14/5/2019

PROBLEMA 2

3) $f(x) = \sqrt{x}\,(1-x)$ $\qquad g(x) = x^2(x-1)$ $\qquad [0,1]$

$$S = \int_0^1 (f(x) - g(x))\,dx = \int_0^1 \left(\sqrt{x} - x\sqrt{x} - x^3 + x^2\right) dx =$$

SUPERFICIE DELIMITATA DALLA SPIRA

$$= \int_0^1 \left(x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{2}} - x^3 + x^2\right) dx =$$

$$\boxed{\alpha \neq -1 \quad \int x^\alpha\,dx = \frac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1}}$$

$$= \left[\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3\right]_0^1 =$$

$$= \frac{2}{3} - \frac{2}{5} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{40 - 24 - 15 + 20}{60} = \frac{\cancel{21}^{\,7}}{\cancel{60}_{\,20}} = \frac{7}{20}$$

$$\Phi_S(\vec{B}) = (2{,}0 \times 10^{-2}\ T)\left(\frac{7}{20}\ m^2\right) = 0{,}70 \times 10^{-2}\ Wb = \boxed{7{,}0 \times 10^{-3}\ Wb}$$

4) $$i = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi_s(\vec{B})}{dt} = -\frac{S}{R}\frac{dB}{dt}$$

$$\boxed{B(t) = B_0 e^{-\omega t}\cos(\omega t)}$$

$$\frac{dB}{dt} = B'(t) = B_0\left[-\omega e^{-\omega t}\cdot\cos(\omega t) + e^{-\omega t}(-\omega\sin(\omega t))\right] =$$

$$= -B_0\,\omega e^{-\omega t}\left[\cos(\omega t) + \sin(\omega t)\right]$$

$$i = \frac{S}{R}B_0\,\omega e^{-\omega t}\left[\cos(\omega t) + \sin(\omega t)\right]$$

$$i = \frac{S}{R} B_0 \omega e^{-\omega t}\left[\cos(\omega t) + \sin(\omega t)\right]$$

$$i = \frac{\frac{7}{20}}{70}\left(2{,}0 \times 10^{-2}\right)\pi e^{-\pi t}\left[\cos(\pi t) + \sin(\pi t)\right]$$

$$\boxed{i = \left(1{,}0 \times 10^{-4}\right)\pi e^{-\pi t}\left[\cos(\pi t) + \sin(\pi t)\right]}$$

$t \geq 0$ $\quad \cos(\pi t) + \sin(\pi t) = 0 \implies \cos(\pi t) = -\sin(\pi t)$

$$\Downarrow$$

$$\tan(\pi t) = -1$$

$$\Downarrow$$

$$\pi t = \frac{3}{4}\pi + K\pi \qquad K = 0, 1, 2, \ldots$$

$$\uparrow$$

$$t \geq 0$$

$$t = \frac{3}{4} + K$$

Il 1° istante in cui si ha cambio di segno (inversione della corrente) corrisponde a $K = 0 \implies t = \frac{3}{4} = \boxed{0{,}75\ s}$

$$i = (1{,}0 \times 10^{-4})\pi e^{-\pi t}\left[\cos(\pi t) + \sin(\pi t)\right]$$

Per calcolare il max, si studia la derivata

$$i = K e^{-\pi t}\left[\cos(\pi t) + \sin(\pi t)\right] \quad \left(\text{con } K = (1{,}0\times 10^{-4})\pi > 0\right)$$

$$i' = K\left[-\pi e^{-\pi t}\left(\cos(\pi t) + \sin(\pi t)\right) + e^{-\pi t}\left(-\pi \sin(\pi t) + \pi\cos(\pi t)\right)\right] =$$

$$= -K\pi e^{-\pi t}\left[\cancel{\cos(\pi t)} + \sin(\pi t) + \sin(\pi t) - \cancel{\cos(\pi t)}\right] =$$

$$= -2K\pi e^{-\pi t}\cdot \sin(\pi t)$$

ZERI

$$i' = 0 \Rightarrow \sin(\pi t) = 0 \qquad \pi t = c\pi \qquad c = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$t = c$$

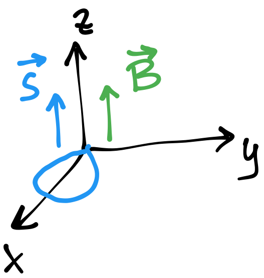
La funzione ha infiniti massimi (e minimi) relativi, la cui ordinata diventa sempre minore a causa del termine $e^{-\pi t}$ $\Rightarrow$ il primo massimo si ha per $c = 0$

