13/5/2019

116 Calcola la probabilità che, estraendo consecutivamente due carte da un mazzo di quaranta, senza rimettere quella estratta per prima nel mazzo, esse siano:

a. la prima una figura e la seconda non una figura; **b.** una figura e un sette. $\left[a)\ \frac{14}{65};\ b)\ \frac{4}{65}\right]$

a) $E_1 =$ "figura nella 1° estrazione"

$E_2 =$ "non figura nella 2° estrazione"

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) \cdot P(E_2 | E_1) = \frac{\cancel{12}^{\cancel{4}}}{\cancel{40}_{\cancel{10}\,5}} \cdot \frac{\cancel{28}^{14}}{\cancel{39}_{13}} = \boxed{\frac{14}{65}}$$

b) $E_1 =$ "figura nella 1° estr." $E_1' =$ "7 nella 1° estr."

$E_2 =$ "7 nella 2° estr." $E_2' =$ "figura nella 2° estr."

$$P(E) = P\left((E_1 \cap E_2) \cup (E_1' \cap E_2')\right) =$$

$$= P(E_1 \cap E_2) + P(E_1' \cap E_2') = P(E_1) \cdot P(E_2 | E_1) + P(E_1') \cdot P(E_2' | E_1') =$$

$$= \frac{12}{40} \cdot \frac{4}{39} + \frac{4}{40} \cdot \frac{12}{39} = \frac{\cancel{2} \cdot 4 \cdot \cancel{12}^{\cancel{4}}}{\cancel{40}_{\cancel{10}\,5} \cdot \cancel{39}_{13}} = \boxed{\frac{4}{65}}$$

117 Si estrae una carta da ciascuno di due mazzi di quaranta carte. Calcola la probabilità che:

a. le due carte siano due re;

b. le due carte siano due figure;

c. almeno una delle due carte sia un asso.

$\left[\text{a) } \frac{1}{100}; \text{ b) } \frac{9}{100}; \text{ c) } \frac{19}{100}\right]$

a) E_1 = "re dal 1° mazzo" E_2 = "re dal 2° mazzo" EVENTI INDIPENDENTI

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) \cdot P(E_2) = \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{40}_{10}} \cdot \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{40}_{10}} = \boxed{\frac{1}{100}}$$

b) E_1 = "figura dal 1°" E_2 = "figura dal 2°"

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) \cdot P(E_2) = \frac{\cancel{12}^{3}}{\cancel{40}_{10}} \cdot \frac{\cancel{12}^{3}}{\cancel{40}_{10}} = \boxed{\frac{9}{100}}$$

c) E_1 = "asso dal 1° mazzo" E_2 = "asso dal 2° mazzo"

$\overline{E}_1$ = "non-asso dal 1° mazzo" $\overline{E}_2$ = "non-asso dal 2° mazzo"

E = "almeno 1 delle 2 carte sia un asso" $= E_1 \cup E_2$

$\overline{E}$ = "nessuna delle 2 carte sia un asso" $= \overline{E}_1 \cap \overline{E}_2$

IN GENERALE $\boxed{\overline{E_1 \cup E_2} = \overline{E}_1 \cap \overline{E}_2}$

$\overline{E}_1, \overline{E}_2$ INDIPENDENTI

$$P(E) = 1 - P(\overline{E}) = 1 - P(\overline{E}_1 \cap \overline{E}_2) = 1 - P(\overline{E}_1) \cdot P(\overline{E}_2) =$$

$$= 1 - \frac{\cancel{36}^{9}}{\cancel{40}_{10}} \cdot \frac{\cancel{36}^{9}}{\cancel{40}_{10}} = 1 - \frac{81}{100} = \frac{100-81}{100} = \boxed{\frac{19}{100}}$$

130 **EUREKA!** In una scatola sono state inserite alcune palline rosse e alcune palline verdi. Se estraiamo a caso 2 palline dalla scatola, la probabilità che esse siano dello stesso colore è $\frac{1}{2}$. Quale dei seguenti può essere il numero complessivo delle palline inserite nella scatola?

A 81 B 101 C 1000 D 2011 E 10 001

(*Kangourou Italia, livello Student,* 2011)

$$\begin{array}{cc} R & V \\ n & m \end{array}$$

R_1 = "rosso alla 1° estraz." V_1 = "verde alla 1° estraz."

R_2 = "rosso alla 2° estraz." V_2 = "verde alla 2° estraz."

$$P\big((R_1 \cap R_2) \cup (V_1 \cap V_2)\big) = P(R_1 \cap R_2) + P(V_1 \cap V_2) =$$

$$= P(R_1) \cdot P(R_2 | R_1) + P(V_1) \cdot P(V_2 | V_1) =$$

$$= \frac{n}{n+m} \cdot \frac{n-1}{n+m-1} + \frac{m}{n+m} \cdot \frac{m-1}{n+m-1} = \boxed{\frac{n(n-1)+m(m-1)}{(n+m)(n+m-1)} = \frac{1}{2}}$$

$$2n(n-1) + 2m(m-1) = (n+m)(n+m-1)$$

$$2n^2 - 2n + 2m^2 - 2m = n^2 + nm - n + nm + m^2 - m$$

$$2n^2 - n^2 + 2m^2 - m^2 - 2nm = 2n + 2m - n - m$$

$$n^2 + m^2 - 2nm = n + m$$

$$(n-m)^2 = n + m$$

$n+m$, il numero totale delle palline, deve essere un quadrato!

L'unico quadrato è 81. Quindi $n+m = 81$

Possiamo anche risolvere $\begin{cases} n+m = 81 \\ (n-m)^2 = 81 \end{cases}$ (SISTEMA SIMMETRICO)