16/4/2021

12 ★★★ Due eventi, che hanno luogo in $x_1 = 4{,}2$ m e in $x_2 = 7{,}7$ m, avvengono agli istanti $t_1 = 53$ ns e $t_2 = 65$ ns. Le coordinate y e z dei due eventi sono uguali.

▶ Mostra che esiste un sistema di riferimento S' in cui i due eventi avvengono nello stesso luogo.

▶ Calcola l'intervallo di tempo che li separa in S'.

[2,8 ns]

$$\Delta\sigma^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 = \left(3{,}00\times10^8\ \frac{m}{s}\right)^2 \left(12\times10^{-9}\ s\right)^2 - (3{,}5\ m)^2 =$$

$x_1 = 4{,}2\ m \qquad x_2 = 7{,}7\ m$

$t_1 = 53\times10^{-9}\ s \qquad t_2 = 65\times10^{-9}\ s$

$= 12{,}96\ m^2 - 12{,}25\ m^2 =$

$= 0{,}71\ m^2 > 0$ INTERVALLO DI TIPO TEMPO

$\Downarrow$

$\exists$ S.R.I. S' cui E_1 ed E_2 avvengono nello stesso luogo

In S' si ha che $\Delta x' = 0$

$$\Delta\sigma^2 = \Delta\sigma'^2 = c^2 \underbrace{\Delta t'^2}_{\text{TEMPO PROPRIO}} - \underbrace{\Delta x'^2}_{=0} = 0{,}71\ m^2$$

$$\Rightarrow \Delta t' = \frac{\Delta\sigma}{c} = \frac{\sqrt{0{,}71\ m^2}}{3{,}0\times10^8\ \frac{m}{s}} = 0{,}28087\ldots\times10^{-8}\ s$$

$$\simeq 2{,}8\times10^{-9}\ s = \boxed{2{,}8\ ns}$$

13 ★★★ Due eventi, che hanno luogo in $x_1 = 1{,}8$ m e in $x_2 = 9{,}9$ m, avvengono agli istanti $t_1 = 18$ ns e $t_2 = 22$ ns. Le coordinate y e z dei due eventi sono uguali.

- Mostra che esiste un sistema di riferimento S' in cui i due eventi avvengono nello stesso istante.
- Calcola la loro distanza spaziale in S'.

[8 m]

$x_1 = 1{,}8\ m$ $\qquad$ $x_2 = 9{,}9\ m$

$t_1 = 18\ ns$ $\qquad$ $t_2 = 22\ ns$

$$\Delta\sigma^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 = \left(3{,}0\times10^8\ \frac{m}{s}\right)^2\left(4\times10^{-9}\ s\right)^2 - (8{,}1\ m)^2 =$$

$$= 144\times10^{-2}\ m^2 - 65{,}61\ m^2 = 1{,}44\ m^2 - 65{,}61\ m^2 =$$

$$= -64{,}17\ m^2 < 0$$ INT. DI TIPO SPAZIO

$\Downarrow$

$\exists$ S.R.I. S' in cui i due eventi sono simultanei

$$\Delta\sigma^2 = \Delta\sigma'^2 = c^2\underbrace{\Delta t'^2}_{=0} - \Delta x'^2 \Rightarrow -\Delta x'^2 = -64{,}17\ m^2$$

$\Downarrow$

$$\Delta x' = \sqrt{64{,}17}\ m$$

$$= 8{,}0106\ldots\ m$$

$$\simeq \boxed{8{,}0\ m}$$

14 ★★★ Un'astronave viaggia verso una costellazione che dista 25 a.l. dalla Terra. Gli scienziati del centro spaziale a Terra hanno previsto una durata di viaggio di 28 anni, misurata sulla Terra.

- Calcola la velocità dell'astronave. S'
- Calcola la durata del viaggio misurata dagli orologi dell'astronave, usando l'intervallo invariante.

[0,89 c; 13 anni]

1 a.l. = distanza che la luce percorre in 1 anno

25 a.l. = distanza che la luce percorre in 25 anni

$c \cdot \Delta t$ = distanza che la luce percorre in un tempo Δt
= Δt luce

anni

$25 \text{ a.l.} = c \cdot (25\, a)$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{c \cdot (25\, \cancel{a})}{28\, \cancel{a}} = \frac{25}{28} c = 0{,}8928\ldots c \simeq \boxed{0{,}89\, c}$$

1° MODO: uso l'intervallo invariante

$$c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 = c^2 \Delta t'^2 - \underbrace{\Delta x'^2}_{=0}$$

perché per l'astronave S' partenza/arrivo avvengono nello stesso luogo

$$(c\Delta t)^2 - \Delta x^2 = (c\Delta t')^2$$

$$(28\, al)^2 - (25\, al)^2 = (c\Delta t')^2$$

$$c\Delta t' = \sqrt{28^2 - 25^2}\ al = 12{,}6095..\ al \simeq 13\, al \Rightarrow \boxed{\Delta t' = 13\, a}$$

2° MODO: uso la formula di dilatazione dei tempi

$$\Delta t = \gamma \underbrace{\Delta t'}_{\text{TEMPO PROPRIO}} \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{con } \beta = \frac{25}{28} = 0{,}8928\ldots$$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\gamma} = \sqrt{1-\beta^2} \cdot \Delta t = \sqrt{1-\left(\frac{25}{28}\right)^2} \cdot (28\,a) =$$

$$= 12{,}6095\ldots\,a \simeq \boxed{13\,a}$$