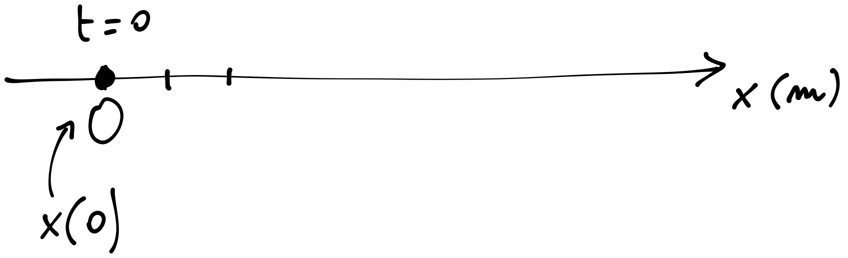
11/3/2019

QUESITI SIMULAZIONE 28/2/2019

6. Un punto materiale si muove di moto rettilineo, secondo la legge oraria espressa, per $t \geq 0$, da $x(t) = \frac{1}{9}t^2\left(\frac{1}{3}t + 2\right)$, dove $x(t)$ indica (in m) la posizione occupata dal punto all'istante t (in s). Si tratta di un moto uniformemente accelerato? Calcolare la velocità media nei primi 9 secondi di moto e determinare l'istante in cui il punto si muove a questa velocità.



Nel moto rettilineo unif. accelerato $x(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

COSTANTE

$x(t) = \frac{1}{27}t^3 + \frac{2}{9}t^2$ NON È DI 2° GRADO

Quindi NON è un moto unif. accelerato

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(9) - x(0)}{9} = \frac{\frac{1}{27}\cdot 9^{\cancel{3}\,2} + \frac{2}{\cancel{9}}\, 9^{\cancel{2}}}{\cancel{9}} = \frac{81}{27} + 2 =$$

$$= 3 + 2 = 5\ \frac{m}{s}$$

VANNO UGUAGLIATI

$$v(t) = x'(t) = \frac{3}{27}t^2 + \frac{4}{9}t = \frac{1}{9}t^2 + \frac{4}{9}t$$

$\frac{dx}{dt}$

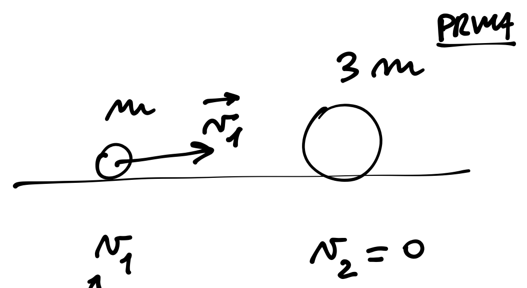
$$\frac{1}{9}t^2 + \frac{4}{9}t = 5$$

$$t^2 + 4t - 45 = 0 \qquad (t+9)(t-5) = 0$$

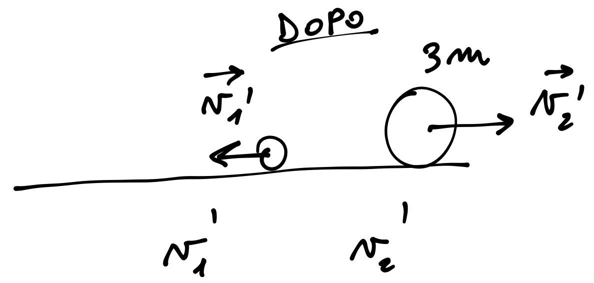
$t = -9$ N.A. $\qquad \boxed{t = 5\ s}$

7. Una sfera di massa m urta centralmente a velocità v una seconda sfera, avente massa $3m$ ed inizialmente ferma.
   a. Stabilire le velocità delle due sfere dopo l'urto, nell'ipotesi che tale urto sia perfettamente elastico.
   b. Stabilire le velocità delle due sfere dopo l'urto, nell'ipotesi che esso sia completamente anelastico. Esprimere, in questo caso, il valore dell'energia dissipata.

