 kJ]



1) Tratto AB $V_B = 2V_A$

$$W_{A \rightarrow B} = n R T \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) =$$

$$= \frac{N}{N_A} R T \ln 2 =$$

$$= \frac{11 \times 10^{23}}{6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}} \left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \right) (350 \text{ K}) \ln 2 = 3682,531 \dots \text{ J}$$

Tratto BC

$$W_{B \rightarrow C} = p \Delta V =$$

$$V_C = \frac{n R T_C}{p} \quad V_B = \frac{n R T_B}{p}$$

$$= p \left(\frac{n R T_C}{p} - \frac{n R T_B}{p} \right) = n R (T_C - T_B) =$$

$$= \left(\frac{11}{6,022} \text{ mol} \right) \left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \right) (20 \text{ K}) = 303,5868 \dots \text{ J}$$

$$W_{\text{TOT.}} = 3682,531 \dots \text{ J} + 303,5868 \dots \text{ J} = 3986,1 \dots \text{ J}$$

$$\approx \boxed{3,99 \text{ kJ}}$$

$$2) \Delta U_{A \rightarrow B} = 0 \quad (\text{TR. ISOTERMA})$$

$$\Delta U_{B \rightarrow C} = \frac{3}{2} n R \Delta T = \frac{3}{2} \left(\frac{11}{6,022} \text{ mol} \right) \left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \right) (20 \text{ K}) =$$

$$= 455,38 \dots \text{ J}$$

$$\Delta U_{\text{TOT}} = \Delta U_{A \rightarrow B} + \Delta U_{B \rightarrow C} \simeq \boxed{4,5 \times 10^2 \text{ J}}$$

$$3) \Delta U = Q - W \Rightarrow Q = \Delta U + W =$$

$$= 455,38 \dots \text{ J} + 3986,1 \dots \text{ J} =$$

$$= 4441,48 \dots \text{ J} \simeq \boxed{4,4 \text{ kJ}}$$