21/3/2019

INTERVALLO INVARIANTE

$$\Delta\sigma^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta s^2 \qquad (\text{DOVE } \Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)$$

IL SEGNO DI $\Delta\sigma^2$

1] $\Delta\sigma^2 > 0$ INTERVALLO DI TIPO TEMPO

$$c^2\Delta t^2 > \Delta s^2 \implies c|\Delta t| > |\Delta s|$$

Gli eventi E_1 ed E_2 si dicono <u>CAUSALMENTE CONNESSI</u>

2] $\Delta\sigma^2 < 0$ INTERVALLO DI TIPO SPAZIO

$$c^2\Delta t^2 < \Delta s^2 \implies c|\Delta t| < |\Delta s|$$

Gli eventi E_1 ed E_2 si dicono <u>CAUSALMENTE NON CONNESSI</u>

3] $\Delta\sigma^2 = 0$ INTERVALLO DI TIPO LUCE

$$c|\Delta t| = |\Delta s|$$

Solo un segnale luminoso può collegare E_1 ed E_2

OSSERVAZIONI

1) Se due eventi distinti sono SIMULTANEI, allora $\Delta\sigma$ è di TIPO SPAZIO

$$\Delta t = 0 \implies \Delta\sigma^2 = -\Delta s^2 < 0$$

Viceversa, se due eventi sono separati da un intervallo di tipo spazio, esiste un S.R.I. in cui essi sono simultanei (si può dimostrare)

2) Se due eventi avvengono NELLO STESSO PUNTO DELLO SPAZIO, il loro intervallo è di TIPO TEMPO

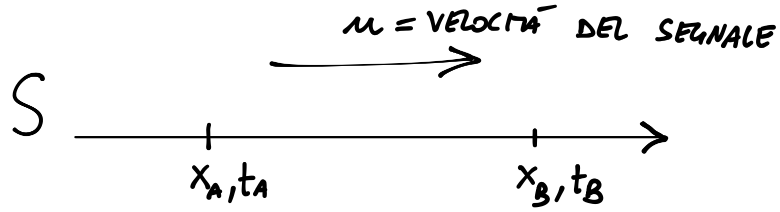
$$\Delta x = 0 \implies \Delta\sigma^2 = c^2\Delta t^2 > 0$$

Viceversa, se due eventi sono separati da un intervallo di tipo tempo, esiste un S.R.I. in cui essi si verificano nello stesso punto (si può dimostrare).

3) Se A e B sono due eventi CONNESSI CAUSALMENTE, in cui A è causa di B, l'ordine temporale "A prima di B" si realizza in tutti i S.R.I.

A = emissione di un segnale da x_A all'istante t_A

B = ricezione di un segnale in x_B all'istante t_B



$$x_B - x_A = u\,(t_B - t_A)$$

B si verifica **DOPO** A, cioè $\Delta t = t_B - t_A > 0$

Considero il S.R.I. S' con velocità v rispetto a S (lungo l'asse x)

$$\Delta t' = t'_B - t'_A \underset{\text{TR. LORENTZ}}{=} \gamma\left[(t_B - t_A) - \frac{\beta}{c}(x_B - x_A)\right] =$$

