Воложанин Владислав Антович.

группа 2

Вариант №11

Задание 1

$A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 7 & 8 & 3 \end{vmatrix}$, 1) $\det A = 1\cdot5\cdot3 + 3\cdot1\cdot7 + 1\cdot2\cdot8 - 7\cdot5\cdot1 - 8\cdot1\cdot1 - 3\cdot2\cdot3 = -9 \neq 0$

2) $A_{11} = (-1)^2\cdot\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} = 7$ $\qquad A_{21} = (-1)^3\cdot\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} = -1$

$A_{12} = (-1)^3\cdot\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} = 1$ $\qquad A_{22} = (-1)^4\cdot\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} = -4$

$A_{13} = (-1)^4\cdot\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = -19$ $\qquad A_{23} = (-1)^5\cdot\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 13$

$A_{31} = (-1)^4\cdot\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = -2$

$A_{32} = (-1)^5\cdot\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1$

$A_{33} = (-1)^6\cdot\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = (-1).$

$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 7 & -1 & -2 \\ 1 & -4 & 1 \\ -19 & 13 & -1 \end{pmatrix}$, $A^{-1} = \tilde{A}\cdot\frac{1}{-9} = \begin{pmatrix} -\frac{7}{9} & \frac{1}{9} & \frac{2}{9} \\ -\frac{1}{9} & \frac{4}{9} & -\frac{1}{9} \\ \frac{19}{9} & -\frac{13}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}$

Задание 2. Решить матричное уравнение.

$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \cdot X \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$

$A \times C = B$

$\det A = 4 - 3 = 1$

$\det C = -2 - 2 = -4$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $C^{-1} = \begin{pmatrix} -1/2 & 1/4 \\ 1/2 & 1/4 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1/2 & 1/4 \\ 1/2 & 1/4 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} -2 & -16 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1/2 & 1/4 \\ 1/2 & 1/4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & -9/2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

Ответ: $\begin{pmatrix} -7 & -9/2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

Воложанин Владислав Олегович.

группа 2

Вариант №11.

Задание 3. Решить СЛАУ по формулам Крамера.

$$\begin{cases} 1x_1 + 5x_2 = 3 \\ 5x_1 + 1x_2 = 5 \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = 1\cdot1 - 5\cdot5 = -24$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = -22$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 5 \end{vmatrix} = -10$$

$$x_1 = \frac{-22}{-24} = \frac{11}{12}$$

$$x_2 = \frac{-10}{-22} = \frac{5}{12}$$

Ответ: $\left(\frac{11}{12}; \frac{5}{12}\right)$

Задание 4. СЛАУ.

$$\begin{cases} 1x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 6x_1 + (-3)x_2 + (-3)x_3 + (-1)x_4 = -9 \\ -7x_1 + 1x_2 + 1x_3 + (-2)x_4 = 8 \\ 3x_1 + (-9)x_2 + (-9)x_3 + (-10)x_4 = -12 \end{cases}$$

$$r\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 2 & 3 & 1 \\ 6 & -3 & -3 & -1 & -9 \\ -7 & 1 & 1 & -2 & 8 \\ 3 & -9 & -9 & -10 & -12 \end{array}\right) = \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -15 & -15 & -19 & -15 \\ 0 & 15 & 15 & 19 & 15 \\ 3 & -9 & -9 & -10 & -12 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -15 & -15 & -19 & -15 \\ 0 & 15 & 15 & 19 & 15 \\ 0 & -15 & -15 & -19 & -15 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -15 & -15 & -19 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right),$$

$r = 2.$

$$r\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 6 & -3 & -3 & -1 \\ -7 & 1 & 1 & -2 \\ 3 & -9 & -9 & -10 \end{pmatrix} = \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & -15 & -15 & -19 \\ 0 & 15 & 15 & 19 \\ 3 & -9 & -9 & -10 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & -15 & -15 & -19 \\ 0 & 15 & 15 & 19 \\ 0 & -15 & -15 & -19 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & -15 & -15 & -19 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad r = 2.$$

система совместна. и неопределенна.
имеет бесконечно много решений.

$$\begin{cases} 1x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ -15x_2 - 15x_3 - 19x_4 = -15 \end{cases}$$

а) $-15x = -15 + 15x_3 + 19x_4$

$x = 1 - x_3 - \frac{19}{15}x_4$

б) $1x_1 = 1 - 2x_2 - 3x_4 - 2x_3$

$\cancel{x_2 = 1 - 1 - x_3}$ $\quad x = -1 - \frac{7}{15}x_4.$

Ответ: $x_1 = -1 - \frac{7}{15}x_4.$

$x_2 = 1 - x_3 - \frac{19}{15}x_4.$

$x_3 = x_3, \; x_4 = x_4.$

Задание 5

Даны векторы

$\vec{a} = 2\vec{i} + 1\vec{j} + 0\vec{k}$

$\vec{b} = -3\vec{i} + 1\vec{j} + (-2)\vec{k}$

$\vec{c} = 2\vec{i} + (-1)\vec{j} + 2\vec{k}$

1) Координаты орты $\vec{c}$

$\vec{c}\,(2; -1; 2)$.

2) Координаты вектора $3\vec{a} + (-0.5)\vec{b} + 2\vec{c}$.

$3\vec{a} = (6; 3; 0)$

$(-0,5)\vec{b} = (1,5; -0,5; 1)$

$2\vec{c} = (4; -2; 4)$

$(11,5; 0,5; 5)$.

3) Разложение вектора по базису $i; j; k$

$-2\vec{a} + 1\vec{b} + 4\vec{c}$

$= -11,5\vec{a} + 0,5\vec{b} + 5\vec{c}$.

4) Проекция вектора $\vec{b}$ на вектор $\vec{c}$

$$\frac{\vec{b} \cdot \vec{c}}{|\vec{c}|} = -\frac{11}{3}.$$

5.) Скалярное произведение векторов $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c})$

$\vec{b} + \vec{c} = (-1; 0; 0)$

$\vec{a} = (2; 1; 0)$.

$\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = (-2; 0; 0)$.

6). Векторное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}\vec{k} =$$

$$= (2+3)\vec{i} - (-2-0)\vec{j} + (2+3)\vec{k} = 5\vec{i} - (-2)\vec{j} + 5\vec{k} =$$

$$= 5\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$$