29/1/2021

238 $y = \ln \dfrac{4x^2 - 16}{x^2 + 4}$

Trovare gli intervalli in cui f è crescente e decrescente (strettamente)

DOMINIO $\dfrac{4x^2-16}{\cancel{x^2+4}} > 0$ $\qquad 4(x^2-4)>0 \qquad x<-2 \vee x>2$

$D =]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$

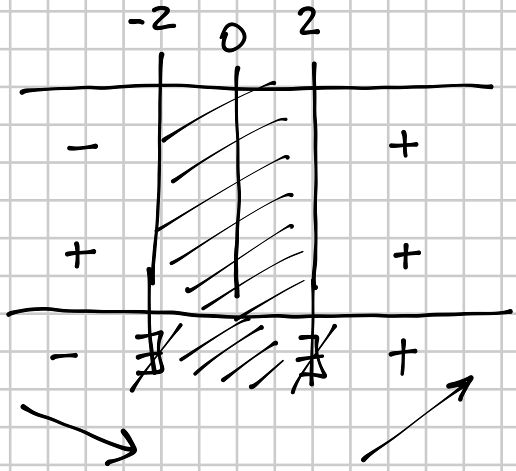
$$f'(x) = \frac{x^2+4}{4x^2-16} \cdot \left(\frac{4x^2-16}{x^2+4}\right)' = \frac{\cancel{x^2+4}}{4x^2-16} \cdot \frac{8x(x^2+4)-2x(4x^2-16)}{(x^2+4)^{\cancel{2}}} =$$

$$= \frac{\cancel{8x^3}+32x-\cancel{8x^3}+32x}{(4x^2-16)(x^2+4)} = \frac{\overset{16}{\cancel{64}}x}{\cancel{4}(x^2-4)(x^2+4)} = \frac{16x}{(x^2-4)(x^2+4)}$$

$f'(x) > 0 \qquad \dfrac{\cancel{16}x}{(x^2-4)\cancel{(x^2+4)}} > 0 \qquad \dfrac{\boxed{N}\; x}{\boxed{D}\; x^2-4} > 0$

$\boxed{N}$ $x > 0$

$\boxed{D}$ $x^2-4>0 \qquad x<-2 \vee x>2$



f è strett. crescente in $]2, +\infty[$

f è strett. decrescente in $]-\infty, -2[$

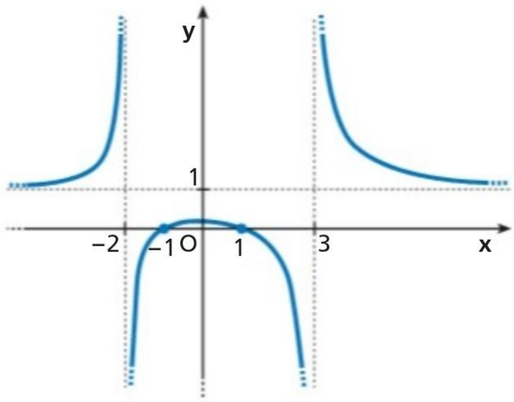
187 LEGGI IL GRAFICO Il grafico rappresenta la derivata prima, $f'(x)$, di una funzione $f(x)$ continua in $\mathbb{R}$.
In base ai dati deducibili dal grafico:

a. individua e classifica i punti di non derivabilità della funzione $f(x)$;

b. individua gli intervalli in cui $f(x)$ è crescente e quelli in cui è decrescente;

c. spiega se la funzione $f(x)$ è invertibile in $[-2; 3]$.

[a) $x=-2$ cuspide; $x=3$ cuspide;
b) cresc. per $x<-2$ e $-1<x<1$ e $x>3$]



a) $x_1=-2$ è una cuspide perché $f'_-(-2)=+\infty$ e $f'_+(-2)=-\infty$

$x_2=3$ è una cuspide perché $f'_-(3)=-\infty$ e $f'_+(3)=+\infty$

b) Intervalli in cui f è strett. crescente: $]-\infty,-2]$ e $[-1,1]$ e $[3,+\infty[$

c) In $[-2,3]$ f non è invertibile poiché per esserlo dovrebbe essere iniettiva, cioè strett. crescente o strett. decrescente. Non lo è poiché in $[-2,3]$ la derivata è positiva e negativa. (Ad es. è invertibile in $[-1,1]$)

176 Dimostra che la funzione $y = \arctan x + \arctan \frac{1}{x}$ è costante in $\mathbb{R}^-$ e $\mathbb{R}^+$ e trova il valore di y.

$\left[y = -\frac{\pi}{2} \text{ per } x < 0,\ y = \frac{\pi}{2} \text{ per } x > 0\right]$

$D = \mathbb{R} \setminus \{0\} =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$ (unione di 2 intervalli)

$$f(x) = \arctan x + \arctan \frac{1}{x}$$

$\left(\frac{1}{x}\right)'$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+\frac{1}{x^2}} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = \qquad (x \neq 0)$$

$$= \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{x^2+1} = 0$$

In $]-\infty, 0[$ la funzione è costante

in $]0, +\infty[$ la funzione è costante

TH. DERIVATA NULLA

in genere diverse

$$f(1) = \arctan 1 + \arctan 1 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$f(-1) = \arctan(-1) + \arctan(-1) = -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{se } x > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$