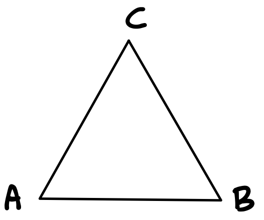
7/3/2019

58 ★★★

All'interno di un acceleratore di particelle è applicata una piastra a forma di triangolo equilatero, di lato $L_0 = 3{,}2$ cm. Un fascio di elettroni percorre l'acceleratore a velocità $v = 0{,}95\,c$. Uno dei tre lati del triangolo, considerato come base, è parallelo alla velocità del fascio.

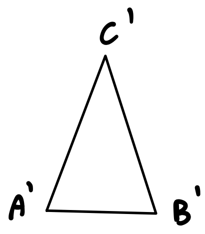
▶ Calcola il perimetro della piastra. (nel riferimento degli elettroni)

[6,8 cm]



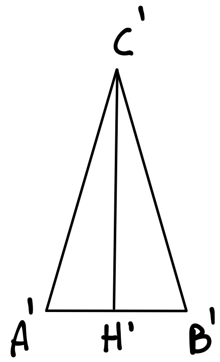
Nel rif. del laboratorio

$\longrightarrow$



Nel rif. degli elettroni

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}95^2}}$$



CH non varia. La contrazione si ha solo nella direzione del moto

$$A'B' = \frac{L_0}{\gamma} = \sqrt{1-0{,}95^2}\,L_0 \Rightarrow A'H' = \frac{L_0}{2\gamma}$$

$$CH = C'H' = L_0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$A'C' = \sqrt{C'H'^2 + A'H'^2} = \sqrt{\frac{3L_0^2}{4} + \left(\frac{L_0}{2\gamma}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{3L_0^2}{4} + \frac{L_0^2}{4\gamma^2}} = \frac{L_0}{2}\sqrt{3+\frac{1}{\gamma^2}}$$

$$2p' = A'B' + 2A'C' = \frac{L_0}{\gamma} + L_0\sqrt{3+\frac{1}{\gamma^2}} = L_0\left(\frac{1}{\gamma} + \sqrt{3+\frac{1}{\gamma^2}}\right) =$$

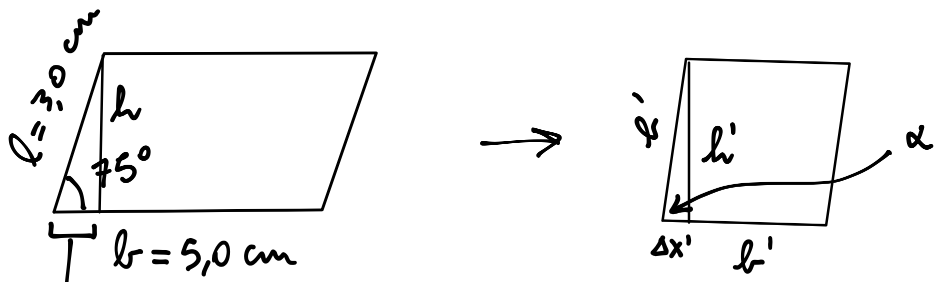
$$= (3{,}2\text{ cm})\left(\sqrt{1-0{,}95^2} + \sqrt{3+1-0{,}95^2}\right) = 6{,}6311\ldots\text{ cm} \simeq \boxed{6{,}6\text{ cm}}$$

59 ★★★

Un parallelogramma ha la base lunga $b = 5{,}0$ cm e il lato obliquo lungo $l = 3{,}0$ cm. L'angolo tra la base e il lato obliquo misura 75°.

▶ Calcola la velocità, rispetto alla base del parallelogramma, di un sistema di riferimento in cui la base e il lato obliquo del parallelogramma hanno la stessa lunghezza.

[0,81 c]



$\Delta x = l \cos 75°$

Quello che non cambia è l'altezza!

$h = h' = l \cdot \sin 75°$

$b' = \dfrac{b}{\gamma}$

$\Delta x' = \dfrac{\Delta x}{\gamma} \Rightarrow$

$$\left.\begin{aligned} b' \cdot \sin\alpha &= l \cdot \sin 75° \\ b' \cdot \cos\alpha &= \frac{l \cdot \cos 75°}{\gamma} \end{aligned}\right\} (*)$$

$\Downarrow$

$\dfrac{b}{\cancel{\gamma}} \cos\alpha = \dfrac{l}{\cancel{\gamma}} \cos 75°$ $\qquad \cos\alpha = \dfrac{3{,}0}{5{,}0} \cos 75°$

