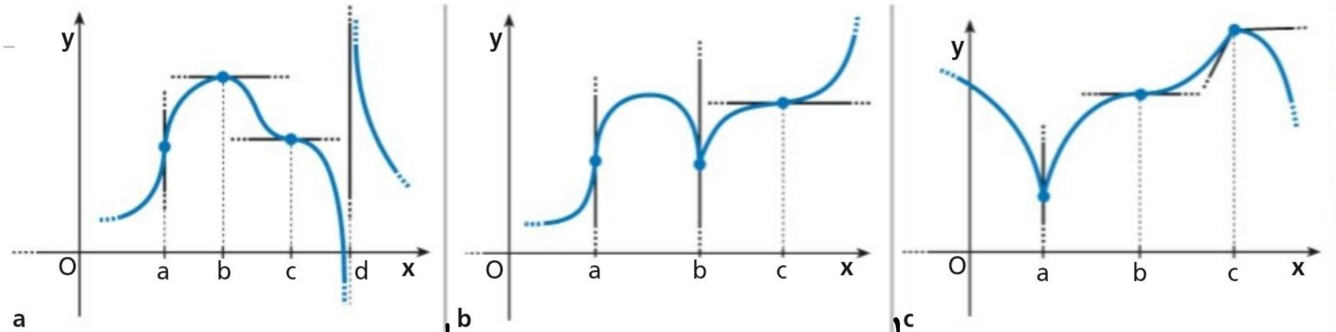
14/1/2021

LEGGI IL GRAFICO In ognuno dei seguenti grafici indica i punti di non derivabilità, distinguendo i flessi a tangente parallela all'asse *y*, le cuspidi e i punti angolosi.

14



a

a = FLESSO A TANG. VERT.

$f'(b) = 0 \quad f'(c) = 0$

$d \notin$ dom

b

a = flesso a tang. vert.

b = cuspide

$f'(c) = 0$

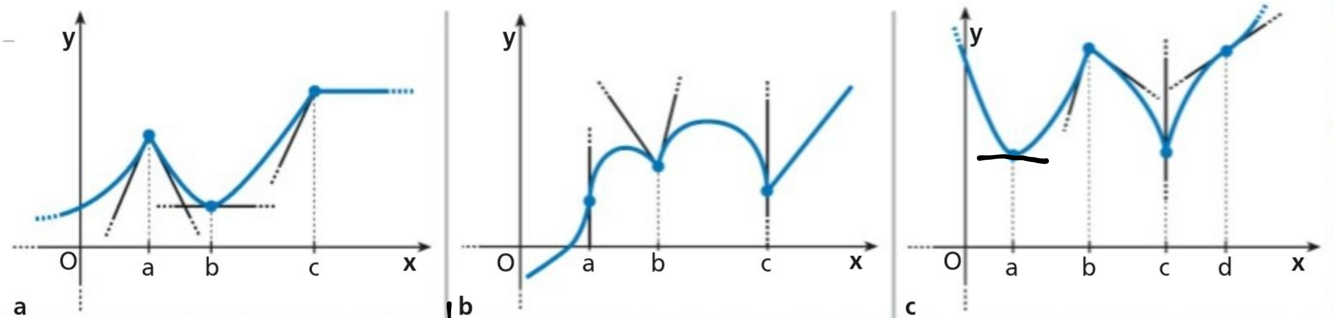
c

a = cuspide

$f'(b) = 0$

c = punto angoloso

15



a

a = p.to angoloso

$f'(b) = 0$

c = p.to angoloso

b

a = flesso a t. vert.

