9/1/2018

CIRCONFERENZA - REPRISE

$$\boxed{x^2+y^2+ax+by+c=0}$$

$C(\alpha,\beta)$ $\quad \alpha=-\frac{a}{2} \quad \beta=-\frac{b}{2}$

CENTRO

RAGGIO $r=\sqrt{\alpha^2+\beta^2-c}$

Se il radicando è <0 NON è una circonferenza

$$\boxed{(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2}$$

ES. trova l'eq. della circ. di centro $C(-1,2)$ e raggio $r=3$

$$(\underbrace{x+1}_{-(-1)})^2+(y-2)^2=3^2$$

$$x^2+2x+1+y^2-4y+4-9=0$$

$$\boxed{x^2+y^2+2x-4y-4=0}$$

ESEMPIO Stabilisci se la seguente è l'equazione di una circonferenza

$$x^2+y^2-4x-6y+13=0$$

CANDIDATO CENTRO $\alpha=-\frac{a}{2}=2 \quad \beta=-\frac{b}{2}=3$

$C(2,3)$

$r=\sqrt{2^2+3^2-13}=0$ $\Rightarrow$ CIRCONFERENZA DEGENERE

RAGGIO NULLO

$\Downarrow$

SOLO IL PUNTO $C(2,3)$

$$x^2+y^2-4x-6y+\underbrace{13}_{4+9}=0$$ è soddisfatta **SOLO** dal punto $C(2,3)$

si può riscrivere così

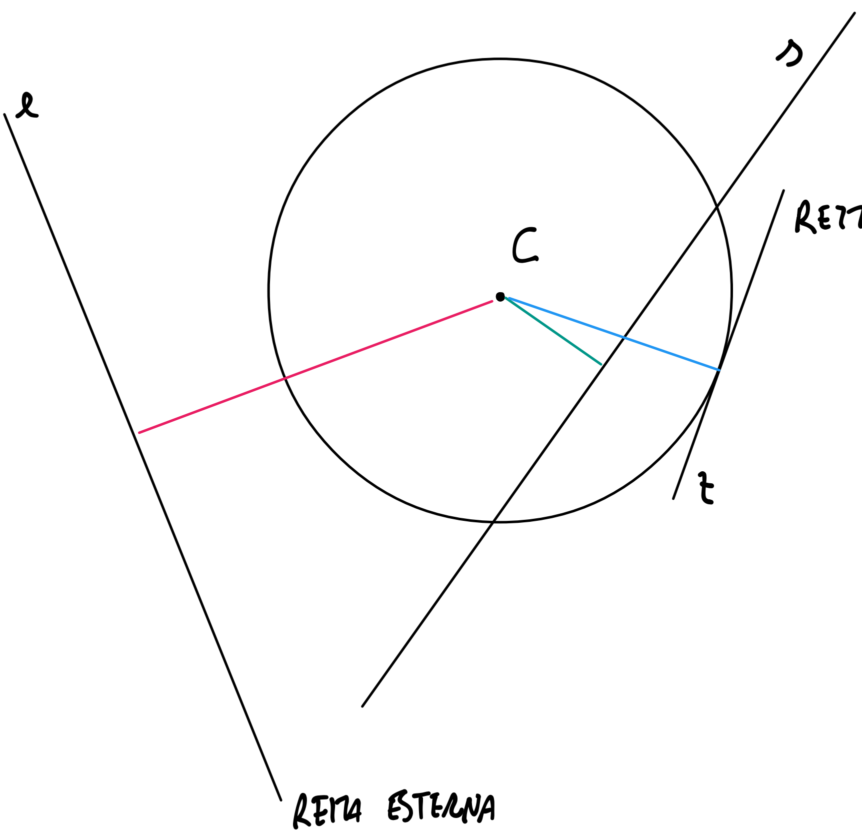
$$(x-2)^2+(y-3)^2=0$$

la somma dei due quadrati è 0 solo se entrambi sono 0, cioè

$$(x-2)^2=0 \implies x=2$$

$$(y-3)^2=0 \implies y=3$$

RETTA E CIRCONFERENZA



RETTA SECANTE (2 PUNTI DI INTERS.)

RETTA TANGENTE (1 PUNTO DI INTERS.)

