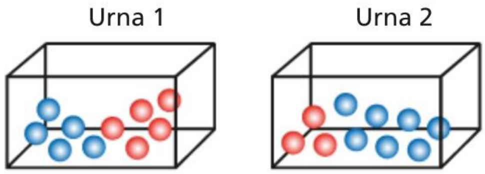
9/4/2019

266 Da ciascuna delle due urne in figura si estraggono contemporaneamente 2 palline.
Calcola quanti sono i gruppi costituiti da:



a. due palline rosse estratte dalla prima urna e due palline blu estratte dalla seconda;

b. una pallina rossa e una blu estratte da ciascuna urna;

c. tutte palline blu.

[a) 210; b) 525; c) 210]

Bisogna pensare che le palline di ciascuna urna siano distinte (ad es. sono numerate); l'ordine non conta

a) $$\underbrace{\binom{5}{2}}_{1^\circ\ \text{URNA}} \cdot \underbrace{\binom{7}{2}}_{2^\circ\ \text{URNA}} = \frac{5!}{2!\,3!} \cdot \frac{7!}{2!\,5!} = \frac{5\cdot \cancel{4}}{\cancel{2}} \cdot \frac{7\cdot 6}{\cancel{2}} = \boxed{210}$$

b) $$\underbrace{\overset{\text{ROSSA}}{5}\cdot\overset{\text{BLU}}{5}}_{1^\circ\ \text{URNA}} \cdot \underbrace{\overset{\text{ROSSA}}{3}\cdot\overset{\text{BLU}}{7}}_{2^\circ\ \text{URNA}} = \boxed{525}$$

c) $$\binom{5}{2} \cdot \binom{7}{2} = \boxed{210}$$

 YOU & MATHS Six people – Bob, Bobbie, Rob, Robbie, Robert, and Roberta – are to be divided into two study groups. The groups cannot have any person in common, and each group must contain at least one person. In how many ways can this be done?

(USA *Bay Area Math Meet, BAMM, Bowl Sampler*)

[31]

A B C D E F

A | B C D E F
AB | C D E F
ACE | B D F
. . . . .

possibili gruppi

DIVISIONI CON GRUPPI DA 1 A|BCDEF

DIVISIONI CON GRUPPI DA 2 AB|CDEF

DIVISIONI CON GRUPPI DA 3 ABC|DEF

$$6 + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= 6 + \frac{6!}{2 \cdot 4!} + \frac{6!}{3!\,3!} \cdot \frac{1}{2} = 6 + \frac{\overset{3}{\cancel{6}} \cdot 5}{\cancel{2}} + \frac{\cancel{6} \cdot 5 \cdot \overset{2}{\cancel{4}}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} =$$

$$= 6 + 15 + 10 = \boxed{31}$$

263 Un comitato di 5 persone deve essere scelto da un gruppo di 9. In quanti modi può essere scelto, se Biff e Jacob devono esservi compresi entrambi o essere entrambi esclusi, e Alice e Jane rifiutano di farne parte insieme?

(USA *Harvard-MIT Mathematics Tournament*)

[41]

BIFF JACOB A B C D E ALICE JANE

1) Considero i gruppi in cui ci sono BIFF e JACOB:

posso scegliere

a) 3 fra ABCDE $\binom{5}{3}$

b) se c'è ALICE, ne devo scegliere altre 2 fra ABCDE $\binom{5}{2}$

c) se c'è JANE, " " " " " " $\binom{5}{2}$

$\binom{5}{3}+2\binom{5}{2}$ numero dei gruppi con BIFF e JACOB

2) Considero i gruppi senza BIFF e JACOB:

posso scegliere

a) il gruppo ABCDE (senza né ALICE né JANE) 1

b) se c'è ALICE, ne devo scegliere altri 4 fra ABCDE $\binom{5}{4}=5$

c) se c'è JANE, " " " " " " $\binom{5}{4}=5$

$1+5+5$

NON CI SONO ALTRE POSSIBILITÀ

$$\binom{5}{3}+2\binom{5}{2}+11=\frac{5\cdot\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}}+\cancel{2}\cdot\frac{5\cdot 4}{\cancel{2}}+11=10+20+11=\boxed{41}$$

270 $(2a^2 + 3a^3)^4;$

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & 1 & & & \\ & & 1 & & 2 & & 1 & & \\ & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\ 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \end{array}$$

$n=2$

$n=3$

$n=4$

$$(A+B)^4 = A^4 + 4A^3B + 6A^2B^2 + 4AB^3 + B^4$$

$$(2a^2+3a^3)^4 = (2a^2)^4 + 4(2a^2)^3(3a^3) + 6(2a^2)^2(3a^3)^2 + 4(2a^2)(3a^3)^3 + (3a^3)^4 =$$

$$= 16a^8 + 96a^6a^3 \;\ldots\ldots$$

si poteva fare

$$(2a^2+3a^3)^4 = \left[a^2(2+3a)\right]^4 = a^8(2+3a)^4 =$$

$$= a^8\left[2^4 + 4\cdot 2^3\cdot 3a + 6(2^2)(3a)^2 + 4(2)(3a)^3 + (3a)^4\right] =$$

$$= a^8\left[16 + 96a + 216a^2 + 216a^3 + 81a^4\right] =$$

$$= \boxed{16a^8 + 96a^9 + 216a^{10} + 216a^{11} + 81a^{12}}$$