

21/1/2019

89

★★★

Immagina che si voglia lanciare un razzo dal pianeta Venere in modo che sfugga al suo campo gravitazionale.

- Calcola la velocità minima che deve raggiungere il razzo.
- Se il razzo si trovasse sulla Terra riuscirebbe a sfuggire al suo campo gravitazionale?

[10,4 km/s; no]

$$\frac{1}{2} m v^2 = G \frac{m M_V}{R_V}$$

$$v_{FUGA} = \sqrt{\frac{2 G M_V}{R_V}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 (6,67 \times 10^{-11}) (4,867 \times 10^{24})}{6,052 \times 10^6}} \frac{m}{s}$$

$$= 10,357... \times 10^3 \frac{m}{s} \approx \boxed{10,4 \frac{km}{s}}$$

$$\begin{array}{ccc} v_{FUGA} = 11,19 \frac{km}{s} & > & v_{FUGA} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{DA LA TERRA} & & \text{DA VENERE} \end{array}$$

Quindi il razzo NON lascerebbe la Terra.

7 ★★★ Un meteorite di massa 348 kg in un certo istante si trova a 1405 km dalla superficie terrestre a una velocità di 11,2 km/s.

- Qual è il valore dell'energia meccanica totale del meteorite? Trascura il campo gravitazionale degli altri pianeti, della Luna e del Sole.

(Utilizza la tabella in fondo al libro per i dati sulla Terra)

$[4 \times 10^9 \text{ J}]$

$$E_{\text{tot.}} = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{m M_T}{R_T + h} =$$

$m = 348 \text{ kg}$
 $h = 1405 \text{ km}$

$$= \frac{1}{2} (348 \text{ kg}) \left(11,2 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \left(6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \right) \frac{(348 \text{ kg}) (5,972 \times 10^{24} \text{ kg})}{(6,371 + 1,405) \times 10^6 \text{ m}} =$$

$$= 3999,95 \dots \times 10^6 \text{ J} \simeq \boxed{4,0 \times 10^9 \text{ J}}$$

17 **OLIMPIADI DELL'ASTRONOMIA** Un pianeta di massa $M_p = 2,0 \times 10^{28}$ kg si muove attorno a una stella di massa sconosciuta, su un'orbita il cui semiasse maggiore è $a = 9,0$ UA ($1 \text{ UA} = 1,5 \times 10^{11}$ m), con periodo $T = 20$ anni.

- Trovare il raggio della stella, sapendo che l'intensità dell'accelerazione gravitazionale g_s sulla superficie della stella è 54 volte quella del nostro pianeta.

(Olimpiadi Italiane di Astronomia, Finale Nazionale 2014, categoria Junior)

$[7,1 \times 10^8 \text{ m}]$

TERZA LEGGE DI KEPLERO

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G M}{4 \pi^2}$$

$$\Downarrow$$

$$G M = \frac{a^3}{T^2} \cdot 4 \pi^2$$

$$r = \sqrt{\frac{a^3 \cdot 4 \pi^2}{54 g T^2}} = \frac{2 \pi}{T} \sqrt{\frac{a^3}{54 g}} =$$

$$= \frac{2 \pi}{20 \times 365 \times 24 \times 3600 \text{ s}} \cdot \sqrt{\frac{(9,0 \times 1,5 \times 10^{11} \text{ m})^3}{54 \times 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} =$$

$$= 0,0000000679 \times 10^{16} \text{ m} \simeq \boxed{6,8 \times 10^8 \text{ m}}$$

IN GENERALE

$$\cancel{m} g_s = G \frac{\cancel{m} M}{r^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{G M}{g_s}} =$$

$$= \sqrt{\frac{G M}{54 g}}$$

11 **STORIA** Il 19 luglio 1969, l'Apollo 11 si posizionò su un'orbita di altezza media pari a circa 110 km intorno alla Luna.

- Quanto tempo impiegò a percorrere un giro completo intorno alla Luna?
- Qual era il valore della sua velocità orbitale?

(Consulta la tabella in fondo al libro per i dati astronomici della Luna)

$[7,13 \times 10^3 \text{ s}; 1,6 \times 10^3 \text{ m/s}]$

$$\cancel{m} \frac{v^2}{\cancel{r}} = G \frac{\cancel{m} M_L}{\cancel{r^2}}$$

$$v = \sqrt{\frac{G M_L}{r}} = \sqrt{\frac{(6,67 \times 10^{-11}) (7,3477 \times 10^{22})}{(110 + 1737) \times 10^3}} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$= 0,1628... \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx \boxed{1,63 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi (110 + 1737) \times \cancel{10^3} \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}}}{1,628... \times \cancel{10^3} \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}}} = 7124,2... \text{ s} \approx \boxed{7,13 \times 10^3 \text{ s}}$$