

Scrivi l'equazione del fascio generato dalle rette $2x + y - 1 = 0$, $4x + 2y + 3 = 0$ e trova:

- l'equazione della retta che passa per il punto $P(2; 0)$;
- l'equazione delle rette che incontrano gli assi in due punti A e B tali che l'area del triangolo AOB sia 1;
- l'equazione della retta perpendicolare alla retta $x - 3y - 1 = 0$.

[a) $2x + y - 4 = 0$; b) $2x + y - 2 = 0$, $2x + y + 2 = 0$; c) non esiste]

$$2x + y - 1 + K(4x + 2y + 3) = 0$$

FASCIO IMPROPRIO

a) $P(2, 0)$

$$2 \cdot 2 + 0 - 1 + K(4 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + 3) = 0$$

$$4 - 1 + K(8 + 3) = 0 \quad K = -\frac{3}{11} \quad \text{da sost. nell'eq. del fascio}$$

$$2x + y - 1 - \frac{3}{11}(4x + 2y + 3) = 0$$

$$22x + 11y - 11 - 12x - 6y - 9 = 0$$

$$10x + 5y - 20 = 0$$

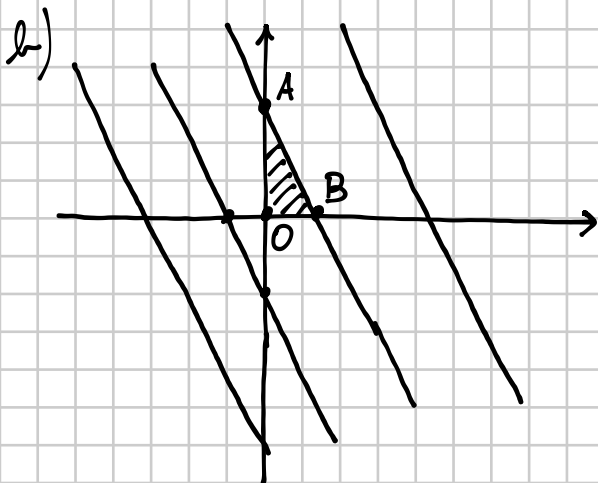
$$2x + y - 4 = 0$$

ALTERNATIVA $\Rightarrow m = -2$ è il coeff. angolare del fascio (improprio)

$P(2, 0)$

$$y - 0 = -2(x - 2)$$

$$y = -2x + 4$$



$$A \begin{cases} 2x + y - 1 + K(4x + 2y + 3) = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 1 + K(2y + 3) = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 1 + 2Ky + 3K = 0 \\ x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y(1 + 2K) = 1 - 3K \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{1 - 3K}{1 + 2K} \end{cases}$$

$$A\left(0, \frac{1 - 3K}{1 + 2K}\right)$$

$K \neq -\frac{1}{2}$ perché sostituito all'equazione del fascio dà una uguaglianza falsa

$$B \begin{cases} 2x+y-1+k(4x+2y+3)=0 \\ y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-1+k(4x+3)=0 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-1+4Kx+3K=0 \\ y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x(2+4K)=1-3K \\ y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{1-3K}{2+4K} \\ y=0 \end{cases}$$

$$B\left(\frac{1-3K}{2+4K}, 0\right) \quad A\left(0, \frac{1-3K}{1+2K}\right)$$

$$\overline{AO} = \left| \frac{1-3K}{1+2K} \right| \quad \overline{BO} = \left| \frac{1-3K}{2+4K} \right|$$

$$\angle_{AOB} = \frac{1}{2} \overline{BO} \cdot \overline{AO} \Rightarrow \frac{1}{2} \left| \frac{1-3K}{2+4K} \right| \cdot \left| \frac{1-3K}{1+2K} \right| = 1$$

$$\left| \frac{(1-3K)^2}{2(1+2K)^2} \right| = 2$$

$$(1-3K)^2 = 4(1+2K)^2$$

$$1-3K = \pm 2(1+2K)$$

$$1-3K = 2(1+2K)$$

V

$$1-3K = -2(1+2K)$$

$$1-3K = 2+4K$$

$$1-3K = -2-4K$$

$$-7K = 1 \Rightarrow K = -\frac{1}{7}$$

V

$$K = -3$$

$$2x+y-1-\frac{1}{7}(4x+2y+3)=0$$

$$2x+y-1-3(4x+2y+3)=0$$

$$14x+7y-7-4x-2y-3=0$$

$$2x+y-1-12x-6y-9=0$$

$$10x+5y-10=0$$

$$-10x-5y-10=0$$

$$\boxed{2x+y-2=0 \quad \vee \quad 2x+y+2=0}$$

$$c) \perp x - 3y - 1 = 0$$

$$\uparrow \text{coeff. angolare } m' = \frac{1}{3}$$

$$\text{coeff. angolare del fascio } m = -2$$

\Downarrow
tutte le rette del fascio
hanno coeff. angolare $m = -2$,
quindi non possono essere
perpendicolari alla
retta data di coeff.
angolare $m' = \frac{1}{3}$

OSSERVAZIONE

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

EQ. DEL FASCIO PROPRIO

DI CENTRO $C(x_0, y_0)$

\downarrow
le generatrici sono $y - y_0 = 0$ e $x - x_0 = 0$

$\underbrace{\hspace{10em}}$
ESCLUSA
DAL FASCIO

