26/3/2019

QUANTITÀ DI MOTO RELATIVISTICA

FORMULA NEWTONIANA $\vec{p} = m\vec{v}$ ← Non si conserva più in presenza di effetti relativistici

FORMULA RELATIVISTICA $\boxed{\vec{p} = \gamma m \vec{v}}$

1) Si conserva negli urti

2) Per piccole velocità si riduce alla formula newtoniana ($\gamma \simeq 1$)

L'INERZIA DELL'ENERGIA

EINSTEIN (1905)

L'INERZIA DI UN CORPO DIPENDE DAL SUO CONTENUTO DI ENERGIA? → Fornendo una quantità di energia E a un corpo, senza che questo comporti una variazione della sua velocità, la sua massa varia di

$$\boxed{\Delta m = \frac{E}{\gamma c^2}}$$

In particolare, se il corpo è fermo ($v = 0 \Rightarrow \gamma = 1$), $\Delta m = \frac{E}{c^2}$

Possiamo quindi considerare la massa di un corpo come la misura del suo contenuto di energia → "EQUIVALENZA MASSA-ENERGIA"

↓

EINSTEIN → "INERZIA DELL'ENERGIA"

$$\boxed{E = \gamma m c^2} \quad \underset{\gamma = 1}{\overset{}{\underset{v=0}{\Longrightarrow}}} \quad \boxed{E_0 = m c^2}$$

$E = \gamma m c^2$: ENERGIA TOTALE DI UN CORPO

E_0: ENERGIA IN CONDIZIONI DI QUIETE (ENERGIA A RIPOSO)

ENERGIA INTRINSECA (EQUIVALENTE) DI UN CORPO DI MASSA m

m: MASSA INERZIALE NEWTONIANA → INVARIANTE RELATIVISTICO (non cambia passando a un altro S.R.I.)

$$\boxed{\text{L'ENERGIA TOTALE DI UN SISTEMA ISOLATO SI CONSERVA}}$$

ENERGIA TOTALE $\quad E = E_0 + K$

E_0: EN. A RIPOSO

K: EN. CINETICA

EN. CINETICA $\quad K = E - E_0 = (\gamma - 1) m c^2 \quad$ per basse velocità diventa l'en. cinetica newtoniana $\frac{1}{2} m v^2$

Infatti: $\lim_{x \to 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x} = \alpha \Rightarrow \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x} = \alpha + h(x)$, $h(x) \to 0$ per $x \to 0$

$$\Rightarrow (1+x)^\alpha - 1 = \alpha x + \underbrace{x\cancel{h(x)}}_{\text{va a 0}} \Rightarrow (1+x)^\alpha - 1 \simeq \alpha x \text{ per } x \to 0$$

va a 0 velocemente (più di αx, quindi è TRASCURABILE)

$$\gamma - 1 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 = (1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}} - 1 = (1 + (-\beta^2))^{-\frac{1}{2}} - 1 \simeq -\frac{1}{2}(-\beta^2) = \frac{1}{2}\beta^2$$

PER BASSE VELOCITÀ ($\beta \to 0$)

$$K = (\gamma - 1) m c^2 \simeq \frac{1}{2}\beta^2 m c^2 = \boxed{\frac{1}{2} m v^2}$$

ENERGIA E QUANTITÀ DI MOTO

$$E = \gamma m c^2 \qquad\qquad p = \gamma m v$$

$$E^2 = \frac{m^2 c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad\qquad p^2 = \frac{m^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$E^2 - c^2p^2 = \frac{m^2c^4}{1-\frac{v^2}{c^2}} - \frac{m^2v^2c^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{m^2c^4}{\cancel{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cancel{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)} =$$

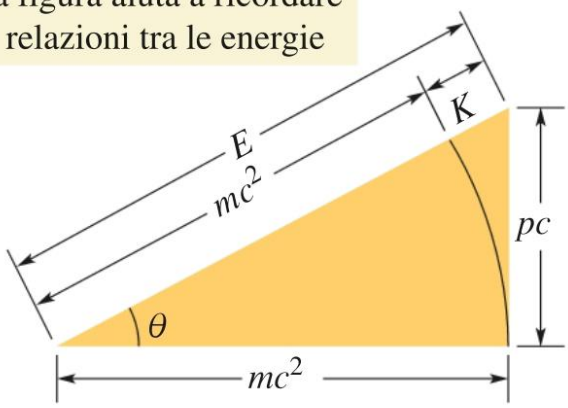
$$= \underbrace{m^2c^4}_{\text{MASSA INVARIANTE}}$$ INVARIANTE RELATIVISTICO (NON DIPENDE DAL S.R.)

$$\boxed{\underbrace{E^2 - c^2p^2}_{\text{INVARIANTE RELATIVISTICO}} = m^2c^4} \Longrightarrow \underbrace{E}_{\text{ENERGIA TOTALE}} = \sqrt{(cp)^2 + (mc^2)^2}$$

CASO QUIETE $\quad p = 0 \Rightarrow E_0 = mc^2$

CASO MASSA NULLA (FOTONI) $\quad m = 0 \Rightarrow E = cp$

La figura aiuta a ricordare le relazioni tra le energie



$$\sin\vartheta = \beta$$

$$\cos\vartheta = \frac{1}{\gamma}$$

PARTICELLE DI MASSA NULLA (FOTONI)

$E = cp$ (non potremmo fare lo stesso nella relazione non relativistica $E = \frac{p^2}{2m}$)

Una particella di massa nulla si muove necessariamente alla velocità della luce:

$$p = \gamma m v \qquad E = \gamma m c^2$$

$$\Downarrow$$

$$v = \frac{c^2 p}{E}$$

questa relazione non contiene più m e viene estesa anche a particelle di massa $m = 0$.

dunque

$$v = \frac{c^2 p}{c p} = c$$

LA LEGGE FONDAMENTALE DELLA DINAMICA

FISICA CLASSICA

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \longrightarrow$$

RELATIVITÀ

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d}{dt}(\gamma m \vec{v})}$$