4/3/2021

239 $x^4 - 8x^3 + 15x^2 - 6x = 0$ $[0; 2; 3 \pm \sqrt{6}]$

$$x(x^3 - 8x^2 + 15x - 6) = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad \underbrace{x^3 - 8x^2 + 15x - 6}_{\text{SCOMPONGO CON RUFFINI}} = 0$$

$\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 6$

$1 \rightarrow 1 - 8 + 15 - 6 \neq 0$ $\boxed{2} \rightarrow 8 - 32 + 30 - 6 = 0$ OK!

$-1 \rightarrow -1 - 8 - 15 - 6 \neq 0$

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 1 & -8 & 15 & -6 \\ 2 & & 2 & -12 & 6 \\ \hline & 1 & -6 & 3 & // \end{array}$$

$$x(x-2)(x^2 - 6x + 3) = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x = 2 \quad \vee \quad x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\Delta}{4} = 9 - 3 = 6 \qquad x = 3 \pm \sqrt{6}$$

$$\boxed{x = 0 \quad \vee \quad x = 2 \quad \vee \quad x = 3 \pm \sqrt{6}}$$

238 $x^4 + 4x^3 - x^2 - 16x - 12 = 0$ [−3; −2; −1; 2]

$\pm 1 \quad \pm 2 \quad \pm 3 \quad \pm 4 \quad \pm 6 \quad \pm 12$

$1 \rightarrow 1 + 4 - 1 - 16 - 12 \neq 0$

$-1 \rightarrow \cancel{1} - 4 - \cancel{1} + 16 - 12 = 0$ ok!

	1	4	−1	−16	−12
−1		−1	−3	4	12
	1	3	−4	−12	//

$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 4x - 12) = 0$

$(x+1)\left[x^2(x+3) - 4(x+3)\right] = 0$

$(x+1)(x+3)(x^2 - 4) = 0$

$(x+1)(x+3)(x-2)(x+2) = 0$

$\boxed{x = -1 \quad \vee \quad x = -3 \quad \vee \quad x = \pm 2}$

257 $(x^2-4)(x^2+x-6)(x-2)=0$

$$(x-2)(x+2)(x+3)(x-2)(x-2)=0$$

$x=2 \quad \vee \quad x=-2 \quad \vee \quad x=-3$

3 soluzioni distinte
$\Downarrow$
ma vanno contate secondo la MOLTEPLICITÀ

$$(x-2)^3(x+2)(x+3)=0$$

2 è soluzione di molteplicità 3
-2 è soluzione di molteplicità 1
-3 è soluzione di molteplicità 1

5 grado dell'equazione

A noi basta sapere che SOMMA DELLE MOLTEPLICITÀ $\leq$ GRADO DELL'EQUAZIONE

$x^2-2x+1=0 \qquad \frac{\Delta}{4}=1-1=0 \Rightarrow$ 2 soluzioni coincidenti
$\Downarrow$
1 soluzione con molteplicità 2

$(x-1)^2=0$
$\Downarrow$
1 è soluzione con molteplicità 2

264 $x^5 - 3x^4 + 3x^3 - x^2 = 0$

$$x^2(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) = 0$$

$$x^2(x-1)^3 = 0$$

0 è sol. di molteplicità 2

1 è sol. di molteplicità 3

$$\Downarrow$$

$$(x-0)(x-0)(x-1)(x-1)(x-1) = 0$$

329 $2x^2 + 3x - 7 = \dfrac{12}{x-1}$ $\left[-\dfrac{1}{2}; \pm\sqrt{5}\right]$

C.E. $x \neq 1$

$$\frac{(x-1)(2x^2+3x-7)}{\cancel{x-1}} = \frac{12}{\cancel{x-1}}$$

$$2x^3 + 3x^2 - 7x - 2x^2 - 3x + 7 - 12 = 0$$

$$2x^3 + x^2 - 10x - 5 = 0$$

$$x^2(2x+1) - 5(2x+1) = 0$$

$$(2x+1)(x^2-5) = 0$$

$$2x+1=0 \quad \vee \quad x^2-5=0$$

$$\boxed{x = -\frac{1}{2} \quad \vee \quad x = \pm\sqrt{5}}$$ dopo controllo C.E.

