

FASCI DI RETTE

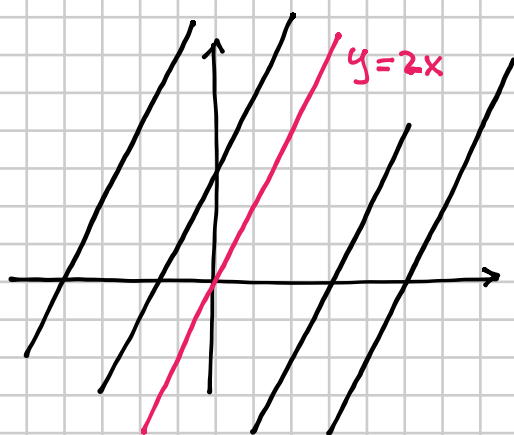
FASCIO IMPROPRIO DI RETTE: insieme di rette tutte parallele tra loro
(hanno lo stesso coefficiente angolare)

$$y = mx + K$$

↑ ↑
FISSATO PARAMETRO
 (CHE VARIA)

EQUAZIONE DEL FASCIO

Ad es. $y = 2x + K$ è l'eq. del fascio di rette tutte parallele
alla retta $y = 2x$ (quindi parallele tra loro)



Ogni volta che assegno un
valore a K , ottengo una
retta del fascio:

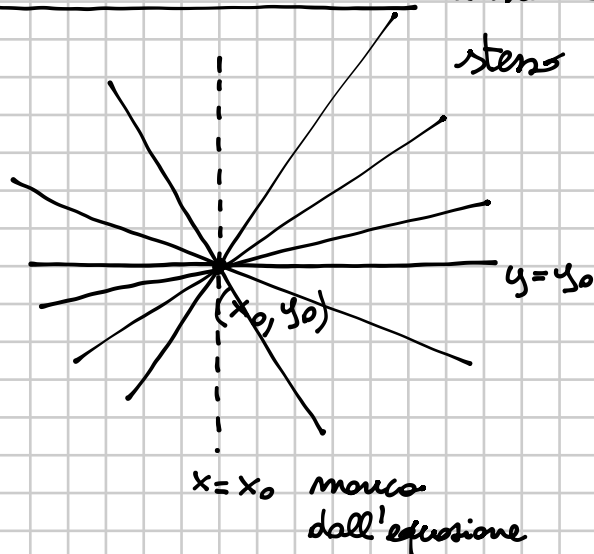
$$K=0 \Rightarrow y=2x$$

$$K=1 \Rightarrow y=2x+1$$

$$K=-2 \Rightarrow y=2x-2$$

⋮ ⋮

FASCIO PROPRIO DI RETTE: insieme di rette passanti per uno
stesso punto (x_0, y_0) CENTRO DEL FASCIO



$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

EQUAZIONE
DEL FASCIO PROPRIO
DI CENTRO (x_0, y_0)

↑
rappresenta tutte le
rette del fascio, al variare di m ,
tranne $x = x_0$

ESEMPIO

Scrivere l'equazione del fascio di centri $C(-1, 2)$

$$y - 2 = m(x + 1)$$

$$m = 0 \Rightarrow y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$$

$$m = 1 \Rightarrow y - 2 = 1 \cdot (x + 1) \Rightarrow y = x + 3$$

$$m = -2 \Rightarrow y - 2 = -2(x + 1) \Rightarrow y = -2x$$

$$m = 3 \Rightarrow y - 2 = 3(x + 1) \Rightarrow y = 3x + 5$$

$$\vdots$$
$$\vdots$$

La retta verticale $x = -1$ non si ottiene per nessun valore di m ,
quindi è esclusa dal fascio

Dato due rette $ax + by + c = 0$

$$a'x + b'y + c' = 0$$

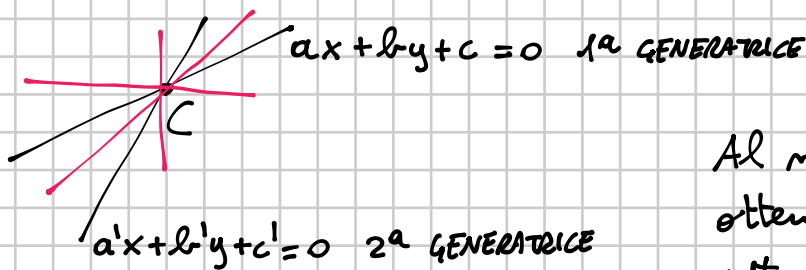
1° CASO : le rette sono INCIDENTI nel punto $C(x_0, y_0)$

$$p \cdot (ax + by + c) + q \cdot (a'x + b'y + c') = 0$$

$p, q \in \mathbb{R}$
PARAMETRI

COMBINAZIONE LINEARE DELLE 2 RETTE

→ EQUAZIONE DEL FASCIO PROPRIO DI RETTE DI CENTRO C
GENERATO DALLE 2 RETTE INIZIALI



Al variare di p e q ,
otteniamo una qualsiasi
retta del fascio

2° CASO : le rette sono PARALLELE

$$p(ax + by + c) + q(a'x + b'y + c') = 0$$

equazione del fascio
IMPROPRIO di rette
parallele alle 2
generatrici

Dato un fascio (proprio o improprio)

$$p(ax+by+c) + q(a'x+b'y+c') = 0$$

$$p \neq 0 \quad ax+by+c + \underbrace{\left(\frac{q}{p}\right)}_K (a'x+b'y+c') = 0$$

$$ax+by+c + K(a'x+b'y+c') = 0$$

ESCLUSA DAL FASCIO

EQ. DEL FASCIO
GENERATO DA

$$ax+by+c=0 \quad \text{E}$$

$$a'x+b'y+c'=0$$

ESCLUSA DAL FASCIO

591

Scrivi l'equazione del fascio generato dalle rette di equazioni $3x+y-1=0$ e $x+2y+3=0$, stabilisci se è proprio o improprio e individua l'equazione della retta del fascio che passa per $P(4; 1)$.

[fascio proprio di centro $C(1; -2)$; $x-y-3=0$]

eq. del fascio $\Rightarrow 3x+y-1 + K(x+2y+3) = 0$

Per stabilire se è proprio o improprio, cerco l'intersezione delle due generatrici (se il sistema è impossibile, il fascio è improprio; se ha soluzione è proprio e trovo il centro)

$$\begin{cases} 3x+y-1=0 \\ x+2y+3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3(-2y-3)+y-1=0 \\ x=-2y-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6y-9+y-1=0 \\ x=-2y-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5y=10 \\ // \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=-2 \\ x=4-3=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases} \Rightarrow C(1, -2)$$

FASCIO PROPRIO

Per trovare la retta del fascio per $P(4,1)$:

1° modo: sostituire P nel fascio e trovo K :

$$3x + y - 1 + K(x + 2y + 3) = 0$$

$$3 \cdot 4 + 1 - 1 + K(4 + 2 \cdot 1 + 3) = 0$$

$$12 + 9K = 0 \quad K = -\frac{12}{9} = -\frac{4}{3}$$

$$3x + y - 1 - \frac{4}{3}(x + 2y + 3) = 0$$

$$9x + 3y - 3 - 4x - 8y - 12 = 0$$

$$5x - 5y - 15 = 0$$

$$\boxed{x - y - 3 = 0}$$

2° modo: Calcolo l'eq. della retta per $C(1,-2)$ e $P(4,1)$

$$\frac{y+2}{1+2} = \frac{x-1}{4-1}$$

$$\frac{y+2}{3} = \frac{x-1}{3} \Rightarrow$$

$$\boxed{x - y - 3 = 0}$$