19/2/2021 PAG. 1782 N° 104

$$f(x) = \begin{cases} x^3+1 & \text{se } x \le 0 \\ x^4 - 4x + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Trovare punti di max, min, flesso a tang. orizz.

f è continua

$$f'(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{se } x < 0 \\ 4x^3 - 4 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

$f'_+(0) = 0$

$f'_-(0) = -4$

0 è un punto angoloso

STUDIO IL SEGNO DI f' (1 è l'unico zero di f')

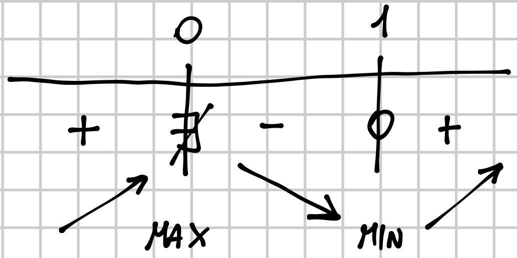
$f'(x) > 0$

$$\begin{cases} 3x^2 > 0 \\ x < 0 \end{cases} \vee \begin{cases} 4x^3 - 4 > 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \forall x \neq 0 \\ x < 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x > 1 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$x < 0 \quad \vee \quad x > 1$$

f'



0 è p.to di max (p.to angoloso)

1 è p.to di min

155 $y = \dfrac{1}{x^2+6x+8}$ $[x = -3 \text{ max}]$

$$f(x) = \frac{1}{x^2+6x+8} = \frac{1}{(x+2)(x+4)}$$ $x \neq -2 \wedge x \neq -4$

$D =]-\infty, -4[\cup]-4, -2[\cup]-2, +\infty[$

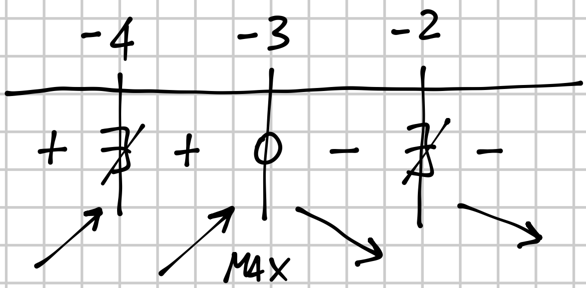
$$f'(x) = \frac{-2x-6}{(x+2)^2(x+4)^2}$$

ZERI DI f' $f'(x) = 0 \Rightarrow -2x-6=0$ $x = -3$

CANDIDATO MAX/MIN/FLESSO

SEGNO DI f' $f'(x) > 0$

$$\frac{-2x-6}{(x+2)^2(x+4)^2} > 0 \Rightarrow \begin{cases} -2x-6>0 \\ x \neq -4 \wedge x \neq -2 \end{cases} \quad \begin{cases} x < -3 \\ x \neq -4 \wedge x \neq -2 \end{cases}$$



-3 è p.to di max (relativo)

183 $y = \sqrt[3]{3x^3 + 2x^2}$

$$\left[x = -\frac{4}{9}\ \text{max};\ x = 0\ \text{min (cuspide)}\right]$$

$$f(x) = \sqrt[3]{3x^3+2x^2} \qquad D = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3}\left(3x^3+2x^2\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot \left(9x^2+4x\right) =$$

$$= \frac{9x^2+4x}{3\sqrt[3]{\left(3x^3+2x^2\right)^2}}$$

La radice si annulla in 0, dunque controlliamo la derivabilità

$$\lim_{x\to 0} \frac{9x^2+4x}{3\sqrt[3]{\left(3x^3+2x^2\right)^2}} = \lim_{x\to 0} \frac{x(9x+4)}{3\sqrt[3]{\left[2x^2\left(1+\frac{3}{2}x\right)\right]^2}} =$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{9x^2+4x}{3\left(2x^2\left(1+\frac{3}{2}x\right)\right)^{\frac{2}{3}}} = \lim_{x\to 0} \frac{9x^2+4x}{3\cdot\left(2x^2\right)^{\frac{2}{3}}\cdot\left(1+\frac{3}{2}x\right)^{\frac{2}{3}}} =$$

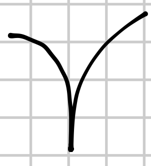
$$= \lim_{x\to 0} \frac{9x^2+4x}{3\cdot 2^{\frac{2}{3}}\cdot x^{\frac{4}{3}}\left(1+\frac{3}{2}x\right)^{\frac{2}{3}}} =$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\cancel{x}\,\overbrace{(9x+4)}^{\to 4}}{3\sqrt[3]{4}\cdot \cancel{x}\underbrace{\sqrt[3]{x}}_{\to 0}\ \underbrace{\left(1+\frac{3}{2}x\right)^{\frac{2}{3}}}_{\to 1}} = \frac{4}{0}$$

$$x\to 0^+ \quad \frac{4}{0^+} = +\infty$$

$$x\to 0^- \quad \frac{4}{0^-} = -\infty$$

0 è una cuspide



MIN

$$f'(x) = \frac{9x^2+4x}{3\sqrt[3]{(3x^3+2x^2)^2}}$$

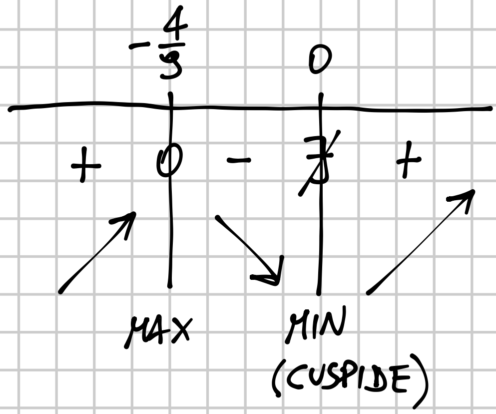
ZERI DI f' $\qquad 9x^2+4x=0$ $\qquad$ N.A. $\underline{\underline{x=0}} \vee x = -\frac{4}{9}$

NON APPARTIENE AL DOMINIO DELLA DERIVATA (LA DERIVATA NON È DEFINITA IN 0)

SEGNO DI f'

$$f'(x)>0 \qquad \begin{cases} \dfrac{9x^2+4x}{3\sqrt[3]{(3x^3+2x^2)^2}} > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x^2+4x>0 \\ x\neq 0 \end{cases}$$

$$x < -\frac{4}{9} \vee x > 0$$



$-\frac{4}{9}$ p.to di max

0 p.to di min (cuspide)