21/2/2019

101 $\overset{x_0}{T(5}; \overset{y_0}{-5}; \overset{z_0}{3}), \vec{n}(\overset{a}{-4}; \overset{b}{-1}; \overset{c}{-1})$.

$[4x + y + z - 18 = 0]$

Piano per T con normale $\vec{n}$

DIRETTAMENTE

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

$$-4(x-5) - 1(y+5) - 1(z-3) = 0$$

$$-4x + 20 - y - 5 - z + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{-4x - y - z + 18 = 0}$$

ALTERNATIVA

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$-4x - y - z + d = 0 \Rightarrow -4 \cdot 5 - (-5) - 3 + d = 0$$

IMPONGO IL PASSAGGIO PER T

$$-20 + 5 - 3 + d = 0$$

$$d = 18$$

$$-4x - y - z + 18 = 0$$

$$\boxed{4x + y + z - 18 = 0}$$

Scrivi l'equazione del piano passante per i punti indicati.

117 $A(1; 0; 0)$, $B(0; -3; 1)$, $C(2; -2; 0)$. $[2x + y + 5z - 2 = 0]$

$$ax+by+cz+d=0$$

$$A(1,0,0) \rightarrow \quad B(0,-3,1) \rightarrow \quad C(2,-2,0) \rightarrow \quad \begin{cases} a+d=0 \\ -3b+c+d=0 \\ 2a-2b+d=0 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-d \\ -3b+c+d=0 \\ -2d-2b+d=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ldots \\ \\ -2b-d=0 \Rightarrow b=-\frac{d}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} a=-d \\ b=-\frac{d}{2} \\ \frac{3}{2}d+c+d=0 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-d \\ b=-\frac{d}{2} \\ c=-\frac{5}{2}d \end{cases}$$

LIBRO $\Rightarrow$

$$ax+by+cz+d=0$$

$$-dx-\frac{d}{2}y-\frac{5}{2}dz+d=0$$

$$\Downarrow$$

$$-x-\frac{1}{2}y-\frac{5}{2}z+1=0$$

$$\boxed{2x+y+5z-2=0}$$

Siccome $d \neq 0$ (altrimenti tutti i coeff. a, b, c sarebbero 0) divido per d

ALTERNATIVA

$$\begin{cases} a=-d \\ b=-\frac{d}{2} \\ c=-\frac{5}{2}d \end{cases}$$

ASSEGNO A d IL VALORE CHE VOGLIO (NON 0)

$\Downarrow$

AD ES. $d=-2$

$$\begin{cases} a=2 \\ b=1 \\ c=5 \end{cases}$$

$$ax+by+cz+d=0$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{2x+y+5z-2=0}$$

118 $A(1; 5; -1)$, $B(0; -1; 2)$, $C(0; 0; 0)$. $[9x - 2y - z = 0]$

PIANO PER A, B, C $\quad ax + by + cz + d = 0$

$$A(1,5,-1) \to \quad B(0,-1,2) \to \quad C(0,0,0) \to \quad \begin{cases} a + 5b - c + d = 0 \\ -b + 2c + d = 0 \\ d = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a + 5b - c = 0 \\ b = 2c \\ d = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 10c - c = 0 \\ b = 2c \\ d = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -9c \\ b = 2c \\ d = 0 \end{cases} \quad c \neq 0 \Downarrow \text{SCELGO } c = -1 \quad \begin{cases} a = 9 \\ b = -2 \\ d = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{9x - 2y - z = 0}$$

---

2 PIANI $\quad ax + by + cz + d = 0 \quad a'x + b'y + c'z + d' = 0$

SONO PARALLELI SSE LO SONO I LORO VETTORI NORMALI

$\vec{n}(a, b, c)$ $\quad \vec{n}'(a', b', c')$

$$\boxed{\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}}$$ PARALLELISMO FRA PIANI

SONO PERPENDICOLARI SSE LO SONO I LORO VETTORI NORMALI

$$\vec{n} \cdot \vec{n}' = 0$$

$$\boxed{a \cdot a' + b \cdot b' + c \cdot c' = 0}$$ PERPENDICOLARITÀ FRA PIANI

150 $4x - 5y - z = 0$; $R(0; 1; -7)$. $[4x - 5y - z - 2 = 0]$

Trovare il piano parallelo passante per R

$$4x - 5y - z + d = 0$$

GENERICO PIANO PARALLELO

DA TROVARE

IMPONGO IL PASSAGGIO PER $R(0,1,-7)$

$$4 \cdot 0 - 5 \cdot 1 - (-7) + d = 0$$

$$-5 + 7 + d = 0 \Rightarrow d = -2$$

$$\boxed{4x - 5y - z - 2 = 0}$$

158 $5x - 6y + z = 0$; $A(1; -7; 1)$, $B(2; -3; -4)$. $[x + y + z + 5 = 0]$

Trovare il piano $\perp$ passante per A, B

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$\begin{array}{l} \\ A \\ B \end{array}\begin{cases} 5a - 6b + c = 0 \\ a - 7b + c + d = 0 \\ 2a - 3b - 4c + d = 0 \end{cases}$$

