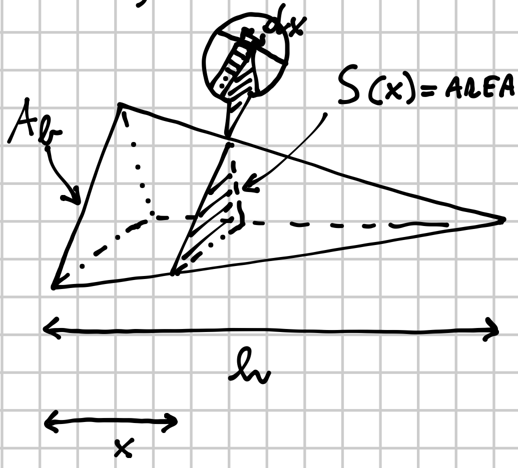
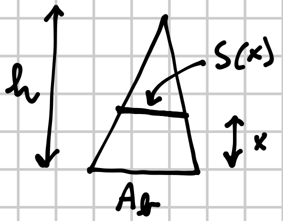
VOLUME DELLA PIRAMIDE

(RETTA) DI AREA DI BASE A_b E ALTEZZA h



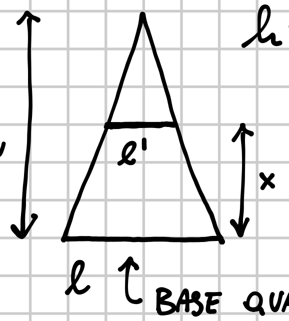
$$dV = \text{VOLUME DELLA "FETTA"} = S(x) \cdot dx$$

$$\text{VOLUME} = \int_0^h S(x)\, dx$$



$$A_b : h^2 = S(x) : x^2$$

$$S(x) = \frac{A_b \cdot x^2}{h^2}$$



BASE QUADRATA, lato l

$h : l = (h - x) : l'$

PROPORZIONE LINEARE

Se passo alle aree l^2 e l'^2, la proporzionalità diventa quadratica

$$V = \int_0^h \frac{A_b \cdot x^2}{h^2}\, dx = \frac{A_b}{h^2} \int_0^h x^2\, dx =$$

$$= \frac{A_b}{h^2} \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_0^h = \frac{A_b}{\cancel{h^2}} \cdot \frac{1}{3} h^{\cancel{3}} =$$

$$= \frac{1}{3} A_b \cdot h$$

(VALE ANCHE PER PIRAMIDI NON RETTE → SI APPLICA IL PRINCIPIO DI CAVALIERI)

444 $y = \sqrt{\dfrac{x}{x-1}}$, [2; 3]; sezioni: rettangoli con altezza tripla della base. [$3 + 3\ln 2$]

$$\text{BASE} = \sqrt{\frac{x}{x-1}} \qquad \text{ALTEZZA} = 3\sqrt{\frac{x}{x-1}}$$

$$V = \int_2^3 \text{BASE} \cdot \text{ALTEZZA} \cdot dx = 3\int_2^3 \frac{x}{x-1}\,dx =$$

$$= 3\int_2^3 \frac{x-1+1}{x-1}\,dx = 3\int_2^3 \left(1 + \frac{1}{x-1}\right)dx = 3\left[x + \ln(x-1)\right]_2^3 =$$

$$= 3\left[3 + \ln 2 - 2 - \ln 1\right] = 3\left[1 + \ln 2\right] = \boxed{3 + 3\ln 2}$$

46 Considera la funzione $g(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ e il fascio di rette parallele all'asse x di equazione $f(x) = \dfrac{a}{4}$, con a parametro reale positivo.
Determina per quale valore di a si realizza l'uguaglianza: $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a g(x)dx$.

[$2\sqrt{2}$]

$$\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a \frac{a}{4}\,dx = \frac{a}{4}\int_0^a dx = \frac{a}{4}(a-0) = \frac{a^2}{4} \qquad a > 0$$

$$\int_0^a g(x)\,dx = \int_0^a \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\,dx = \int_0^a \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}\,dx = \left[\sqrt{x^2+1}\right]_0^a =$$

$$= \sqrt{a^2+1} - 1$$

$$\frac{a^2}{4} = \sqrt{a^2+1} - 1 \qquad \sqrt{a^2+1} = 1 + \frac{a^2}{4} \xrightarrow{\text{al quadrato}} a^2 + \cancel{1} = \cancel{1} + \frac{a^4}{16} + \frac{a^2}{2}$$

$$\frac{a^4}{16} + \frac{a^2}{2} - a^2 = 0 \qquad a^4 + 8a^2 - 16a^2 = 0 \qquad a^4 - 8a^2 = 0$$

$$a^2(a^2 - 8) = 0 \Rightarrow \underset{\text{N.A.}}{a = 0} \lor \underset{\text{N.A.}}{a = -2\sqrt{2}} \lor \boxed{a = 2\sqrt{2}}$$