24/1/2019

$$y = \frac{2x}{x^2 - 9}$$

1) DOMINIO $\quad x^2 - 9 \neq 0 \quad x \neq \pm 3 \quad D = (-\infty, -3) \cup (-3, 3) \cup (3, +\infty)$

2) PARI O DISPARI

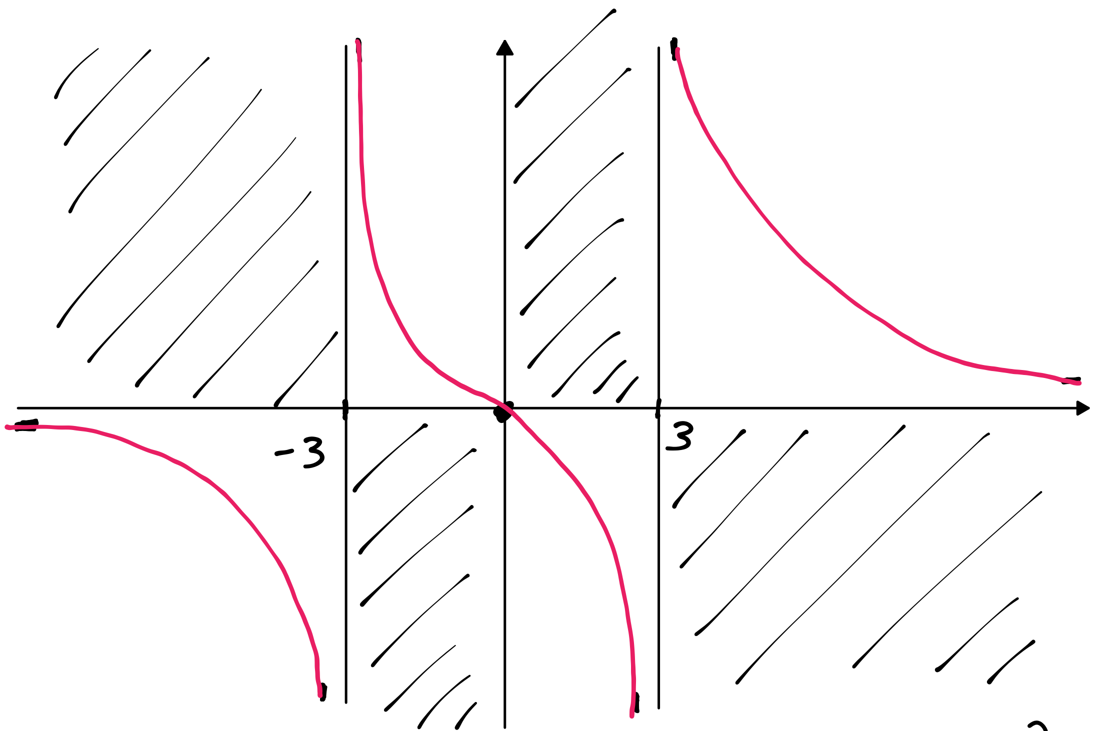
$$f(-x) = \frac{2(-x)}{(-x)^2 - 9} = -\frac{2x}{x^2 - 9} = -f(x) \Rightarrow f \text{ DISPARI}$$

3) INTERSEZIONI CON GLI ASSI

ASSE X

$$\begin{cases} y = \frac{2x}{x^2-9} \\ y = 0 \end{cases} \qquad \frac{2x}{\cancel{x^2-9}} = 0 \Rightarrow x = 0 \qquad O(0,0)$$

è anche interses. con asse y



4) STUDIO SEGNO

$$\frac{2x}{x^2-9} > 0 \qquad N \; 2x > 0 \quad x > 0$$

$$D \; x^2 - 9 > 0 \quad x < -3 \vee x > 3$$

	-3	0	3	
−	−	+	+	
+	−	−	+	
−	+	−	+	

5) LIMITI

$$D = (-\infty, -3) \cup (-3, 3) \cup (3, +\infty)$$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{2x}{x^2-9} = 0^+$ dato che è dispari $\lim_{x \to -\infty} \frac{2x}{x^2-9} = 0^-$

$y=0$ è ASINTOTO ORIZZONTALE

$$\lim_{x \to 3^+} \frac{2x}{x^2-9} = \lim_{x \to 3^+} \frac{2x}{(x-3)(x+3)} = \frac{6}{0^+ \cdot 6} = \frac{6}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \to 3^-} \frac{2x}{x^2-9} = \frac{6}{0^-} = -\infty$$

dato che è dispari $\lim_{x \to -3^+} \frac{2x}{x^2-9} = +\infty$

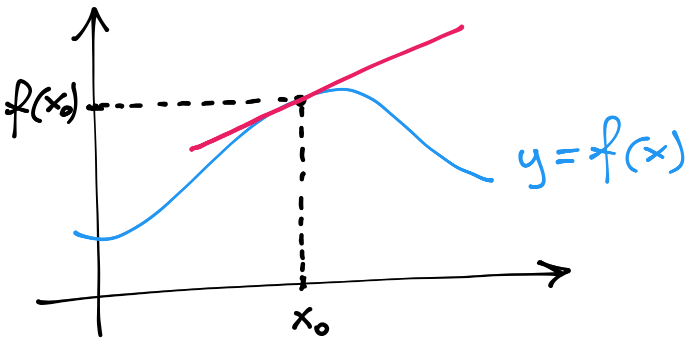
$\lim_{x \to -3^-} \frac{2x}{x^2-9} = -\infty$

