9/4/2018

INVARIANZA DELL'INTERVALLO $\Delta\sigma$

SISTEMA S

$t_1 = 0 \qquad t_2 = t$

$x_1 = 0 \qquad x_2 = x$

$\boxed{\text{SOLITO CONTESTO}}$

S' si muove con vel. v rispetto a S lungo l'asse x

SISTEMA S'

$t_1' = 0 \qquad t_2' = \ldots$

$x_1' = 0 \qquad x_2' = \ldots$

SISTEMA S

$$(\Delta\sigma)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 = (ct)^2 - x^2$$

SISTEMA S'

$$t_2' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right) \qquad \gamma^2 = \frac{1}{1-\beta^2} \qquad \beta = \frac{v}{c}$$

$$x_2' = \gamma(x - vt)$$

$$(\Delta\sigma')^2 = (c\,\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 = \left[c\gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right)\right]^2 - \left[\gamma(x - vt)\right]^2 =$$

$$= c^2\gamma^2\left(t^2 + \frac{\beta^2}{c^2}x^2 - \frac{2\beta t x}{c}\right) - \gamma^2\left(x^2 + v^2t^2 - 2xvt\right) =$$

$$= c^2\gamma^2t^2 + \beta^2\gamma^2x^2 - \cancel{2\overset{v}{\cancel{c\beta}}\gamma^2 tx} - \gamma^2x^2 - \gamma^2v^2t^2 + \cancel{2\gamma^2xvt} =$$

$$= c^2\gamma^2t^2\left(1 - \underbrace{\frac{v^2}{c^2}}_{\beta^2}\right) - \gamma^2x^2\left(1-\beta^2\right) =$$

$$= \underbrace{\gamma^2(1-\beta^2)}_{1}\left[c^2t^2 - x^2\right] = c^2t^2 - x^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 = (\Delta\sigma)^2$$

IL SEGNO DI $(\Delta\sigma)^2$

1] $(\Delta\sigma)^2 > 0$

$$c|\Delta t| > \Delta s$$

INTERVALLO DI TIPO TEMPO

Gli eventi E_1 ed E_2 si dicono <u>CAUSALMENTE CONNESSI</u>

2] $(\Delta\sigma)^2 < 0$

$$c|\Delta t| < \Delta s$$

INTERVALLO DI TIPO SPAZIO

Gli eventi E_1 ed E_2 si dicono <u>CAUSALMENTE NON CONNESSI</u>

3] $(\Delta\sigma)^2 = 0$ $\quad c|\Delta t| = \Delta s$ $\quad$ INTERVALLO DI TIPO LUCE

Solo un segnale luminoso può collegare E_1 ed E_2

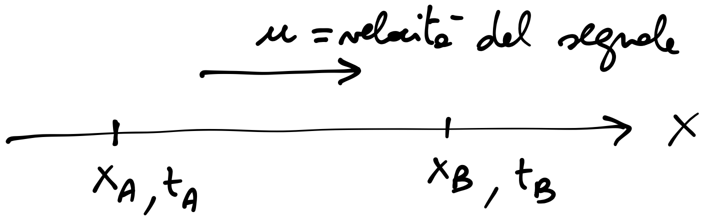
Si dimostra, mediante le trasformazioni di Lorentz, che in un intervallo di tipo tempo, il segno di Δt è sempre lo stesso in tutti i sistemi di riferimento inerziali $\Longrightarrow$ se E_1 è causa di E_2 (E_1 avviene prima di E_2) in un sistema di rif. inerziale, la stessa cosa si verifica in <u>tutti</u> gli altri sistemi di rif. inerziali.

A, B = eventi causalmente connessi

A = emissione di un segnale da (x_A, y_A, z_A) all'istante t_A

B = ricezione del segnale in (x_B, y_B, z_B) all'istante t_B

Supponiamo, per semplicità, che il segnale viaggi nella direzione e nel verso dell'asse x $(y_A = y_B,\ z_A = z_B)$



$$x_B - x_A = u\,(t_B - t_A)$$

B si verifica DOPO l'evento A, cioè $\Delta t = t_B - t_A > 0$

Considero il sistema di rif. S' con velocità v rispetto a S (lungo l'asse x)

$$\Delta t' = t'_B - t'_A \stackrel{\text{TR. LORENTZ}}{=} \gamma\left[(t_B - t_A) - \frac{\beta}{c}(x_B - x_A)\right] =$$

$$= \gamma\left[(t_B - t_A) - \frac{\beta u}{c}(t_B - t_A)\right] =$$

$$= \gamma\,(t_B - t_A)\left[1 - \frac{uv}{c^2}\right] = \gamma \underbrace{\left[1 - \frac{uv}{c^2}\right]}_{>0} \Delta t$$

$\Delta t > 0 \Longrightarrow \Delta t' > 0$ anche in S' si vede che B si verifica DOPO A