

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. А.
И. ГЕРЦЕНА»

Институт информационных наук и технологического образования Кафедра
информационных технологий и электронного обучения

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6. «Численные методы решения
дифференциальных уравнений»

Направление подготовки: «Информатика и вычислительная техника»

Руководители: Е.З. Власова С.В. Гончарова

Работу выполнили: студенты группы ИВТ 2.1:

Воложанин Владислав

Максимова Ангелина

Санкт-Петербург 2022

Лабораторная работа № 1 Численные методы решения дифференциальных уравнений

Часть 1.

Тема: Численные методы решения дифференциальных уравнений.

Цель: Разработать программы решения дифференциальных уравнений с использованием численных методов Эйлера и Рунге-Кутты.

Оборудование: ПК, язык программирования (выбирает студент).

Постановка задачи: изучить численные методы Эйлера и Рунге-Кутты и предложенные варианты алгоритмов их реализации. Разработать программы решения дифференциальных уравнений, используя актуальный для студента язык программирования.

Контрольный пример 1.

Решить дифференциальное уравнение $y' = y(1 - x)$ на отрезке $[0; 1]$ с начальными условиями $x_0 = 0, y_0 = 1$.

Код программы:

```
def f(x, y):  
    return y * (1 - x)  
  
def method_E1(x0, y0, xn, n): # метод эйлера  
    h = (xn - x0) / n # вычисление шага  
    print('Метод Эйлера:')  
    print('—————')  
    for i in range(n): # Цикл вычисления диф ур  
        slope = f(x0, y0)  
        yn = y0 + h * slope  
        print('| %.4f | %.4f |' % (x0, yn))  
        y0 = yn  
        x0 = x0 + h  
    print('| %.4f, | %.4f |' % (xn, yn), '\n—————')  
  
method_E1(0, 1, 1, 10)
```

Результат:

Метод Эйлера:

0.0000	1.1000	
0.1000	1.1990	
0.2000	1.2949	
0.3000	1.3856	
0.4000	1.4687	
0.5000	1.5421	
0.6000	1.6038	
0.7000	1.6519	
0.8000	1.6850	
0.9000	1.7018	
1.0000,	1.7018	

Код программы:

```
def method_R(x0, y0, n):
    h = (x0 + y0) / n
    x = 0
    y = 1
    print('Метод Рунге-Кутта:')
    print('-----')
    while x <= 1:
        k1 = h * f(x, y)
        k2 = h * f(x + h/2, y + k1/2)
        k3 = h * f(x + h/2, y + k2/2)
        k4 = h * f(x + h/2, y + k3)
        Fi = (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) / 6
        y = y + Fi
        print(f'| x = {round(x, 1)} | y = {round(y, 4)} |')
        x += h
    print('-----')

def f(x, y):
    return y * (1 - x)

method_R(0, 1, 10)
```

Результат:

Метод Рунге-Кутта:

	x = 0		y = 1.1006	
	x = 0.1		y = 1.1992	
	x = 0.2		y = 1.2937	
	x = 0.3		y = 1.3817	
	x = 0.4		y = 1.4611	
	x = 0.5		y = 1.5296	
	x = 0.6		y = 1.5854	
	x = 0.7		y = 1.6269	
	x = 0.8		y = 1.6528	
	x = 0.9		y = 1.6625	
	x = 1.0		y = 1.6556	

Таблица значений:

Метод Рунге-Кутта		Методом Эйлера	
x = 0.0	y = 1.1006	x = 0.0	y = 1.1000
x = 0.1	y = 1.1992	x = 0.1	y = 1.1990
x = 0.2	y = 1.2937	x = 0.2	y = 1.2949
x = 0.3	y = 1.3817	x = 0.3	y = 1.3856
x = 0.4	y = 1.4611	x = 0.4	y = 1.4687
x = 0.5	y = 1.5296	x = 0.5	y = 1.5421
x = 0.6	y = 1.5854	x = 0.6	y = 1.6038
x = 0.7	y = 1.6269	x = 0.7	y = 1.6519
x = 0.8	y = 1.6528	x = 0.8	y = 1.6850
x = 0.9	y = 1.6625	x = 0.9	y = 1.7018
x = 1.0	y = 1.6556	x = 1.0	y = 1.7018

Численные методы решения дифференциальных уравнений

Часть 2.

