2/5/2018

EQUIVALENZA MASSA-ENERGIA

EINSTEIN (1905) → Se un corpo emette energia E sotto forma di radiazione, allora la sua massa diminuisce di $\frac{E}{c^2}$

PUÒ L'INERZIA DI UN CORPO DIPENDERE DAL SUO CONTENUTO DI ENERGIA?

$$\Delta m = \frac{E}{c^2} \rightsquigarrow E = mc^2$$

FORMULA FAMOSA, MA SCRITTA COSÌ NON È CORRETTA!

$$\boxed{E_0 = mc^2}$$

ENERGIA IN CONDIZIONI DI QUIETE (ENERGIA A RIPOSO)

L'ENERGIA INTRINSECA DEL CORPO DI MASSA m

MASSA NEWTONIANA

↓

INVARIANTE RELATIVISTICO (non cambia passando a un altro S.R.I.)

$$\boxed{E = \gamma m c^2}$$

ENERGIA TOTALE DI UN CORPO

↓

se $v = 0$, allora $\gamma = 1$ e ritrovo $E_0 = mc^2$

L'ENERGIA DI UN SISTEMA ISOLATO SI CONSERVA!!!

EN. TOTALE

$$E = \underbrace{E_0}_{\text{EN. A RIPOSO}} + \underbrace{K}_{\text{EN. CINETICA}}$$

$$K = E - E_0 = (\gamma - 1) mc^2$$

per basse velocità diventa l'en. cinetica newtoniana $\frac{1}{2} m v^2$

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^\alpha-1}{x}=\alpha \implies \frac{(1+x)^\alpha-1}{x}=\alpha+\underset{\substack{\downarrow\\ 0}}{h(x)} \quad \text{per } x\to 0$$

$$\implies (1+x)^\alpha-1=\alpha x+\underbrace{\cancel{x\cdot h(x)}}_{\text{va a 0 velocemente}}$$

$$\Downarrow$$

$$(1+x)^\alpha-1\cong\alpha x \quad \text{per } x\to 0$$

$$\gamma-1=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1=(1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}}-1=$$

$$=\left(1+(-\beta^2)\right)^{-\frac{1}{2}}-1\cong-\frac{1}{2}(-\beta^2)$$

BASSE VELOCITÀ (quindi $\beta\to 0$)

$$=\frac{1}{2}\beta^2$$

$$K=(\gamma-1)mc^2\cong\frac{1}{2}\beta^2mc^2=\boxed{\frac{1}{2}mv^2}$$ per BASSE VELOCITÀ

QUANTITÁ DI MOTO CLASSICA

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

QUANTITÁ DI MOTO RELATIVISTICA

$$\boxed{\vec{p} = \gamma m \vec{v}}$$

PER BASSE VELOCITÁ SI RIDUCE ALLA QUANTITÁ DI MOTO CLASSICA

$$E = \gamma m c^2 \qquad \vec{p} = \gamma m \vec{v} = (p_x, p_y, p_z)$$

QUADRIVETTORE ENERGIA - QUANTITÁ DI MOTO $\left(\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z\right)$

$$E^2 = \frac{m^2c^4}{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad p^2 = \frac{m^2v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$E^2 - c^2p^2 = \frac{m^2c^4}{\cancel{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cancel{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)} = \boxed{m^2c^4}$$

INVARIANTE (NON DIPENDE DAL S.R.)

MASSA INVARIANTE

EN. TOTALE $E = \sqrt{m^2c^4 + c^2p^2}$

CASO QUIETE $p = 0 \Rightarrow E_0 = mc^2$

MASSA NULLA (FOTONI) $m = 0 \Rightarrow E = cp$