CONDIZIONE DI PERPENDICOLARITÀ $a \cdot a' + b \cdot b' + c \cdot c' = 0$

$$\begin{cases} c = 6b - 5a \\ a - 7b + 6b - 5a + d = 0 \\ 2a - 3b - 24b + 20a + d = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 6b - 5a \\ -4a - b + d = 0 \\ 22a - 27b + d = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} b = d - 4a \\ 22a - 27d + 108a + d = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \\ \overset{5}{\cancel{130}}\,a = \overset{1}{\cancel{26}}\,d \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = d - \frac{4}{5}d = \frac{d}{5} \\ a = \frac{d}{5} \end{cases} \quad c = \frac{6}{5}d - d = \frac{d}{5} \quad \begin{cases} d = 5 \\ a = 1 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\boxed{x + y + z + 5 = 0}$$

RETTA NELLO SPAZIO

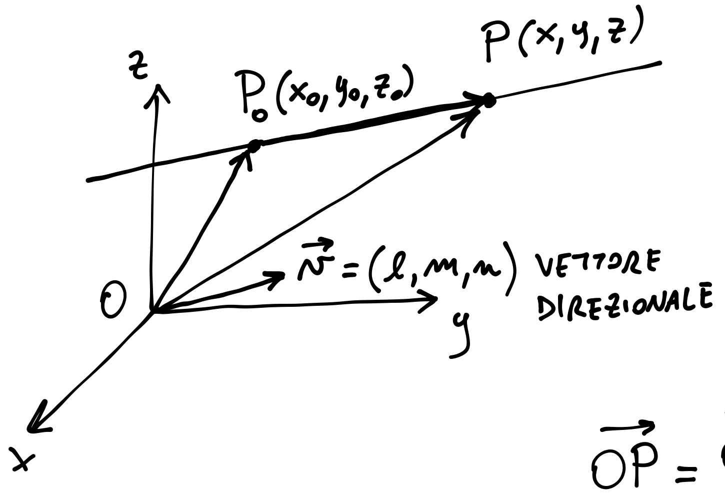
Una retta nello spazio è individuata da

a) UN PUNTO E UN VETTORE DIREZIONALE

b) DUE PUNTI DISTINTI

c) DUE PIANI NON PARALLELI DI CUI LA RETTA È INTERSEZIONE

a)



$P(x,y,z)$ GENERICO PUNTO DELLA RETTA

$$\overrightarrow{P_0P} = k\vec{v}$$

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OP_0} + \overrightarrow{P_0P}$$

passo alle componenti cartesiane

$$(x,y,z) = (x_0,y_0,z_0) + k(l,m,n)$$

$$\boxed{\text{EQUAZIONI PARAMETRICHE DELLA RETTA} \quad \begin{cases} x = x_0 + kl \\ y = y_0 + km \\ z = z_0 + kn \end{cases} \quad k \in \mathbb{R} \quad (k \text{ varia in } \mathbb{R})}$$

b)

Se anziché $\vec{v}$ vengono assegnati 2 punti $P(x_0,y_0,z_0)$, $Q(x_1,y_1,z_1)$, trovo $\vec{v} = \overrightarrow{PQ} = (x_1-x_0,\ y_1-y_0,\ z_1-z_0)$ $\Rightarrow$

$$\begin{cases} x = x_0 + k(x_1-x_0) \\ y = y_0 + k(y_1-y_0) \\ z = z_0 + k(z_1-z_0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = x_0 + kl \\ y = y_0 + km \\ z = z_0 + kn \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

EQUAZIONI PARAMETRICHE DELLA RETTA

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} k = \dfrac{x - x_0}{l} \\ k = \dfrac{y - y_0}{m} \\ k = \dfrac{z - z_0}{n} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\dfrac{x - x_0}{l} = \dfrac{y - y_0}{m} = \dfrac{z - z_0}{n}}$$

EQUAZIONI CARTESIANE DELLA RETTA

$$\downarrow$$

$$\boxed{\dfrac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \dfrac{y - y_0}{y_1 - y_0} = \dfrac{z - z_0}{z_1 - z_0}}$$

RETTA PER 2 PUNTI $P(x_0, y_0, z_0)$ $Q(x_1, y_1, z_1)$

c) COME INTERSEZIONE DI PIANI

$$\begin{cases} \dfrac{x - x_0}{l} = \dfrac{y - y_0}{m} \\ \dfrac{y - y_0}{m} = \dfrac{z - z_0}{n} \end{cases}$$

PAG. 1261

221 $A(2; 0; 3)$, $B(0; 4; -2)$.

EQUAZ. PARAMETRICHE E CARTESIANE DELLA RETTA AB

$$\vec{v} = (2-0, 0-4, 3-(-2)) = (2, -4, 5)$$

EQ. PARAMETRICHE

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -4t \\ z = 3 + 5t \end{cases}$$

EQ. CARTESIANE

$$\begin{cases} t = \dfrac{x-2}{2} \\ t = \dfrac{y}{-4} \\ t = \dfrac{z-3}{5} \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{x-2}{2} = -\frac{y}{4} = \frac{z-3}{5}}$$

RIS. DEL LIBRO

$$\left[\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4t \\ z = 3 - 5t \end{cases}; \frac{2-x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{3-z}{5}\right]$$