335 $(x^6 - 4x^3 + 4)(x^4 - 1) = 0$ $\qquad [\pm 1; \sqrt[3]{2}]$

$x^6 - 4x^3 + 4 = 0 \quad \vee \quad x^4 - 1 = 0 \longrightarrow (x^2-1)(x^2+1) = 0$

$(x-1)(x+1)(x^2+1) = 0$

$\Downarrow \quad t = x^3 \qquad\qquad \Downarrow$

$t^2 - 4t + 4 = 0 \qquad\qquad x^4 = 1$

$(t-2)^2 = 0 \qquad\qquad x = \pm 1$ (entrambe di molteplicità 1)

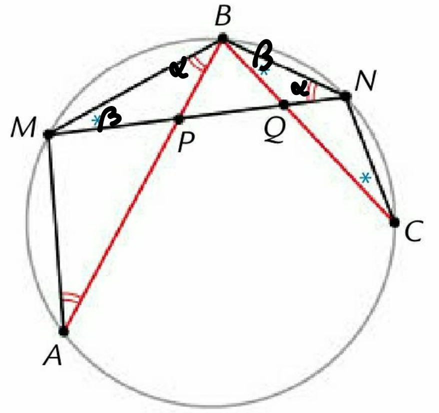
$t = 2$

$x^3 = 2$

$x = \sqrt[3]{2}$

(molteplicità 2)

199 Nella figura, M ed N sono i punti medi di $\widehat{AB}$ e $\widehat{BC}$.



a. Giustifica perché gli angoli contrassegnati con lo stesso simbolo sono congruenti.
b. Dimostra che $BP \cong BQ$.

a) $M\hat{A}B \cong M\hat{N}B$ perché angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco $\widehat{MB}$

$M\hat{A}B \cong A\hat{B}M$ perché angoli alla circonferenza che insistono sugli archi congruenti $\widehat{MB}$ e $\widehat{AM}$

$B\hat{M}N \cong B\hat{C}N$ perché angoli alla circ. che insistono sullo stesso arco $\widehat{BN}$

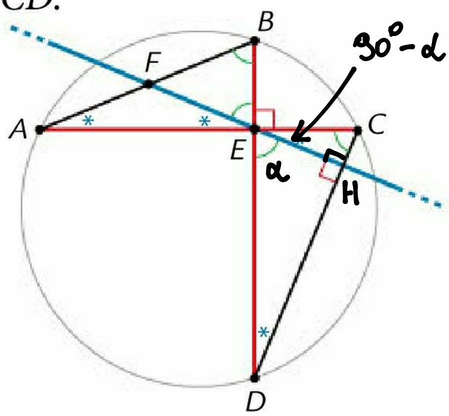
$C\hat{B}N \cong B\hat{C}N$ perché angoli alla circ. che insistono sugli archi congruenti $\widehat{CN}$ e $\widehat{BN}$

b) $B\hat{P}M \cong B\hat{Q}N$ perché entrambi $\pi-(\alpha+\beta)$

Essendo angoli esterni degli angoli alla base del triangolo BPQ, anche gli angoli alla base (interni) sono congruenti. Dunque BPQ è isoscele, da cui

$BP \cong BQ$. c.v.d.

198 Le due corde AC e BD in figura sono perpendicolari e si incontrano nel punto E. Inoltre, la retta EF è perpendicolare a CD.



a. Giustifica perché gli angoli contrassegnati con lo stesso simbolo sono congruenti.

b. Dimostra che $AF \cong BF$.

a) $B\hat{A}C \cong B\hat{D}C$ perché angoli alla circ. che insistono sullo stesso arco $\overset{\frown}{BC}$

Nel triangolo EHC, si ha:

$\hat{C} = 180° - (90° + 90° - \alpha) =$
$= 180° - 180° + \alpha = \alpha$

$\hat{D} = 90° - \alpha$

quindi $\hat{D} \cong C\hat{E}H$

$C\hat{E}H \cong F\hat{E}A$ perché angoli opposti al vertice

$B\hat{E}F \cong D\hat{E}H$ " " " "

$D\hat{C}A \cong D\hat{B}A$ perché angoli alla circ. che insistono sullo stesso arco $\overset{\frown}{DA}$

b) $A\hat{F}E$ e $E\hat{F}B$ sono isosceli perché hanno gli angoli alla base congruenti.

Quindi $AF \cong FE$ e $FE \cong FB$.

Per transitività della relazione di congruenza $AF \cong FB$ CVD