

1.1.69. Найти матрицу  $A^T$ .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, A^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

1.1.70.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -7 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ -2 & 5 & 1 \\ 0 & -7 & 2 \end{pmatrix}$$

1.1.71.

$$A = (1234) \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

1.1.72.  $AA^T$  и  $A^T A$ .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, A^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$AA^T = \begin{pmatrix} 1+4 & 3+8 \\ 3+8 & 9+16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}$$

$$A^T A = \begin{pmatrix} 1+9 & 2+12 \\ 2+12 & 4+16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 14 \\ 14 & 20 \end{pmatrix}$$

$$AA^T \cdot A^T A = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & 14 \\ 14 & 20 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 50+154 & 105+220 \\ 110+350 & 231+500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 204 & 325 \\ 460 & 731 \end{pmatrix}$$



1.1.73.

$$H = (1 \ 2 \ 3 \ 4), \quad H^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$HH^T = (1 + 4 + 9 + 16) = (30)$$

$$H^T H = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \end{pmatrix}$$

$$HH^T \cdot H^T H = (30) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \end{pmatrix} \neq$$

$\neq$

1.1.74.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -7 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 3 & 5 & 1 \\ 0 & -7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$AA^T = \begin{pmatrix} 1+4+0 & 3+(-10)+0 & -4-2+0 \\ 3+(-10)+0 & 9+25+49 & -12+5-14 \\ -4+(-2)+0 & -12+5-14 & 16+1+4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 5 & -7 & -6 \\ -7 & 83 & -21 \\ -6 & -21 & 21 \end{pmatrix}$$

$$A^T A = \begin{pmatrix} 26 & 9 & -29 \\ 9 & 30 & -33 \\ -29 & -33 & 53 \end{pmatrix}$$

$$AA^T \cdot A^T A = \begin{pmatrix} 5 & -7 & -6 \\ -7 & 83 & -21 \\ -6 & -21 & 21 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 26 & 9 & -29 \\ 9 & 30 & -33 \\ -29 & -33 & 53 \end{pmatrix} =$$

=



1.1.75

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$AA^T = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}$$

$$A^T A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}$$

1.1.76

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$AA^T = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}$$

$$A^T A = \begin{pmatrix} 25 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

1.1.77

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 14 & 7 & 5 \\ 25 & 8 & 4 \\ 36 & 9 & 3 \end{pmatrix}$$

$$AA^T = \begin{pmatrix} 14 & 32 & 50 \\ 92 & 77 & 122 \\ 50 & 122 & 139 \end{pmatrix}$$

$$A^T A = \begin{pmatrix} 66 & 78 & 90 \\ 78 & 93 & 108 \\ 90 & 108 & 126 \end{pmatrix}$$

1.1.78

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \frac{1}{11-4 \cdot 1} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$



1.1.79

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & -5 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 5 \\ 1 & -5 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & -1 \\ 0 & -6 & -2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1.1.80

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -4 & 2 \\ 5 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 8 & -13 & -1 \\ 0 & 8 & -13 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 8 & -13 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1.1.81

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 & 8 \\ 2 & -1 & -4 & 3 & 1 \\ 4 & -7 & -8 & 11 & -13 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 & 8 \\ 0 & -5 & -10 & 5 & -15 \\ 0 & -15 & -30 & 15 & -45 \\ 0 & -5 & -10 & 5 & -15 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 & 8 \\ 0 & -5 & -10 & 5 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1.1.82.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -7 & 0 & 7 \\ 2 & -1 & 3 & 3 & -11 \\ 1 & 0 & 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & -3 & 4 \\ 0 & 3 & -12 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & -8 & 9 & -14 \\ 0 & 1 & -4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & -3 & 4 \\ 0 & 3 & -12 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & -12 & 24 & -60 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



1.1.83

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 4 \\ 3 & -1 & -7 & -4 & 7 \\ 7 & -1 & -5 & 8 & -11 \\ 1 & -1 & -3 & -2 & 5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & -4 & -4 & -4 & -5 \\ 0 & -8 & -8 & -8 & -38 \\ 0 & -2 & -2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & -4 & -4 & -4 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -21 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

1.1.84

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -10 \\ 3 & -1 & 1 & 10 \\ 2 & 7 & -1 & 0 \\ 7 & 10 & 6 & -10 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -10 \\ 0 & -16 & -8 & 40 \\ 0 & -9 & -7 & 20 \\ 0 & -25 & -15 & 60 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -10 \\ 0 & -16 & -8 & 40 \\ 0 & 0 & -40 & -40 \\ 0 & 0 & -40 & -40 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -10 \\ 0 & -16 & -8 & 40 \\ 0 & 0 & -40 & -40 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1.1.85

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 8 & 3 & -6 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -5 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1.1.86

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -7 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 12 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -7 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 12 & 2 \\ 0 & 0 & -8 & 8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -7 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 12 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 28 \end{pmatrix}$$



1.1.87

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 0 & -4 & 7 \\ 2 & 2 & 10 & -1 & 8 \\ 1 & -2 & -4 & 5 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & -6 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 6 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -6 & 6 & -1 \end{pmatrix} \sim \\
 &\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & -6 & -1 & -2 \\ 0 & -2 & -6 & 6 & -1 \\ 0 & 2 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & -6 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$