

18/5/2018

TEORIA CINETICA DEI GAS

numero di molecole

media aritmetica dei quadrati delle velocità

$$pV = \frac{1}{3} N m \overline{v^2}$$

massa delle molecole

DEFINIZIONE

$$\overline{v^2} = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N}$$

\overline{v} = velocità quadratica media

$$= \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N}}$$

energia cinetica media delle molecole

$$\overline{E_c} = \frac{3}{2} k_B T$$

costante di Boltzmann

temperatura assoluta

$$k_B = \frac{R}{N_A} = 1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

1 mol di gas contiene un numero di Avogadro N_A di molecole

$$\text{Energia di 1 mol} = \frac{3}{2} k_B T \cdot N_A = \frac{3}{2} R T$$

$$n \text{ moli} \Rightarrow \text{Energia di } n \text{ moli} = \frac{3}{2} n R T$$

L'energia totale di un gas perfetto contenente N molecole (o n moli), detta **energia interna** (U), è interamente cinetica:

$$U = \frac{3}{2} N k_B T = \frac{3}{2} n R T$$

L'energia interna di un gas perfetto è direttamente proporzionale alla temperatura assoluta e dipende solamente dalla temperatura.

$$\begin{array}{c} N k_B = n R \\ \downarrow \quad \searrow \\ \text{numero di molecole} \quad \text{numero di moli} \end{array}$$

$$N = n N_A \quad N_A k_B = R$$

Una qualunque variazione della temperatura equivale a una variazione dell'energia interna del gas:

$$\Delta U = \frac{3}{2} N k_B \Delta T = \frac{3}{2} n R \Delta T$$

- 44** ★ A quale temperatura si trovano 3 moli di gas perfetto, se la loro energia cinetica totale è di 9000 J? [241 K]

$$\begin{aligned}
 k_B &= 1,38 \frac{\text{J}}{\text{K}} \\
 R &= 8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \\
 U &= \frac{3}{2} n R T = \frac{3}{2} (3 \text{ mol}) \left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \right) T \\
 &\quad \uparrow \quad \quad \quad \uparrow \\
 &\quad \quad \quad n = 3 \text{ mol} \\
 &\quad \quad \quad 9000 \text{ J} \\
 T &= \frac{2}{3} \frac{U}{n R} = \\
 &= \frac{2 \cdot \cancel{9000}^{\cancel{1000}}}{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 8,31} \text{ K} = 240,67... \text{ K} \\
 &\quad \quad \quad \approx \boxed{241 \text{ K}}
 \end{aligned}$$

- 45** ★ Determina la massa m di una delle molecole di un gas perfetto che si trova all'interno di un recipiente alla temperatura di 300 K, sapendo che la velocità quadratica media delle molecole è di 402 m/s. [7,68 · 10⁻²⁶ kg]

$$\bar{E}_c = \frac{3}{2} k_B T$$

$$\bar{E}_c = \frac{1}{2} m \bar{v}^2$$

$$\cancel{\frac{3}{2}} k_B T = \cancel{\frac{1}{2}} m \bar{v}^2$$

$$m = \frac{3 k_B T}{\bar{v}^2} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3 \cdot 1,38 \times 10^{-23} \cdot 300}{(402)^2} \text{ kg} = 0,007685... \times 10^{-23} \text{ kg} \\
 &\quad \quad \quad \approx \boxed{7,69 \times 10^{-26} \text{ kg}}
 \end{aligned}$$

46

★

Un gas perfetto monoatomico, dotato di energia cinetica totale $E_{ct} = 7,5 \cdot 10^3 \text{ J}$, si trova in condizioni normali di pressione e temperatura. Da quante molecole è costituito il gas?

[1,3 · 10²⁴]

$$\left. \begin{array}{l} p_0 = 1 \text{ atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa} \\ t_0 = 0^\circ \text{C} \Rightarrow T_0 = 273 \text{ K} \end{array} \right\} \text{CONDIZIONI NORMALI}$$

$$\boxed{pV = nRT}$$

OK, MA NON
INTERESSA

$$U = \frac{3}{2} n R T$$

⇓

$$U = \frac{3}{2} N k_B T$$

$$N = \frac{2}{3} \frac{U}{k_B T} =$$

$$= \frac{2}{3} \frac{7,5 \times 10^3}{1,38 \times 10^{-23} \times 273} =$$

$$= 0,0132 \dots \times 10^{26} \simeq$$

$$\simeq \boxed{1,3 \times 10^{24}}$$

47

★★

3 moli di gas perfetto subiscono un aumento di 4°C di temperatura. Di quanto è aumentata l'energia cinetica totale del gas?

[150 J]

$$E_c = \frac{3}{2} n R T$$

$$\Delta E_c = \frac{3}{2} n R \Delta T = \frac{3}{2} \cdot (3 \text{ mol}) \left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \right) (4 \text{ K}) =$$

$$= 149,58 \text{ J} \simeq \boxed{150 \text{ J}}$$

48

★★

Un gas monoatomico è formato da 10 molecole di massa $9,7 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ che si muovono con moto caotico in tutte le direzioni, all'interno di un contenitore tappato ermeticamente. In un laboratorio specializzato nel trattare gas a bassa temperatura si misura il modulo della velocità di ciascuna molecola, ottenendo la tabella a lato.

Calcola la velocità quadratica media del gas e la sua temperatura in $^\circ\text{C}$, sotto le ipotesi di gas perfetto.

[291 m/s; -74°C]

Molecola	Velocità (m/s)
1	290
2	298
3	300
4	285
5	279
6	283
7	296
8	297
9	287
10	293

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{290^2 + 298^2 + \dots + 293^2}{10}} \quad \frac{\text{m}}{\text{s}} = 290,87 \frac{\text{m}}{\text{s}} \simeq \boxed{291 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$\underbrace{\bar{E}_c = \frac{1}{2} m \bar{v}^2}_{\text{DEF. DI EN. CINETICA}} = \frac{3}{2} k_B T \Rightarrow T = \frac{m \bar{v}^2}{3 k_B} = \frac{9,7 \times 10^{-26} \times 84610,2}{3 \times 1,38 \times 10^{-23}} \text{ K}$$

$$= 198,241 \dots \text{ K} \simeq 198 \text{ K} = (198 - 273)^\circ\text{C} = \boxed{-75^\circ\text{C}}$$