RETTA ESTERNA (NESSUNA INTERSEZ.)

$d(C, e) >$ RAGGIO

$d(C, s) <$ RAGGIO

$d(C, t) =$ RAGGIO

146 $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0, \qquad x + 3y + 4 = 0.$

$C(-2, 1) \quad r = \sqrt{4+1-0} = \sqrt{5}$

DISTANZA CENTRO - RETTA

$$d = \frac{|-2+3\cdot 1+4|}{\sqrt{1+9}} = \frac{5}{\sqrt{10}} \cdot \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{\cancel{5}\sqrt{10}}{\cancel{10}_2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$d < \sqrt{5} \Rightarrow$ RETTA SECANTE

$$\begin{cases} x^2+y^2+4x-2y=0 \\ x+3y+4=0 \Rightarrow x=-3y-4 \end{cases}$$

$$\underbrace{(-3y-4)^2+y^2+4(-3y-4)-2y=0}_{\text{EQ. RISOLVENTE}}$$

$9y^2 + \cancel{16} + 24y + y^2 - 12y - \cancel{16} - 2y = 0$

$10y^2 + 10y = 0 \qquad y^2 + y = 0 \qquad y(y+1) = 0$ $\nearrow y = 0 \quad A(-4, 0)$; $\searrow y = -1 \quad B(-1, -1)$

$\Delta > 0$

147 $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0,$ $y - 3x = 0.$ r_1

$y = 3x$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0 \\ y = 3x \end{cases}$$

$\Rightarrow x^2 + (3x)^2 - 6x + 2(3x) = 0$

$x^2 + 9x^2 - \cancel{6x} + \cancel{6x} = 0$

$10x^2 = 0$

$x^2 = 0 \quad \Delta = 0$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad A(0;0)$$

$r_1 : -3x + y = 0$

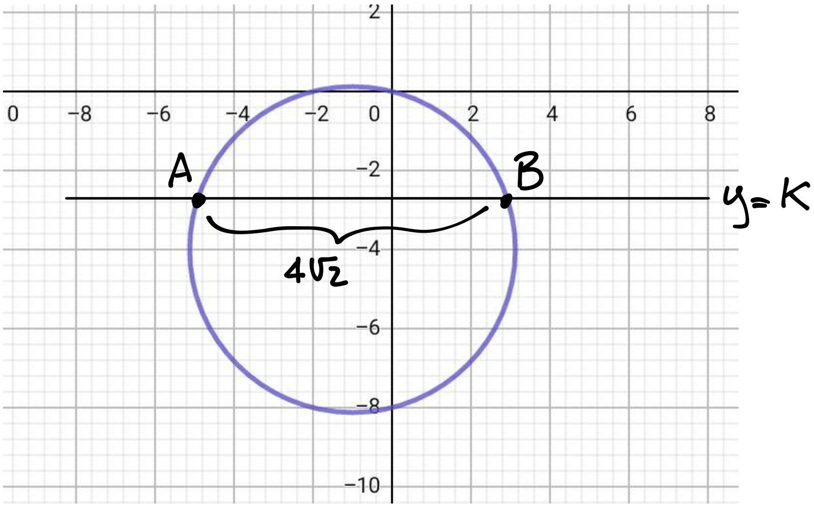
$C(3;-1) \quad r = \sqrt{9+1-0} = \sqrt{10}$

$$d(C;r_1) = \frac{|-9-1|}{\sqrt{9+1}} = \frac{10}{\sqrt{10}} \cdot \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{\cancel{10}\sqrt{10}}{\cancel{10}} = \sqrt{10}$$

$$\boxed{d(C, r_1) = r}$$

PAG. 373

155 Scrivi l'equazione della retta parallela all'asse x sulla quale la circonferenza di equazione $x^2+y^2+2x+8y=0$ stacca una corda di misura $4\sqrt{2}$. $[y=-7; y=-1]$



