19/5/2021

Scrivere l'eq. della parabola $y = ax^2 + bx + c$

con vertice $V(1,2)$ e passante per $P(3,5)$

$$\begin{array}{l} P \rightarrow \\ V \begin{array}{l} x_V \rightarrow \\ y_V \rightarrow \end{array} \end{array} \begin{cases} 5 = 9a + 3b + c \\ -\dfrac{b}{2a} = 1 \\ -\dfrac{\Delta}{4a} = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 9a + 3b + c = 5 \\ b = -2a \\ \Delta = -8a \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$(-2a)^2 - 4ac = -8a$$

$$4a^{\cancel{2}} - 4\cancel{a}c = -8\cancel{a}$$

oppure passaggio per V

$2 = a + b + c$

$$\begin{cases} 9a + 3b + c = 5 \\ b = -2a \\ \cancel{4}a - \cancel{4}c + \cancel{8}^{2} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 9a + 3(-2a) + c = 5 \\ // \\ a - c + 2 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 9a - 6a + c = 5 \\ // \\ a - c + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a + c = 5 \\ // \\ a = c - 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3(c-2) + c = 5 \\ // \\ a = c - 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3c - 6 + c = 5 \\ / \\ / \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4c = 11 \\ \\ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = \dfrac{11}{4} \\ a = \dfrac{11}{4} - 2 = \dfrac{3}{4} \end{cases} \qquad b = -2 \cdot \frac{3}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} a = \dfrac{3}{4} \\ b = -\dfrac{3}{2} \\ c = \dfrac{11}{4} \end{cases} \qquad \boxed{y = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{11}{4}}$$

SUCCESSIONE DI FIBONACCI

E NUMERO D'ORO

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 ....

facendo la somma di 2 termini consecutivi si trova il termine successivo

x_n = n-esimo termine $\qquad x_{n+2} = x_{n+1} + x_n$

PHI

Il rapporto tra un termine della successione e il precedente tende ad assomigliare al numero d'oro φ al crescere di n

Infatti:

$$x_{n+2} = x_{n+1} + x_n$$

$$\frac{x_{n+2}}{x_{n+1}} = \frac{x_{n+1}}{x_{n+1}} + \frac{x_n}{x_{n+1}}$$

$$\frac{x_{n+2}}{x_{n+1}} = 1 + \frac{1}{\frac{x_{n+1}}{x_n}}$$

per n "grande", suppongo che il rapporto tra un termine e il successivo assomigli a un numero x. Quanto vale x?

$$\frac{x_{n+2}}{x_{n+1}} = 1 + \frac{1}{\frac{x_{n+1}}{x_n}}$$

$x \qquad x$

$$x = 1 + \frac{1}{x}$$

$$x^2 = x + 1$$

$$x^2 - x - 1 = 0 \qquad x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \varphi$$

COL - N.A.

TR. DI TARTAGLIA

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
- - - - - - - - - - -

1 | 1
1 | 1 1
2 | 1 2 1
3 | 1 3 3 1
5 | 1 4 6 4 1
8 | 1 5 10 10 5 1
13 | 1 . - - - . - - - . . . .
⋮

SUCCESSIONE DI FIBONACCI

PROBLEMA

Data la parabola $y = x^2 - x$, trovare la retta parallela all'asse x (del tipo $y = k$) che stacca sulla parabola una corda di lunghezza 4.

$$y = x^2 - x \qquad V\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$$

$$y_V = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

INT. ASSI

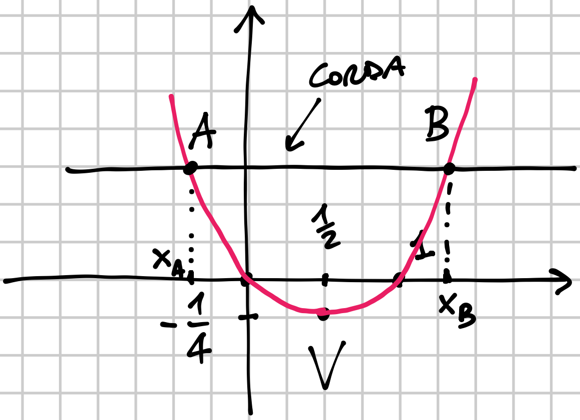
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \qquad O(0,0)$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - x = 0$$

$$x(x-1) = 0 \quad \begin{matrix} \nearrow x = 0 \\ \searrow x = 1 \end{matrix}$$

$$E(1,0)$$



Voglio che la corda sia lunga 4

$$\overline{AB} = 4$$

$$\begin{cases} y = x^2 - x \\ y = k \end{cases} \qquad x^2 - x = k \qquad x^2 - x - k = 0 \qquad \Delta = 1 + 4k$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4k}}{2}$$

$$A\left(\frac{1-\sqrt{1+4k}}{2}, k\right) \qquad B\left(\frac{1+\sqrt{1+4k}}{2}, k\right)$$

$$|x_A - x_B| = \overline{AB} = 4 \qquad \left|\frac{1-\sqrt{1+4k}}{2} - \frac{1+\sqrt{1+4k}}{2}\right| = 4$$

$$\left|\frac{\cancel{1} - \sqrt{1+4k} \cancel{-1} - \sqrt{1+4k}}{2}\right| = 4 \qquad \left|\frac{-\cancel{2}\sqrt{1+4k}}{\cancel{2}}\right| = 4$$

$$\sqrt{1+4k} = 4 \xrightarrow{\text{elevo al quadrato}} 1 + 4k = 16 \qquad 4k = 15 \qquad k = \frac{15}{4}$$

retta AB

$$\boxed{y = \frac{15}{4}}$$