$$= \gamma\left[(t_B - t_A) - \frac{\beta u}{c}(t_B - t_A)\right] =$$

$$= \gamma\,(t_B - t_A)\left[1 - \frac{uv}{c^2}\right] =$$

$$= \gamma\,\underbrace{\left[1 - \frac{uv}{c^2}\right]}_{>0}\,\Delta t$$

Quindi

$$\Delta t > 0 \implies \Delta t' > 0$$

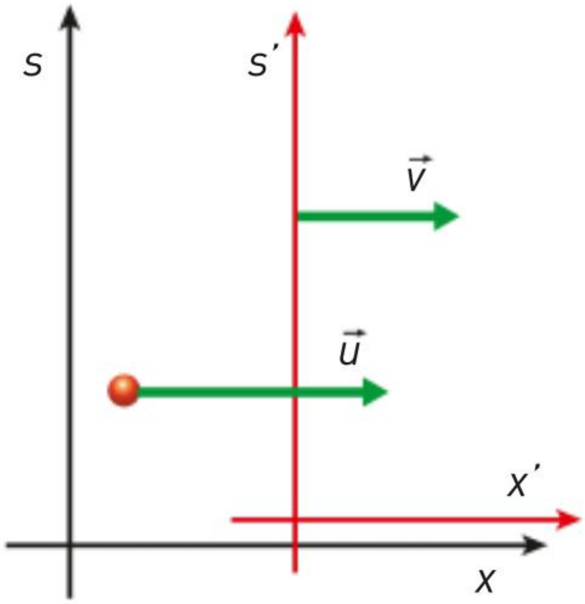
cioè anche in S' B si verifica **DOPO** A

TRASFORMAZIONI DI LORENTZ DEGLI INTERVALLI

$$\Delta x' = \gamma\left(\Delta x - v\Delta t\right)$$

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{\beta}{c}\Delta x\right)$$

LA COMPOSIZIONE RELATIVISTICA DELLE VELOCITÀ



$\vec{u}$ = velocità rispetto a S

$$\Downarrow$$

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$\vec{u}'$ = velocità rispetto a S'

$$\Downarrow$$

$$u' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'}$$

$$u' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\Delta t - \frac{\beta}{c}\Delta x} = \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t} - v}{1 - \frac{\beta}{c}\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

$$\boxed{u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}}$$

INVERSA

$$\boxed{u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}}$$

CON LE DERIVATE

$$u = \frac{dx}{dt} \qquad u' = \frac{dx'}{dt'}$$

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right) \end{cases}$$

TR. LORENTZ

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{dx'}{dt} = \gamma\left(\dfrac{dx}{dt} - v\right) \Rightarrow dx' = \gamma(u - v)\,dt \\ \dfrac{dt'}{dt} = \gamma\left(1 - \dfrac{\beta}{c}\dfrac{dx}{dt}\right) \Rightarrow dt' = \gamma\left(1 - \dfrac{\beta}{c}u\right)dt \end{cases}$$

DIVIDO MEMBRO A MEMBRO

$$u' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{u - v}{1 - \frac{\beta}{c}u} = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

51 ★★★ Aumentando del 20% la velocità di una sbarra già in moto, la sua lunghezza si riduce del 30%.

▶ Calcola la velocità iniziale della sbarra.

[0,73 *c*]

L = lunghezza propria della sbarra

$L' = \frac{L}{\gamma}$ = lunghezza a velocità v_i (iniziale) $\qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_i^2}{c^2}}}$

$L'' = \frac{L}{\bar{\gamma}}$ = lunghezza a velocità v_f (finale) $\qquad \bar{\gamma} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_f^2}{c^2}}}$

$v_f = 1{,}20\, v_i$ e $L'' = 0{,}70\, L' \Rightarrow \frac{\cancel{L}}{\bar{\gamma}} = 0{,}70 \frac{\cancel{L}}{\gamma}$

$\Rightarrow \gamma = 0{,}70\, \bar{\gamma} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_i^2}{c^2}}} = \frac{0{,}70}{\sqrt{1-\frac{1{,}2^2 v_i^2}{c^2}}}$

elevo al quadrato

$\frac{1}{\frac{c^2 - v_i^2}{\cancel{c^2}}} = \frac{0{,}49}{\frac{c^2 - 1{,}44 v_i^2}{\cancel{c^2}}} \qquad c^2 - v_i^2 = \frac{c^2 - 1{,}44 v_i^2}{0{,}49}$

$0{,}49 c^2 - 0{,}49 v_i^2 = c^2 - 1{,}44 v_i^2$

$(1{,}44 - 0{,}49) v_i^2 = (1 - 0{,}49) c^2$

$v_i = \sqrt{\frac{0{,}51}{0{,}95}}\, c = 0{,}73269\ldots c \simeq \boxed{0{,}73\, c}$