

15/3/2021

## DISEQ. 2° GRADO CON $\Delta < 0$

$$ax^2 + bx + c \gtrless 0$$

$$a > 0$$

$$\Delta < 0$$

### OSSERVAZIONE

Prendo un polinomio  $ax^2 + bx + c$  con  $a > 0$ ,  $\Delta < 0$

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= a \left( x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) = \\ &= a \left( x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right) = \\ &= a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left( \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \right) \right] = a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - a \frac{\overbrace{b^2 - 4ac}^{\Delta}}{4a^2} = \end{aligned}$$

$$= \underbrace{a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2}_{\geq 0} + \underbrace{\frac{-\Delta}{4a}}_{> 0 \text{ perché } a > 0 \text{ e } \Delta < 0} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Quindi, se  $a > 0$  e  $\Delta < 0$ , si ha che  $ax^2 + bx + c > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

## ESEMPI

**166**  $x^2 - x + 1 > 0$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 =$$
$$= 1 - 4 = -3 < 0$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad S = \mathbb{R}$$

**163**  $3x^2 - 6x + 7 \geq 0$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 7 =$$
$$= 36 - 84 < 0$$

$$\forall x \in \mathbb{R}$$

•  $x^2 - x + 1 < 0$

$$\Delta = \dots = -3 < 0$$

IMPOSSIBILE

$$S = \emptyset$$

Non esiste alcun valore di  $x$  che renda  $< 0$  il polinomio!

•  $x^2 - x + 1 \leq 0$

$$\Delta = \dots = -3 < 0$$

IMPOSSIBILE

$a > 0$  (altrimenti cambia i segni e inverti le disuguaglianze.)

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_1 \leq x_2$$

	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$ax^2 + bx + c > 0$	$x < x_1 \vee x > x_2$	$\forall x \neq -\frac{b}{2a}$	$\forall x \in \mathbb{R}$
$ax^2 + bx + c \geq 0$	$x \leq x_1 \vee x \geq x_2$	$\forall x \in \mathbb{R}$	$\forall x \in \mathbb{R}$
$ax^2 + bx + c < 0$	$x_1 < x < x_2$	IMPOSSIBILE	IMPOSSIBILE
$ax^2 + bx + c \leq 0$	$x_1 \leq x \leq x_2$	$x = -\frac{b}{2a}$	IMPOSSIBILE
$ax^2 + bx + c = 0$ (EQUAZIONE)	$x = x_1 \vee x = x_2$	$x = -\frac{b}{2a}$	IMPOSSIBILE (in $\mathbb{R}$ )

**168**  $-x^2 + 2x - 5 \leq 0$

↑  
CAMBIO I SEGNI E INVERSO LA DISUGUAGLIANZA

$$x^2 - 2x + 5 \geq 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 5 = 4 - 20 = -16 < 0$$

$$\forall x \in \mathbb{R}$$

**283**  $x(x^2 + 3x - 4) > 0$

$$[-4 < x < 0 \vee x > 1]$$

1° modo  $x(x+4)(x-1) > 0$

$$x > 0$$

$$x+4 > 0 \quad x > -4$$

$$x-1 > 0 \quad x > 1$$

	-4		0		1	
-		-		+		+
-		+		+		+
-		-		-		+
-		+		-		+

$$-4 < x < 0 \vee x > 1$$

2° modo  $x(x^2 + 3x - 4) > 0$

①  $x > 0$

②  $x^2 + 3x - 4 > 0 \Rightarrow x < -4 \vee x > 1$

$$\Delta = 9 + 16 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 5}{2} = \begin{cases} -4 \\ 1 \end{cases}$$

	-4		0		1	
-		-		+		+
+		-		-		+
-		+		-		+

$$-4 < x < 0 \vee x > 1$$