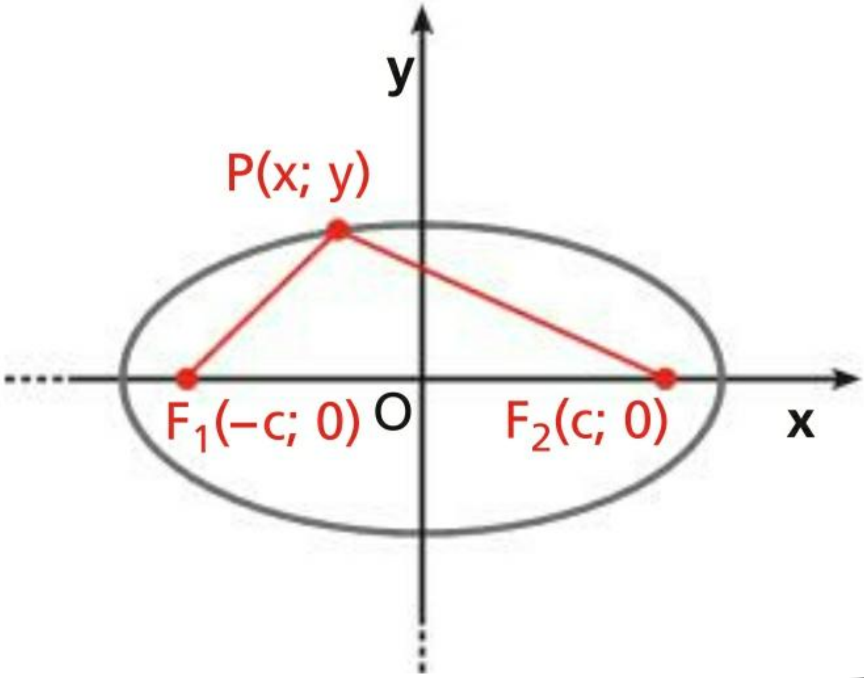
19/4/2018



$2a > 2c$

$\Downarrow$

$a > c$

$$\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a \rightsquigarrow \boxed{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1} \quad (*)$$

abbiamo elevato 2 volte al quadrato

1) $-\overline{PF_1} - \overline{PF_2} = 2a$

2) $\overline{PF_1} - \overline{PF_2} = 2a$

3) $-\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a$

anche queste condizioni mi fanno giungere all'equazione (*)

1) è ASSURDA perché il 1° membro è negativo e il 2° positivo

2) e 3) non possono valere perché o ancora il 1° membro è negativo e il 2° positivo, oppure, dato che nel triangolo PF_1F_2 la differenza dei 2 lati $\overline{PF_1}$ e $\overline{PF_2}$ deve essere minore del 3° lato, si ha $2a < 2c \longrightarrow a < c$, mentre ho supposto che $a > c$!!

Quindi 1), 2), 3) non possono valere e $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a$ è equivalente a $\boxed{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1}$

15 $\frac{4x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

$$\frac{x^2}{\frac{9}{4}} + \frac{y^2}{16} = 1$$

Siccome $b^2 = 16 > \frac{9}{4} = a^2$, i fuochi sono sull'asse y

VERTICI

$A_1\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ $A_2\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

$B_1(0, -4)$ $B_2(0, 4)$

$$c^2 = b^2 - a^2 = 16 - \frac{9}{4}$$

$$c = \sqrt{\frac{64-9}{4}} = \frac{\sqrt{55}}{2}$$

FUOCHI

$F_1\left(0, -\frac{\sqrt{55}}{2}\right)$ $F_2\left(0, \frac{\sqrt{55}}{2}\right)$

