25/3/2021

① 498
$$\begin{cases} x^3 + x^2 + x + 1 < 0 \\ \dfrac{2x^2 + x - 10}{x^3 - 1} \geq 0 \end{cases}$$

$$\left[-\frac{5}{2} \leq x < -1\right]$$

① $x^3 + x^2 + x + 1 < 0$

$x^2(x+1) + (x+1) < 0$

$\underbrace{(x^2+1)}_{\boxed{1}}\underbrace{(x+1)}_{\boxed{2}} < 0$

$\boxed{1}$ $x^2+1 > 0 \qquad \forall x \in \mathbb{R}$

$\boxed{2}$ $x+1>0 \qquad x > -1$

		-1	
$\boxed{1}$	+		+
$\boxed{2}$	−	0	+
	−		+

$x < -1$

② $\dfrac{\boxed{N_1}\; 2x^2 + x - 10}{\boxed{D_1}\; x^3 - 1} \geq 0$

$\boxed{N_1}$ $2x^2 + x - 10 > 0 \qquad \Delta = 1 + 80 = 81$

$x_{1,2} = \dfrac{-1 \pm 9}{4} = \begin{cases} -\frac{5}{2} \\ 2 \end{cases}$

$x < -\frac{5}{2} \quad \vee \quad x > 2$

$D_1]$ $x^3 - 1 > 0$

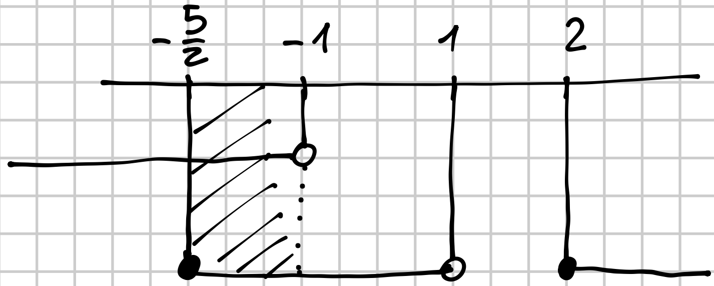
$x^3 > 1 \qquad x > 1$

$(x-1)\underbrace{(x^2+x+1)}_{\Delta<0} > 0$

		$-\frac{5}{2}$		1		2	
N_1	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
D_1	$-$		$-$	$\nexists$	$+$		$+$
	$-$	0	$+$	$\nexists$	$-$	0	$+$

$-\frac{5}{2} \leq x < 1 \quad \vee \quad x \geq 2$

$$\begin{cases} x < -1 & (1) \\ -\frac{5}{2} \leq x < 1 \quad \vee \quad x \geq 2 & (2) \end{cases}$$



$$\boxed{-\frac{5}{2} \leq x < -1}$$

491 $\begin{cases} x - \dfrac{5}{x} + 4 \leq 0 & (A) \\ x^4 - x^2 \geq 0 & (B) \end{cases}$ $\qquad [x \leq -5 \vee x = 1]$

(A) $x - \dfrac{5}{x} + 4 \leq 0 \qquad \dfrac{x^2 - 5 + 4x}{x} \leq 0 \qquad \dfrac{x^2 + 4x - 5}{x} \leq 0$

$$\frac{\overbrace{(x+5)}^{N_1}\overbrace{(x-1)}^{N_2}}{\underbrace{x}_{D_1}} \leq 0$$

N_1 $x > -5$

N_2 $x > 1$

D_1 $x > 0$

		-5		0		1	
N_1	$-$	0	$+$		$+$		$+$
N_2	$-$		$-$		$-$	0	$+$
D_1	$-$		$-$	$\nexists$	$+$		$+$
	$-$	0	$+$	$\nexists$	$-$	0	$+$

$x \leq -5 \ \vee \ 0 < x \leq 1$

(B) $x^4 - x^2 \geq 0$

$x^2(x^2 - 1) \geq 0$

$$\underbrace{x^2}_{N_1}\underbrace{(x-1)}_{N_2}\underbrace{(x+1)}_{N_3} \geq 0$$

