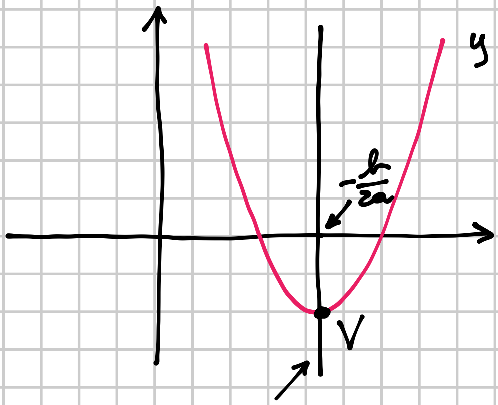
PARABOLA PER 3 PUNTI NON ALLINEATI



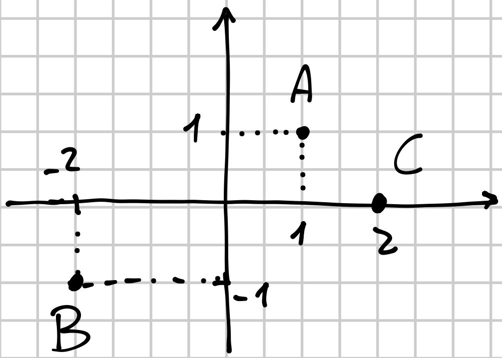
$y = ax^2 + bx + c$

$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$

ASSE DI SIMMETRIA $x = -\frac{b}{2a}$ PARALLELO ALL'ASSE y

Per 3 punti non allineati passa una e una sola parabola con asse di simmetria parallelo all'asse y, cioè con equazione del tipo $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$

ESEMPIO



$A(1,1)$

$B(-2,-1)$

$C(2,0)$

$y = ax^2 + bx + c$ devo trovare a, b, c

$$\begin{array}{l} A \rightarrow \\ B \rightarrow \\ C \rightarrow \end{array} \begin{cases} 1 = a + b + c \\ -1 = a(-2)^2 + b(-2) + c \\ 0 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c \end{cases}$$

(sostituisco le coordinate dei punti nell'equazione)

$$\begin{cases} a + b + c = 1 \\ 4a - 2b + c = -1 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases}$$

$$\overline{8a \quad // \quad +2c = -1}$$

$$\begin{cases} a + b + c = 1 \\ 8a + 2c = -1 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b + \frac{-8a-1}{2} = 1 \\ c = \frac{-8a-1}{2} \\ 4a + 2b + \frac{-8a-1}{2} = 0 \end{cases}$$

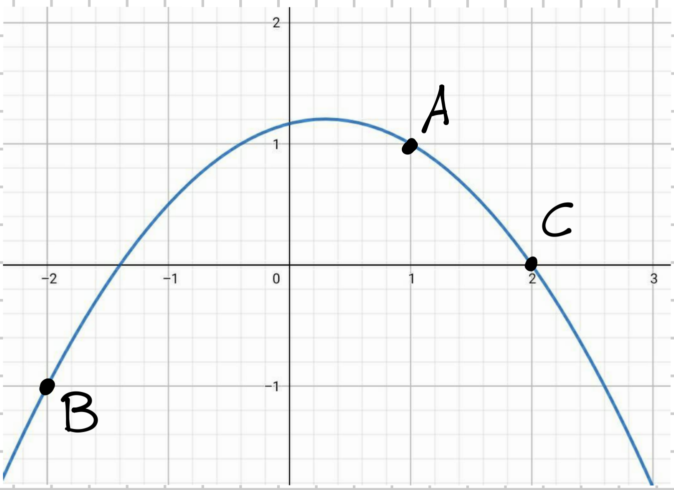
$$\begin{cases} a+b+\dfrac{-8a-1}{2}=1 \\ c=\dfrac{-8a-1}{2} \\ 4a+2b+\dfrac{-8a-1}{2}=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2a+2b-8a-1=2 \\ \dots\dots \\ \cancel{8a}+4b-\cancel{8a}-1=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6a+2b=3 \\ \dots\dots \\ b=\dfrac{1}{4} \end{cases} \qquad \begin{cases} -6a+\dfrac{1}{2}=3 \\ \dots \\ \dots \end{cases} \qquad \begin{cases} -12a+1=6 \\ \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=-\dfrac{5}{12} \\ b=\dfrac{1}{4} \\ c=\dfrac{-\cancel{8}^{2}\cdot\left(-\dfrac{5}{\cancel{12}_{3}}\right)-1}{2}=\dfrac{\dfrac{10}{3}-1}{2}=\dfrac{7}{6} \end{cases}$$

$$y=ax^2+bx+c$$

$$\boxed{y=-\frac{5}{12}x^2+\frac{1}{4}x+\frac{7}{6}}$$



853 Determina a, b, c in modo che la parabola $y = ax^2 + bx + c$ abbia vertice in $V(1,1)$ e passi per $P(2,3)$.

$[a = 2, b = -4, c = 3]$

$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) \qquad P(2,3)$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$y = ax^2 + bx + c$

$$\begin{array}{l} x_V \rightarrow \\ y_V \rightarrow \\ P \rightarrow \end{array} \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ -\frac{\Delta}{4a} = 1 \\ 3 = 4a + 2b + c \end{cases} \quad \begin{cases} b = -2a \\ b^2 - 4ac = -4a \\ 4a + 2b + c = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} // \\ 4a^2 - 4ac = -4a \\ \cancel{4a} - \cancel{4a} + c = 3 \end{cases}$$

$$a \neq 0 \quad \begin{cases} // \\ 4a^2 - 12a = -4a \\ c = 3 \end{cases} \quad \swarrow \text{DIVIDO PER } 4a \quad \begin{cases} // \\ a - 3 = -1 \\ c = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} b = -2 \cdot 2 = -4 \\ a = 2 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases} \qquad \boxed{y = 2x^2 - 4x + 3}$$

OSSERVAZIONE

Il vertice V è un punto della parabola, quindi anziché $-\frac{\Delta}{4a} = 1$ si poteva mettere l'equazione di passaggio per V:

$$\begin{array}{l} x_V \rightarrow \\ V \rightarrow \\ P \rightarrow \end{array} \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ 1 = a + b + c \\ 3 = 4a + 2b + c \end{cases} \quad \begin{cases} b = -2a \\ a - 2a + c = 1 \\ \cancel{4a} - \cancel{4a} + c = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} b = -4 \\ -a + 3 = 1 \Rightarrow a = 2 \\ c = 3 \end{cases}$$

↑

SISTEMA EQUIVALENTE A QUELLO DI PRIMA