ECCENTRICITÀ

$$e = \frac{c}{b} = \frac{\frac{\sqrt{55}}{2}}{4} = \frac{\sqrt{55}}{8}$$

22 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = \frac{1}{3}$ $\rightsquigarrow$ $\frac{\cancel{3}x^2}{\cancel{9}\,3} + \frac{3y^2}{4} = 1$ $\quad \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{\frac{4}{3}} = 1$

fuochi sull'asse x

$a^2 = 3 > \frac{4}{3} = b^2$ $\quad a = \sqrt{3}$ $\quad b = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$c^2 = 3 - \frac{4}{3} = \frac{5}{3}$ $\quad c = \sqrt{\frac{5}{3}}$

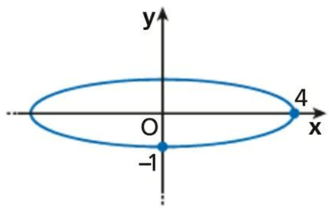
$A_1(-\sqrt{3}, 0)$ $A_2(\sqrt{3}, 0)$

$B_1\left(0, -\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ $B_2\left(0, \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$

fuochi $F_1\left(-\sqrt{\frac{5}{3}}, 0\right)$ $F_2\left(\sqrt{\frac{5}{3}}, 0\right)$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{\frac{5}{3}}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{5}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

28



$a = 4 \quad b = 1$

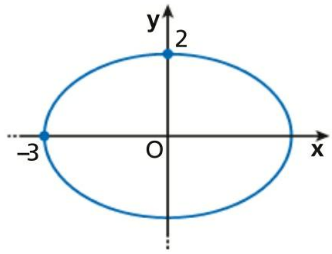
$$\frac{x^2}{16} + y^2 = 1$$

$$c = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}$$

$$F_1\left(-\sqrt{15}, 0\right) \quad F_2\left(\sqrt{15}, 0\right)$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

29



$a = 3 \quad b = 2$

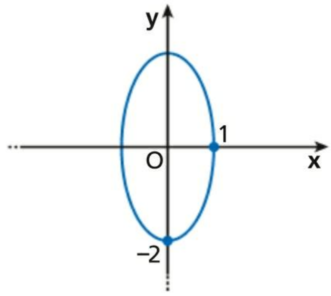
$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$c = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$$

$$F_1\left(-\sqrt{5}, 0\right) \quad F_2\left(\sqrt{5}, 0\right)$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

30



$a = 1 \quad b = 2$

$$x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$c = \sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{3}$$

$$F_1\left(0, -\sqrt{3}\right) \quad F_2\left(0, \sqrt{3}\right)$$

$$e = \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

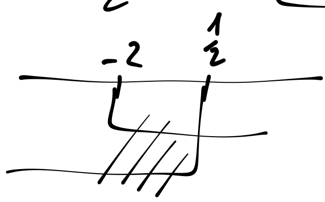
75 ●●
Data l'equazione $\frac{x^2}{k+2}+\frac{y^2}{1-2k}=1$, stabilisci per quali valori di k:

a. rappresenta un'ellisse;

b. rappresenta un'ellisse con i fuochi sull'asse x ed eccentricità $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\left[\text{a)} -2<k<\frac{1}{2}\text{; b)}\ k=0\right]$

a) $\begin{cases} k+2>0 \\ 1-2k>0 \end{cases}$ $\begin{cases} k>-2 \\ 2k<1 \end{cases}$ $\begin{cases} k>-2 \\ k<\frac{1}{2} \end{cases}$ $\Longrightarrow \boxed{-2<k<\frac{1}{2}}$



b) $\begin{cases} -2<k<\frac{1}{2} \\ k+2>1-2k \\ \dfrac{\sqrt{k+2-1+2k}}{\sqrt{k+2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

$$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=$$
$$=\frac{\sqrt{k+2-(1-2k)}}{\sqrt{k+2}}$$

$\begin{cases} -2<k<\frac{1}{2} \\ k>-\frac{1}{3} \\ \ldots\ldots \end{cases} \Longrightarrow -\frac{1}{3}<k<\frac{1}{2}$

elevo al quadrato

$$\frac{3k+1}{k+2}=\frac{1}{2}$$
$$2(3k+1)=k+2$$
$$6k+\cancel{2}=k+\cancel{2}$$
$$\boxed{k=0}$$

ok