N_1 $x^2 > 0 \qquad \forall x \neq 0$

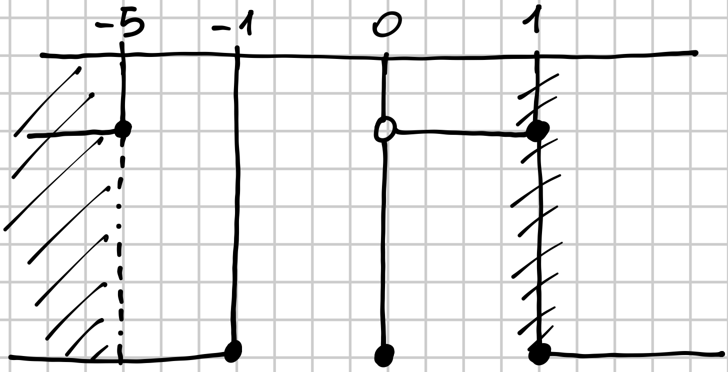
N_2 $x - 1 > 0 \qquad x > 1$

N_3 $x + 1 > 0 \qquad x > -1$

		-1		0		1	
N_1	$+$		$+$	0	$+$		$+$
N_2	$-$		$-$		$-$	0	$+$
N_3	$-$	0	$+$		$+$		$+$
	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

$x \leq -1 \ \vee \ x = 0 \ \vee \ x \geq 1$

$$\begin{cases} \text{A} \quad x \leq -5 \ \lor \ 0 < x \leq 1 \\ \text{B} \quad x \leq -1 \ \lor \ x = 0 \ \lor \ x \geq 1 \end{cases}$$

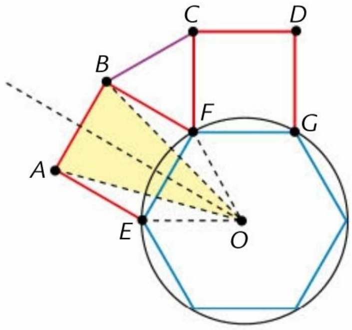


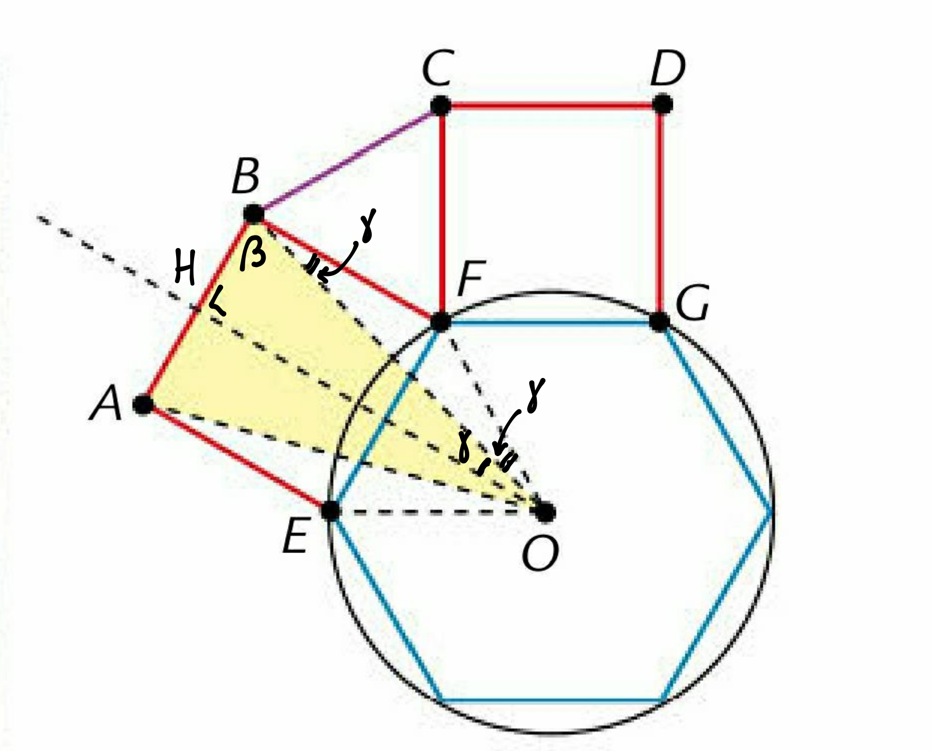
$$\boxed{x \leq -5 \ \lor \ x = 1}$$

pg. 655

Realtà e modelli

67 Nell'immagine a sinistra possiamo vedere un particolare dei resti del rosone in pietra del Tempio di Diana di Nimes. Il rosone completo era costituito da sette dodecagoni regolari, costruiti a partire da altrettanti esagoni regolari sui cui lati sono costruiti dei quadrati. Trascurando lo spessore dei lati dei poligoni del rosone, si può assumere il modello geometrico illustrato nella figura a destra. In base a questo modello, quali sono le ampiezze degli angoli del triangolo *AOB*? [75°, 75°, 30°]





