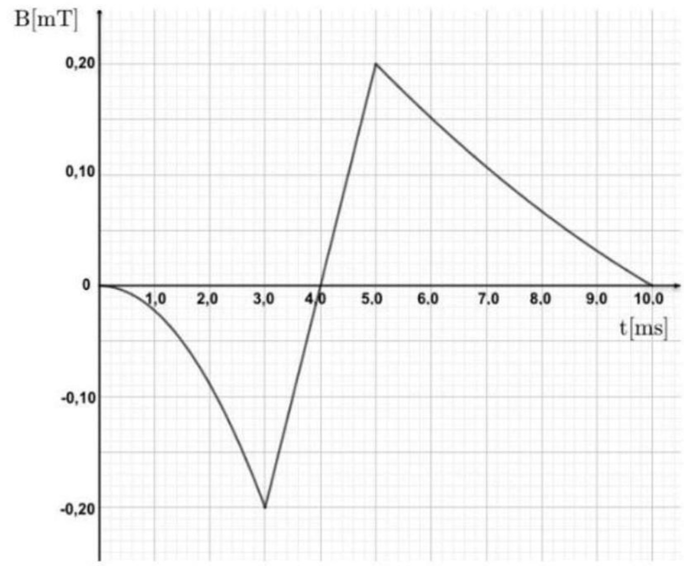
ESAME DI STATO 2019

6. Una spira di rame, di resistenza $R = 4{,}0\ \text{m}\Omega$, racchiude un'area di $30\ \text{cm}^2$ ed è immersa in un campo magnetico uniforme, le cui linee di forza sono perpendicolari alla superficie della spira. La componente del campo magnetico perpendicolare alla superficie varia nel tempo come indicato in figura. Spiegare la relazione esistente tra la variazione del campo che induce la corrente e il verso della corrente indotta. Calcolare la corrente media che passa nella spira durante i seguenti intervalli di tempo:

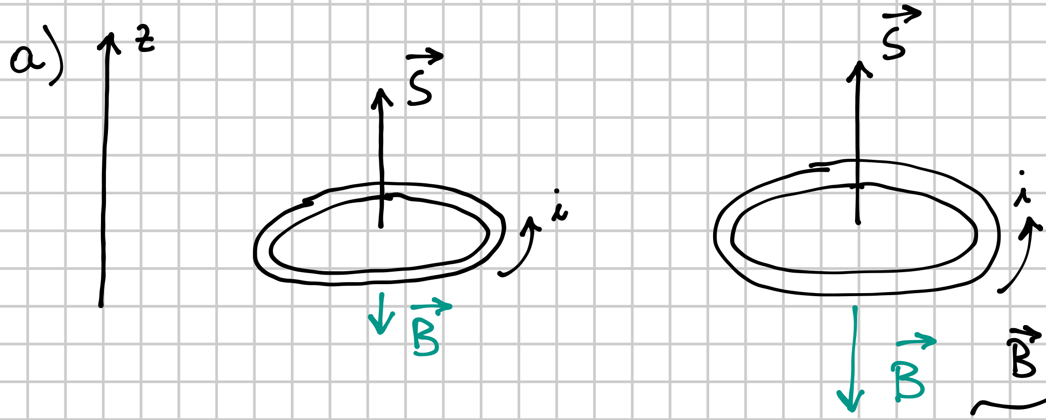
   a) da 0,0 ms a 3,0 ms;

   b) da 3,0 ms a 5,0 ms;

   c) da 5,0 ms a 10 ms.



a)



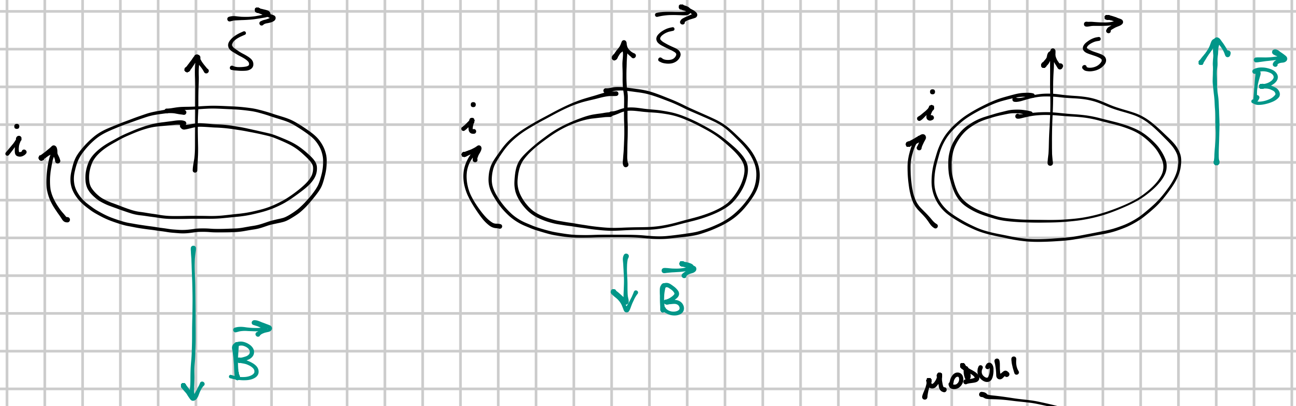
$|\vec{B}|$ aumenta, ma $\vec{B}$ è diretto in senso opposto a $\vec{S}$