$$\Downarrow$$

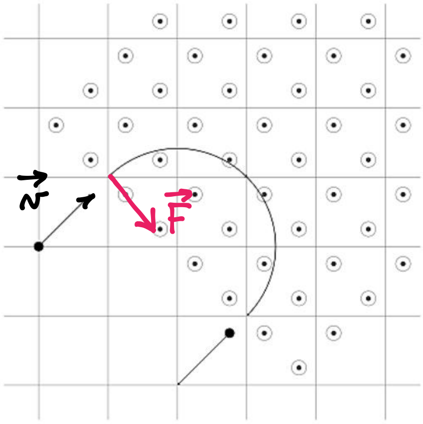
$$t = 0\ s$$

$$i(0) = (1{,}0\times 10^{-4})\pi\ A \simeq \boxed{3{,}14\times 10^{-4}\ A}$$

LEGGE DI LENZ $\rightarrow$ $\begin{cases} B \text{ aumenta } (dB \text{ positivo}) \Rightarrow i \text{ negativa} \Rightarrow \text{VERSO ORARIO} \\ B \text{ diminuisce } (dB \text{ negativo}) \Rightarrow i \text{ positiva} \Rightarrow \text{VERSO ANTIORARIO} \end{cases}$



7. Un protone, inizialmente in quiete, viene accelerato da una d.d.p. di 400 V ed entra, successivamente, in una regione che è sede di un campo magnetico uniforme e perpendicolare alla sua velocità.



La figura illustra un tratto semicircolare della traiettoria descritta dal protone (i quadretti hanno lato 1,00 m). Determinare l'intensità di $\vec{B}$.

$$e\,\Delta V = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 e \Delta V}{m}}$$

FORZA DI LORENTZ → $\vec{F} = e\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow F = evB$

(fa da forza centripeta) → $e\cancel{v}B = m\frac{v^{\cancel{2}}}{r}$

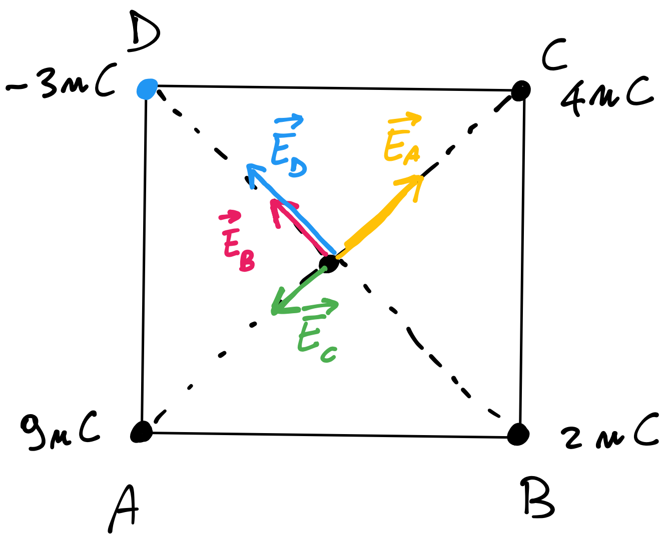
$r = \sqrt{2}$ m ← 1,41

$$B = \frac{mv}{er} = \frac{m}{er}\sqrt{\frac{2e\Delta V}{m}} =$$

$$= \sqrt{\frac{m\,\Delta V}{e}} = \sqrt{\frac{(1{,}673 \times 10^{-27})(400)}{1{,}602 \times 10^{-19}}}\ \text{T} =$$

$$= 20{,}438\ldots \times 10^{-4}\ \text{T} \simeq \boxed{2{,}04 \times 10^{-3}\ \text{T}}$$

6. Ai vertici di un quadrato $ABCD$, di lato 2 m, sono fissate quattro cariche elettriche. La carica in A è pari a 9 nC, la carica in B è pari a 2 nC, la carica in C è pari a 4 nC, la carica in D è pari a -3 nC. Supponendo che le cariche si trovino nel vuoto, determinare intensità, direzione e verso del campo elettrostatico generato dalle quattro cariche nel centro del quadrato.



SOMMA DEI CAMPI E_B E E_D

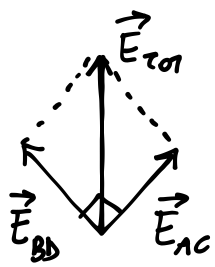
$$E_{BD} = \frac{K_0}{d^2}(3+2)\,nC = $$

$$= (5\,nC)\,\frac{K_0}{d^2} \quad \text{DIRETTO VERSO } D$$

$$E_{AC} = \frac{K_0}{d^2}(9-4)\,nC = $$

$$= (5\,nC)\,\frac{K_0}{d^2} \quad \text{DIRETTO VERSO } C$$

SITUAZIONE:



$$E_{TOT} = E_{AC}\sqrt{2} = (5\sqrt{2}\,nC)\,\frac{k_0}{d^2} = $$

$$d = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{2\,m}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\,m$$

$$= \frac{(5\sqrt{2}\times \cancel{10^{-9}})(8{,}988\times\cancel{10^{9}})}{2}\,\frac{N}{C} = $$

$$= 31{,}77\ldots\,\frac{N}{C} \simeq \boxed{32\,\frac{N}{C}}$$

DIRETTO VERSO L'ALTO