ANGOLO INTERNO DI UN ESAGONO REG.

$$= 180° \frac{6-2}{6} = 120°$$

$\beta = 90° - \gamma$

perché BHO è rettangolo

L'angolo $F\hat{O}E$ misura $60°$, perché FOE è equilatero.

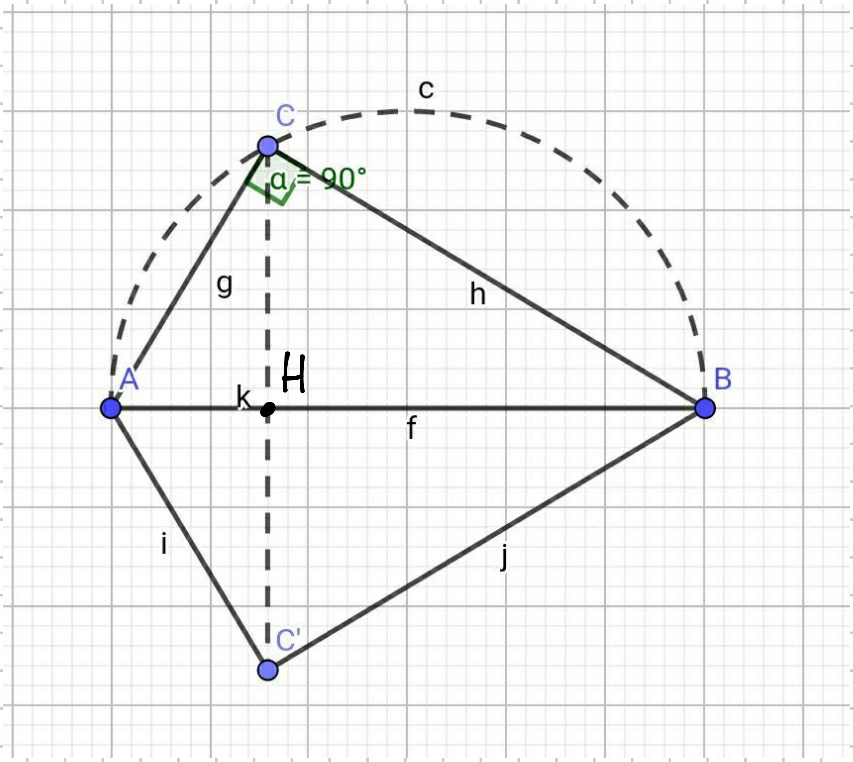
$F\hat{O}E$ è diviso in 4 angoli congruenti $\Rightarrow B\hat{O}A = 2\gamma = 30°$

$$\Downarrow$$

$$\gamma = \frac{60°}{4} = 15°$$

$A\hat{O}B = B\hat{A}O = \beta = 90° - 15° = 75°$

43 Sia ABC un triangolo rettangolo di ipotenusa AB. Chiama C' il simmetrico di C rispetto ad AB e dimostra che il quadrilatero $AC'BC$ è inscrivibile in una circonferenza. Qual è il centro della circonferenza circoscritta?



$\hat{C} = 90°$

$CH \cong C'H$

$CC' \perp AB$

Dobbiamo dimostrare che

$\hat{C} + \hat{C'} = 180°$

(di conseguenza anche $\hat{A} + \hat{B} = 180°$)

Basta dimostrare che i triangoli ABC e ABC' sono congruenti. Per far questo si dimostra che i triangoli HBC e HBC' sono congruenti, così come lo sono AHC e AHC'.

$HBC \cong HBC'$ perché
- HB in comune
- $CH \cong C'H$
- $C\hat{H}B \cong C'\hat{H}B$ perché entrambi retti

e si applica il 1° criterio di congruenza.

Allo stesso modo si ragiona per i triangoli AHC e AHC'.

Il centro della circonferenza circoscritta è il punto medio di AB (essendo ABC rettangolo, è inscritto nella semicirconferenza di diametro AB).