$$i = -\frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{1}{R}\frac{\Phi_{fin.} - \Phi_{in.}}{\Delta t} = -\frac{1}{R}\frac{\overbrace{-B_{fin.}S}^{\vec{B}\cdot\vec{S}} - (\overbrace{-B_{in}}^{0} S)}{\Delta t} =$$

$$= -\frac{1}{R}\frac{S(-B_{fin.})}{\Delta t} = \frac{S B_{fin.}}{R\Delta t} = \frac{(30\times10^{-4}\,m^2)(0{,}20\times10^{-3}\,T)}{(4{,}0\times10^{-3}\,\Omega)(3{,}0\times10^{-3}\,s)}$$

$$= 0{,}50\times10^{-1}\ A = \boxed{5{,}0\times10^{-2}\ A}$$

b)



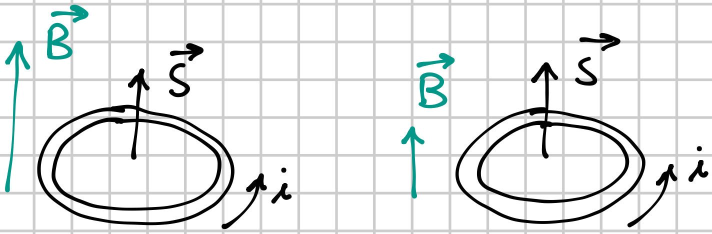
MODULI

$$i = -\frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{1}{R}\frac{\Phi_{fin.} - \Phi_{in.}}{\Delta t} = -\frac{1}{R}\frac{S B_{fin} - (-S B_{in})}{\Delta t} =$$

$$= -\frac{1}{R}\frac{S(B_{fin} + B_{in})}{\Delta t} = -\frac{(30\times10^{-4}\,m^2)(0{,}40\times10^{-3}\,T)}{(4{,}0\times10^{-3}\,\Omega)(2{,}0\times10^{-3}\,s)} =$$

$$= -1{,}5\times10^{-1}\,A = \boxed{-0{,}15\,A}$$

c)



$$i = -\frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{1}{R}\frac{\overbrace{\Phi_{fin}}^{0} - \Phi_{in}}{\Delta t} = -\frac{1}{R}\frac{-S B_{in}}{\Delta t} = \frac{S B_{in}}{R\Delta t} =$$

$$= \frac{(30\times10^{-4}\,m^2)(0{,}20\times10^{-3}\,T)}{(4{,}0\times10^{-3}\,\Omega)(5{,}0\times10^{-3}\,s)} = 0{,}30\times10^{-1}\,A = \boxed{3{,}0\times10^{-2}\,A}$$

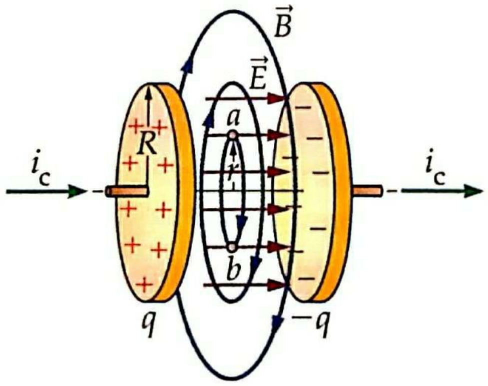
8 Un condensatore a facce piane parallele è caricato come illustrato in figura. Le armature circolari hanno raggio 4,00 cm e, in un determinato istante, la corrente di conduzione nel filo è 0,280 A. Calcola:

a) la densità della corrente di spostamento nell'aria, nello spazio compreso fra le armature;

b) il valore della rapidità di variazione del campo elettrico;

c) il campo magnetico indotto fra le armature alla distanza di 2,00 cm dall'asse;

d) il campo magnetico indotto fra le armature alla distanza di 1,00 cm dall'asse.



a) $\underbrace{i_s}_{\text{CORRENTE DI SPOSTAMENTO}} = \underbrace{i_c}_{\text{CORRENTE DEL CIRCUITO}} = 0{,}280\ A$

$\underbrace{J_s}_{\text{DENSITÀ DI CORRENTE DI SPOST.}} = \dfrac{i_s}{\underbrace{S}_{\text{SUPERFICIE ARMATURA}}} = \dfrac{0{,}280\ A}{(4{,}00\times10^{-2}\ m)^2\,\pi} =$

$= 0{,}005570\times10^{4}\ \dfrac{A}{m^2} = \boxed{55{,}7\ \dfrac{A}{m^2}}$

b) $\dfrac{dE}{dt} = ?$ $\qquad i_s = \varepsilon_0 \dfrac{d[SE]}{dt} = \varepsilon_0 S \dfrac{dE}{dt}$