b = p.to angoloso

c = p.to angoloso

$f'_-(c) = -\infty$

$f'_+(c) > 0$ finita

c

$f'(a) = 0$

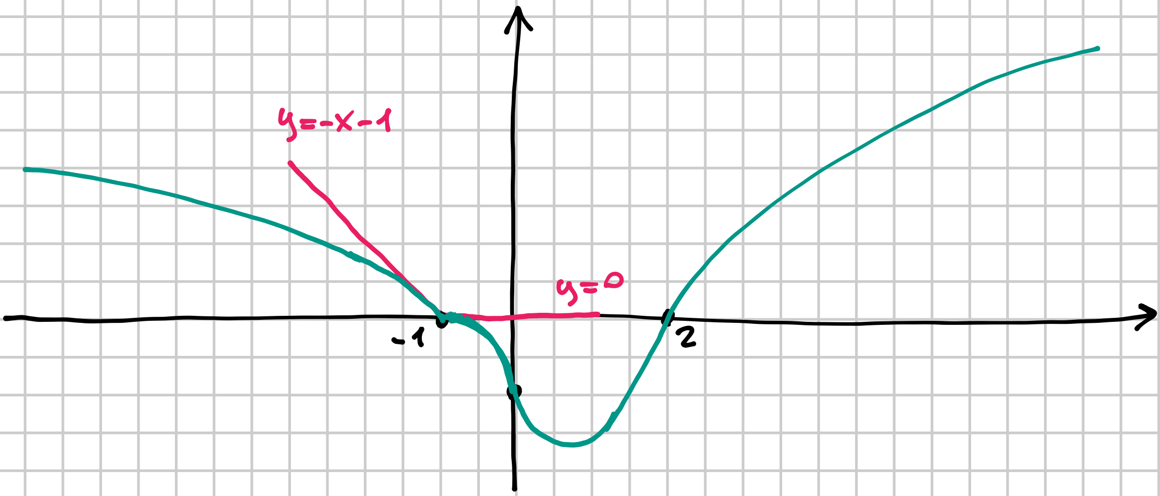
b = p.to angoloso

c = cuspide

d = flesso a tangente obliqua (è punto di derivabilità)

$f'(d) > 0$

18 Il dominio di $f(x)$ è $\mathbb{R}$. $f(x)$ è positiva per $x < -1 \vee x > 2$. Il punto $(-1; 0)$ è angoloso con tangente sinistra di equazione $y = -x - 1$ e tangente destra di equazione $y = 0$. Il grafico di $f(x)$ ha un flesso a tangente parallela all'asse y nel punto $(0; -1)$.



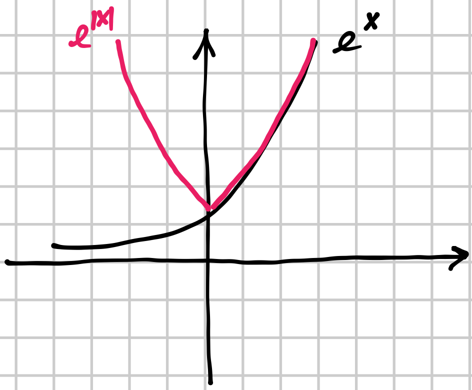
31 $y = \begin{cases} e^{|x|} & \text{se } x < 1 \\ \dfrac{1-x}{x-2} & \text{se } x \geq 1 \wedge x \neq 2 \end{cases}$

[$x = 0$ punto angoloso,
$x = 1$ punto di discontinuità di I specie,
~~$x = 2$ punto singolare di II specie~~]

Studiare continuità e derivabilità della funzione

Dove si annulla il modulo
Nel punto di raccordo

possono esserci problemi



1) $x = 0$

$$e^{|x|} = \begin{cases} e^{x} & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ e^{-x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

$$\left[e^{|x|}\right]' = \begin{cases} e^{x} & \text{se } 0 < x < 1 \\ -e^{-x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} (-e^{-x}) = -1$$

$$f'_+(0) = \lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} e^{-x} = 1$$

0 è punto angoloso

2) $f(1) = 0$ $\qquad \lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} \frac{1-x}{x-2} = 0$

PUNTO DI RACCORDO

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} e^{|x|} = e$$

1 è una discontinuità di tipo salto (I SPECIE)

