304 Trova l'equazione dell'iperbole equilatera, riferita agli asintoti, che stacca sulla retta di equazione $y = -2x + 1$ una corda che misura $\frac{7}{2}\sqrt{5}$.

$[xy = -6]$

DA TROVARE

$xy = K$

$$\begin{cases} xy = K \\ y = -2x + 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = \dfrac{K}{x} \\ \dfrac{K}{x} = -2x + 1 \end{cases} \qquad \frac{K}{\cancel{x}} = \frac{-2x^2 + x}{\cancel{x}}$$

$$2x^2 - x + K = 0$$

$$\Delta = 1 - 8K > 0 \Rightarrow K < \frac{1}{8}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-8K}}{4}$$

$$A \begin{cases} x = \dfrac{1 - \sqrt{1-8K}}{4} \\ y = \dfrac{4K}{1 - \sqrt{1-8K}} \end{cases} \qquad B \begin{cases} x = \dfrac{1 + \sqrt{1-8K}}{4} \\ y = \dfrac{4K}{1 + \sqrt{1-8K}} \end{cases}$$

1° PUNTO 2° PUNTO

$$\overline{AB} = \frac{7}{2}\sqrt{5}$$

$$\overline{AB}^2 = \frac{245}{4}$$

$$\left(\frac{1 - \sqrt{1-8K}}{4} - \frac{1 + \sqrt{1-8K}}{4}\right)^2 + \left(\frac{4K}{1 - \sqrt{1-8K}} - \frac{4K}{1 + \sqrt{1-8K}}\right)^2 = \frac{245}{4}$$

$$\left(\frac{\cancel{1} - \sqrt{1-8K} - \cancel{1} - \sqrt{1-8K}}{4}\right)^2 + \left(\frac{4K(1 + \sqrt{1-8K}) - 4K(1 - \sqrt{1-8K})}{(1 - \sqrt{1-8K})(1 + \sqrt{1-8K})}\right)^2 = \frac{245}{4}$$

$$\left(\frac{-\cancel{2}\sqrt{1-8K}}{\cancel{4}_2}\right)^2 + \left(\frac{\cancel{4K} + 4K\sqrt{1-8K} - \cancel{4K} + 4K\sqrt{1-8K}}{\cancel{1} - \cancel{1} + 8K}\right)^2 = \frac{245}{4}$$

$$\left(\frac{-\cancel{2}\sqrt{1-8k}}{\cancel{4}_{2}}\right)^2 + \left(\frac{\cancel{4k}+4k\sqrt{1-8k}\cancel{-4k}+4k\sqrt{1-8k}}{\cancel{1}-\cancel{1}+8k}\right)^2 = \frac{245}{4}$$

$$\frac{1-8k}{4} + \left(\frac{\cancel{8k}\sqrt{1-8k}}{\cancel{8k}}\right)^2 = \frac{245}{4}$$

