

1.160

$$F(x) = 2x^3 - x^2 + 3x - 2, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+0+(-8) \\ 0+0+2 \\ -4+0+(-6) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -6-15+1 & 8+3+12 & 0+(-5)+(-3) \\ 0+25+1 & -8+1+9 & -4+0+(-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -20 & 23 \\ 2 & 26 & -8 \\ -10 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} -4 & -20 & 23 \\ 2 & 26 & -8 \\ -10 & -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -8+0+(-26) & 12+(-100)-23 & -16+20+69 \\ 4+0+16 & -6+130+8 & 8+(-26)+(-24) \\ -20+0+(-4) & -20+(-10)+(-2) & -40+2+6 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 54 & -111 & 73 \\ 20 & 132 & -42 \\ -24 & -32 & -32 \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 54 & -111 & 73 \\ 20 & 132 & -42 \\ -24 & -32 & -32 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 & -20 & 23 \\ 2 & 26 & -8 \\ -10 & -2 & 2 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$- \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 108 & -222 & 146 \\ 40 & 264 & -84 \\ -48 & -64 & -64 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 & -20 & 23 \\ 2 & 26 & -8 \\ -10 & -2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & -9 & 12 \\ 0 & 15 & -3 \\ -6 & -3 & 9 \end{pmatrix}$$

$$- \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 112 & -202 & 123 \\ 38 & 238 & -76 \\ -38 & -62 & -62 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -9 & 12 \\ 0 & 13 & -3 \\ -6 & -3 & 7 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -100 & -258 & 145 \\ 38 & 251 & -79 \\ -44 & 35 & -69 \end{pmatrix}$$



1.1.61. проверить, коммутируют ли матрицы  $A$  и  $B$ :

$$A = (1 \ 2 \ 3), \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

~~$AB = BA$~~

$$AB = (4+10+18) = (32)$$

$$BA = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 12 \\ 5 & 10 & 15 \\ 6 & 12 & 18 \end{pmatrix}$$

$AB \neq BA$  не коммутируют.

1.1.62.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} -5+4 & 3-2 \\ -15+10 & 9+(-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} -5+9 & -10+15 \\ 2-3 & 4+(-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$AB \neq BA$  не коммутируют

1.1.63.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 0+12 & -4-9 \\ 0+0 & -8+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & -13 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 0+(-8) & 0+6 \\ -8+12 & 12+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 6 \\ 4 & 12 \end{pmatrix}$$

$AB \neq BA$  не коммутируют

1.1.64.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \\ 4 & -2 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -3 & -2 & 5 \\ -4 & 2 & -7 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} -4+3+0 & 2+2+0 & 0 \\ -6-6-20 & 3+(-6)+10 & 0+10+(-35) \\ -8+6-28 & 4+4+14 & -10+14-49 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 \\ -26 & 7 & -25 \\ -30 & 22 & -59 \end{pmatrix} \text{ не коммутируют}$$



$$BA = \begin{pmatrix} -4+3+0 & 2+(-2)+0 & 0+5+0 \\ -6-6+20 & 3+(-4)+10 & 0+(-10)+35 \\ -8+8+28 & 4+4+14 & 0+10+(-49) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 8 & 3 & 25 \\ 26 & 22 & -39 \end{pmatrix}$$

$$AB \neq BA$$

1.1.65.

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{pmatrix}$$

$$A+B = \begin{pmatrix} a+a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b+b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c+c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d+d \end{pmatrix}$$

$$B+A = \begin{pmatrix} a+a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b+b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c+c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d+d \end{pmatrix}$$

$$B+A = A+B$$

коммутативен.

1.1.66.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -4 & 5 & -6 \\ -7 & 8 & -9 \end{pmatrix}$$

$$A+B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B+A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A+B = B+A$$

не коммутативен



1.1.67

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 5 & -6 & 7 & 8 \\ -9 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & -6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -6 & 5 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & -9 \\ 8 & 7 & -6 & 5 \\ 4 & -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} -6+4+(-24)+16 & 5+2+(-21)-12 & 4+2+(-12)+12 & 3+2+(-12)+12 \\ -30+(-12)+56+32 & 25+(-6)+49+(-24) & 20+(-18)+36+(-12) & 12+(-9)+24+(-12) \\ 54+0+8+8 & -45+0+7+(-6) & 18+0+2+(-12) & 12+0+(-30)-12 \\ -18+8+40+(-24) & 12+0+(-30)-12 & 12+0+(-30)-12 & 12+0+(-30)-12 \end{pmatrix}$$

$$C_{11} = 1 \cdot (-6) + 2 \cdot 2 + (-3) \cdot 8 + 4 \cdot 4 = -10$$

$$C'_{11} = -6 \cdot (5) + 5 \cdot 4 + (-9) \cdot 3 + 3 \cdot 3 = -8$$

не коммутируют.

1.1.68.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -6 & 1 \\ -5 & 3 & 1 \\ 6 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 14+(-35)+18 & -12+21+(-9) & 2+7+(-9) \\ 21+(-25)+(-25)+24 & -18+27+(-12) & 3+9+(-12) \\ 7+(-25)+18 & -6+15+(-9) & 1+5+(-9) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 14+(-18)+1 & 49+(-54)+1 & 21+(-24)+3 \\ -10+9+1 & -35+27+5 & -15+12+3 \\ 12+(-9)-3 & 42+(-27)-15 & 18-12-9 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & -4 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$AB \neq BA$$

коммутируют.