a)



componente cartesiana del vettore $\vec{v}_1$



$$\begin{cases} \cancel{m} v_1 + \overbrace{3\cancel{m} v_2}^{0} = \cancel{m} v_1' + 3\cancel{m} v_2' & \text{cons. quantità di moto} \\ \cancel{\tfrac{1}{2}}\cancel{m} v_1^2 + \underbrace{\cancel{\tfrac{1}{2}} 3\cancel{m} v_2^2}_{0} = \cancel{\tfrac{1}{2}}\cancel{m} v_1'^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} 3\cancel{m} v_2'^2 & \text{cons. en. cinetica} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = v_1' + 3v_2' \\ v_1^2 = v_1'^2 + 3v_2'^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_1 - v_1' = 3v_2' \\ v_1^2 - v_1'^2 = 3v_2'^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_1 - v_1' = 3v_2' \\ (v_1 - v_1')(v_1 + v_1') = 3v_2'^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{3}v_2'(v_1 + v_1') = \cancel{3}v_2'^2 \\ v_1 - v_1' = 3v_2' \end{cases} \rightarrow v_2' = 0 \Rightarrow \begin{cases} v_2' = 0 \\ v_1 = v_1' \end{cases}$$

NON SI REALIZZA FISICAMENTE

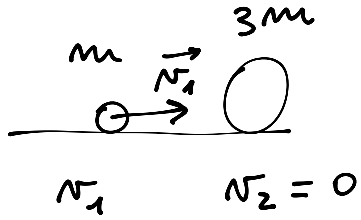
$$\begin{cases} v_1 + v_1' = v_2' \\ v_1 - v_1' = 3v_2' \end{cases}$$
$$2v_1 = 4v_2'$$

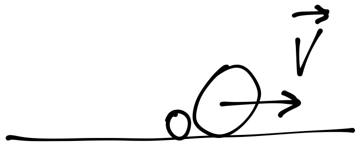
$$\begin{cases} v_2' = \frac{1}{2} v_1 \\ v_1' = v_2' - v_1 = \\ = \frac{1}{2}v_1 - v_1 = -\frac{1}{2}v_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_2' = \frac{1}{2} v_1 \\ v_1' = -\frac{1}{2} v_1 \end{cases}$$

SOLUZIONI FISICAMENTE ACCETTABILI

b)





CONS. QUANTITÀ DI MOTO $\Rightarrow$

$$m v_1 = (m + 3m) V$$

$$\Downarrow$$

$$\cancel{m} v_1 = 4 \cancel{m} V$$

$$V = \frac{1}{4} v_1$$

EN. CINETICA INIZIALE

$$K_{IN} = \frac{1}{2} m v_1^2$$

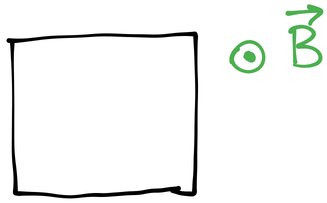
EN. CIN. FINALE

$$K_{FIN} = \frac{1}{2} (4m) V^2 = \frac{\cancel{4}m}{2} \cdot \frac{1}{\cancel{16}_4} v_1^2 =$$

$$= \frac{1}{8} m v_1^2$$

$$\mathcal{E}_{DISSIPATA} = K_{IN} - K_{FIN} = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{8} m v_1^2 = \boxed{\frac{3}{8} m v_1^2}$$

8. Un campo magnetico, la cui intensità varia secondo la legge $B(t) = B_0(2 + \text{sen}(\omega t))$, dove t indica il tempo, attraversa perpendicolarmente un circuito quadrato di lato l. Detta R la resistenza presente nel circuito, determinare la forza elettromotrice e l'intensità di corrente indotte nel circuito all'istante t. Specificare le unità di misura di tutte le grandezze coinvolte.



$$B(t) = B_0 (2 + \sin \omega t)$$

$$f_{em} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$ legge di Faraday-Neumann-Lenz

Dato che non ci sono indicazioni sul verso di $\vec{B}$, consideriamo il modulo di f_{em}

$$\Phi(\vec{B}) = l^2 B(t) = l^2 B_0 (2 + \sin \omega t)$$

$$\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = l^2 B_0 \omega \cos \omega t$$

$$|f_{em}| = l^2 B_0 \omega |\cos \omega t|$$

$$i = \frac{|f_{em}|}{R} = \frac{l^2 B_0 \omega |\cos \omega t|}{R}$$

U. MISURA

$B(t), B_0 \rightarrow$ T TESLA

$f_{em} \rightarrow$ V VOLT

$R \rightarrow \Omega$ OHM

$i \rightarrow$ A AMPERE

$\Phi(\vec{B}) \rightarrow$ Wb WEBER

$\omega \rightarrow$ rad/s

$t \rightarrow$ s