6) ASINTOTI

Non cerchiamo asintoti obliqui perché abbiamo già trovato che $y=0$ è asintoto orizzontale per $x \to \pm\infty$

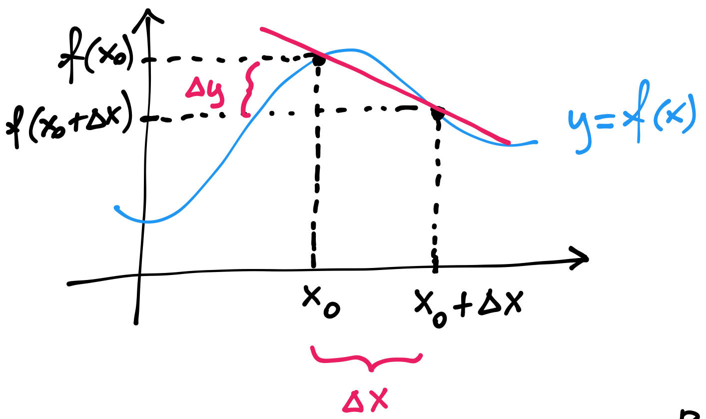
DERIVATA DI UNA FUNZIONE IN UN PUNTO

PROBLEMA: Data l'equazione di una curva $y = f(x)$ e un punto del grafico $(x_0, f(x_0))$, trovare la RETTA TANGENTE al grafico nel punto.



Il punto $(x_0, f(x_0))$ ce l'ho! Per scrivere l'equazione della retta tangente ho bisogno del COEFFICIENTE ANGOLARE giusto!

IDEA



$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{COEFFICIENTE ANGOLARE DELLA RETTA SECANTE}$$

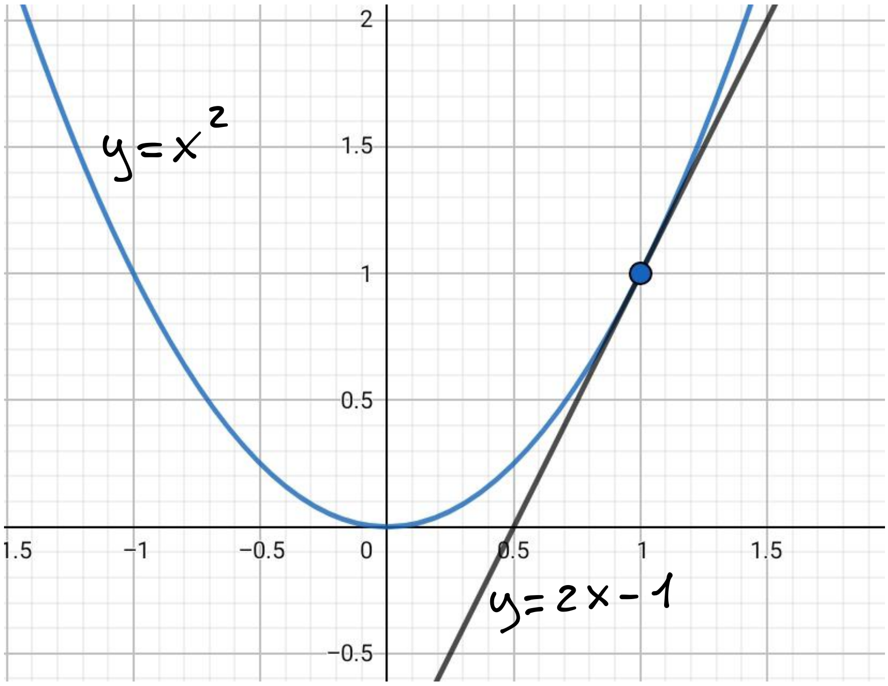
$$= \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

RAPPORTO INCREMENTALE (RELATIVO AL PUNTO x_0 E ALL'INCREMENTO Δx)

Per avere esattamente il coefficiente angolare della tangente, devo calcolare il LIMITE DEL RAPPORTO INCREMENTALE PER $\Delta x \to 0$. Questo limite si chiama DERIVATA DI f IN x_0

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

ESEMPIO: Calcolare la derivata in $x_0 = 1$ della funzione $y = x^2$ $[f(x) = x^2]$



$$\Delta y = f(1+\Delta x) - f(1) =$$

$$= (1+\Delta x)^2 - 1^2 =$$

$$= \cancel{1} + \Delta x^2 + 2\Delta x - \cancel{1} =$$

$$= \Delta x^2 + 2\Delta x$$

rapporto incrementale:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta x^2 + 2\Delta x}{\Delta x} = \frac{\cancel{\Delta x}(\Delta x + 2)}{\cancel{\Delta x}} = 2 + \Delta x$$

derivata nel punto 1:

$$f'(1) = \lim_{\Delta x \to 0} (2 + \Delta x) = 2$$

coefficiente angolare della retta tangente nel punto del grafico $(1, 1)$