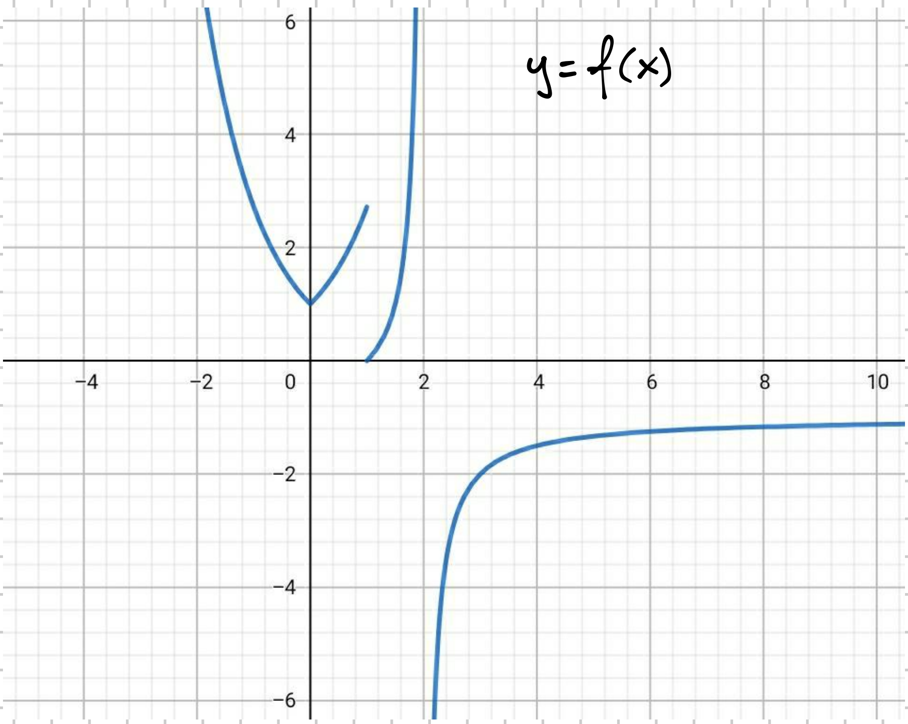
2 NON FA PARTE DEL DOMINIO!! QUINDI NON È DA CONSIDERARE

Quello che possiamo fare è calcolare $\lim_{x \to 2^{\pm}} f(x)$

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} \frac{1-x}{x-2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^+} \frac{1-x}{x-2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

la retta $x = 2$ è asintoto verticale



48 $f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x^2+3} & \text{se } x \le 1 \\ b \ln x + (2a+1)x & \text{se } x > 1 \end{cases}$

$\left[a = 1, b = -\frac{5}{2}\right]$

Determinare a, b in modo che f sia derivabile in $\mathbb{R}$

CONTINUITÀ $\Rightarrow \lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^+} f(x) \quad [= f(1)]$

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} \left[a + \sqrt{x^2+3}\right] = a + 2$$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} \left[b \ln x + (2a+1)x\right] = 2a + 1$$

$$a + 2 = 2a + 1 \Rightarrow a = 1$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \sqrt{x^2+3} & \text{se } x \le 1 \\ b \ln x + 3x & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{x^2+3}} & \text{se } x < 1 \\ \dfrac{b}{x} + 3 & \text{se } x > 1 \end{cases} = \begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}} & \text{se } x < 1 \\ \dfrac{b}{x} + 3 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

DERIVABILITÀ IN 1 $\Rightarrow \lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^+} f(x)$

$$f'_-(1) = \lim_{x \to 1^-} \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{1}{2} \qquad f'_+(1) = \lim_{x \to 1^+} \left(\frac{b}{x} + 3\right) = b + 3$$

$$b + 3 = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} a = 1 \\ b = -\frac{5}{2} \end{array}}$$