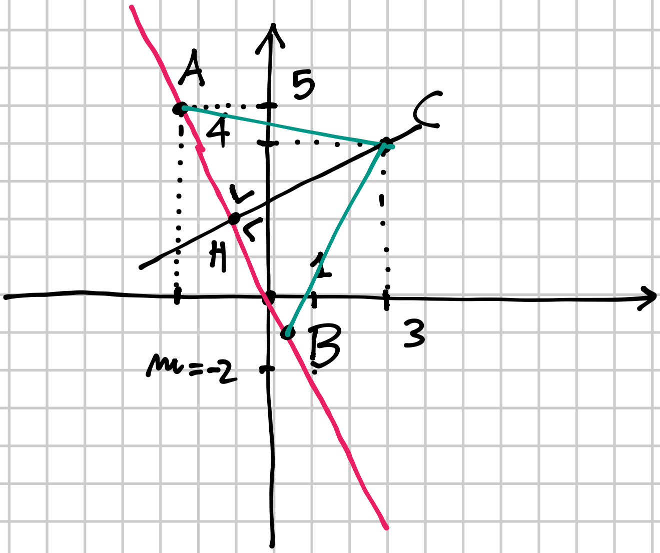
10/2/2021

552 Un triangolo ABC, isoscele sulla base AB, è tale che:

- C è il punto di coordinate $(3, 4)$;
- il lato AB giace sulla retta di equazione $y = -2x$;
- l'ordinata del punto A è 5.

Determina le coordinate dei vertici A e B del triangolo ABC.

$\left[A\left(-\frac{5}{2}, 5\right); B\left(\frac{1}{2}, -1\right)\right]$



$y = -2x$

x	y
0	0
1	-2

$A(?, 5) \in y = -2x$

$5 = -2x$

$x = -\frac{5}{2}$

$A\left(-\frac{5}{2}, 5\right)$

$\overline{CH}$ = ASSE DEL SEGMENTO AB

$\Downarrow$

$\overline{AC} = \overline{CB}$

$$\overline{AC} = \sqrt{\left(-\frac{5}{2} - 3\right)^2 + (5-4)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{11}{2}\right)^2 + 1^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{121}{4} + 1} = \sqrt{\frac{125}{4}} =$$

$$= 5\frac{\sqrt{5}}{2}$$

1) $B \in y = -2x$ $\quad B(x_B, y_B)$

2) $\overline{CB} = 5\frac{\sqrt{5}}{2} \iff \overline{CB}^2 = \frac{125}{4}$

$$\begin{cases} y_B = -2x_B \\ (x_B - 3)^2 + (y_B - 4)^2 = \frac{125}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_B = -2x_B \\ (x_B - 3)^2 + (y_B - 4)^2 = \frac{125}{4} \end{cases} \qquad \begin{cases} y = -2x \\ (x-3)^2 + (-2x-4)^2 = \frac{125}{4} \end{cases}$$

$$x^2 + 9 - 6x + 4x^2 + 16 + 16x - \frac{125}{4} = 0$$

$$5x^2 + 10x + 25 - \frac{125}{4} = 0$$

$$5x^2 + 10x + \frac{100-125}{4} = 0 \qquad 5x^2 + 10x - \frac{25}{4} = 0$$

$$x^2 + 2x - \frac{5}{4} = 0 \qquad 4x^2 + 8x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+20}}{4} = \frac{-4 \pm 6}{4} = \begin{cases} -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2} \\ \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{5}{2} \\ y = -2\left(-\frac{5}{2}\right) = 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -2\left(\frac{1}{2}\right) = -1 \end{cases}$$

$$A\left(-\frac{5}{2}, 5\right) \qquad \boxed{B\left(\frac{1}{2}, -1\right)}$$

METODO ALTERNATIVO

Trovo il punto H e calcolo B imponendo che H sia il punto medio di AB

La retta CH è la perpendicolare ad AB passante per C

$$y - y_0 = m(x - x_0) \qquad y - 4 = \frac{1}{2}(x - 3) \qquad y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

Per trovare H interseco le due rette

$$\begin{cases} y = -2x \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} y = -2x \\ -2x = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} // \\ -2x - \frac{1}{2}x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} // \\ -\frac{5}{2}x = \frac{5}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = -1 \\ y = -2(-1) = 2 \end{cases} \qquad H(-1, 2)$$

H è il punto medio di AB $\qquad A\left(-\frac{5}{2}, 5\right) \quad B(x_B, y_B)$

$$x_H = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow x_B = 2x_H - x_A =$$

$$= 2(-1) - \left(-\frac{5}{2}\right) = -2 + \frac{5}{2} = \frac{1}{2}$$

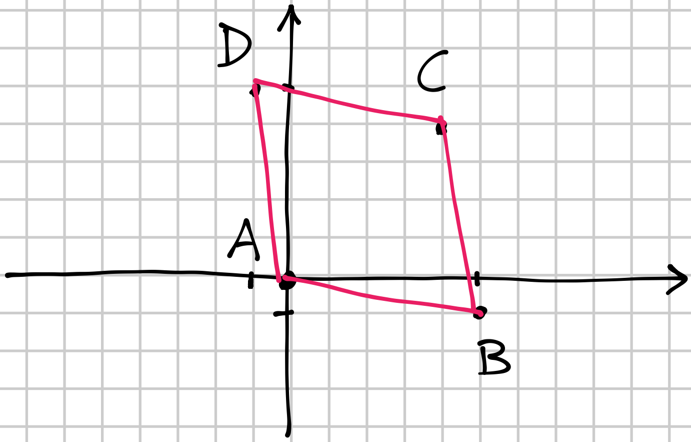
$$y_H = \frac{y_A + y_B}{2} \Rightarrow y_B = 2y_H - y_A =$$

$$= 2 \cdot 2 - 5 = -1$$

$$\boxed{B\left(\frac{1}{2}, -1\right)}$$

555 Verifica, nei tre modi seguenti, che il quadrilatero di vertici $A(0, 0)$, $B(5, -1)$, $C(4, 4)$, $D(-1, 5)$ è un rombo:

a. mostra che ha i lati congruenti;
b. mostra che le diagonali sono perpendicolari e si tagliano reciprocamente a metà;
c. mostra che ha due lati consecutivi congruenti e che le diagonali si tagliano reciprocamente a metà.



a) $\overline{AB} = \sqrt{(0-5)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{26}$ $\quad \overline{CD} = \sqrt{(4+1)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{26}$

$\overline{BC} = \sqrt{(5-4)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{26}$ $\quad \overline{DA} = \sqrt{(-1-0)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{26}$

b) $m_{AC} = \dfrac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \dfrac{4-0}{4-0} = 1$ $\quad m_{DB} = \dfrac{y_B - y_D}{x_B - x_D} = \dfrac{-1-5}{5+1} = -1$

m_{AC} e m_{DB} sono antireciproci, quindi le diagonali sono $\perp$

le diagonali si dimezzano scambievolmente sse il punto medio di AC coincide col punto medio di BD

$M_{AC} = \left(\dfrac{0+4}{2}, \dfrac{0+4}{2}\right) = (2, 2)$ $\quad M_{BD} = \left(\dfrac{5-1}{2}, \dfrac{-1+5}{2}\right) = (2, 2)$