$\dfrac{dE}{dt} = \dfrac{i_s}{\varepsilon_0 S} = \dfrac{J_s}{\varepsilon_0} = \dfrac{0{,}005570\ldots\times10^{4}\ A/m^2}{8{,}854\times10^{-12}\ \dfrac{C^2}{m^2\cdot N}} = 0{,}00062914\ldots\times10^{16}\ \dfrac{V}{m\cdot s}$

$\simeq \boxed{6{,}29\times10^{12}\ \dfrac{V}{m\cdot s}}$

c) $\oint_{\mathcal{L}} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\varepsilon_0 \dfrac{d(SE)}{dt}$

$\mathcal{L}$: CIRC. DI RAGGIO $r = 2{,}00$ cm

S: SUPERFICIE DELIMITATA DA $\mathcal{L}$

$B\cdot 2\pi r = \mu_0\varepsilon_0 \overbrace{S}^{\pi r^2} \dfrac{dE}{dt}$

$2\cancel{\pi}\cancel{r} B = \mu_0\varepsilon_0 \cancel{\pi} r^{\cancel{2}} \dfrac{dE}{dt}$

$$2\cancel{\pi r} B = \mu_0 \varepsilon_0 \cancel{\pi} r^{\cancel{2}} \frac{dE}{dt}$$

$$\Downarrow$$

$$B = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 r}{2} \cdot \frac{dE}{dt} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(8{,}854 \times 10^{-12})(\cancel{2{,}00} \times 10^{-2})(6{,}2914\ldots \times 10^{12})}{\cancel{2}}\ T$$

$$= 699{,}997\ldots \times 10^{-9}\ T \simeq \boxed{7{,}00 \times 10^{-7}\ T}$$

d) In modo analogo (basta dividere per 2 il risultato precedente)

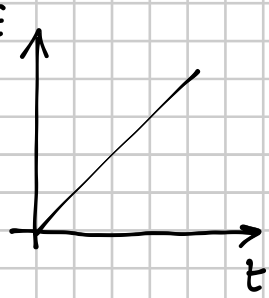
$$B = \frac{6{,}99997\ldots \times 10^{-7}\ T}{2} = 3{,}49998\ldots \times 10^{-7}\ T \simeq \boxed{3{,}50 \times 10^{-7}\ T}$$

In un punto lontano dall'asse del condensatore per più del raggio si usa la legge di Biot-Savart (con i_s).

18 ◆◆◆ In un condensatore con armature circolari di raggio 2,0 cm, il modulo del campo elettrico sta aumentando in modo lineare alla velocità di $1{,}2 \times 10^8$ N/(C · s).

▶ Calcola l'intensità del campo magnetico generato all'esterno del condensatore a una distanza $d = 4{,}0$ cm dal suo asse, assumendo che tra le armature ci sia il vuoto.

[$6{,}7 \times 10^{-12}$ T]



$$\frac{dE}{dt} = 1{,}2 \times 10^8 \ \frac{N}{C\cdot s}$$

$E = \text{COSTANTE} \cdot t$

(oppure $E = \text{costante} \cdot t + E_0$)

$\Downarrow$

$\frac{dE}{dt} = \text{costante}$

1° MODO

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\,\overbrace{\Phi(\vec{E})}^{S\cdot E}}{dt}$$

$$\Downarrow$$

$$B \cdot 2\cancel{\pi} d = \mu_0 \varepsilon_0 \overbrace{S}^{\cancel{\pi} r^2} \cdot \frac{dE}{dt}$$

$$B = \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2d} r^2 \frac{dE}{dt} = \frac{(\cancel{4}^{2}\pi \times 10^{-7})(8{,}854 \times 10^{-12})}{\cancel{2}(\cancel{4{,}0}_{1} \times 10^{-2})} (\cancel{2{,}0}_{1} \times 10^{-2})^2 (1{,}2 \times 10^8)\ T$$

$$= 66{,}75\ldots \times 10^{-13}\ T \simeq \boxed{6{,}7 \times 10^{-12}\ T}$$

2° MODO Uso direttamente la legge di Biot-Savart

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i_s}{d} \qquad i_s = \varepsilon_0 \frac{d[SE]}{dt} = \varepsilon_0 S \cdot \frac{dE}{dt} =$$

$$= (8{,}854 \times 10^{-12})\,\pi\,(2{,}0 \times 10^{-2})^2 \cdot (1{,}2 \times 10^8)\ A = 133{,}51\ldots \times 10^{-8}\ A$$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_s}{d} = \left(2\times10^{-7}\right)\frac{133{,}51\ldots\times10^{-8}}{4{,}0\times10^{-2}}\ \mathrm{T} =$$

$$= 66{,}757\ldots\times10^{-13}\ \mathrm{T} \simeq \boxed{6{,}7\times10^{-12}\ \mathrm{T}}$$