DINAMICA RELATIVISTICA

QUANTITÀ DI MOTO NEWTONIANA

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

Se la forza esterna risultante è nulla, la quantità di moto (totale) di un sistema si conserva.

LEGGE DI NEWTON

$$(*) \quad \boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}}$$

infatti: $\dfrac{d(m\vec{v})}{dt} = m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \boxed{m\vec{a} = \vec{F}}$

Si verifica sperimentalmente che $\dfrac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}$ non è più valida in relatività

Per "salvare" (*) è necessario cambiare la definizione di $\vec{p}$

$$\boxed{\vec{p} = m\gamma\vec{v}}$$

QUANTITÀ DI MOTO RELATIVISTICA

→ si conserva negli urti

→ per piccole velocità si riduce alla "vecchia" formula newtoniana

$v \ll c \Rightarrow \gamma \simeq 1$

2° LEGGE DELLA DINAMICA RELATIVISTICA

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}} \Rightarrow \frac{d(m\gamma\vec{v})}{dt} = \vec{F} \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$\vec{F} = m\gamma\vec{a}$ vale se $\vec{F} \perp \vec{v}$ (se $\vec{F} \parallel \vec{v}$, allora $\vec{F} = m\gamma^3\vec{a}$)

m = MASSA INERZIALE NEWTONIANA, INVARIANTE RELATIVISTICO (UGUALE IN OGNI S.R.I.)

58 ★★★ Un elettrone in moto a velocità $v = 0{,}90c$ entra in una regione di spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme, di intensità $B = 2{,}5$ T, perpendicolare alla velocità dell'elettrone.

- Calcola il raggio della traiettoria circolare percorsa dall'elettrone secondo la fisica classica e secondo la dinamica relativistica.
- Calcola di quanto varia il risultato, in percentuale rispetto al valore ottenuto secondo la fisica non relativistica.

[$6{,}1 \times 10^{-4}$ m; $1{,}4 \times 10^{-3}$ m; $1{,}3 \times 10^{2}$ %]

DINAMICA CLASSICA

FORZA DI LORENTZ

$$e\cancel{v}B = m\frac{v^{\cancel{2}}}{r}$$

$$r = \frac{mv}{eB} =$$

$$= \frac{(9{,}11 \times 10^{-31}\,\text{kg})(0{,}90)(3{,}0 \times 10^{8}\,\frac{\text{m}}{\text{s}})}{(1{,}602 \times 10^{-19}\,\text{C})(2{,}5\,\text{T})}$$

$$= 6{,}141\ldots \times 10^{-4}\,\text{m}$$

$$\simeq \boxed{6{,}1 \times 10^{-4}\,\text{m}}\; r_1$$

DINAMICA RELATIVISTICA

$$e\cancel{v}B = m\gamma\frac{v^{\cancel{2}}}{r}$$

POSSO USARE QUESTA FORMULA PERCHÉ $\vec{F} \perp \vec{v}$

$$r = \gamma\frac{mv}{eB} =$$

$$= (6{,}141\ldots \times 10^{-4}\,\text{m}) \cdot \gamma =$$

$$= \frac{6{,}141\ldots \times 10^{-4}\,\text{m}}{\sqrt{1-(0{,}90)^2}} =$$

$$= 14{,}0897\ldots \times 10^{-4}\,\text{m}$$

$$\simeq \boxed{1{,}4 \times 10^{-3}\,\text{m}}\; r_2$$

ALTERNATIVA

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{\gamma r_1}{r_1} = \gamma$$

$$\frac{\Delta r}{r_1} \cdot 100\% = \frac{r_2 - r_1}{r_1} \cdot 100\% = \left(\frac{r_2}{r_1} - 1\right) \cdot 100\% =$$

$$= \left(\frac{14{,}089\ldots}{6{,}141\ldots} - 1\right) \cdot 100\% = 1{,}2943\ldots \cdot 100\% \simeq \boxed{1{,}3 \times 10^{2}\,\%}$$

42 ★★★

Il muone e la sua antiparticella hanno la stessa massa pari a circa 207 volte la massa dell'elettrone (pari a $9{,}11 \times 10^{-31}$ kg) e cariche elettriche opposte. Quando un muone e un antimuone interagiscono tra loro, si annichilano (cioè scompaiono) rilasciando energia.

- Calcola la minima energia che viene rilasciata nell'annichilazione di una coppia muone-antimuone.
- In un processo di annichilazione vengono emesse onde elettromagnetiche dello stesso tipo che viaggiano in direzioni opposte: qual è la quantità di moto di ciascuna onda?

[$3{,}4 \times 10^{-11}$ J; $5{,}6 \times 10^{-20}$ kg / (m · s)]

$$E_{MIN.} = 2E_0 = 2mc^2 = 2\left(207 \cdot 9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg}\right)\left(3{,}0 \times 10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 =$$

EN. A RIPOSO DI CIASCUNA DELLE 2 PARTICELLE

$$= 33943{,}86 \times 10^{-15}\ \text{J} \simeq$$

$$\simeq \boxed{3{,}4 \times 10^{-11}\ \text{J}}$$

$$p = \frac{\mathcal{E}}{c}$$

QUANTITÀ DI MOTO TRASPORTATA DALL'ONDA

$$p = \frac{E_0/2}{c} = \frac{E_0}{2c} =$$

$$= \frac{3{,}394386 \times 10^{-11}\ \text{J}}{2\left(3{,}0 \times 10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)} =$$

$$= 0{,}5657\ldots \times 10^{-19}\ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \simeq$$

$$\simeq \boxed{5{,}7 \times 10^{-20}\ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$