$\alpha = \arccos\left(\dfrac{3}{5} \cos 75°\right)$

$\simeq 81{,}0663°$

Dalla (*) $\quad \dfrac{b}{\gamma} \cdot \sin\alpha = l \cdot \sin 75° \Rightarrow \gamma = \dfrac{b \cdot \sin\alpha}{l \cdot \sin 75°} = \dfrac{(5{,}0) \cdot \sin(81{,}0663°)}{(3{,}0) \cdot \sin 75°} =$

$= 1{,}70452\ldots$

$\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow 1 - \beta^2 = \dfrac{1}{\gamma^2}$

$\Rightarrow 1 - \dfrac{1}{\gamma^2} = \beta^2 \Rightarrow \beta = \sqrt{1 - \dfrac{1}{\gamma^2}}$

$\Rightarrow \boxed{v = \sqrt{1 - \dfrac{1}{\gamma^2}}\, c}$

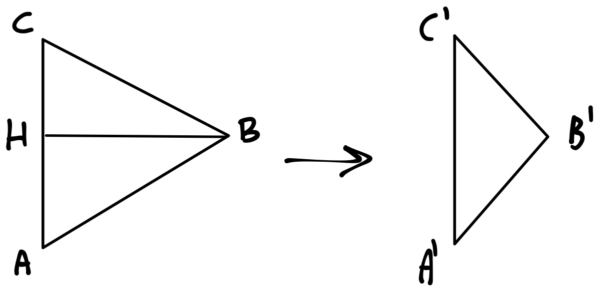
$v = \sqrt{1 - \dfrac{1}{1{,}70452\ldots^2}}\, c = 0{,}80982\ldots\, c$

$\simeq \boxed{0{,}81\, c}$

60 ★★★ Un elettrone si muove con velocità $v = 0{,}98\,c$ all'interno di un acceleratore di particelle, in cui è presente un'etichetta a forma di triangolo equilatero, di lato $l = 4{,}0$ cm, con l'altezza nella direzione di moto dell'elettrone.

▶ Determina l'area del triangolo nel sistema di riferimento dell'elettrone.

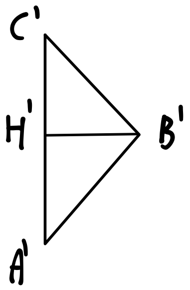
[1,4 cm²]



Nel rif. del laboratorio

Nel rif. degli elettroni

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}98^2}}$$



$AC = l$ non varia. La contrazione si ha solo nella direzione del moto

$$H'B' = \frac{HB}{\gamma} = \sqrt{1-0{,}98^2}\ HB = \sqrt{1-0{,}98^2}\ l\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$A_{A'B'C'} = \underbrace{\frac{1}{2}\cdot l}_{\substack{\text{BASE}\\ A'C'}} \cdot \underbrace{\frac{l}{\gamma}\,\frac{\sqrt{3}}{2}}_{\substack{\text{ALTEZZA}\\ H'B'}} = \frac{\sqrt{3}}{4}\,l^2\cdot\frac{1}{\gamma} =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}\,(4{,}0\ \text{cm})^2\sqrt{1-0{,}98^2} = 1{,}37869\ldots\ \text{cm}^2$$

$$\cong \boxed{1{,}4\ \text{cm}^2}$$

64 ★★★ Nel sistema di riferimento S un punto materiale è nella posizione $x = 40$ m all'istante $t = 0{,}10$ μs. Il secondo sistema di riferimento S' si muove lungo l'asse x nel verso positivo con velocità $v = 2{,}0 \times 10^8$ m/s.

▶ Determina le coordinate dello stesso punto materiale in S'.

[27 m; $1{,}5 \times 10^{-8}$ s]

$$\begin{cases} x' = \gamma (x - v t) \\ t' = \gamma \left(t - \frac{\beta}{c} x\right) \end{cases}$$

$$v = 2{,}0 \times 10^8 \text{ m/s} = \frac{2}{3} c$$

$$\Downarrow$$

$$\beta = \frac{2}{3}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{4}{9}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{9}}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$x' = \frac{3}{\sqrt{5}} \left(40 - (2{,}0 \times 10^8)(0{,}10 \times 10^{-6})\right) \text{m} = 26{,}83\ldots \text{ m} \simeq \boxed{27 \text{ m}}$$

$$t' = \frac{3}{\sqrt{5}} \left(0{,}10 \times 10^{-6} - \frac{2}{3(3{,}0 \times 10^8)} \cdot 40\right) \text{s} =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{5}} \left(0{,}10 - \frac{2 \times 10^{-2}}{3(3{,}0)} \cdot 40\right) \times 10^{-6} \text{ s} = 0{,}01490\ldots \times 10^{-6} \text{ s} \simeq$$

$$\simeq \boxed{1{,}5 \times 10^{-8} \text{ s}}$$