$\overline{AB} = 4\sqrt{2}$

↓

devo trovare A e B, dipendenti da K

$$\begin{cases} x^2+y^2+2x+8y=0 \\ y=K \end{cases} \hookrightarrow x^2+K^2+2x+8K=0$$

$$x^2+2x+\underbrace{K^2+8K}_{c}=0 \qquad x=-1\pm\sqrt{1-K^2-8K}$$

$$A\left(-1-\sqrt{1-K^2-8K}\,,\,K\right) \qquad B\left(-1+\sqrt{1-K^2-8K}\,,\,K\right)$$

$$\overline{AB}=4\sqrt{2}$$

$$x_B-x_A=4\sqrt{2}$$

$$\cancel{-1}+\sqrt{1-K^2-8K}\cancel{+1}+\sqrt{1-K^2-8K}=4\sqrt{2}$$

$$\cancel{2}\sqrt{1-K^2-8K}=\cancel{4}^{\,2}\sqrt{2}$$

$$\sqrt{1-K^2-8K}=2\sqrt{2}$$

$$1-K^2-8K=8$$

$$K^2+8K+7=0$$

$$(K+7)(K+1)=0 \quad \begin{matrix}\nearrow K=-1 \\ \searrow K=-7\end{matrix}$$

$$\boxed{\begin{matrix} y=-1 \\ y=-7 \end{matrix}}$$

193 Scrivi le equazioni delle rette tangenti alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 2x - 10y + 13 = 0$ condotte dall'origine. $[2x - 3y = 0; 3x + 2y = 0]$

1) ESATTAMENTE COME PER LA PARABOLA $(\Delta = 0)$

$O(0,0)$

$\hookrightarrow y = mx$

$$\begin{cases} x^2+y^2-2x-10y+13=0 \\ y=mx \end{cases}$$

$$x^2+m^2x^2-2x-10mx+13=0$$

$$(1+m^2)x^2-2(1+5m)x+13=0$$

$$\Delta = 0 \quad \left[\frac{\Delta}{4}=0\right]$$

$$\downarrow$$

$$(1+5m)^2-13(1+m^2)=0$$

$$1+25m^2+10m-13-13m^2=0$$

$$12m^2+10m-12=0$$

$$6m^2+5m-6=0$$

$$\Delta = 25+144=169=13^2$$

$$m = \frac{-5 \pm 13}{12} = \begin{cases} -\frac{18}{12} = -\frac{3}{2} \\ \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$y = -\frac{3}{2}x$ 1° TANG.

$y = \frac{2}{3}x$ 2° TANG.

2) PORRE DISTANZA CENTRO-RETTA UGUALE AL RAGGIO

$y = mx$ $\qquad$ $x^2+y^2-2x-10y+13=0$

$\downarrow$ $\qquad$ $C(1,5) \qquad r = \sqrt{1+25-13} = \sqrt{13}$

$mx - y = 0$

$d(C, \text{retta}) = r$

$$\frac{|m-5|}{\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{13}$$

$|m-5| = \sqrt{13}\cdot\sqrt{m^2+1}$ elevo al quadrato

$(m-5)^2 = 13(m^2+1)$

$m^2+25-10m-13m^2-13=0$

$-12m^2-10m+12=0$

$6m^2+5m-6=0 \quad \ldots\ldots \Longrightarrow \quad m=-\frac{3}{2}$

$m = \frac{2}{3} \qquad \ldots\ldots$

196 Trova le equazioni delle rette tangenti alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 8x - 2y - 8 = 0$ condotte dal punto $P(1; 0)$. $[x = 1; 12x - 5y - 12 = 0]$

$$\left.\begin{array}{l} y - 0 = m(x-1) \\ y = mx - m \qquad mx - y - m = 0 \end{array}\right] \text{FASCIO PER } P(1,0)$$

$$x^2 + y^2 + 8x - 2y - 8 = 0$$

$$\downarrow$$

$$C(-4,1) \qquad r = \sqrt{16+1+8} = 5$$

$$\frac{|-4m-1-m|}{\sqrt{m^2+1}} = 5 \qquad |-5m-1| = 5\sqrt{m^2+1}$$

$$25m^2 + 1 + 10m = 25(m^2+1)$$

$$\cancel{25m^2} + 1 + 10m - \cancel{25m^2} - 25 = 0$$

$$10m = 24 \qquad m = \frac{12}{5} \Rightarrow \boxed{y = \frac{12}{5}x - \frac{12}{5}}$$

dato che le tangenti devono essere due, quella mancante è la retta esclusa dal fascio, cioè

$$\boxed{x = 1}$$