

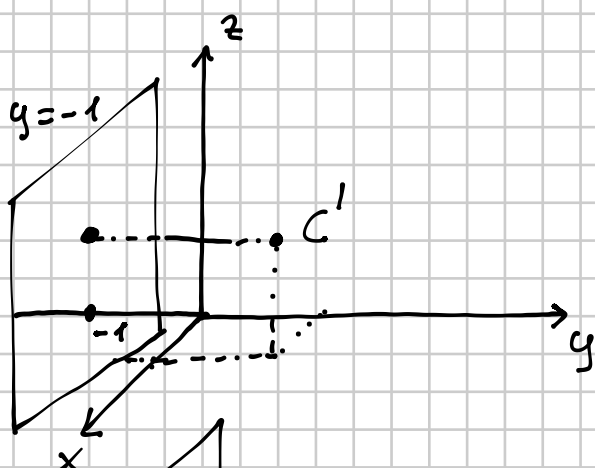
Determina centro e raggio della circonferenza data dall'intersezione della superficie sferica di equazione  $\bar{x}^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6z - 3 = 0$  con il piano di equazione  $y = -1$ .

$[C(2; -1; -3); r = \sqrt{15}]$

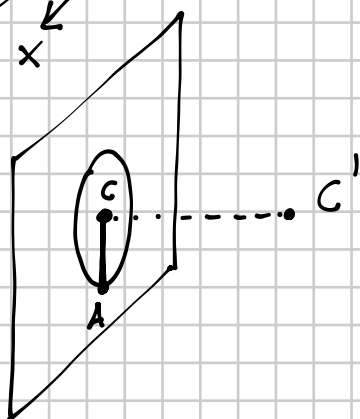
Trova il centro  $C'$  della sfera

$$C'(2, 0, -3)$$

la proiezione ortogonale di  $C'$  nel piano  $y = -1$  è il centro  $C$  della circonferenza



$C(2, -1, -3)$  la  $y$  è quella che determina il piano  
le coordinate  $x$  e  $z$  rimangono le stesse



$$\overline{CC'} = 1$$

Troviamo un punto  $A$  qualsiasi della circonferenza e calcoliamo  $\overline{CA}$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6z - 3 = 0 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 1 + z^2 - 4x + 6z - 3 = 0 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + z^2 - 4x + 6z - 2 = 0 \\ y = -1 \end{cases} \quad \text{pongo } z = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$x = 2 \pm \sqrt{4 + 2} = 2 \pm \sqrt{6}$$

$$A(2 + \sqrt{6}, -1, 0)$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(2 - (2 + \sqrt{6}))^2 + (-1 - (-1))^2 + (-3 - 0)^2} = \sqrt{6 + 0 + 9} = \sqrt{15}$$

ALTERNATIVA

$x^2 + z^2 - 4x + 6z - 2 = 0$  è l'eq. della circonfer. nel piano  $y = -1$

$$C(2, -1, -3) \quad r = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + 2} = \sqrt{4 + 9 + 2} = \sqrt{15}$$

Una sfera, il cui centro è il punto  $K(-2; -1; 2)$ , è tangente al piano  $\pi$  avente equazione  $2x - 2y + z - 9 = 0$ . Qual è il punto di tangenza? Qual è il raggio della sfera?

(Esame di Stato, Liceo scientifico, Corso di ordinamento, Sessione ordinaria, 2016, quesito 5)

$[T(0; -3; 3), r = 3]$

Trovo la retta perpendicolare al piano passante per  $K$

$$\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Interseco questa retta col piano  $2x - 2y + z - 9 = 0$

$$2(-2 + 2t) - 2(-1 - 2t) + (2 + t) - 9 = 0$$

$$\cancel{-4} + 4t + \cancel{2} + 4t + \cancel{2} + t - 9 = 0$$

$$9t = 9 \Rightarrow t = 1$$

$$\boxed{T(0, -3, 3)}$$

Il raggio della sfera è la distanza del centro  $K(-2, -1, 2)$  dal piano  $2x - 2y + z - 9 = 0$

$$r = \frac{|2(-2) - 2(-1) + 2 - 9|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{9}{\sqrt{9}} = \frac{9}{3} = 3$$

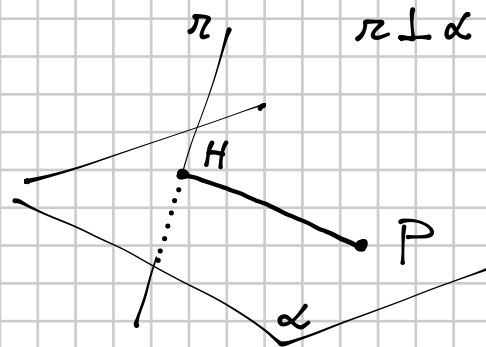
ALTERNATIVA: calcolo la distanza  $\overline{TK}$

87 Determinare la distanza tra il punto  $P(2; 1; 1)$  e la retta:

$$\begin{cases} x + y = z + 1 \\ z = -y + 1 \end{cases}$$

(Esame di Stato, Liceo scientifico, Corso di ordinamento, Sessione suppletiva, 2016, quesito 7)

$$\left[ \sqrt{\frac{5}{6}} \right]$$



$$r: \begin{cases} x = -y + z + 1 = -1 + t + t + 1 = 2t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases} \quad \vec{N} = (2, -1, 1)$$

$$2(x - 2) - (y - 1) + (z - 1) = 0$$

$$2x - 4 - y + 1 + z - 1 = 0$$

$$2x - y + z - 4 = 0$$

$$H: 2(2t) - (1 - t) + t - 4 = 0 \quad 4t - 1 + t + t - 4 = 0$$

$$6t = 5 \quad t = \frac{5}{6}$$

$$H: \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = \frac{1}{6} \\ z = \frac{5}{6} \end{cases} \quad H\left(\frac{5}{3}, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$$

$$\overline{PH} = \sqrt{\left(2 - \frac{5}{3}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{6}\right)^2 + \left(1 - \frac{5}{6}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{25}{36} + \frac{1}{36}} =$$

$$= \sqrt{\frac{4 + 25 + 1}{36}} = \sqrt{\frac{30}{36}} = \sqrt{\frac{5}{6}}$$