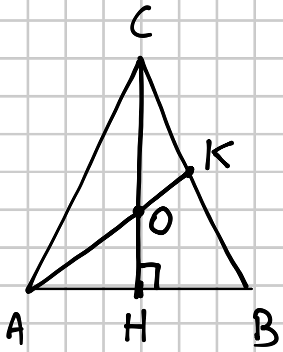
23/4/2021

20 In un triangolo ABC, isoscele sulla base AB, i lati obliqui sono lunghi 25 cm e la base AB è lunga 14 cm. Determina le lunghezze delle mediane del triangolo.

$\left[24\text{ cm}; \frac{3}{2}\sqrt{113}\text{ cm}; \frac{3}{2}\sqrt{113}\text{ cm}\right]$



$\overline{AB} = 14 \Rightarrow \overline{HB} = \frac{14}{2} = 7$

$\overline{AC} = \overline{CB} = 25$

$\overline{CH} = ? \qquad \overline{AK} = ?$

$$\overline{CH} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{HB}^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{625-49} = \sqrt{576} = 24$$

$CH = 24$ cm

Trovo $\overline{OH} = \frac{1}{3}\overline{CH} = \frac{24}{3} = 8$

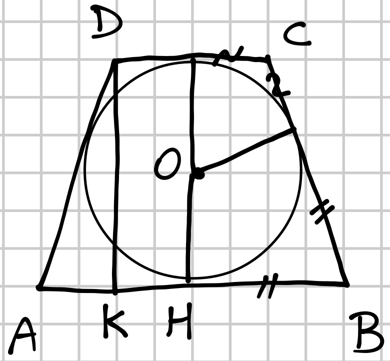
perché il baricentro O divide ogni mediana in 2 parti l'una il doppio dell'altra.

$$\overline{AO} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{OH}^2} = \sqrt{7^2 + 8^2} = \sqrt{49+64} = \sqrt{113}$$

$$\overline{OK} = \frac{1}{2}\overline{AO} \Rightarrow \overline{AK} = \frac{3}{2}\overline{AO} = \frac{3}{2}\sqrt{113}$$

$AK = \frac{3}{2}\sqrt{113}$ cm

22 Un trapezio isoscele è circoscritto a una circonferenza. Sapendo che la base maggiore AB misura $8r$ e la base minore CD misura $4r$, determina la misura del perimetro e dell'area del trapezio. [Perimetro $= 24r$; Area $= 24r^2\sqrt{2}$]



$\overline{AB} = 8r$

$\overline{DC} = 4r$

$\overline{OH} = R$ raggio circonf.

$2p = (8r + 4r) \cdot 2 = 24r$

perché la somma dei lati opposti è uguale alla somma degli altri due.

$\overline{AK} = (\underset{\overline{AB}}{8r} - \underset{\overline{DC}}{4r}) : 2 = 2r$

$\overline{DA} = \frac{\overline{AB} + \overline{DC}}{2} = \frac{8r + 4r}{2} = 6r$

$\overline{DK} = \sqrt{\overline{DA}^2 - \overline{AK}^2} = \sqrt{36r^2 - 4r^2} =$

$= \sqrt{32r^2} = \sqrt{2^5 r^2} = 4\sqrt{2}\, r$

$\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{1}{2}(8r + 4r) \cdot 4\sqrt{2}\, r = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{6}{\cancel{12}} \cdot 4\sqrt{2}\, r^2 = 24\sqrt{2}\, r^2$