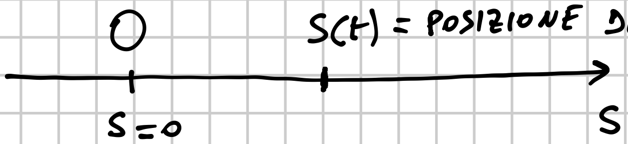
19/5/2021

APPLICAZIONE DEGLI INTEGRALI IN FISICA

MOTO RETTILINEO



$S(t)$ = POSIZIONE DEL PUNTO MATERIALE ALL'ISTANTE t

VAR. DIPENDENTE — VAR. INDIPENDENTE

$S = S(t)$ POSIZIONE

$v = v(t)$ VELOCITÀ

$a = a(t)$ ACCELERAZIONE

$$v = \frac{ds}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

$v \Rightarrow s = ?$

$s(t_0) = s_0$

$$s(t) = \int_{t_0}^{t} v(t')\,dt' + s(t_0)$$

$$s(t) - s(t_0) = \int_{t_0}^{t} v(t')\,dt'$$

$a \Rightarrow v = ?$

$v(t_0) = v_0$

$$v(t) = \int_{t_0}^{t} a(t')\,dt' + v(t_0)$$

ESEMPIO : MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO (RETTILINEO)

$a =$ costante

$v_0 = v(0)$ (ISTANTE $t=0$)

$s_0 = s(0)$ (ISTANTE $t=0$)

$$v(t) = \int_0^t a\,dt' + v_0 = \left[a t'\right]_0^t + v_0 =$$

$$= at + v_0$$

$$s(t) = \int_0^t v(t')\,dt' + s_0 = \int_0^t (at' + v_0)\,dt' + s_0$$

$$= \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + s_0$$

553 **MOTO RETTILINEO** Un punto materiale si muove su una retta, su cui è stato fissato un sistema di riferimento, con velocità in m/s $v(t) = \cos \pi t$, dove il tempo t è misurato in s. Sapendo che la posizione occupata dal corpo all'istante iniziale $t_0 = 0$ s è $s_0 = 1$, determina la legge oraria del moto del punto materiale. $\left[s(t) = \frac{\sin \pi t}{\pi} + 1\right]$

$v(t) = \cos \pi t$

$s(0) = 1$

$$s(t) = \int_0^t \cos \pi t' \, dt' + s(0) =$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^t \pi \cos \pi t' \, dt' + 1 =$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[\sin \pi t' \right]_0^t + 1 = \frac{\sin \pi t}{\pi} + 1$$

MODO ALTERNATIVO

$$v = \frac{ds}{dt}$$

$$ds = v \, dt$$

$$\int ds = \int v \, dt$$

$$s = \int \cos \pi t \, dt = \frac{\sin \pi t}{\pi} + c$$

DA TROVARE CON LA CONDIZIONE INIZIALE $s(0) = 1$

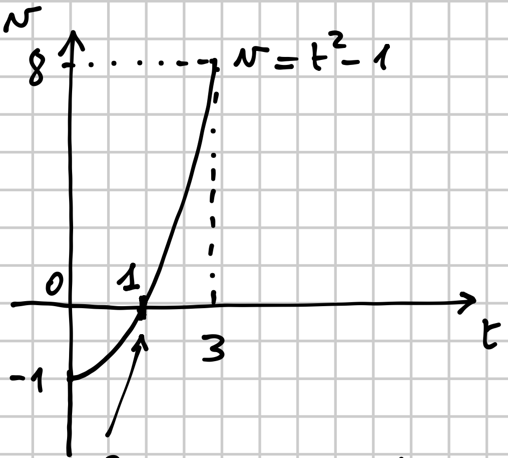
$$s(t) = \frac{\sin \pi t}{\pi} + c$$

$$s(0) = \frac{\sin 0}{\pi} + c = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$\boxed{s = s(t) = \frac{\sin \pi t}{\pi} + 1}$$

555 **MOTO RETTILINEO** Determina lo spostamento e la distanza percorsa tra gli istanti $t_0 = 0$ s e $t_1 = 3{,}0$ s da un punto materiale che si muove su una retta con velocità $v(t) = t^2 - 1$, espressa in m/s.

[6,0 m; 7,3 m]



$t^2 - 1 = 0 \Rightarrow t = 1$

$$s(t) = \int_0^t (t'^2 - 1)\,dt' + s(0)$$

$$\Downarrow$$

$$\Delta s = s(t) - s(0) = \int_0^t (t'^2 - 1)\,dt'$$

$$\Delta s = s(3) - s(0) = \int_0^3 (t^2 - 1)\,dt =$$

$$= \left[\frac{1}{3}t^3 - t\right]_0^3 = 9 - 3 = 6$$

$$\boxed{\Delta s = 6{,}0\ m}$$

DISTANZA PERCORSA

$$d = |\Delta s_1| + \Delta s_2 = \left|\int_0^1 (t^2 - 1)\,dt\right| + \int_1^3 (t^2 - 1)\,dt =$$

$$= \left|\left[\frac{1}{3}t^3 - t\right]_0^1\right| + \left[\frac{1}{3}t^3 - t\right]_1^3 =$$

$$= \left|\frac{1}{3} - 1\right| + \frac{27}{3} - 3 - \frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3} + 9 - 3 - \frac{1}{3} + 1 =$$

$$= 7 + \frac{1}{3} = 7{,}\overline{3} \Rightarrow \boxed{d = 7{,}3\ m}$$