$$\frac{1-8k}{4} + 1-8k = \frac{245}{4}$$

$$\frac{1-8k+4-32k}{\cancel{4}} = \frac{245}{\cancel{4}}$$

$$-40k = 240 \qquad k = -\frac{240}{40} = -6$$ ACCETTABILE

L'equazione dell'iperbole è $\boxed{xy = -6}$

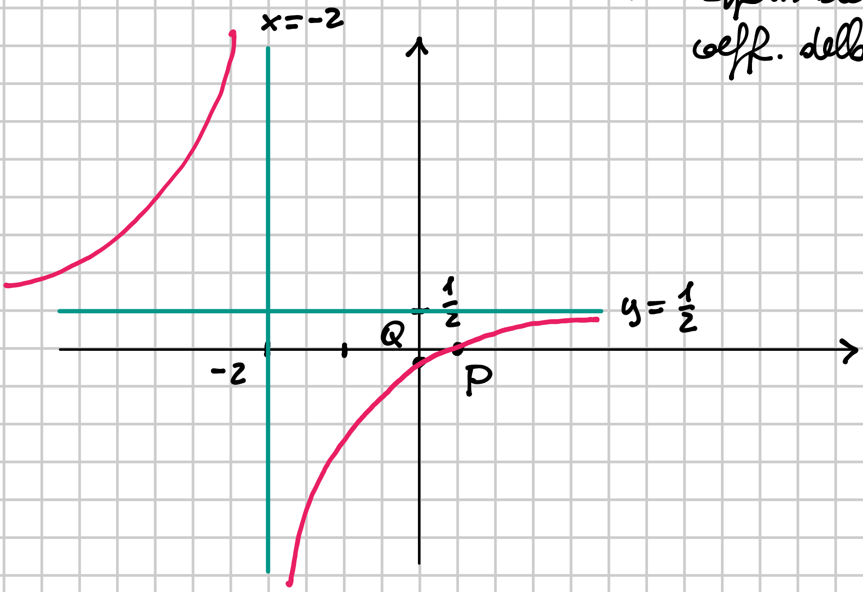
315 $y = \dfrac{2x-1}{4x+8}$

STUDIARE LA FUNZIONE OMOGRAFICA

L'ASINTOTO VERTICALE si trova annullando il denominatore

$$4x+8=0 \Rightarrow \boxed{x=-2}$$

L'ASINTOTO ORIZZONTALE è $y=\dfrac{2}{4}$ rapporto dei coeff. della x $\Rightarrow \boxed{y=\dfrac{1}{2}}$



Per capire dove sono le zone in cui si trova l'iperbole calcoliamo le intersezioni con gli assi cartesiani

INT. ASSE X
$$\begin{cases} y=\dfrac{2x-1}{4x+8} \\ y=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{2x-1}{\cancel{4x+8}}=0 \\ y=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=\dfrac{1}{2} \\ y=0 \end{cases} \qquad P\left(\dfrac{1}{2},0\right)$$

INT. ASSE y
$$\begin{cases} y=\dfrac{2x-1}{4x+8} \\ x=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=0 \\ y=-\dfrac{1}{8} \end{cases} \qquad Q\left(0,-\dfrac{1}{8}\right)$$

IPERBOLE TRASLATA

$$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2}-\frac{(y-\beta)^2}{b^2}=\pm 1$$

188 Un'iperbole di equazione $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$ ha eccentricità $e=\frac{\sqrt{7}}{2}$ e passa per $(-6;2\sqrt{15})$. Calcola i valori di a e di b. $[a=3; b=2\sqrt{3}]$

FUOCHI SU ASSE y

$$c=\sqrt{a^2+b^2}$$

$$e=\frac{c}{b}$$

$$P(-6,2\sqrt{15})\quad \begin{cases}\frac{c}{b}=\frac{\sqrt{7}}{2}\\ \frac{36}{a^2}-\frac{60}{b^2}=-1\end{cases}\qquad \begin{cases}\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b}=\frac{\sqrt{7}}{2}\\ \frac{36}{a^2}-\frac{60}{b^2}=-1\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{a^2+b^2}{b^2}=\frac{7}{4}\\ //\end{cases}\qquad \begin{cases}\frac{a^2}{b^2}+1=\frac{7}{4}\\ //\end{cases}\qquad \begin{cases}\frac{a^2}{b^2}=\frac{7}{4}-1\\ //\end{cases}\qquad \begin{cases}a^2=\frac{3}{4}b^2\\ \frac{36}{\frac{3}{4}b^2}-\frac{60}{b^2}=-1\end{cases}$$

$$\frac{\overset{48}{\cancel{144}}}{\cancel{3}b^2}-\frac{60}{b^2}=-1\qquad -\frac{12}{b^2}=-1\qquad b^2=12$$

$$\begin{cases}b=2\sqrt{3}\\ a^2=\frac{3}{\cancel{4}}\cdot\overset{3}{\cancel{12}}=9 \Rightarrow a=3\end{cases}$$

$$\boxed{\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{12}=-1}$$