1/2/2021

405 Considera il triangolo di vertici $A(-1, 0)$, $B(1, -1)$ e $C(2, 2)$.

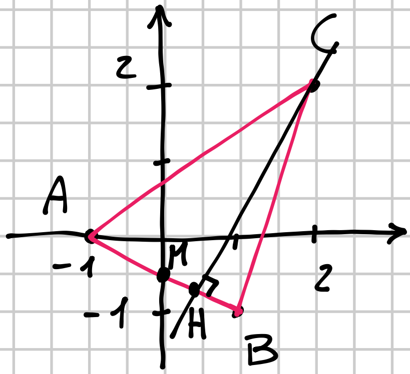
a. Determina il suo perimetro e la sua area.

b. Stabilisci se il triangolo è rettangolo.

c. Determina l'equazione della retta che contiene la mediana relativa ad AB.

d. Determina l'equazione della retta che contiene l'altezza relativa ad AB.

[**a.** Perimetro $= \sqrt{5} + \sqrt{10} + \sqrt{13}$, Area $= \frac{7}{2}$; **b.** non è rettangolo; **c.** $y = \frac{5}{4}x - \frac{1}{2}$; **d.** $y = 2x - 2$]



a) $\overline{AB} = \sqrt{(-1-1)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$

$\overline{BC} = \sqrt{(1-2)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$

$\overline{AC} = \sqrt{(-1-2)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

$2p_{ABC} = \sqrt{5} + \sqrt{10} + \sqrt{13}$

Per calcolare l'area: $\mathcal{A} = \frac{1}{2}\overline{AB}\cdot\overline{CH}$. Ci serve $\overline{CH}$. Dobbiamo calcolare le coordinate di H, che è il punto di intersezione fra le rette CH e AB.

Retta AB $\quad A(-1,0) \quad B(1,-1)$

$$\frac{y-y_A}{y_B-y_A} = \frac{x-x_A}{x_B-x_A} \qquad \frac{y-0}{-1-0} = \frac{x+1}{1+1} \qquad -y = \frac{x+1}{2}$$

$$AB: \ y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

Retta CH $\quad m = 2 \quad C(2,2)$

antireciproco di $-\frac{1}{2}$

$$y - y_C = m(x - x_C) \qquad y - 2 = 2(x-2) \qquad CH: \ y = 2x - 2$$

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \\ y = 2x - 2 \end{cases}$$ ← trovo le coordinate di H

$$\begin{cases} 2x - 2 = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \\ y = 2x - 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x - 4 = -x - 1 \\ y = 2x - 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + x = 4 - 1 \\ y = 2x - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x = 3 \\ y = 2x - 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ y = 2 \cdot \frac{3}{5} - 2 = \frac{6}{5} - 2 = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

$H\left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$

$C(2,2)$

$$\overline{CH} = \sqrt{\left(2 - \frac{3}{5}\right)^2 + \left(2 + \frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{7}{5}\right)^2 + \left(\frac{14}{5}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{49}{25} + \frac{196}{25}} = \sqrt{\frac{\cancel{245}\,49}{\cancel{25}\,5}} = \frac{7}{\sqrt{5}}$$

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2}\overline{AB} \cdot \overline{CH} = \frac{1}{2}\cancel{\sqrt{5}} \cdot \frac{7}{\cancel{\sqrt{5}}} = \frac{7}{2}$$

Calcolare l'area con la formula di Erone:

$$\mathcal{A} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

p = SEMIPERIMETRO

a, b, c = LATI

$$\mathcal{A} = \sqrt{\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{10}+\sqrt{13})}{2}\left[\frac{\sqrt{5}+\sqrt{10}+\sqrt{13}}{2} - \sqrt{5}\right]\left[\frac{\sqrt{5}+\sqrt{10}+\sqrt{13}}{2} - \sqrt{10}\right]\left[\frac{\sqrt{5}+\sqrt{10}+\sqrt{13}}{2} - \sqrt{13}\right]} =$$

$$= \sqrt{\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{10}+\sqrt{13})}{2}\left(\frac{-\sqrt{5}+\sqrt{10}+\sqrt{13}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{5}-\sqrt{10}+\sqrt{13}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{5}+\sqrt{10}-\sqrt{13}}{2}\right)} =$$

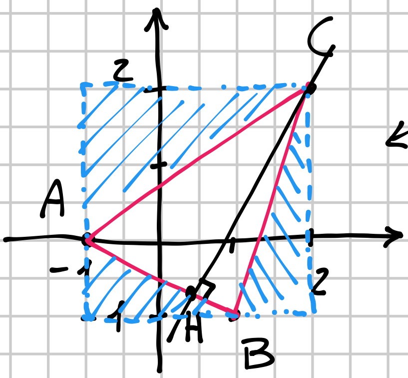
$$= \frac{1}{4}\sqrt{\left[\left(\sqrt{10}+\sqrt{13}\right)^2-5\right]\left[5-\left(\sqrt{10}-\sqrt{13}\right)^2\right]} =$$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{\left(10+13+2\sqrt{130}-5\right)\left(5-10-13+2\sqrt{130}\right)} =$$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{\left(2\sqrt{130}+18\right)\left(2\sqrt{130}-18\right)} = \frac{1}{4}\sqrt{520-324} =$$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{196} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

Altro metodo ancora:



dall'area del rettangolo (in realtà quadrato) tolgo le aree dei triangoli tratteggiati

$$\mathcal{A}_{RETT.} = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\mathcal{S}_{AREE\ TRIANGOLI} = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot\cancel{2}\cdot 1 + \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 3 + \frac{1}{\cancel{2}}\cdot 3\cdot\cancel{2} =$$

$$= 1 + \frac{3}{2} + 3 = 4 + \frac{3}{2} = \frac{11}{2}$$

$$\mathcal{A}_{ABC} = 9 - \frac{11}{2} = \frac{7}{2}$$

c) $A(-1,0)$ $B(1,-1)$ $C(2,2)$

$$M_{AB} = \left(\frac{-1+1}{2}, \frac{0-1}{2}\right) = \left(0, -\frac{1}{2}\right)$$

MEDIANA $\rightsquigarrow$ retta CM_{AB}

$$\frac{y-2}{-\frac{1}{2}-2} = \frac{x-2}{0-2}$$

$$\frac{y-2}{-\frac{5}{2}} = \frac{x-2}{-2}$$

$$-2(y-2) = -\frac{5}{2}(x-2)$$

$$-2y+4 = -\frac{5}{2}x+5$$

$$-2y = -\frac{5}{2}x+1$$

$$\boxed{y = \frac{5}{4}x - \frac{1}{2}}$$

d) già fatto al punto a)

Il triangolo ABC è rettangolo? NO. Infatti i lati misurano $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{13}$ e

$$(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{10})^2 \neq (\sqrt{13})^2$$ (INVERSO DEL TH. DI PITAGORA)