Тема: Численные методы решения дифференциальных уравнений второго порядка и системы дифференциальных уравнений

Цель: Разработать программы решения дифференциальных уравнений второго порядка и системы дифференциальных уравнений с использованием численных методов Эйлера и Рунге-Кутты.

Оборудование: ПК, язык программирования (выбирает студент).

Постановка задачи: изучить алгоритмы решения дифференциальных уравнений высших порядков (второго порядка) и системы дифференциальных уравнений с использованием численных методов Эйлера и Рунге-Кутты. Разработать программы, используя актуальный для студента язык программирования.

Контрольный пример 2

Применяя метод Эйлера (Рунге-Кутты) составить на отрезке $[1; 1.5]$ таблицу значений решения уравнения $y'' + y'/x + y = 0$ с начальными условиями:

$$y(1) = 0.77$$

$$y'(1) = -0.44.$$

$$\text{Шаг вычисления } h = 0.1.$$

Код программы:

```
def f1(y1, x, y):  
    return (y1 / x + y)  
  
def method_E1(a, b, n):  
    h = (b - a) / n  
    x = a  
    y = 0.77  
    z = -0.44  
    print('Метод Эйлера:')  
    print('_____')  
    while x <= b:  
        y = y + h * z  
        z = z - h * f1(z, x, y)  
        print(f'| {round(x, 2)} | {round(y, 4)} |')  
        x += h  
    print('_____')  
  
method_E1(1, 1.5, 10)
```

Результат:

1	0.748
1.05	0.7252
1.1	0.7017
1.15	0.6775
1.2	0.6527
1.25	0.6273
1.3	0.6013
1.35	0.5748
1.4	0.5479
1.45	0.5206

Таблица значений:

х	у
1	0.748
1.05	0.7252
1.1	0.7017
1.15	0.6775
1.2	0.6527
1.25	0.6273
1.3	0.6013
1.35	0.5748
1.4	0.5479
1.45	0.5206

Контрольный пример 3.

$$dy/dt = -2x + 5z$$

$$dy/dt = \sin(t-1)x - y + 3z$$

$$dz/dt = -x + 2z$$

с начальными условиями $x(0) = 2$, $y(0) = 1$, $z(0) = 1$ составить таблицу значений функций $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ на отрезке $[0; 0.3]$ с шагом $h = 0.003$.
Использовать метод Эйлера.

Код программы:

```
from math import *

def method_E(a, b, n):
    h = (b - a) / n
    t = a
    x = 2
    y = 1
    z = 1
    print('Метод Эйлера')
    print('_____')
    while t <= b:
        x = x + h * (-2 * x + 5 * z)
        y = y + h * (sin(t-1) * x - y + 3 * z)
        z = z + h * (-x + 2 * z)
        print(f'|{round(t, 5)}|{|round(x, 5)}|{|round(y, 5)}|{|round(z, 5)}|')
        t += h
    print('_____')

method_E(0, 0.3, 10)
```

Результат:

```
Метод Эйлера:
_____
|0|2.03|1.00875|0.9991|
|0.03|2.05807|1.01748|0.9973|
|0.06|2.08418|1.02622|0.99462|
|0.09|2.10832|1.03501|0.99104|
|0.12|2.13048|1.0439|0.98659|
|0.15|2.15064|1.0529|0.98127|
|0.18|2.16879|1.06206|0.97508|
|0.21|2.18492|1.07139|0.96804|
|0.24|2.19903|1.08092|0.96015|
|0.27|2.21111|1.09067|0.95143|
_____
```

Вывод: Мы изучили численные методы Эйлера и Рунге-Кутты и их предложенные алгоритмы. Разработали программы для решения дифференциальных уравнений.

СкринКаст: <https://drive.google.com/drive/folders/1ljEyiBANL-wWCWAuTEOri6NtM9fWv9GF>